

## دوازدهم ریاضی



آزمون ۷ فروردین ۱۴۰۴

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

| تأ شماره | از شماره | تعداد سؤال | مواد امتحانی  |
|----------|----------|------------|---------------|
| ۵۰       | ۱        | ۵۰         | ریاضی پایه    |
|          |          |            | هندسه ۱       |
|          |          |            | هندسه ۲       |
|          |          |            | آمار و احتمال |

## جمع‌بندی به روش سه روز یک‌بار در دوران طلایی نوروز

دوران طلایی نوروز فرصت مناسبی برای شروع دوران جمع‌بندی اول برای کنکور اردیبهشت است. بهترین روش برای درس خواندن در این دوران جمع‌بندی به روش سه روز یک‌بار است. کتاب‌های زرد ۸ دوره کنکور داخل کشور و زرد ۴ دوره کنکور خارج از کشور و همین‌طور کتاب‌های ۸ آزمون جامع پایانی و جمع‌بندی دوازدهم و پایه منابع اصلی شما خواهند بود.



## آزمون «۷ فروردین ۱۴۰۴» اختصاصی دوازدهم ریاضی

زنگنه سوال

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

| نام درس       | تعداد سؤال | شماره سؤال |
|---------------|------------|------------|
| ریاضی پایه    | ۲۰         | ۱-۲۰       |
| هندسه ۱       | ۱۰         | ۲۱-۳۰      |
| هندسه ۲       | ۱۰         | ۳۱-۴۰      |
| آمار و احتمال | ۱۰         | ۴۱-۵۰      |
| جمع کل        | ۵۰         | ۱-۵۰       |

### پدیدآورندگان

| نام درس               | نام طراحان                                                                                                                                                                                                                         |
|-----------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ریاضی پایه            | کاظم اجلالی-داود بوالحسنی-افشین خاصه‌خان-سینا خیرخواه-طاهر دادستانی-محمد زنگنه-کیان کریمی خراسانی<br>محمدرضا کشاورزی-محمد گودرزی-مهسان گودرزی-حامد معنوی-مهرداد ملوندی-نیما مهندس-علیرضا نداف‌زاده<br>غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام |
| هندسه و آمار و احتمال | امیرحسین ابومحبوب-عباس الهی-علی ایمانی-سیدمحمدرضا حسینی فرد-افشین خاصه‌خان-کیوان دارابی<br>مصطفی دیداری-سوگند روشنی-علیرضا شریف‌خطیبی-فرشاد صدیقی فر-هومن عقیلی-شبنم غلامی-مهرداد ملوندی<br>نیلوفر مهدوی                           |

### گزینشگران و ویراستاران

| نام درس              | ریاضی پایه                                          | هندسه                              | آمار و احتمال                      |
|----------------------|-----------------------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| گزینشگر              | علیرضا نداف‌زاده                                    | امیرحسین ابومحبوب                  | امیرحسین ابومحبوب                  |
| گروه ویراستاری       | امیرحسین ابومحبوب<br>سیدماهد عبدی                   | امیرحسین ابومحبوب<br>مهرداد ملوندی | امیرحسین ابومحبوب<br>مهرداد ملوندی |
| ویراستاران رتبه‌برتر | محمدپارسا سبزه‌ای                                   | محمدپارسا سبزه‌ای                  | محمدپارسا سبزه‌ای                  |
| مسئول درس            | مهرداد ملوندی                                       | سرژ یقیا‌زاریان تبریزی             | سرژ یقیا‌زاریان تبریزی             |
| مستند سازی           | سمیه اسکندری                                        | سجاد سلیمی                         | سجاد سلیمی                         |
| ویراستاران مستندسازی | معصومه صنعت‌کار - علیرضا عباسی‌زاهد - محمدرضا مهدوی |                                    |                                    |

### گروه فنی و تولید

|                |                                                    |
|----------------|----------------------------------------------------|
| مدیر گروه      | مهرداد ملوندی                                      |
| مسئول دفترچه   | نرگس غنی‌زاده                                      |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: محیا اصغری<br>مسئول دفترچه: الهه شهبازی |
| حروف‌نگار      | فرزانه فتح‌اله‌زاده                                |
| ناظر چاپ       | سوران نعیمی                                        |

### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



## ریاضی ۱ و حسابان ۱: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

۱- فرض می‌کنیم  $x_1$ ،  $x_2$  دو ریشه معادله  $x^2 - 3x + A = 0$  و  $x_3$ ،  $x_4$  دو ریشه معادله  $x^2 - 12x + B = 0$  باشند. اگر  $x_1$ ،  $x_2$ ،  $x_3$ ،  $x_4$ ،

با همین ترتیب، تشکیل دنباله هندسی بدهند، مقدار  $A$  کدام می‌تواند باشد؟

(۱) ۲ (۲) -۲

(۳) -۱۲ (۴) ۱۸

۲- حاصل عبارت  $\frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2 + x + 1}$  به ازای  $x = \sqrt{2} + 1$  کدام است؟

(۱)  $3 + \sqrt{2}$  (۲)  $5 + \sqrt{3}$

(۳)  $5 + 3\sqrt{3}$  (۴)  $3 + 2\sqrt{2}$

۳- دو سهمی  $y = x^2 - 4x + 7$  و  $y = a(x - b)^2 + c$  نسبت به خط  $y = 2$  قرینه‌اند. مقدار  $a + b + c$  برابر با کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲

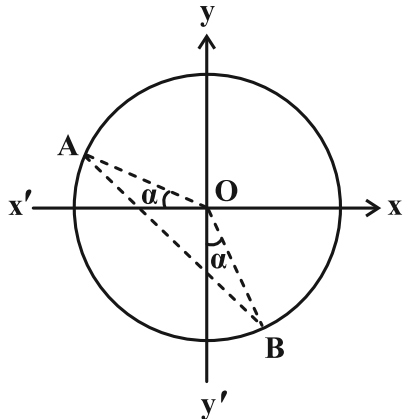
(۳) -۲ (۴) صفر

۴- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 - 3\alpha x + \alpha = 0$  باشند، کمترین مقدار  $\alpha\beta$  کدام است؟

(۱) -۰/۱ (۲) -۰/۵

(۳) ۰/۵ (۴) ۰/۱

۵- در دایرهٔ مثلثاتی زیر، طول وتر AB برابر با  $3\sqrt{\frac{2}{5}}$  می‌باشد. مقدار  $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$  کدام است؟



$$\frac{3\sqrt{5}}{5} \quad (1)$$

$$\frac{9\sqrt{5}}{5} \quad (2)$$

$$\frac{3\sqrt{5}}{25} \quad (3)$$

$$\frac{9\sqrt{5}}{25} \quad (4)$$

۶- اگر  $\sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{3}$  و  $\cos(2\alpha - \beta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ، آنگاه حاصل  $\sin 3\alpha$  برابر کدام است؟  $(\frac{\pi}{3} < \alpha < \frac{2\pi}{3})$

$$\frac{\sqrt{2}-4}{6} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}-3}{6} \quad (1)$$

$$\frac{-4-\sqrt{2}}{6} \quad (4)$$

$$\frac{-3-\sqrt{2}}{6} \quad (3)$$

۷- اگر  $b \neq 0$  و  $f = \{(-1, 3a-b), (2, a+b)\}$  یک تابع ثابت و  $g$  یک تابع همانی باشد، حاصل  $g(\frac{a}{b})$  کدام است؟

$$2 \quad (2)$$

$$\text{صفر} \quad (1)$$

$$1 \quad (4)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (3)$$

۸- چند عدد طبیعی در دامنهٔ تابع  $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 5x + 6}{|\frac{1}{4}x| - 1}}$  قرار ندارند؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است. )

$$4 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

$$6 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

۹- اگر  $f(x) = \sqrt{x}$  و  $g = \{(9, 1), (0, 2), (1, 4), (-2, \sqrt{2}), (4, -1)\}$ ، حاصل ضرب اعضای برد تابع  $\frac{g}{f}$  کدام است؟

$$-\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

صفر (۳)

۱۰- برد تابع  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x} + x$  شامل چند عدد صحیح است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

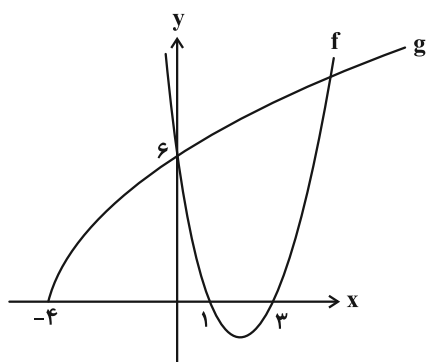
$$1 \quad (2)$$

هیچ (۱)

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

۱۱- در شکل زیر، نمودار سهمی  $f$  و تابع  $g(x) = a\sqrt{x+b}$  رسم شده‌اند. اختلاف ریشه‌های معادله  $f \circ g(x) = 6$  کدام است؟



$$2 \quad (1)$$

$$\frac{9}{4} \quad (2)$$

$$\frac{16}{9} \quad (3)$$

$$3 \quad (4)$$

۱۲- تابع  $f(x) = \frac{x}{2} \left( \frac{x}{2} + 1 \right) + \frac{1}{4}$  را با دامنه  $x \geq -1$  در نظر بگیرید. اگر  $g(x) = 2\sqrt{x} - 1$  باشد، معادله  $(f^{-1} \circ g^{-1})(x) = 2^x - 4$  چند ریشه

دارد؟

$$2 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

(۴) فاقد ریشه

$$1 \quad (3)$$

۱۳- در معادله  $x^3 - \frac{1}{x^3} = 4(x - \frac{1}{x})$ ، مجموع مجذور ریشه‌ها کدام است؟

(۲) ۴

(۱) ۳

(۴) ۸

(۳) ۶

۱۴- معادله  $\sqrt{x+1} + 2 = 2\sqrt{x+2}$  چند جواب دارد؟

(۲) ۱

(۱) هیچ

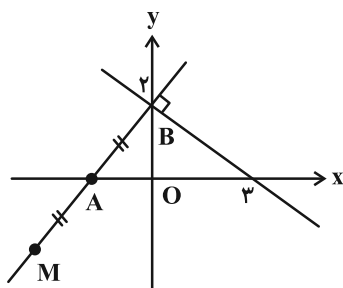
(۴) ۳

(۳) ۲

۱۵- معادله  $a\sqrt{x} = |x-4| - 1$  دارای ۴ جواب است. مجموعه مقادیر  $a$  کدام است؟

(۲)  $(0, \frac{1}{3})$ (۱)  $(0, \frac{1}{4})$ (۴)  $(\frac{1}{3}, 1)$ (۳)  $(\frac{1}{4}, 1)$ 

۱۶- در شکل زیر فاصله  $M$  تا مبدأ مختصات کدام است؟ ( $MA = AB$ )

(۱)  $\frac{5}{3}$ (۲)  $\frac{10}{3}$ (۳)  $\frac{5}{4}$ (۴)  $\frac{7}{3}$



۱۷- چند عدد صحیح در نامعادله‌های  $-1 \leq \log_{\frac{1}{2}}(3^x - 1) \leq -3$  صدق می‌کنند؟

(۲) ۳

(۱) ۲

(۴) ۵

(۳) ۴

۱۸- حد تابع  $f(x) = a\left[\frac{2}{x}\right] - b\frac{(x-1)}{|x^2-1|}$  در  $x=1$  برابر ۳ است. حاصل  $a+b$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) -۳

(۳) -۱

۱۹- حاصل حد  $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{(\sqrt{5+x}-3)(\sqrt{5-x}-1)}{x^2 + |-2x|x + 16}$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

(۲)  $-\frac{1}{12}$ (۱)  $\frac{1}{12}$ (۴)  $-\frac{1}{24}$ (۳)  $\frac{1}{24}$ 

۲۰- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos 4x}{x^2} & , x < 0 \\ a & , x = 0 \\ \frac{c\sqrt{x}}{\sqrt{16 + \sqrt{x}} - 2b} & , x > 0 \end{cases}$  در  $x=0$  پیوسته باشد، حاصل  $(f \circ f)\left(-\frac{\pi}{bc}\right)$  کدام است؟

(۲) ۴

(۱) ۲

(۴) ۱۶

(۳) ۸

## هندسه ۱: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۲۱- برای اثبات حکم «از یک نقطه غیر واقع بر یک خط نمی توان بیش از یک عمود بر آن خط رسم کرد» از کدام نوع استدلال استفاده می شود؟

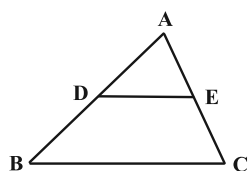
- (۱) استدلال استقرایی (۲) اثبات مستقیم (۳) اثبات غیرمستقیم (۴) مثال نقض

۲۲- چند مثلث  $ABC$  متمایز با اطلاعات  $AB = ۱۰$  و  $AC = ۱۷$  و ارتفاع  $AH = ۸$ ، می توان رسم کرد؟

- (۱) یک (۲) دو (۳) چهار (۴) هیچ

۲۳- در مثلث  $ABC$ ، پاره خط  $DE$  که دو سرش روی اضلاع  $AB$  و  $AC$  واقع هستند با ضلع  $BC$  موازی است. اگر  $DE = ۵$ ،  $DB = ۳$

و  $EC = ۲$  محیط دوزنقه  $DECB$  با محیط مثلث  $ADE$  برابر باشد، اندازه ضلع  $BC$  چقدر است؟



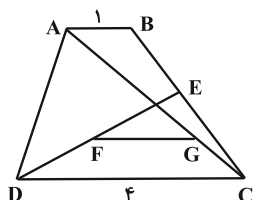
(۱)  $4\sqrt{2} + 1$

(۲)  $5\sqrt{2}$

(۳)  $3(\sqrt{2} + 1)$

(۴)  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

۲۴- در دوزنقه شکل زیر، نقاط  $E$  و  $F$  به ترتیب وسط  $BC$  و  $DE$  هستند. اگر  $AC = ۴CG$  باشد، اندازه  $FG$  کدام است؟ ( $FG \parallel CD$ )



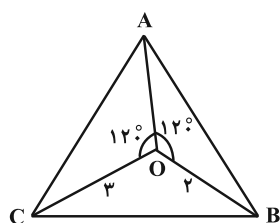
(۱)  $1/5$

(۲)  $2/25$

(۳)  $2$

(۴)  $1/75$

۲۵- در مثلث  $ABC$  شکل زیر، اگر  $\hat{C} = 60^\circ$  باشد، اندازه پاره خط  $OA$  چقدر است؟



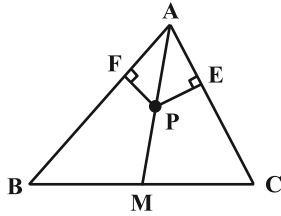
(۱)  $4$

(۲)  $5$

(۳)  $3/5$

(۴)  $4/5$

۲۶- در مثلث شکل زیر، نقطه P روی میانه AM واقع است و  $\frac{PE}{PF} = 2$ ، حاصل  $\frac{AB}{AC}$  کدام است؟



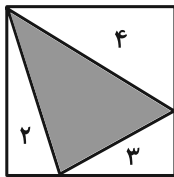
(۱)  $\frac{3}{2}$

(۲)  $\frac{7}{4}$

(۳) ۲

(۴)  $\frac{5}{2}$

۲۷- در مربع شکل زیر، مساحت مثلث‌های گوشه‌ای درون آن نوشته شده است. مساحت مثلث رنگ شده چقدر است؟



(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸

۲۸- صفحه‌ای گذرا از قطر یک مکعب، در برخورد با آن، سطح مقطعی به شکل لوزی و به ضلع ۵ واحد پدید آورده است. مساحت این

لوزی چقدر است؟

(۴)  $10\sqrt{6}$

(۳) ۲۰

(۲)  $5\sqrt{10}$

(۱)  $12\sqrt{3}$

۲۹- حجم حاصل از دوران شش‌ضلعی منتظم ABCDEF به طول ضلع ۲، حول امتداد قطر AD کدام است؟

(۴)  $12\pi$

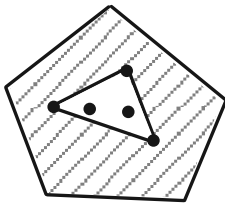
(۳)  $8\pi$

(۲)  $9\pi$

(۱)  $6\pi$

۳۰- درون پنج‌ضلعی شبکه‌ای زیر، ۱۱ نقطه وجود دارد و نقاط مرزی و درونی مثلث شبکه‌ای، روی شکل مشخص شده است. اگر

مساحت قسمت رنگی برابر ۱۱ باشد، تعداد نقاط مرزی این پنج‌ضلعی کدام است؟



(۱) ۵

(۲) ۷

(۳) ۹

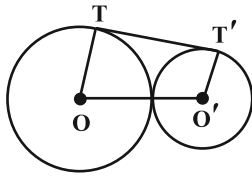
(۴) ۱۱

هندسه ۲: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۳۱- دو دایره  $C(O, 2R)$  و  $C'(O', R)$  مماس بیرونی‌اند و  $TT'$  مماس مشترک خارجی آن‌ها است. اگر مساحت ذوزنقه  $TT'O'O$

برابر  $6\sqrt{2}$  واحد مربع باشد، طول  $TT'$  برابر کدام است؟



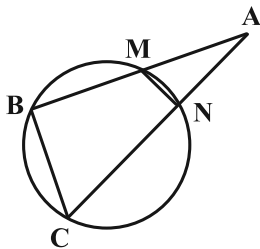
(۱)  $2\sqrt{2}$

(۲) ۴

(۳)  $3\sqrt{2}$

(۴)  $\frac{9}{4}$

۳۲- در دایره شکل زیر،  $AN = 2$ ،  $AM = 3$ ،  $NC = 5$  و  $MN = \frac{12}{5}$ ، اندازه وتر  $BC$  چقدر است؟



(۱)  $\frac{4}{5}$

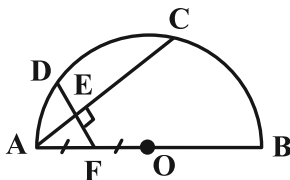
(۲)  $\frac{3}{5}$

(۳) ۵

(۴) ۴

۳۳- در نیم‌دایره زیر به قطر  $AB$ ، پاره خط  $DF$  بر وتر  $AC$  عمود است. اگر  $DE = 6$ ،  $EF = 3$  و نقطه  $F$  وسط شعاع  $OA$  قرار گرفته

باشد، اندازه شعاع دایره کدام است؟



(۱)  $6\sqrt{5}$

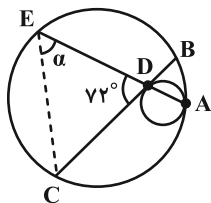
(۲)  $8\sqrt{3}$

(۳)  $5\sqrt{6}$

(۴)  $8\sqrt{2}$

۳۴- در شکل زیر، دو دایره در نقطه  $A$  مماس درون بوده و وتر  $BC$  از دایره بزرگ‌تر در نقطه  $D$  بر دایره کوچک‌تر مماس است.

اگر  $\widehat{AB} = 30^\circ$  باشد، زاویه  $\alpha$  چند درجه است؟



(۱) ۴۵

(۲) ۴۸

(۳) ۵۱

(۴) ۵۴

محل انجام محاسبات

۳۵- تبدیل‌های بازتاب، انتقال، دوران و تجانس در کدام ویژگی مشترک‌اند؟

- (۱) همگی دارای نقطه ثابت تبدیل هستند.  
 (۲) جهت شکل‌ها را حفظ می‌کنند.  
 (۳) شیب خط‌ها را حفظ می‌کنند.  
 (۴) اندازه زاویه‌ها را حفظ می‌کنند.

۳۶- دو نقطه  $A(2, 5)$  و  $B(1, 7)$  در صفحه مختصات مفروض‌اند. اگر نقطه متغیر  $P$  روی خط  $y = x$  قرار داشته باشد، کمترین طول

خط شکسته  $APB$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳)  $\sqrt{41}$  (۴)  $\sqrt{43}$

۳۷- در مثلث  $ABC$  داریم  $\hat{B} = 90^\circ + \hat{A}$  و  $AC = 2BC$ ، مقدار  $\sin \hat{A}$  کدام است؟

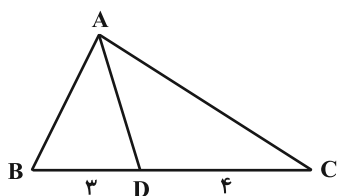
- (۱)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$  (۲)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$  (۳)  $\frac{1}{\sqrt{10}}$  (۴)  $\frac{2}{\sqrt{10}}$

۳۸- در مثلث  $ABC$  به طول اضلاع  $AB = 5$ ،  $AC = 8$  و  $BC = 9$ ، نقطه  $D$  روی ضلع  $BC$  به گونه‌ای انتخاب شده که مساحت مثلث

$ABD$ ، دو برابر مساحت مثلث  $ADC$  است. فاصله نقطه  $D$  از وسط ضلع  $AC$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\sqrt{5}$  (۳) ۳ (۴)  $\sqrt{10}$

۳۹- در مثلث شکل زیر  $\hat{BAD} = \hat{DAC}$  و  $\hat{ABD} = \hat{ADB}$  است. طول پاره خط  $AD$  چقدر است؟



- (۱) ۶  
 (۲)  $5/5$   
 (۳) ۵  
 (۴)  $4/5$

۴۰- مساحت مثلث  $ABC$  با طول اضلاع ۵، ۷ و  $\sqrt{39}$  کدام است؟

- (۱) ۳۵ (۲)  $\frac{35\sqrt{3}}{2}$  (۳)  $\frac{35}{2}$  (۴)  $\frac{35\sqrt{3}}{4}$



## آمار و احتمال: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۴۱- گزاره  $(p \Rightarrow \sim q) \vee (p \Leftrightarrow q) \sim$  هم‌ارز کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

$$p \vee \sim q \quad (۲)$$

$$p \vee q \quad (۱)$$

$$\sim p \vee \sim q \quad (۴)$$

$$\sim p \vee q \quad (۳)$$

۴۲- مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی چند زیرمجموعه شامل عدد ۶ دارد به‌طوری که تفاضل بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضو آن برابر ۵ باشد؟

$$۴۸ \quad (۲)$$

$$۴۰ \quad (۱)$$

$$۶۴ \quad (۴)$$

$$۵۶ \quad (۳)$$

۴۳- اشتراک متمم مجموعه  $((A - B) \cup B') - (A \cup (B \cap A))'$  با کدام مجموعه زیر، برابر  $A \cap B$  است؟

$$B' \quad (۲)$$

$$A \quad (۱)$$

$$A' \quad (۴)$$

$$B \quad (۳)$$

۴۴- سه تاس سالم را می‌اندازیم، چقدر احتمال دارد که مجموع اعداد ظاهر شده فرد باشد و دقیقاً دو تاس مثل هم ظاهر شده باشند؟

$$\frac{۱۱}{۳۶} \quad (۲)$$

$$\frac{۵}{۲۴} \quad (۱)$$

$$\frac{۳}{۸} \quad (۴)$$

$$\frac{۷}{۲۷} \quad (۳)$$

۴۵- از مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  یک زیرمجموعه غیر تهی به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر شانس انتخاب هر زیرمجموعه با

بزرگ‌ترین عضو آن متناسب باشد، احتمال آن که زیرمجموعه  $\{2, 3\}$  انتخاب شود، چقدر است؟

$$(1) \frac{4}{129} \quad (2) \frac{2}{43}$$

$$(3) \frac{1}{43} \quad (4) \frac{1}{45}$$

۴۶- با جابه‌جایی حروف  $a, a, a, b, c, d, e$  به تصادف کلمه ۷ حرفی ساخته‌ایم. اگر هیچ دو حرف یکسانی کنار هم نباشند، با چه

احتمالی، کلمه با حرف  $a$  شروع می‌شود؟

$$(1) \frac{3}{5} \quad (2) \frac{3}{4}$$

$$(3) \frac{3}{7} \quad (4) \frac{3}{8}$$

۴۷- دو ظرف داریم که در ظرف اول ۳ سیب قرمز و ۲ سیب سبز و در ظرف دوم ۳ سیب قرمز و ۴ سیب سبز وجود دارد. دو سیب از

هر ظرف به تصادف خارج می‌کنیم، احتمال آن که سیب‌های خارج شده از ظرف اول هم‌رنگ و سیب‌های خارج شده از ظرف دوم

غیرهم‌رنگ باشند، چقدر است؟

$$(1) \frac{7}{32} \quad (2) \frac{9}{35}$$

$$(3) \frac{5}{33} \quad (4) \frac{8}{35}$$

۴۸- جدول فراوانی تعدادی داده به صورت زیر است. اعداد  $a, b, c, d$  چهار عدد فرد یک رقمی و غیر تکراری هستند که از کوچک

به بزرگ (چپ به راست) مرتب شده‌اند. دو تا از این اعداد را با عدد زوج بعد از خود و دو تا از آن‌ها را با عدد زوج قبل از

خودشان جایگزین می‌کنیم به طوری که اعداد دسته جدید همگی مثبت و یک رقمی و غیر تکراری باشند. میانگین دسته اول

چقدر از میانگین دسته دوم بیشتر است؟

| x       | ۳ | ۶ | ۱۰ | ۴ |
|---------|---|---|----|---|
| فراوانی | a | b | c  | d |

(۲)  $0.5$

(۱)  $0.25$

(۴) ۱

(۳)  $0.75$

۴۹- انحراف از میانگین شش داده به صورت  $(0, 3, 1, -2, -1, -1)$  و همچنین مد این داده‌ها برابر ۵ می‌باشد، ضریب تغییرات این

شش داده کدام است؟

(۲)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

(۱)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

(۴)  $\frac{\sqrt{6}}{9}$

(۳)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

۵۰- از یک جامعه آماری، نمونه‌ای ۱۰۰ عضوی انتخاب کرده‌ایم. اگر بازه اطمینان بیش از ۹۵ درصد میانگین جامعه به

صورت  $[13/68, 14/32]$  باشد، مقدار واریانس جامعه کدام است؟

(۲)  $2/56$

(۱)  $3/6$

(۴)  $1/6$

(۳)  $1/8$

## دوازدهم ریاضی



## آزمون ۷ فروردین ۱۴۰۴

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

| تعداد سؤالات | از شماره | تا شماره | مواد امتحانی |
|--------------|----------|----------|--------------|
| ۳۰           | ۵۱       | ۸۰       | فیزیک ۱      |
|              |          |          | فیزیک ۲      |
| ۳۰           | ۸۱       | ۱۱۰      | شیمی ۱       |
|              |          |          | شیمی ۲       |



## آزمون «۷ فروردین ۱۴۰۴» اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفتر علمی

مدت پاسخ گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۶۰ سؤال

| نام درس | تعداد سؤال | شماره سؤال |
|---------|------------|------------|
| فیزیک   | ۳۰         | ۵۱-۸۰      |
| شیمی    | ۳۰         | ۸۱-۱۱۰     |
| جمع کل  | ۶۰         | ۵۱-۱۱۰     |

### پدیدآورندگان

| نام درس | نام طراحان                                                                                                                                                                                                                                          |
|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| فیزیک   | مهران اسماعیلی-حسین الهی-عبدالرضا امینی-نسب-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-مسعود خندانی-محسن سلماسی-وند-محمد رضا شریفی-مهدی شریفی-مصطفی کیانی-محمد مقدم-محمد کاظم منشادی-امیر احمد میرسعید-سیده ملیحه میرصالحی-مجتبی نکوئیان                  |
| شیمی    | امیر علی بیات-محمد رضا پورجاوید-سعید تیزرو-مسعود جعفری-محمد رضا جمشیدی-امیر حاتمان-امیر مسعود حسینی-پیمان خواجوی-مجد-حمید ذبحی-یاسر راش-روزبه رضوانی-حسین شاهسواری-رسول عابدینی زواره-محمد عظیمیان زواره-محسن مجنونی-هادی مهدی زاده-حسین ناصری نانی |

### گزینشگران و ویراستاران

| نام درس                | فیزیک                                              | شیمی                                                                               |
|------------------------|----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| گزینشگر                | مصطفی کیانی                                        | ایمان حسین نژاد                                                                    |
| گروه ویراستاری         | بهنام شاهینی<br>زهره آقامحمدی<br>حسین بصیر ترکمبور | حسین شاهسواری<br>محمد حسن محمدزاده مقدم<br>آرش ظریف<br>یاسر راش<br>احسان پنجه شاهی |
| ویراستاران و تهیه برتر | سینا صالحی<br>ماهان فرهنگدفر                       | ماهان فرهنگدفر                                                                     |
| مسئول درس              | حسام نادری                                         | امیر علی بیات                                                                      |
| مستند سازی             | علیرضا همایون خواه                                 | امیر حسین توحیدی                                                                   |
| ویراستاران مستند سازی  | ابراهیم نوری<br>سجاد بهارلویی<br>سید کیان مکی      | حسین داوودی<br>محسن دستجردی<br>آتیلا ذاکری                                         |

### گروه فنی و تولید

|                 |                                                    |
|-----------------|----------------------------------------------------|
| مدیر گروه       | مهرداد ملوندی                                      |
| مسئول دفترچه    | نرگس غنی زاده                                      |
| گروه مستند سازی | مدیر گروه: محیا اصغری<br>مسئول دفترچه: الهه شهبازی |
| حروف نگار       | فرزانه فتح اله زاده                                |
| ناظر چاپ        | سوران نعیمی                                        |

### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

## فیزیک ۱ و فیزیک ۲: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۴۵ دقیقه

۵۱- کدام یک از یکاهای زیر با بقیه متفاوت است؟

$$\begin{array}{llll} \text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2 & \text{J} & \text{Pa} \cdot \text{m}^3 & \text{N} \cdot \text{m}^2 \end{array} \quad \begin{array}{l} (۱) \\ (۲) \\ (۳) \\ (۴) \end{array}$$

۵۲- یک نیمکره خالی با چگالی  $\frac{6000}{3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ، شعاع خارجی ۱۰ cm و شعاع داخلی R داریم. اگر نیمکره را از آب پر کنیم، جرممجموعه  $10/75 \text{ kg}$  می شود. شعاع داخلی نیمکره (R) چند سانتی متر است؟ ( $\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  و  $\pi \approx 3$ )

$$\begin{array}{llll} ۵ & ۱۰ & ۲/۵ & ۷/۵ \end{array} \quad \begin{array}{l} (۱) \\ (۲) \\ (۳) \\ (۴) \end{array}$$

۵۳- از عبارتهای زیر چند مورد نادرست است؟

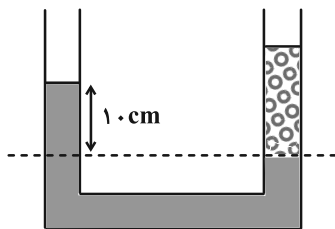
(الف) اگر مقداری جیوه را روی سطحی شیشه‌ای بریزیم، جیوه روی سطح شیشه را تر می کند.

(ب) کشش سطحی در مایع‌ها، نوعی نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع است.

(پ) نیروی دگرچسبی، نیرویی است که مولکول‌های یک ماده را به سوی مولکول‌های ماده مجاور می کشد.

(ت) وقتی یک لوله موئین که داخل آن چرب شده است را وارد یک ظرف آب کنیم، سطح آب درون لوله از سطح آب درون ظرف پایین تر قرار می گیرد.

$$\begin{array}{llll} ۱ & ۲ & ۳ & ۴ \end{array} \quad \begin{array}{l} (۱) \\ (۲) \\ (۳) \\ (۴) \end{array}$$

۵۴- در لوله U شکل زیر، آب و روغن در حال تعادل می باشند. اگر  $2/5$  سانتی متر از روغن موجود در شاخه سمت راست را برداشته و به ستون سمت چپ اضافه کنیم، پس از رسیدن به تعادل، اختلاف سطح آزاد روغن در دو شاخه برابر با چند سانتی متر می شود؟(سطح مقطع دو شاخه با هم یکسان است،  $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  و  $\rho_{\text{روغن}} = 0/8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ )

$$۷/۵ \quad (۱)$$

$$۱/۵ \quad (۲)$$

$$۱۰ \quad (۳)$$

$$۶ \quad (۴)$$

۵۵- جسم A داخل مایعی به چگالی  $\rho_1$  غوطه‌ور و داخل مایعی به چگالی  $\rho_2$  شناور می ماند. اگر جسم B که چگالی آن  $\frac{3}{4}$  برابرچگالی جسم A و جسم C که چگالی آن  $\frac{1}{4}$  برابر چگالی جسم A است، داخل مایع‌های با چگالی  $\rho_1$  و  $\rho_2$  قرار گیرند، کدام

موارد الزاماً صحیح‌اند؟

(الف) جسم B در مایع  $\rho_1$  ته‌نشین و در مایع  $\rho_2$  غوطه‌ور می شود.(ب) جسم B در مایع  $\rho_1$  ته‌نشین می شود و ممکن است در مایع  $\rho_2$  شناور شود.

(پ) جسم C در هر دو مایع شناور می شود.

(ت) جسم C در مایع  $\rho_2$  شناور می شود ولی در مایع  $\rho_1$  ممکن است غوطه‌ور شود.

$$\begin{array}{llll} \text{الف و پ} & \text{ب و پ} & \text{ب و ت} & \text{الف و ت} \end{array} \quad \begin{array}{l} (۱) \\ (۲) \\ (۳) \\ (۴) \end{array}$$

۵۶- آهنگ شارش آب ورودی به لوله‌ای برابر با  $450 \frac{m^3}{s}$  است. اگر تندی آب ورودی به لوله  $3 \frac{m}{s}$  و تندی آب خروجی  $6 \frac{m}{s}$  باشد، قطر

دهانه بزرگ‌تر لوله چند متر است؟ (جریان آب به صورت لایه‌ای و پایا است و  $\pi = 3$ )

- (۱)  $10\sqrt{2}$  (۲)  $5\sqrt{2}$  (۳) ۱۰ (۴) ۵

۵۷- بردار سرعت حرکت جسمی به جرم  $2 \text{ kg}$  در SI به صورت  $\vec{v} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$  است. پس از مدتی بردار سرعت حرکت این جسم تغییر

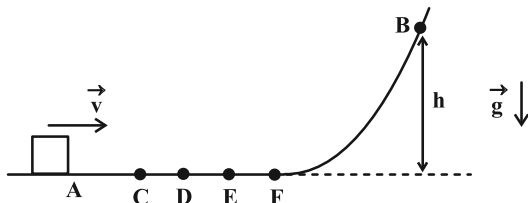
کرده و به  $\vec{v} = 12\vec{i} - 5\vec{j}$  در SI می‌رسد. کار برایند نیروهای وارد بر این جسم در این مدت چند ژول است؟

- (۱) ۶۹ (۲) -۶۹ (۳)  $34/5$  (۴)  $-34/5$

۵۸- مطابق شکل زیر، از نقطه A جسمی با تندی اولیه  $v$  پرتاب می‌شود. جسم تا نقطه B به ارتفاع  $h$  از سطح افقی بالا رفته و سپس در

برگشت در نقطه D متوقف می‌شود. اگر در مسیر حرکت، فقط سطح افقی از نقطه C تا F دارای اصطکاک با اندازه ثابت بوده و

بقیه مسیر را بدون اصطکاک و مقاومت هوا فرض کنیم، اندازه  $v$  کدام گزینه است؟ ( $g$  شتاب گرانشی است و  $\overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF}$ )



(۱)  $\sqrt{3gh}$

(۲)  $2gh$

(۳)  $\sqrt{5gh}$

(۴)  $3gh$

۵۹- توان خودرویی به جرم  $1500 \text{ kg}$  برابر با  $160 \text{ hp}$  است. خودرو در یک جاده افقی حرکت می‌کند و طی مدت  $\frac{40}{3} \text{ s}$  تندی آن

از  $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  به  $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  می‌رسد. اگر بزرگی کار نیروهای اتلافی روی خودرو  $25 \text{ kJ}$  باشد، بازده موتور خودرو در طی این مسیر

چند درصد است؟ ( $1 \text{ hp} = 750 \text{ W}$ )

- (۱) ۲۵ (۲) ۳۰ (۳) ۲۰ (۴) ۱۵

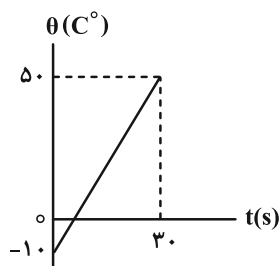
۶۰- در مراکز پرورش گل و گیاه و هواشناسی، معمولاً از دماسنج ..... استفاده می‌شود.

- (۱) ترموکوپل (۲) نواری دو فلزه (۳) بیشینه-کمینه (۴) جیوه‌ای

۶۱- توان یک گرمکن  $8$  کیلووات است. توسط این گرمکن به جسمی به جرم  $4$  کیلوگرم گرما می‌دهیم. اگر نمودار تغییرات دمای این

جسم برحسب زمان مطابق شکل زیر باشد، گرمای ویژه این جسم چند واحد SI است؟ (توان گرمکن ثابت است و از اتلاف گرما

صرف نظر شود.)



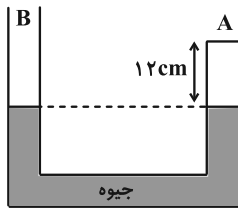
(۱) ۵۰۰

(۲) ۱۰۰۰

(۳) ۲۰۰۰

(۴) ۴۰۰۰

۶۲- در شکل زیر، دمای گاز کامل موجود در شاخه A برابر  $27^{\circ}\text{C}$  است. دمای این شاخه را چند درجه سلسیوس افزایش دهیم تا اختلاف ارتفاع سطح آزاد جیوه در دو شاخه برابر  $6\text{ cm}$  شود؟ ( $P_0 = 75\text{ cmHg}$  و دو شاخه دارای مساحت مقطع یکسانی بوده و از انبساط ظرف و جیوه صرف نظر شود).



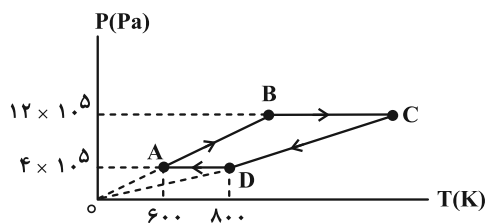
(۱) ۱۰۵

(۲) ۱۸۶

(۳) ۲۶۳/۴۵

(۴) ۹/۴۵

۶۳- در شکل زیر، یک مول گاز کامل تک اتمی چرخه‌ای را پیموده است. در این چرخه، کاری که محیط روی گاز انجام داده است، چند ژول است؟ ( $R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$ )



(۱) ۱۶۰۰

(۲) -۱۶۰۰

(۳) ۳۲۰۰

(۴) -۳۲۰۰

۶۴- یک ماشین گرمایی در هر دقیقه  $270\text{ kJ}$  گرما از منبع دمابالا می‌گیرد. اگر بازده ماشین ۴۰٪ باشد، مقدار گرمای تلف شده این ماشین در هر دقیقه چند کیلوژول است؟

(۴) ۱۶۲

(۳) ۱۰۸

(۲) ۱۶۲۰۰۰

(۱) ۱۰۸۰۰۰

۶۵- در کدام گزینه قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی نقض شده است؟

(۲)  $Q_H = -300\text{ J}$  ,  $W = 0\text{ J}$  ,  $Q_L = 300\text{ J}$ (۱)  $Q_H = 200\text{ J}$  ,  $W = -120\text{ J}$  ,  $Q_L = -80\text{ J}$ (۴)  $Q_H = 400\text{ J}$  ,  $W = -500\text{ J}$  ,  $Q_L = -100\text{ J}$ (۳)  $Q_H = -100\text{ J}$  ,  $W = 100\text{ J}$  ,  $Q_L = 0\text{ J}$ 

۶۶- ذره A با بار  $q_A = 5\mu\text{C}$  و ذره B با بار  $q_B = 3\mu\text{C}$  در فاصله  $9\text{ cm}$  از یکدیگر قرار دارند. اگر به تعداد  $2/5 \times 10^{13}$  الکترون از

ذره A گرفته و به ذره B بدهیم، به ترتیب از راست به چپ، اندازه و نوع نیرویی که این دو ذره در حالت جدید به یکدیگر وارد

می‌کنند، در SI کدام است؟ ( $e = 1/6 \times 10^{-19}\text{ C}$  و  $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ )

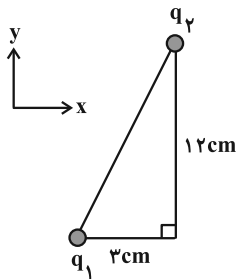
(۴) ۱۰ ، جاذبه

(۳) ۱۰ ، دافعه

(۲)  $\frac{70}{9}$  ، جاذبه(۱)  $\frac{70}{9}$  ، دافعه

۶۷- در شکل زیر، میدان الکتریکی برآیند ناشی از دو بار  $q_1$  و  $q_2$  در رأس قائم مثلث در SI به صورت  $\vec{E} = -6 \times 10^7 \vec{i} - 5 \times 10^6 \vec{j}$  به صورت

است. بار  $q_1$  و  $q_2$  به ترتیب از راست به چپ، برحسب میکروکولن کدام است؟



$$(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$$

(۱) -۸ ، ۶

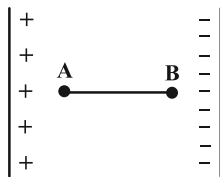
(۲) ۸ ، -۶

(۳) -۸ ، ۶

(۴) ۸ ، -۶

۶۸- مطابق شکل زیر، در یک میدان الکتریکی یکنواخت، الکترونی با سرعت اولیه  $4 \times 10^6 \frac{m}{s}$  از نقطه A به سمت نقطه B پرتاب می‌شود. اگر  $V_A = 30V$  باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه B باید چند ولت باشد تا الکترون در نقطه B متوقف شود؟

( $m_{\text{الکترون}} = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ،  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$  و از اثر نیروی وزن و مقاومت هوا و اصطکاک صرف نظر شود.)



(۱) ۱۵

(۲) -۱۵

(۳) ۷۵

(۴) -۷۵

۶۹- بار الکتریکی خازنی که به یک باتری متصل می‌باشد، برابر با  $q$  است. اگر خازن را از باتری جدا کرده و سپس بار  $3 \mu C$  را از

صفحه منفی به صفحه مثبت آن منتقل کنیم، انرژی ذخیره شده در خازن تغییر نمی‌کند.  $q$  چند میکروکولن است؟

(۴) ۶۰

(۳) ۳۰

(۲) ۱۵

(۱) صفر

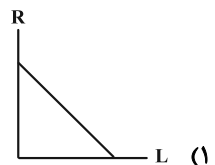
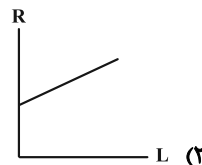
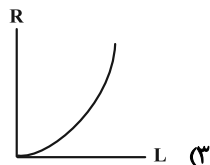
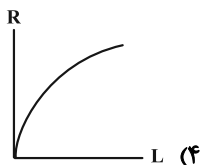
۷۰- بر روی نوعی باتری، عدد  $25 Ah$  / نوشته شده است. با عبور جریان چند میلی آمپری از این باتری، با گذشت ۱۰۰۰ ساعت، تمام

بار آن تخلیه می‌شود؟

(۴)  $4 \times 10^7$ (۳)  $4 \times 10^3$ (۲)  $2/5 \times 10^{-1}$ (۱)  $2/5 \times 10^{-4}$ 

۷۱- در دمای ثابت، سیمی مسی را توسط ابزاری می‌کشیم تا طول آن به صورت همگن افزایش بیابد. نمودار مقاومت سیم جدید

برحسب طول آن در کدام گزینه صحیح ترسیم شده است؟ (جرم سیم تغییر نمی‌کند.)



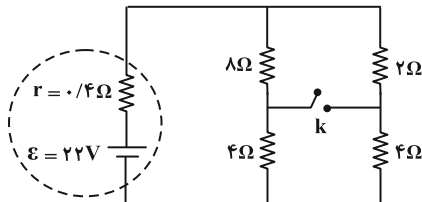
۷۲- روی یک لامپ اعداد  $200V$  و  $100W$  نوشته شده است و در حالت خاموش، اهم‌متر مقاومت لامپ را  $40\Omega$  اندازه‌گیری می‌کند.

دمای رشته لامپ در حالت روشن با اختلاف پتانسیل  $200V$  نسبت به حالت خاموش چند درجه سلسیوس، بیشتر است؟

(ضریب دمایی مقاومت ویژه رشته لامپ برابر  $4/5 \times 10^{-3} K^{-1}$  می‌باشد.)

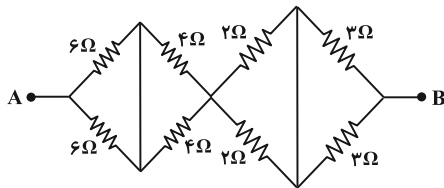
- (۱) ۵۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۱۰۰۰ (۴) ۲۰۰۰

۷۳- در مدار شکل زیر، اگر کلید  $k$  را ببندیم، توان خروجی باتری نسبت به قبل چند وات تغییر می‌کند؟



- (۱) ۲۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۸/۹ (۴) ۱۰۸/۹

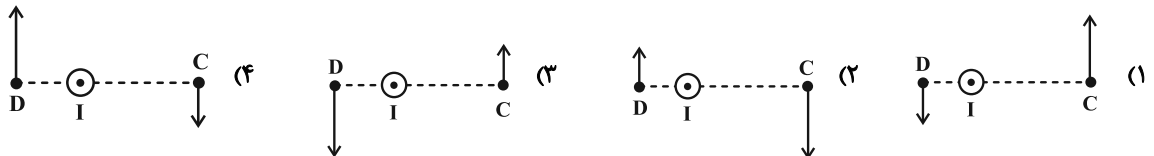
۷۴- در مدار شکل زیر، مقاومت معادل بین دو نقطه  $A$  و  $B$  چند اهم است؟



- (۱) ۷/۵ (۲) ۸/۵ (۳) ۶/۵ (۴) ۷

۷۵- یک سیم حامل جریان به صورت عمود بر صفحه قرار دارد. کدام شکل بردار میدان مغناطیسی در دو نقطه  $C$  و  $D$  در اطراف سیم

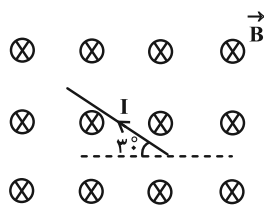
را درست نشان می‌دهد؟



۷۶- مطابق شکل زیر، سیمی با طول  $2m$  و حامل جریان  $5A$  درون میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی  $8$  گاوس قرار دارد. به

ترتیب از راست به چپ نیروی مغناطیسی وارد بر این سیم از طرف میدان مغناطیسی چند نیوتون بوده و با چرخش سیم به

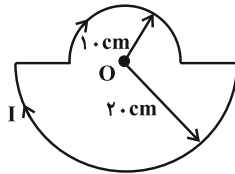
صورت ساعتگرد به اندازه  $60^\circ$  درجه، بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر آن چند نیوتون تغییر می‌کند؟



- (۱)  $8 \times 10^{-3}$  ،  $8 \times 10^{-3}$  (۲)  $4 \times 10^{-3}$  ،  $4 \times 10^{-3}$  (۳)  $8 \times 10^{-3}$  ، صفر (۴)  $4 \times 10^{-3}$  ، صفر

۷۷- مطابق شکل زیر، دو نیم حلقه با شعاع‌های مختلف که جریان  $A/5$  از آن‌ها عبور می‌کند، به هم متصل‌اند. بزرگی میدان

مغناطیسی در نقطه  $O$  (مرکز مشترک حلقه‌ها) چند گاوس و به کدام سمت است؟  $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A})$



(۱)  $2/25 \times 10^{-6}$  ، درون‌سو

(۲)  $6/75 \times 10^{-2}$  ، برون‌سو

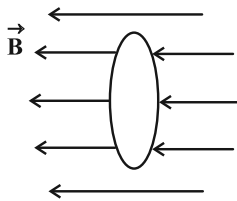
(۳)  $6/75 \times 10^{-2}$  ، درون‌سو

(۴)  $2/25 \times 10^{-2}$  ، برون‌سو

۷۸- مطابق شکل زیر، پیچ‌های  $N$  دور حلقه به صورت عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت  $0.3$  تسلا که جهت آن از راست به چپ

است، قرار دارد. اگر میدان مغناطیسی در مدت زمان  $0.2s$  به  $0.3$  تسلا در خلاف جهت اولیه رسیده و بزرگی نیروی محرکه

القایی متوسط در پیچه  $30$  ولت باشد،  $N$  کدام است؟ (سطح هر حلقه پیچه  $20 \text{ cm}^2$  است.)



(۱)  $1000$

(۲)  $10000$

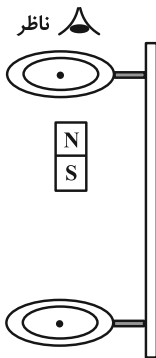
(۳)  $500$

(۴)  $5000$

۷۹- یک آهنربا را مطابق شکل زیر از میان دو حلقه مسی هم‌راستا که توسط گیره‌هایی عایق به میله‌ای قائم بسته شده‌اند، رها

می‌کنیم. به ترتیب از راست به چپ، جهت جریان القا شده در حلقه‌های بالایی و پایینی، قبل از رسیدن آهنربا به حلقه پایینی

از دید ناظری که از بالا نگاه می‌کند، کدام است؟



(۱) ساعتگرد، پادساعتگرد

(۲) ساعتگرد، ساعتگرد

(۳) پادساعتگرد، پادساعتگرد

(۴) پادساعتگرد، ساعتگرد

۸۰- در یک مولد جریان متناوب، حلقه‌ای رسانا با مساحت  $500 \text{ cm}^2$  استفاده شده است که در درون یک میدان مغناطیسی

یکنواخت  $\vec{B}$  به بزرگی  $0.1 \text{ T}$  می‌چرخد. در لحظه‌ای که شار مغناطیسی عبوری از این حلقه  $3$  میلی‌وِبر است، اندازه نیروی

محرکه القایی در حلقه چه کسری از مقدار بیشینه آن است؟

(۴)  $\frac{4}{5}$

(۳)  $\frac{3}{5}$

(۲)  $1$

(۱) صفر

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

شیمی ۱ و شیمی ۲: کل کتاب

۸۱- از بین عبارتهای زیر کدام موارد درست است؟

(آ) شمار ایزوتوپهای طبیعی منیزیم و هیدروژن با هم برابر است و در یکی از این دو عنصر با افزایش عدد جرمی، درصد فراوانی ایزوتوپهای طبیعی کاهش می‌یابد.

(ب) سرعت واکنش  ${}^7\text{Li}$  با  ${}^{35}\text{Cl}$  بیشتر از سرعت واکنش  ${}^6\text{Li}$  با  ${}^{37}\text{Cl}$  در شرایط یکسان است.

(پ) اگر پوزیترون ذره‌ای هم جرم با الکترون و هم بار با پروتون باشد، می‌توان نماد  ${}^1_1\text{X}^{+}$  را به آن نسبت داد.

(ت) در بین هشت عنصر فراوان تر سیاره مشتری، سه عنصر به گروه ۱۸ و دو عنصر به گروه ۱۶ تعلق دارند.

(۱) آ، پ (۲) ب، ت (۳) آ، ت (۴) ب، پ

۸۲- با توجه به داده‌های جدول زیر، جرم یک واحد فرمولی از ترکیب  $\text{Li}_2\text{O}$  برابر چند amu بوده و با استفاده از ایزوتوپهای داده شده

چند ترکیب  $\text{Li}_2\text{O}$  با جرم مولی‌های متفاوت می‌توان ساخت؟ (عدد جرمی را برابر جرم اتمی با یکای amu در نظر بگیرید.)

| ایزوتوپ      | ${}^{18}_8\text{O}$ | ${}^{17}_8\text{O}$ | ${}^{16}_8\text{O}$ | ${}^7_3\text{Li}$ | ${}^6_3\text{Li}$ |
|--------------|---------------------|---------------------|---------------------|-------------------|-------------------|
| درصد فراوانی | ۱                   | ۲                   | ۹۷                  | ۹۴                | ۶                 |

(۱) ۲۹/۷۶ ، ۵

(۲) ۲۹/۹۲ ، ۵

(۳) ۲۹/۹۲ ، ۴

(۴) ۲۹/۷۶ ، ۴

۸۳- چند مورد از عبارتهای زیر در رابطه با پرتوهای نشان داده شده نادرست هستند؟

پرتو I 

• اگر هر دو پرتو مرئی و پرتو II نارنجی رنگ باشد، پرتو I می‌تواند سبز رنگ باشد.

پرتو II 

• با عبور این پرتوها از یک منشور، پرتو II بیشتر دچار شکست می‌شود.

• اگر پرتو II نشان‌دهنده پرتوهای فروسرخ باشد، پرتو I می‌تواند مربوط به موجهای رادیویی باشد.

• اگر طول موج پرتو II برابر با  $700\text{nm}$  باشد، به هیچ عنوان امکان مشاهده پرتو I با چشم وجود ندارد.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۸۴- درباره عنصری که اتم آن دارای ۵ الکترون با عدد کوانتومی  $n=3$  و  $l=2$  و ۷ الکترون با عدد کوانتومی  $l=0$  است، چند مورد از

مطالب زیر درست است؟

• شمار الکترونهای ظرفیت اتم آن با شمار الکترونهای دارای  $l=1$  و  $n=4$  در  $\text{Br}$  برابر است.

• در گروه ۶ جدول تناوبی جای دارد و از فلزهای واسطه دسته d است.

• شمار الکترونهای آخرین زیرلایه اشغال شده اتم آن،  $\frac{2}{3}$  برابر شمار الکترونهای ظرفیت  ${}_{21}\text{Sc}$  است.

• در اتم آن هفت الکترون با  $n+l=4$  وجود دارد.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱

- ۸۵- با توجه به گزاره‌های زیر در توصیف عنصرهای A، B و C چه تعداد از مطالب زیر درست است؟ (نماد عنصرها فرضی است).
- A: عنصری از دوره دوم جدول تناوبی است که در آرایش الکترون - نقطه‌ای آن، شمار الکترون‌های منفرد با شمار جفت الکترون‌ها برابر است.
- B: اولین اتمی که شمار الکترون‌های با  $I = 0$  در اتم آن،  $0/6$  برابر شمار الکترون‌های با  $I = 1$  است.
- C: در آرایش الکترونی اتم آن، ۱۳ الکترون با عدد کوانتومی فرعی زوج وجود دارد.
- در ترکیب پایدار دوتایی و سه اتمی حاصل از عنصرهای A و B، از پیشوند «مونو» استفاده می‌شود.
- یکی از این عنصرها در دما و فشار اتاق به شکل مولکول‌های دو اتمی یافت می‌شود.
- تعداد عنصرهای قرار گرفته بین عنصر B و نخستین عنصر ساخت بشر در جدول تناوبی، با عدد اتمی عنصر C برابر است.
- شمار الکترون‌های ظرفیت اتم C با شمار الکترون‌های ظرفیت اتم B برابر است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۶- کدام مطلب زیر درست است؟

- (۱) در مولکول HCN همه اتم‌ها از قاعده هشت‌تایی پیروی می‌کنند و شمار الکترون‌های ناپیوندی  $\frac{1}{3}$  برابر شمار الکترون‌های پیوندی است.
- (۲) مجموع شمار یون‌ها در فرمول شیمیایی آهن (III) اکسید با تعداد پیوندهای اشتراکی در مولکول  $\text{SO}_2\text{Cl}_2$  برابر است.
- (۳) ساختار لوویس مولکول‌های SCO و گوگرد دی اکسید مشابه هم است.
- (۴) شمار جفت الکترون‌های پیوندی در مولکول‌های  $\text{NO}_2\text{Cl}$  و  $\text{COCl}_2$  با هم برابر است.
- ۸۷- کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) آرایش الکترونی  $[\text{He}] 2s^2 2p^3$ ، می‌تواند متعلق به گونه‌ای تک اتمی باشد که در ارتفاع ۱۰۰ الی ۱۲۵ کیلومتری سطح زمین قرار دارد.
- (۲) در فرایند تهیه هوای مایع، گاز کربن دی‌اکسید در دمای  $-78^\circ\text{C}$  به صورت مایع جدا می‌شود.
- (۳) خوشبختانه متخصصان کشور ما به دانش و فناوری جداسازی هلیوم از گاز طبیعی دست یافته‌اند.
- (۴) در واکنش  $\text{C}_3\text{H}_5\text{N}_3\text{O}_9 \rightarrow \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O} + \text{N}_2 + \text{O}_2$  پس از موازنه، نسبت ضریب استوکیومتری آب به  $\text{CO}_2$  برابر  $1/2$  می‌باشد.
- ۸۸- درباره عناصر A، B، C و D، چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- مدل فضاپرکن ترکیب حاصل از عناصر D و G به صورت  است.
- فرمول مولکولی ترکیب حاصل از ترکیب عناصر D و هیدروژن، شامل ۴ اتم است.
- دو مورد از این عناصر، در دما و فشار اتاق، به شکل مولکول‌های دواتمی دیده می‌شوند.
- شمار مول الکترون‌های مبادله شده در اثر تشکیل یک مول ترکیب A با G، برابر شمار الکترون‌های ظرفیتی D است.
- نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در مولکول حاصل از اتم‌های E در دما و فشار اتاق، برابر ۳ است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

- ۸۹- مخلوطی از گازهای هگزان ( $\text{C}_6\text{H}_{14}$ ) و اکسیژن به جرم ۳۱۲ گرم در اثر جرقه به طور کامل در واکنش سوختن مصرف می‌شوند.

تفاوت حجم این دو گاز در مخلوط آغازی در شرایط STP برابر چند لیتر است؟ ( $H=1$ ,  $C=12$ ,  $O=16$ : g.mol<sup>-1</sup>)

(۱) ۱۸۳/۱۸ (۲) ۱۲/۳۲ (۳) ۱۳۸/۱۸ (۴) ۱۵۲/۳۲

۹۰- درباره انحلال چند ترکیب داده شده در آب، رابطه زیر برقرار است؟

« قدرت پیوند یونی در ترکیب + پیوندهای هیدروژنی در آب  $\geq$  نیروی جاذبه «یون-دوقطبی» در محلول »

|                    |                  |                     |
|--------------------|------------------|---------------------|
| الف) کلسیم فسفات   | ب) پتاسیم سولفات | پ) منیزیم هیدروکسید |
| ت) آهن (III) کلرید | ث) سدیم نیترات   | ج) باریم برمید      |
| ۲ (۱)              | ۳ (۲)            | ۴ (۳)               |
| ۵ (۴)              |                  |                     |

۹۱- یک دستگاه گلوکومتر میزان قند خون یک نمونه خون را با عدد ۷۲ گزارش کرده است. غلظت مولار و ppm گلوکز در این نمونه

خون به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟  $(C = 12, H = 1, O = 16 : g.mol^{-1}, d_{\text{خون}} \approx 1 g.mL^{-1})$

|                  |                  |                  |                  |
|------------------|------------------|------------------|------------------|
| ۷۲۰ ، ۰/۰۰۰۴ (۱) | ۴۰۰ ، ۰/۰۰۰۴ (۲) | ۴۰۰ ، ۰/۰۰۰۴ (۳) | ۷۲۰ ، ۰/۰۰۰۴ (۴) |
|------------------|------------------|------------------|------------------|

۹۲- انحلال پذیری نمک x در دماهای ۱۰ و ۲۰ درجه سلسیوس به ترتیب برابر ۳۵ و ۳۲ گرم در ۱۰۰ گرم آب می باشد. اگر معادله

انحلال پذیری نمک y به صورت  $S = 0.8\theta + 72$  باشد، انحلال پذیری نمک x در دمای  $50^{\circ}C$  به اندازه ..... از انحلال پذیری

نمک y در دمای  $30^{\circ}C$  کمتر بوده و چگالی محلول سیر شده نمک ..... در دماهای پایین تر، بیشتر از دماهای بالاتر است. (از

تغییر حجم در اثر انحلال نمک های x و y صرف نظر کنید).

|            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|
| x ، ۷۳ (۱) | y ، ۴۳ (۲) | x ، ۴۳ (۳) | y ، ۷۳ (۴) |
|------------|------------|------------|------------|

۹۳- کدام مطلب درست است؟

(۱) هگزان یک مولکول ناقطبی است، بنابراین گشتاور دوقطبی آن دقیقاً برابر صفر است.

(۲) در مقایسه نقطه جوش میان مواد مولکولی با مولکول های ناقطبی و حالت فیزیکی مشابه، ماده با جرم مولی بیشتر نقطه جوش بیشتری دارد.

(۳) گاز  $N_2$  نسبت به گاز CO آسان تر به مایع تبدیل می شود.

(۴) در دمای اتاق یخ به شکل جامد و برم مایع است، چون پیوند کووالانسی یخ قوی تر است.

۹۴- کدام مطلب درست است؟

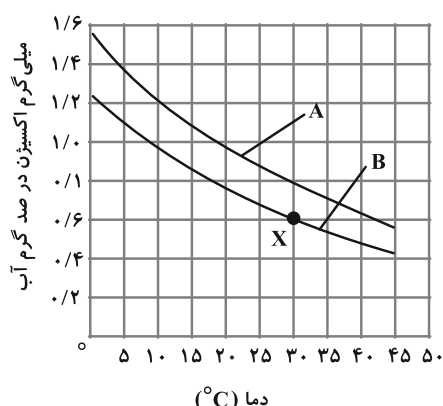
(۱) در فرایند اسمز، مولکول های گذرکننده از غشاء، از بخش غلیظ به رقیق می روند.

(۲) در فرایند اسمز، همیشه غلظت محلول دو طرف غشاء پس از مدتی برابر می شود.

(۳) به کمک روش صافی کربن در تصفیه آب، همه آلاینده ها و میکروب ها از آن جدا می شود.

(۴) فرایند چروکیده شدن خیار در آب شور الگوی معکوسی برای طراحی دستگاه آب شیرین کن می باشد.

۹۵- با توجه به شکل زیر، منحنی A مربوط به انحلال پذیری گاز اکسیژن در ..... و درصد جرمی گاز اکسیژن در نقطه X تقریباً برابر ..... است.



(۱) آب دریا- ۰/۰۰۰۶

(۲) آب دریا- ۰/۰۶

(۳) آب آشامیدنی- ۰/۰۶

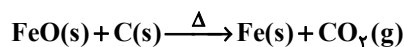
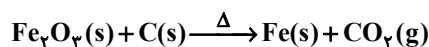
(۴) آب آشامیدنی- ۰/۰۰۰۶

۹۶- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- رنگهای آبی، سرخ و سفید که به ترتیب در سنگهای یاقوت، فیروزه و زمرد، مشاهده می شود به دلیل وجود برخی از ترکیبهای فلزهای واسطه در آنها است.
- اولین عنصری که لایه الکترونی سوم آن کاملاً پر می شود، می تواند کاتیونی با بار (+۱) تولید کند.
- فلزهای واسطه نیز مانند فلزهای اصلی جدول دارای سطحی براق بوده و رسانای جریان برق می باشند، اما اغلب نسبت به آنها آرام تر کدر می شوند.
- تعداد ذره های زیر اتمی خنثی در هسته نخستین عنصر واسطه (با نماد فرضی  ${}^{45}\text{M}$ ) از جدول دوره های عنصرها برابر با ۲۱ است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹۷- سنگ معدن آهن، مخلوطی از  $\text{FeO}$  و  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  است. اگر در نمونه ای خالص به جرم ۶۸ گرم از این سنگ معدن،  $50/4$  گرم آهن وجود داشته باشد، در  $1/7$  تن از این سنگ معدن، چند کیلوگرم آهن (III) اکسید وجود دارد و برای استخراج آهن موجود در آن، به چند کیلوگرم گرافیت مطابق واکنشهای زیر نیاز است؟ ( $\text{Fe} = 56$  ,  $\text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$ ) (معادله واکنشها موازنه شوند).

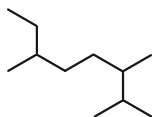


(۱) ۱۵۸ ، ۵۶۰ (۲) ۱۵۸ ، ۸۰۰ (۳) ۱۶۵ ، ۵۶۰ (۴) ۱۶۵ ، ۸۰۰

۹۸- در مورد ساختار آلکان ۸ کربنه ای که دارای بیشترین تعداد شاخه فرعی متیل باشد، کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) این ساختار قطعاً از دو قسمت کاملاً یکسان تشکیل شده است.
- (۲) این ساختار دارای ۲ اتم کربن است که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.
- (۳) کمتر از  $\frac{3}{4}$  کل پیوندهای اشتراکی این ساختار را پیوندهای  $\text{C}-\text{H}$  تشکیل می دهند.

(۴) مجموع اعداد به کار رفته در نام گذاری این ترکیب از مجموع اعداد به کار رفته در نام گذاری آلکانی با فرمول پیوند- خط زیر بیشتر است.

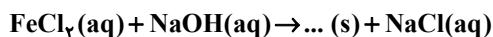


۹۹- اگر جرم مولی آلکن A،  $3/5$  برابر جرم مولی اولین عضو خانواده آلکانها باشد. جرم کربن دی اکسید به دست آمده از سوختن کامل یک مول ماده A به تقریب چند برابر جرم سوخت سبز به دست آمده از تخمیر بی هوازی ۹۰ گرم گلوکز موجود در پسماندهای گیاهی است؟ ( $\text{H} = 1$  ,  $\text{C} = 12$  ,  $\text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$ )

(معادله واکنش موازنه شود):  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \rightarrow \text{C}_2\text{H}_5\text{OH} + \text{CO}_2$  : معادله واکنش تخمیر بی هوازی گلوکز

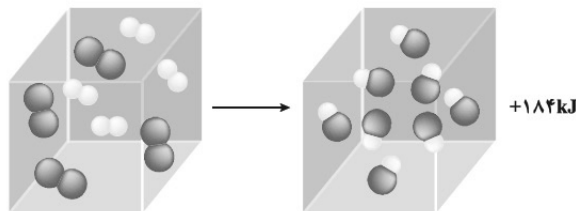
(۱) ۱/۸ (۲) ۲/۵ (۳) ۳/۸ (۴) ۴/۵

۱۰۰- کدام گزینه در مورد واکنش داده شده نادرست است؟



- (۱) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در این واکنش پس از موازنه ۳ برابر ضریب NaOH است.
  - (۲) در ۶ مول از فراورده نامحلول در آب حاصل از این واکنش، ۱۸ مول یون وجود دارد.
  - (۳) نسبت مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها به واکنش‌دهنده‌ها، برابر با این نسبت در واکنش ترمیت است.
  - (۴) اگر در این واکنش از آهن (III) برمید استفاده شود، رنگ رسوب حاصل تغییری نمی‌کند.
- ۱۰۱- چند مورد از موارد زیر، در ارتباط با هدف ارائه تصویر زیر در کتاب درسی، شامل واکنش تعداد ذره برابر از گازهای هیدروژن و

کلر درست نیست؟



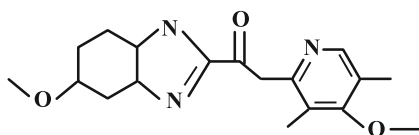
• نمونه‌ای از انجام یک واکنش گرماده در دمای ثابت  $184^\circ\text{C}$  است.

• در دمای ثابت، تفاوت چشمگیری میان انرژی گرمایی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌های این سامانه وجود دارد.

- مجموع انرژی جنبشی دو مول گاز هیدروژن کلرید، بیش‌تر از یک مول از هر واکنش‌دهنده است.
- انرژی آزاد شده در این واکنش، ناشی از تفاوت در استحکام پیوندهای ذره‌های واکنش‌دهنده و فراورده است.
- گرمای آزاد شده در این واکنش، ناشی از تفاوت انرژی پتانسیل مواد واکنش‌دهنده و فراورده است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

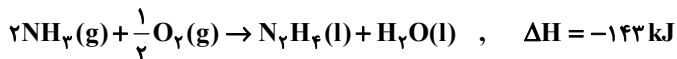
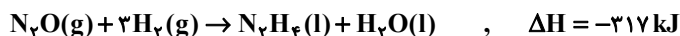
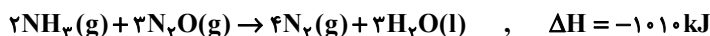
۱۰۲- با توجه به ساختار ترکیب داده شده، کدام گزینه نادرست است؟



- (۱) شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در آن برابر ۹ می‌باشد.
- (۲) آنتالپی پیوندهای بین کربن و اکسیژن در آن، متفاوت از هم است.
- (۳) ترکیبی سیر نشده و آروماتیک است.
- (۴) شمار گروه‌های متیل با شمار گروه‌های  $\text{CH}_3$  در آن برابر است.

۱۰۳- پس از به دست آوردن آنتالپی واکنش  $\text{N}_2\text{H}_4(\text{l}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{N}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{l})$  با استفاده از واکنش‌های داده شده، گرمای حاصل از تولید ۴ لیتر گاز با مولکول‌های ۲ اتمی در این واکنش برابر گرمای حاصل از سوختن کامل تقریباً چند گرم پروپان است؟ (چگالی گاز نیتروژن در شرایط آزمایش برابر  $1/25 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$  است.) (آنتالپی سوختن کامل پروپان  $2058 \text{ kJ/mol}$  بر مول است.)

( $\text{N} = 14$ ,  $\text{C} = 12$ ,  $\text{H} = 1$ :  $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )



(۱) ۲/۳۷ (۲) ۱۶/۲ (۳) ۳۵/۴ (۴) ۴۳/۹

۱۰۴- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) نمک‌سود کردن، از جمله روش‌هایی است که از آن برای افزایش زمان ماندگاری مواد غذایی مثل ماهی استفاده می‌شود.

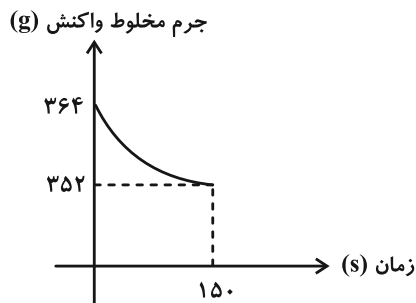
(۲) برای نگهداری سالم خوراکی‌ها، هوای درون ظرف بسته‌بندی را تا حدودی با گاز  $N_2$  جایگزین می‌کنند تا این مواد در مجاورت اکسیژن قرار نگیرند.

(۳) علت نگهداری مواد غذایی در سردخانه کاهش سرعت فساد مواد غذایی است.

(۴) وجود KI در مخلوط واکنش برای انجام واکنش تجزیه  $H_2O_2$  به  $H_2O$  و  $O_2$  الزامی است.

۱۰۵- نمودار داده شده مربوط به واکنش زیر است. سرعت متوسط مصرف نیتریک اسید در  $150s$  نخست واکنش چند  $mol \cdot min^{-1}$

است؟ ( $H=1$ ,  $N=14$ ,  $O=16$ ,  $Cu=64 : g \cdot mol^{-1}$ )



(۱) ۰/۶۴

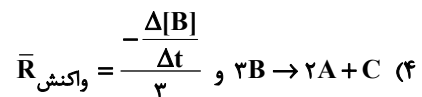
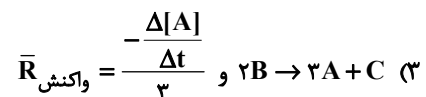
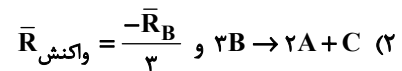
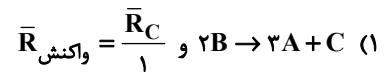
(۲) ۰/۷۲

(۳) ۰/۳۲

(۴) ۰/۳۶

۱۰۶- با توجه به جدول داده شده، معادله موازنه شده واکنش کدام است و رابطه سرعت واکنش در کدام گزینه به درستی بیان شده است؟

| غلظت ( $mol \cdot L^{-1}$ )<br>زمان (s) | [A] | [B] | [C]  |
|-----------------------------------------|-----|-----|------|
| ۲۰                                      | ۱۸  | ۳۶  | ۹    |
| ۴۰                                      | ۳۰  | ۱۸  | ///  |
| ۶۰                                      | /// | ۴/۵ | ۱۹/۵ |



۱۰۷- چند مورد از مطالب زیر از نظر درستی یا نادرستی مشابه جمله زیر است؟

«تخ دندان از پلیمری ساخته می‌شود که از نظر شیمیایی بی‌اثر است و در حلال‌های آلی حل نمی‌شود.»

الف) پلیمر سازنده الیاف پتو، شامل مونومرهایی است که در ساختار آن یک جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

ب) فرمول  $C_xH_x$  را می‌توان به بنزن و مونومر سازنده ظروف یکبار مصرف نسبت داد.

پ) پلی‌اتن پلیمری است که براساس داشتن یا نداشتن شاخه کربنی در ساختار به دو دسته پلی‌اتن سبک و سنگین تقسیم‌بندی می‌شود.

ت) درشت مولکول‌ها دسته‌ای از پلیمرها هستند که تعداد اتم‌های سازنده آن‌ها زیاد است و جرم مولی بالایی دارند.

ث) درصد جرمی کربن در پلی‌اتن و پلی پروپن مشابه درصد جرمی کربن در مولکول آلکن می‌باشد.

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۱۰۸- در رابطه با خانواده الکل‌های تک‌عاملی، راست‌زنجیر و سیرشده و خانواده آلکان‌های راست‌زنجیر کدام گزینه درست است؟

(۱) هشتمین عضو خانواده الکل‌ها همانند ششمین عضو خانواده آلکان‌ها در آب نامحلول است.

(۲) علت کاهش انحلال‌پذیری الکل‌ها در آب با افزایش تعداد کربن‌ها، کاهش قدرت و تعداد پیوند هیدروژنی می‌باشد.

(۳) ترکیب‌هایی که عامل مزه ترش میوه‌هایی مانند انگور و کیوی هستند، همانند ۲ عضو ابتدایی خانواده الکل‌ها به هر نسبتی در آب حل می‌شوند.

(۴) به‌طور کلی، اختلاف انحلال‌پذیری میان اعضای هم کربن در دو خانواده آلکان‌ها و الکل‌ها با شمار اتم‌های کمتر، نسبت به اعضای هم کربن با شمار اتم‌های بیشتر، بیشتر است.

۱۰۹- درباره ترکیبی که باعث بو و طعم خوش آناناس می‌باشد، کدام مورد درست است؟ ( $H=1, C=12, O=16: g.mol^{-1}$ )

(۱) انحلال‌پذیری الکل و آلکان راست‌زنجیر و هم کربن با آن، می‌تواند به ترتیب برابر ۵/۰ گرم و ۲/۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب باشد.

(۲) تعداد اتم‌های کربن اسید تشکیل‌دهنده آن برابر تعداد اتم‌های کربن الکل تشکیل‌دهنده استر موز است.

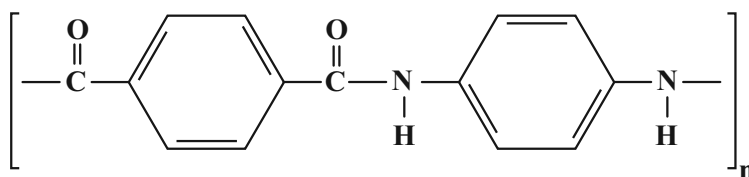
(۳) شمار پیوندهای  $C-O$  در آن، نصف شمار پیوندهای  $C-C$  است.

(۴) از آبکافت ۵۶ گرم از آن، ۲۳ گرم اسید تک عاملی تولید می‌شود.

۱۱۰- بر اثر واکنش پلیمری شدن کامل ۴۱/۵ کیلوگرم از یک دی‌اسید با مقدار کافی از یک دی‌آمین در شرایط مناسب، ۱/۲۵ مول

پلی‌آمید با ساختار زیر تولید شده است. شمار واحدهای تکرارشونده (n) در این نمونه پلی‌آمید کدام است؟

( $H=1, C=12, N=14, O=16: g.mol^{-1}$ )



(۴) ۲۰۰      (۳) ۳۱۵      (۲) ۱۸۰      (۱) ۴۰۰



## آزمون ۱۴۰۴ اختصاصی دوازدهم ریاضی

## دفترچه پاسخ

| نام درس               | نام طراحان                                                                                                                                                                                                                                                             |
|-----------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ریاضی پایه            | کاظم اجلالی- داود بوالحسنی- افشین خاصه خان- سینا خیر خواه- طاهر دادستانی- محمد زنگنه- کیان کریمی خراسانی<br>محمدرضا کشاورزی- محمد گودرزی- مهسان گودرزی- حامد معنوی- مهرداد ملوندی- نیما مهندس- علیرضا نداف زاده<br>غلامرضا نیازی- جهانپخش نیکنام                       |
| هندسه و آمار و احتمال | امیرحسین ابومحبوب- عباس الهی- علی ایمانی- سیدمحمدرضا حسینی فرد- افشین خاصه خان- کیوان دارابی<br>مصطفی دیداری- سوگند روشنی- علیرضا شریف خطیبی- فرشاد صدیقی فر- هومن عقیلی- شبنم غلامی- مهرداد ملوندی<br>نیلوفر مهدوی                                                    |
| فیزیک                 | مهران اسماعیلی- حسین الهی- عبدالرضا امینی نسب- زهره آقامحمدی- علی برزگر- علیرضا جباری- مسعود خندانی<br>محسن سلماسی-وند- محمدرضا شریفی- مهدی شریفی- مصطفی کیانی- محمد مقدم- محمد کاظم منشادی<br>امیراحمد میرسعید- سیده ملیحه میرصالحی- مجتبی نکونیان                    |
| شیمی                  | امیرعلی بیات- محمدرضا پورجاوید- سعید تیزرو- مسعود جعفری- محمدرضا جمشیدی- امیر حاتمیان- امیر مسعود حسینی<br>پیمان خواجوی مجد- حمید ذبحی- یاسر راش- روزبه رضوانی- حسین شاهسواری- رسول عابدینی زواره- محمد عظیمیان زواره<br>محسن مجنونئی- هادی مهدی زاده- حسین ناصری ثانی |

### گزینشگران و ویراستاران

| نام درس                        | ریاضی پایه                                          | هندسه و آمار و احتمال              | فیزیک                                              | شیمی                                                                              |
|--------------------------------|-----------------------------------------------------|------------------------------------|----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| گزینشگر                        | علیرضا نداف زاده                                    | امیرحسین ابومحبوب                  | مصطفی کیانی                                        | ایمان حسین نژاد                                                                   |
| گروه ویراستاری                 | امیرحسین ابومحبوب<br>سیدماهد عیدی                   | امیرحسین ابومحبوب<br>مهرداد ملوندی | بهنام شاهینی<br>زهره آقامحمدی<br>حسین بصیر ترکمبور | حسین شاهسواری<br>محمدحسن محمدزاده مقدم<br>آرش ظریف<br>یاسر راش<br>احسان پنجه شاهی |
| بازبینی نهایی<br>رتبه های برتر | محمدپارسا سبزه‌ای                                   | محمدپارسا سبزه‌ای                  | سینا صالحی<br>ماهان فرهنگدفر                       | ماهان فرهنگدفر                                                                    |
| مسئول درس                      | مهرداد ملوندی                                       | سرژ یقیازاریان تبریزی              | حسام نادری                                         | امیرعلی بیات                                                                      |
| مستندسازی                      | سمیه اسکندری                                        | سجاد سلیمی                         | علیرضا همایون خواه                                 | امیرحسین توحیدی                                                                   |
| ویراستاران مستندسازی           | معصومه صنعت کار - علیرضا عباسی زاهد - محمدرضا مهدوی |                                    |                                                    | حسین داوودی<br>محسن دستجردی<br>آتیا ذاکری                                         |

### گروه فنی و تولید

|                |                                                    |
|----------------|----------------------------------------------------|
| مدیر گروه      | مهرداد ملوندی                                      |
| مسئول دفترچه   | نرگس غنی زاده                                      |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: محیا اصغری<br>مسئول دفترچه: الهه شهبازی |
| حروف نگار      | فرزانه فتح اله زاده                                |
| ناظر چاپ       | سوران نعیمی                                        |

### گروه آزمون

### بنیاد علمی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳۰۰۰



ریاضی ۱ و حسابان ۱

۱- گزینه «۱»

(مفسران کورری)

با در نظر گرفتن  $r$  به عنوان قدرنسبت دنباله هندسی داریم:

$$x_7 = r^6 x_1, \quad x_3 = r^2 x_1, \quad x_4 = r^3 x_1$$

جمع ریشه‌ها در هر یک از معادلات به صورت زیر است:

$$\begin{cases} x_1 + x_7 = \frac{-(-3)}{1} \Rightarrow x_1 + r^6 x_1 = 3 \\ \Rightarrow x_1(1+r) = 3 \quad (1) \\ x_3 + x_4 = \frac{-(-12)}{1} \Rightarrow r^2 x_1 + r^3 x_1 = 12 \\ \Rightarrow r^2 x_1(1+r) = 12 \quad (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم (2) بر (1)}} \frac{r^2 x_1(1+r)}{x_1(1+r)} = \frac{12}{3} \Rightarrow r^2 = 4 \Rightarrow r = \pm 2$$

$$\begin{cases} r = 2 \Rightarrow x_1(1+2) = 3 \Rightarrow x_1 = 1 \\ r = -2 \Rightarrow x_1(1-2) = 3 \Rightarrow x_1 = -3 \end{cases}$$

از طرفی  $\frac{c}{a} = A$  و  $x_7 = x_1 r$  پس  $x_1^2 r = A$  داریم:

$$A = (1)^2 \times 2 = 2 \quad \text{یا} \quad A = (-3)^2 \times (-2) = -18$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه ۸)

۲- گزینه «۱»

(ظاهر درستانی)

صورت و مخرج کسر را توسط اتحاد چاق و لاغر به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{x^6 + x^2 + 1}{x^2 + x + 1} &= \frac{x^6 + x^2 + 1}{x^2 + x + 1} \times \frac{(x^2 - 1)}{(x^2 - 1)} \times \frac{(x - 1)}{(x - 1)} = \frac{x^6 - 1}{x^2 - 1} \times \frac{x - 1}{x^2 - 1} \\ &= \frac{(x^3 - 1)(x^3 + 1)}{(x^3 - 1)} \times \frac{x - 1}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{x^3 + 1}{x + 1} \\ &= \frac{(x + 1)(x^2 - x + 1)}{(x + 1)} = x^2 - x + 1 = (x - 1)^2 + x \\ &= (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2} + 1) = 3 + \sqrt{2} \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۳- گزینه «۲»

(افشین فاضل‌نادر)

در مورد سهمی اول داریم:

$$y = x^2 - 4x + 7 \Rightarrow \text{رأس سهمی} : \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right) = (2, 3)$$

قرینه این نقطه نسبت به خط  $y = 2$  برابر است با  $(2, 1)$  و همچنین دهانه

سهمی دوم رو به پایین بوده و ضریب  $x^2$  در آن برابر  $a = -1$  می‌باشد.

پس معادله سهمی دوم به صورت زیر می‌شود:

$$y = -(x-2)^2 + 1 \Rightarrow a = -1, b = 2, c = 1 \Rightarrow a + b + c = 2$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۴- گزینه «۱»

(داوود یوسفی)

جمع و ضرب ریشه‌های معادله برابر است با:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{-3\alpha}{2\beta - 1} = \frac{3\alpha}{2\beta - 1} \quad (*) \\ \alpha\beta = \frac{\alpha}{(2\beta - 1)} \Rightarrow \beta = \frac{1}{2\beta - 1} \Rightarrow 2\beta^2 - \beta - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \beta_1 = 1 \\ \beta_2 = -\frac{1}{2} \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \beta = 1 \xrightarrow{(*)} \alpha + 1 = \frac{3\alpha}{1} \Rightarrow 2\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2} \\ \beta = -\frac{1}{2} \xrightarrow{(*)} \alpha - \frac{1}{2} = \frac{3\alpha}{-2} \Rightarrow -2\alpha + 1 = 3\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{1}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \alpha\beta = \frac{1}{2} \quad \text{یا} \quad -\frac{1}{10}$$

پس کمترین مقدار  $\alpha\beta$  برابر  $-\frac{1}{10}$  است.

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۸ و ۹)

۵- گزینه «۴»

(میانفش نیکنام)

مختصات نقاط  $A$  و  $B$  به صورت زیر است:

$$A(-\cos \alpha, \sin \alpha) \quad B(\sin \alpha, -\cos \alpha)$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{2(\sin \alpha + \cos \alpha)^2} = \sqrt{2}(\sin \alpha + \cos \alpha) = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 1 + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{9}{5} \Rightarrow \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{2}{5}$$

در نتیجه مقدار عبارت مورد نظر توسط اتحاد چاق و لاغر برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= (\sin \alpha + \cos \alpha)(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \sin \alpha \cdot \cos \alpha) \\ &= (\sin \alpha + \cos \alpha)(1 - \sin \alpha \cos \alpha) = \frac{3}{\sqrt{5}} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{5\sqrt{5}} = \frac{9\sqrt{5}}{25} \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۶- گزینه «۲»

(افشین فاضل‌نادر)

با توجه به فرض داریم:

$$\begin{cases} \sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos(\alpha + \beta) = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \cos(2\alpha - \beta) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin(2\alpha - \beta) = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

داریم:

$$A + B = 2\alpha \Rightarrow \sin 2\alpha = \sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \left(\pm \frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\left(\pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{6} \pm \frac{2}{3}$$



در نتیجه حاصل ضرب اعضای برد تابع  $\frac{g}{f}$  برابر است با:

$$\frac{1}{3} \times 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{2}{3}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰)

(مممر زنگنه)

۱۰- گزینه «۳»

می‌دانیم  $0 \leq x - [x] < 1$ ، با تبدیل  $x \rightarrow (-x)$  داریم:

$$0 \leq -x - [-x] < 1 \xrightarrow{x(-1)} -1 < [-x] + x \leq 0$$

تابع  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$  روی دامنه‌اش نزولی است، پس:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^0 \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{-x+x} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \Rightarrow 1 \leq f(x) < 3$$

در نتیجه برد تابع  $f$ ، شامل ۲ عدد صحیح می‌باشد.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

و توابع نمایشی و گسسته: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

(مممر رضا کشاورزی)

۱۱- گزینه «۳»

با توجه به نمودار سهمی  $f$  داریم:

$$f(x) = k(x-1)(x-3) \xrightarrow{(0,6)} 6 = 3k \Rightarrow k = 2$$

$$f(x) = 2(x-1)(x-3) = 2x^2 - 8x + 6$$

همچنین  $g \in (-4, 0)$ ، پس ضابطه تابع  $g$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$g(x) = a\sqrt{x+4} \xrightarrow{(0,6)} 6 = 2a \Rightarrow a = 3$$

$$g(x) = 3\sqrt{x+4}$$

طبق فرض داریم:

$$f \circ g(x) = 6 \Rightarrow 2(3\sqrt{x+4}-1)(3\sqrt{x+4}-3) + 6 = 6$$

$$\xrightarrow{3\sqrt{x+4}=t} 2t^2 - 8t = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=0 \Rightarrow 3\sqrt{x+4}=0 \\ t=4 \Rightarrow 3\sqrt{x+4}=4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = -4 \\ x_2 = \frac{16}{9} - 4 \end{cases}$$

در این صورت اختلاف ریشه‌ها برابر است با:

$$|x_1 - x_2| = \frac{16}{9}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

(نیما مهندس)

۱۲- گزینه «۳»

با توجه به فرض، در مورد تابع  $f$  داریم:

$$f(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{x}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\right)^2$$

چون  $\frac{\pi}{3} < \alpha < \frac{2\pi}{3}$ ، پس  $\pi < 2\alpha < 2\pi$  و لذا مقدار منفی قابل قبول

$$\sin 2\alpha = \frac{\sqrt{2}-4}{6} < 0$$

است:

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(مممر کوردزی)

۷- گزینه «۴»

چون  $f$  یک تابع ثابت است پس  $f(-1) = f(2)$ . بنابراین:

$$2a - b = a + b \Rightarrow 2a = 2b \Rightarrow a = b \xrightarrow{b \neq 0} \frac{a}{b} = 1$$

با توجه به این که  $g$  تابعی همانی است می‌نویسیم:

$$g\left(\frac{a}{b}\right) = g(1) = 1$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

(مامر معنوی)

۸- گزینه «۳»

توجه کنید که عبارت زیر رادیکال (با فرجه زوج)، باید مثبت یا صفر باشد:

$$P(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{\left[\frac{1}{4}x\right] - 1} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-2)(x-3)}{\left[\frac{1}{4}x\right] - 1} \geq 0$$

$$\left[\frac{1}{4}x\right] - 1 = 0 \Rightarrow \left[\frac{1}{4}x\right] = 1 \Rightarrow 1 \leq \frac{1}{4}x < 2 \Rightarrow 4 \leq x < 8$$

جدول تعیین علامت عبارت  $P$  به صورت زیر می‌شود:

| $x$                             | $-\infty$ | $2$ | $3$ | $4$ | $8$ | $+\infty$ |
|---------------------------------|-----------|-----|-----|-----|-----|-----------|
| $(x-2)(x-3)$                    | +         | +   | -   | +   | +   | +         |
| $\left[\frac{1}{4}x\right] - 1$ | -         | -   | -   | 0   | 0   | +         |
| $P(x)$                          | -         | +   | +   | 0   | 0   | +         |

در نتیجه دامنه تابع  $f$  عبارت است از:

$$D_f = [2, 3] \cup [8, +\infty)$$

پنج عدد طبیعی (۷، ۶، ۵، ۴، ۱) در دامنه تابع  $f$  قرار ندارند.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۳)

(مممر کوردزی)

۹- گزینه «۲»

ابتدا دامنه تابع‌های  $f$  و  $g$  را تعیین می‌کنیم:

$$D_f : x \geq 0 \Rightarrow D_f = [0, +\infty)$$

$$D_g = \{9, 0, 1, -2, 4\}$$

دامنه تابع  $\frac{g}{f}$  برابر  $D_f \cap D_g - \{x \mid f(x) = 0\}$  است. بنابراین:

$$D_{\frac{g}{f}} = \{9, 1, 4\} \Rightarrow R_{\frac{g}{f}} = \left\{\frac{g(9)}{\sqrt{9}}, \frac{g(1)}{\sqrt{1}}, \frac{g(4)}{\sqrt{4}}\right\} = \left\{\frac{1}{3}, 4, -\frac{1}{2}\right\}$$



(موردار ملونری)

۱۴- گزینه «۳»

طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(x+1) + 4 + 4\sqrt{x+1} = 4(x+2) \Rightarrow 4\sqrt{x+1} = 3x+3$$

مجدداً طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$16(x+1) = 9(x+1)^2 \Rightarrow (x+1)(9(x+1) - 16) = 0$$

$$\Rightarrow (x+1)(9x-7) = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{9}, -1$$

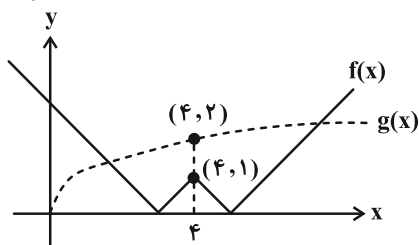
هر دو جواب به دست آمده در معادله اصلی صدق می‌کند، پس معادله ۲ جواب دارد.

(مسائل ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

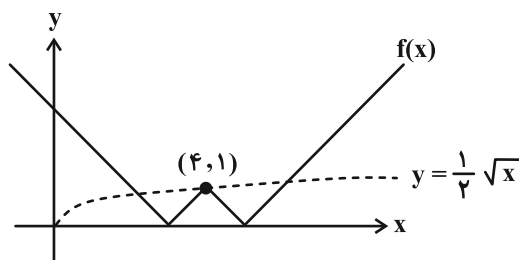
(کیان کریمی فراسانی)

۱۵- گزینه «۲»

نمودار توابع  $f(x) = |x-4| - 1$  و  $g(x) = \sqrt{x}$  را رسم می‌کنیم:



حال اگر  $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$  را در نظر بگیریم نمودارش با  $f$  دارای ۳ نقطه تلاقی خواهد بود و اگر  $0 < a < \frac{1}{\sqrt{x}}$  آن گاه توابع  $y = a\sqrt{x}$  و  $y = f(x)$  دارای ۴ نقطه تلاقی می‌باشند.

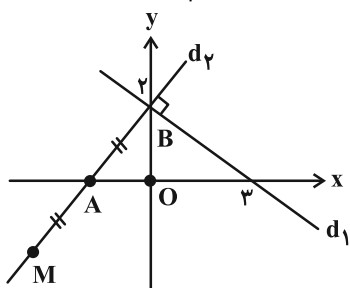


(مسائل ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

(سینا شیرخواه)

۱۶- گزینه «۲»

مطابق شکل، دو خط  $d_1$  و  $d_2$  بر هم عمودند، پس:



$$\begin{cases} f \text{ دامنه: } D_f = [-1, +\infty) \\ f \text{ برد: } R_f = [0, +\infty) \end{cases}$$

تابع  $f$  روی دامنه‌اش ( $x \geq -1$ ) یک به یک است و وارون آن به صورت زیر به دست می‌آید:

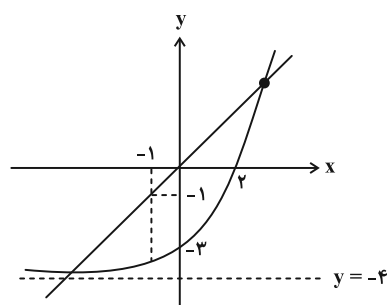
$$y = \left(\frac{x+1}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{x+1}{2} = \sqrt{y} \Rightarrow x = 2\sqrt{y} - 1$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = 2\sqrt{x} - 1$$

پس تابع  $g$  همان  $f^{-1}$  است و در نتیجه  $g^{-1} = f$  و لذا داریم:

$$(f^{-1} \circ g^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = x, \quad x \in D_f$$

در نتیجه معادله صورت سؤال، تبدیل به معادله  $2^x - 4 = x$  با شرط  $x \geq -1$  می‌شود. با توجه به نمودار توابع  $y = 2^x - 4$  و  $y = x$ ، این معادله در بازه  $[-1, +\infty)$  تنها یک جواب دارد.



(مسائل ۱- تابع: صفحه‌های ۵۵ تا ۶۲ و ۶۶ تا ۷۰)

(علیرضا نرافزاده)

۱۳- گزینه «۴»

توسط اتحاد جاق و لاغر، سمت چپ معادله را تجزیه می‌کنیم:

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}\right) \quad (*)$$

در نتیجه معادله مورد نظر را به صورت زیر حل می‌کنیم:

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = 4\left(x - \frac{1}{x}\right) \xrightarrow{(*)} \left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2} - 3\right) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 & (\text{دو جواب}) \\ x^2 + \frac{1}{x^2} - 3 = 0 \xrightarrow{\times x^2} x^4 - 3x^2 + 1 = 0 & (1) \end{cases}$$

معادله (۱)، با تغییر متغیر  $x^2 = t$ ، به صورت  $t^2 - 3t + 1 = 0$  می‌شود که در آن  $\Delta > 0$ ،  $S = 3$  و  $P = 1$  می‌باشد، پس دو ریشه مثبت  $t_1$  و  $t_2$  داشته و از آنجا چهار ریشه  $\pm\sqrt{t_1}$  و  $\pm\sqrt{t_2}$  برای معادله اصلی (۱) حاصل می‌شود. در نتیجه مجموع مجذور ریشه‌ها برابر می‌شود با:

$$2t_1 + 2t_2 + 2(1) = 2(t_1 + t_2) + 2 = 8$$

(مسائل ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۹ و ۱۷ تا ۱۹)



از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} a - \frac{b}{2} = 3 \\ 2a + \frac{b}{2} = 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} 3a = 6 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = -2$$

در نتیجه  $a + b = 0$ .

(مسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۴۴)

(معانیفش نیکنام)

۱۹- گزینه «۲»

حاصل حد را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{(\sqrt{5+x}-3)(\sqrt{5-x}-1)}{x^2 + [-2x]x + 16} &= \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{(\sqrt{5+x}-3)(\sqrt{5-x}-1)}{(x^2 - 8x + 16)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{\sqrt{5+x}-3}{x-4} \times \frac{\sqrt{5-x}-1}{x-4} = \frac{0}{0} \quad (\text{ابهام}) \end{aligned}$$

صورت کسر را گویا کرده و رفع ابهام می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{(x-4)(4-x)}{(x-4)^2} \times \frac{1}{(\sqrt{5+x}+3)(\sqrt{5-x}+1)} \\ = \frac{-1}{6 \times 2} = -\frac{1}{12} \end{aligned}$$

(مسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

(نیمه مهندس)

۲۰- گزینه «۳»

حد چپ و راست تابع در  $x = 0$  باید با هم و با مقدار  $f(0) = a$  برابر باشند:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\frac{2 \sin^2 2x}{1 - \cos 4x}}{x^2} = \lim_{2x \rightarrow 0^-} \frac{\lambda (\frac{\sin(2x)}{2x})^2}{2x} = \lambda = a \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lambda \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{c\sqrt{x}}{\sqrt{16+\sqrt{x}}-2b} = \lambda \end{aligned}$$

در حد اخیر، صورت کسر صفر می‌شود، پس باید مخرج کسر نیز صفر شود و

در نتیجه  $b = 2$  و داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{c\sqrt{x}}{\sqrt{16+\sqrt{x}}-4} \\ = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{c\sqrt{x}}{\sqrt{16+\sqrt{x}}-4} \times \frac{\sqrt{16+\sqrt{x}}+4}{\sqrt{16+\sqrt{x}}+4} \\ = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\lambda c\sqrt{x}}{(16+\sqrt{x})-16} = \lambda \Rightarrow c = 1 \\ (f \circ f)\left(-\frac{\pi}{bc}\right) = f\left(f\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) = f(0) = a = \lambda \end{aligned}$$

در نتیجه:

(مسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۴۱ تا ۱۵۱)

$$M_{d_1} = -\frac{2}{3} \frac{d_r \perp d_1}{d_r} \rightarrow M_{d_r} = \frac{3}{2} \Rightarrow d_r : y = \frac{3}{2}x + 2$$

محل برخورد خط  $d_r$  با محور  $x$  ها (مختصات نقطه  $A$ ) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{3}{2}x + 2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{4}{3} \Rightarrow A\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$$

حالا قرینه نقطه  $B(0, 2)$  را نسبت به نقطه  $A\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$  به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x_M = 2x_A - x_B = 2\left(-\frac{4}{3}\right) - 0 = -\frac{8}{3} \Rightarrow M\left(-\frac{8}{3}, -2\right) \\ y_M = 2y_A - y_B = 2(0) - 2 = -2 \end{cases}$$

فاصله نقطه  $M$  تا مبدأ مختصات برابر می‌شود با:

$$OM = \sqrt{\left(-\frac{8}{3}\right)^2 + (-2)^2} = \sqrt{\frac{64}{9} + 4} = \sqrt{\frac{100}{9}} = \frac{10}{3}$$

(مسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

(کلاظم ایلالی)

۱۷- گزینه «۲»

عبارت لگاریتمی را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\log_{\frac{1}{2}}(3^{x-1}) = \log_{2^{-1}}(3^{x-1}) = -\log_2(3^{x-1})$$

$$-3 \leq -\log_2(3^{x-1}) \leq -1 \Rightarrow 1 \leq \log_2(3^{x-1}) \leq 3$$

بنابراین داریم:

$$\log_2 2 \leq \log_2(3^{x-1}) \leq \log_2 8 \Rightarrow 2 \leq 3x-1 \leq 8$$

$$\Rightarrow 3 \leq 3x \leq 9 \xrightarrow{+3} 1 \leq x \leq 3$$

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

(غلامرضا نیازی)

۱۸- گزینه «۱»

طبق فرض داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} a\left[\frac{2}{x}\right] - \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{b(x-1)}{(x^2-1)}$$

$$= a[2^-] - \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{b(x-1)}{(x-1)(x+1)} = a - \frac{b}{2} = 2 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} a\left[\frac{2}{x}\right] - \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{b(x-1)}{-(x^2-1)}$$

$$= a[2^+] + \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{b(x-1)}{(x-1)(x+1)} = 2a + \frac{b}{2} = 2 \quad (2)$$



## هندسه ۱

گزینه ۳ - ۲۱

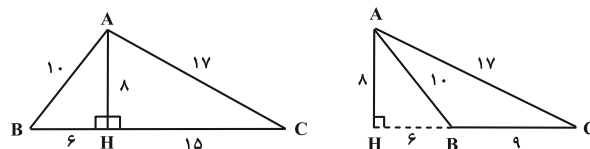
(افشین فاصه‌فان)

این حکم به روش اثبات غیرمستقیم یا همان برهان خلف اثبات می‌شود.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۶)

گزینه ۲ - ۲۲

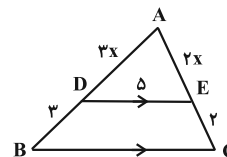
(هومن عقیلی)

مطابق شکل‌های زیر، ۲ مثلث متمایز برای  $ABC$  وجود دارد.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

گزینه ۲ - ۲۳

(کیوان دارابی)

طبق قضیه تالس در مثلث  $ABC$  داریم:

$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{3} = \frac{AE}{2} \xrightarrow{\text{فرض}} \begin{cases} AD = 3x \\ AE = 2x \end{cases}$$

حال طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{5}{BC} = \frac{2x}{2x+2} \Rightarrow BC = \frac{5(x+1)}{x} = 5\left(1 + \frac{1}{x}\right)$$

بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} \text{م محیط } DECB &= 10 + 5\left(1 + \frac{1}{x}\right) \\ \Delta \text{ محیط } ADE &= 5(x+1) \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{فرض سؤال}} 10 + 5\left(1 + \frac{1}{x}\right) = 5(x+1)$$

$$\xrightarrow{+5} 2 + 1 + \frac{1}{x} = x + 1 \Rightarrow x = \frac{1}{x} + 2 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2 + \sqrt{8}}{2} = 1 + \sqrt{2} & \text{ق ق} \\ x = \frac{2 - \sqrt{8}}{2} = 1 - \sqrt{2} & \text{غ ق} \end{cases}$$

در نتیجه طول ضلع  $BC$  برابر می‌شود با:

$$BC = 5\left(1 + \frac{1}{1 + \sqrt{2}}\right) \xrightarrow{1 + \sqrt{2} = \sqrt{2} - 1} BC = 5\sqrt{2}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷)

گزینه ۴ - ۲۴

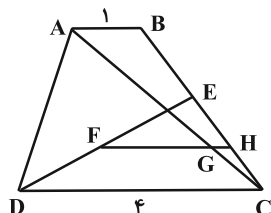
(مهردار ملونری)

مطابق شکل زیر، امتداد  $FG$ ، ساق  $BC$  را در  $H$  قطع کرده است.وسط  $DE$  بوده و  $FH \parallel CD$ ، پس طبق تعمیم تالس در  $\Delta EDC$  داریم:

$$\frac{FH}{CD} = \frac{EF}{ED} = \frac{1}{2} \xrightarrow{CD=4} FH = 2$$

از طرفی  $GH \parallel AB$  و طبق تعمیم تالس در  $\Delta ABC$  داریم:

$$\frac{GH}{AB} = \frac{CG}{AC} = \frac{1}{4} \xrightarrow{AB=1} GH = 0.25$$

در نتیجه  $FG = 2 - 0.25 = 1.75$ .

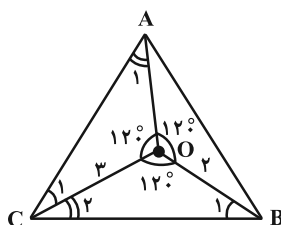
(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷)

گزینه ۴ - ۲۵

(کیوان دارابی)

با توجه به شکل، زاویه  $\hat{COB}$  نیز برابر  $120^\circ$  می‌شود. مطابق شکل داریم:

$$\begin{cases} \hat{C}_1 + \hat{A}_1 = 60^\circ \\ \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{C}_2 = \hat{A}_1$$



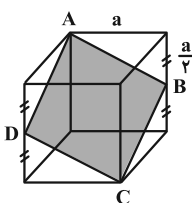


پس مساحت کل برابر ۱۶ و مساحت مثلث رنگی برابر  $۷ = ۲ - ۳ - ۴ - ۱۶$  است.

(هنرسه ۱- پنجره‌های: صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

۲۸- گزینه «۴» (سیرمهر رضا حسینی فردر)

مطابق شکل، ABCD لوزی مورد نظر است که نقاط B و D وسط‌های دو یال از مکعب هستند. اگر اندازه یال مکعب را a در نظر بگیریم، آن‌گاه مطابق شکل:



$$AB = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}a \Rightarrow \frac{\sqrt{5}}{4}a^2 = 25 \Rightarrow a^2 = 20$$

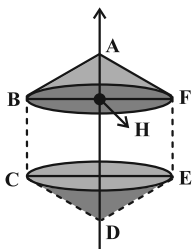
قطرهای لوزی  $AC = a\sqrt{2}$  و  $BD = a\sqrt{2}$  هستند. پس:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{a\sqrt{2} \times a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2 \sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}$$

(هنرسه ۱- تبسم خفایی: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۳)

۲۹- گزینه «۳» (سیرمهر رضا حسینی فردر)

مطابق شکل، حجم حاصل شامل یک استوانه و دو مخروط در دو طرف آن است.



$$AB = 2 \Rightarrow BH = \sqrt{3}, AH = 1$$

$$\text{حجم هر یک از مخروط‌ها} = \frac{1}{3} \pi (BH^2)(AH) = \pi$$

$$\text{حجم استوانه} = \pi (BH)^2 \cdot BC = 6\pi$$

$$\Rightarrow \text{حجم کل} = \pi + 6\pi + \pi = 8\pi$$

(هنرسه ۱- تبسم خفایی: صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

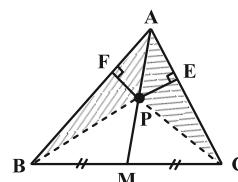
لذا دو مثلث OAC و OBC به حالت تساوی دو زاویه با هم متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{OB}{OC} = \frac{OC}{OA} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{3}{OA} \Rightarrow OA = \frac{9}{2} = 4.5$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۲۶- گزینه «۳» (فرشاد صریقی فردر)

مطابق شکل، نقطه P را به رئوس B و C وصل می‌کنیم. می‌دانیم در یک مثلث دلخواه، میانه هر ضلع، مساحت آن مثلث را نصف می‌کند. پس:



$$\begin{cases} \Delta ABC \xrightarrow{\text{میانه AM}} S_{ABM} = S_{ACM} \xrightarrow{\text{تفاضل}} S_{APB} = S_{APC} \\ \Delta PBC \xrightarrow{\text{میانه PM}} S_{PBM} = S_{PCM} \end{cases}$$

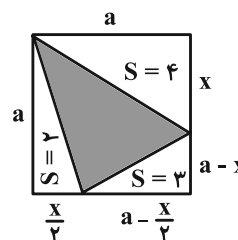
$$\Rightarrow \frac{1}{2} AB \times PF = \frac{1}{2} AC \times PE \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{PE}{PF} = 2$$

(هنرسه ۱- پنجره‌های: صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

۲۷- گزینه «۳» (سیرمهر رضا حسینی فردر)

دو مثلث قائم‌الزاویه با مساحت‌های  $S = 4$  و  $S = 2$  یک ضلع قائمه برابر دارند پس نسبت دو ضلع قائم دیگر آن‌ها به نسبت مساحت‌ها است. مطابق

شکل، ضلع مربع را a فرض می‌کنیم. داریم:



$$ax = 8, (a-x)\left(a - \frac{x}{2}\right) = 6$$

$$\Rightarrow a^2 - \frac{3}{2}ax + \frac{x^2}{2} = 6 \Rightarrow a^2 + \frac{x^2}{2} = 18$$

$$\Rightarrow a^2 + \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{2} = 18 \Rightarrow a^2 + \frac{32}{a^2} = 18$$

$$\Rightarrow a^4 - 18a^2 + 32 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 2 \\ a^2 = 16 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$





$$\frac{2x}{\sin \hat{B}} = \frac{x}{\sin \hat{A}} \Rightarrow \frac{2}{\sin(90^\circ + \hat{A})} = \frac{1}{\sin \hat{A}}$$

$$\cos \hat{A} = 2 \sin \hat{A}$$

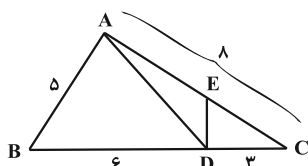
$$\sin^2 \hat{A} + \cos^2 \hat{A} \Rightarrow 5 \sin^2 \hat{A} = 1 \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۰ تا ۶۳)

(امیرمسین ابومصوب)

گزینه «۲» ۳۸-

می‌دانیم در دو مثلث که دارای ارتفاع یکسان هستند، نسبت مساحت‌ها برابر نسبت قاعده‌هایی است که ارتفاع مشترک بر آن‌ها وارد می‌شود، پس داریم:



$$\frac{S_{ABD}}{S_{ADC}} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{2}{1} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{BD}{BC} = \frac{2}{3}$$

$$\xrightarrow{BC=9} BD=6 \Rightarrow DC=3$$

طبق قضیه استوارت در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 \times DC + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC$$

$$\Rightarrow 5^2 \times 3 + 8^2 \times 6 = AD^2 \times 9 + 6 \times 3 \times 9$$

$$\Rightarrow 9AD^2 = 297 \Rightarrow AD^2 = 33$$

مطابق شکل اگر نقطه E وسط ضلع AC باشد، آن‌گاه طبق قضیه میانه‌ها در مثلث ADC داریم:

$$AD^2 + DC^2 = 2DE^2 + \frac{AC^2}{2} \Rightarrow 33 + 9 = 2DE^2 + \frac{64}{2}$$

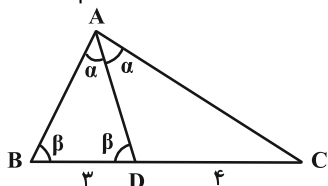
$$\Rightarrow 2DE^2 = 10 \Rightarrow DE^2 = 5 \Rightarrow DE = \sqrt{5}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

(کیوان دارابی)

گزینه «۱» ۳۹-

طبق فرض، AD نیمساز داخلی  $\hat{A}$  بوده و مثلث ABD متساوی الساقین است. طبق قضیه نیمسازهای زوایای داخلی داریم:



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} AB = 3k \\ AC = 4k \end{cases}$$

بنابراین  $AD = AB = 3k$ ؛ حال رابطه طول نیمساز AD را می‌نویسیم:

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC \Rightarrow (3k)^2 = (3k)(4k) - 3 \times 4$$

$$\Rightarrow 9k^2 = 12k^2 - 12 \Rightarrow 3k^2 = 12 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = 2$$

در نتیجه  $AB = AD = 3k = 6$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

همچنین با توجه به شکل داریم:

$$\hat{ADB} = 72^\circ = \frac{\widehat{EC} + 30^\circ}{2} \Rightarrow \widehat{EC} = 114^\circ \quad (2)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود  $\widehat{EB} = \widehat{EC} = 114^\circ$  و کمان AC برابر می‌شود با:

$$\widehat{AC} = 360^\circ - (2 \times 114^\circ + 30^\circ) = 102^\circ$$

در نتیجه زاویه محاطی  $\hat{AEC}$  برابر است با:

$$\alpha = \hat{AEC} = \frac{\widehat{AC}}{2} = \frac{102^\circ}{2} = 51^\circ$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

(امیرمسین ابومصوب)

گزینه «۴» ۳۵-

بررسی گزینه‌ها:

(۱) انتقال نقطه ثابت تبدیل ندارد.

(۲) بازتاب جهت شکل‌ها را حفظ نمی‌کند.

(۳) بازتاب و دوران، شیب خط‌ها را حفظ نمی‌کنند.

(۴) همگی تبدیل‌های فوق اندازه زاویه‌ها را حفظ می‌کنند.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ کار در کلاس ۱ صفحه ۴۸)

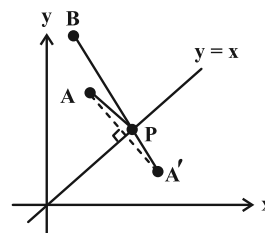
(سوکندر روشنی)

گزینه «۳» ۳۶-

کافی است بازتاب نقطه A را نسبت به خط  $y = x$  که همان نیمساز ربع اول و سوم است، به دست آوریم و فاصله نقطه حاصل را تا B محاسبه می‌کنیم.

$$A(2, 5) \xrightarrow{y=x} A'(5, 2)$$

$$\Rightarrow A'B = \sqrt{(1-5)^2 + (7-2)^2} = \sqrt{16+25} = \sqrt{41}$$

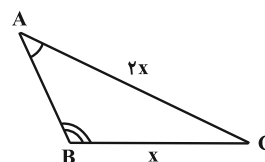


(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

(غرشاد صدیقی‌فر)

گزینه «۱» ۳۷-

با توجه به فرض و شکل زیر، قضیه سینوس‌ها را در مثلث ABC می‌نویسیم:





۸ حالت  $\rightarrow \{4, \bigcirc, 6, \bigcirc \bigcirc, 9\} \rightarrow$   
 $2 \times 2 \quad 2 \times 2$

تعداد زیرمجموعه‌های مطلوب برابر می‌شود با:  $16 + 3 \times 8 = 40$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

(نیلوفر مهری)

گزینه «۳» ۴۳

نکته:  $A \cup (A \cap B) = A$  ,  $A \cap (A \cup B) = A$

متمم عبارت فرض را به دست می‌آوریم:

$$(\underbrace{A \cup (B \cap A)}_A)' - ((A - B) \cup B') = A' \cap [(\underbrace{A \cap B'}_{B'}) \cup B']'$$

$$= A' \cap B \xrightarrow{\text{متمم}} (A' \cap B)' = A \cup B'$$

گزینه‌ها را یک به یک بررسی می‌کنیم:

۱)  $(A \cup B') \cap A = A$

۲)  $(A \cup B') \cap B' = B'$

۳)  $(A \cup B') \cap B = (A \cap B) \cup \underbrace{(B' \cap B)}_{\emptyset} = A \cap B$

۴)  $(A \cup B') \cap A' = \underbrace{(A \cap A')}_{\emptyset} \cup (B' \cap A') = B' \cap A'$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۹)

(سیرمهر رضا حسینی فرد)

گزینه «۱» ۴۴

دو حالت زیر ممکن است:

الف) هر سه تاس فرد باشند که دو تای آن‌ها مثل هم است.

ب) دو تاس زوج و مثل هم باشند و تاس سوم فرد باشد.

در نتیجه تعداد اعضای پیشامد مطلوب برابر می‌شود با:

$$n(A) = \binom{3}{2} \times 3 \times 2 + \binom{3}{2} \times 3 \times 2 = 45$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{45}{6^3} = \frac{5}{24}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

(کیوان دارابی)

گزینه «۳» ۴۵

اگر احتمال انتخاب زیرمجموعه‌ای که بزرگ‌ترین عضو برابر ۱ است را  $X$

بگیریم، احتمال انتخاب زیرمجموعه‌ای که بزرگ‌ترین عضو ۲ باشد

برابر  $2X$ ، ... و احتمال انتخاب زیرمجموعه‌ای که بزرگ‌ترین عضو ۵

باشد برابر  $5X$  خواهد بود. از طرفی تعداد زیرمجموعه‌های این مجموعه با

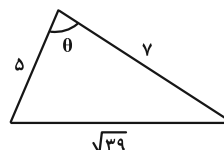
بزرگ‌ترین عضو  $n$  برابر با  $2^{n-1}$  است.

جمع احتمال‌ها در این فضای نمونه‌ای غیرهم‌شانس برابر ۱ است، پس:

(سوکندر روشنی)

گزینه «۴» ۴۰

با توجه به طول اضلاع از رابطه هرون (به راحتی) نمی‌توان استفاده کرد. بهتر است زاویه بین دو ضلع با طول‌های ۵ و ۷ را از قضیه کسینوس‌ها محاسبه کنیم:



$$39 = 25 + 49 - 2(5 \times 7) \cos \theta \Rightarrow 70 \cos \theta = 35$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

در نتیجه مساحت این مثلث برابر می‌شود با:

$$S = \frac{1}{2} \times 5 \times 7 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{35\sqrt{3}}{4}$$

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

آمار و احتمال

(مصطفی دیراری)

گزینه «۴» ۴۱

نکته: 
$$\begin{cases} \sim (p \Leftrightarrow q) \equiv p \Leftrightarrow \sim q \\ p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \end{cases}$$

طبق نکات بالا داریم:

$$\sim (p \Leftrightarrow q) \vee (p \Rightarrow \sim q) \equiv (p \Leftrightarrow \sim q) \vee (p \Rightarrow \sim q)$$

$$\equiv [(p \Rightarrow \sim q) \wedge (\sim q \Rightarrow p)] \vee (p \Rightarrow \sim q)$$

طبق قانون جذب، این گزاره هم‌ارز گزاره  $p \Rightarrow \sim q$  است، لذا از هم‌ارزی

ترکیب شرطی داریم:  $p \Rightarrow \sim q \equiv p \vee \sim q$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳ تا ۱۱)

(سوکندر روشنی)

گزینه «۱» ۴۲

با توجه به فرض، زیرمجموعه‌ها را براساس کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو می‌سازیم:

۱۶ حالت  $\rightarrow \{1, \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc, 6\} \rightarrow$   
 $2 \times 2 \times 2 \times 2$

۸ حالت  $\rightarrow \{2, \bigcirc \bigcirc \bigcirc, 6, 7\} \rightarrow$   
 $2 \times 2 \times 2$

۸ حالت  $\rightarrow \{3, \bigcirc \bigcirc, 6, \bigcirc, 8\} \rightarrow$   
 $2 \times 2 \quad \times 2$



(مصطفی زیداری)

۴۸- گزینه «۱»

با توجه به فرض سؤال، نتیجه می‌شود که اعداد فراوانی‌ها باید به صورت ۹، ۷، ۳، ۱ باشند که با جای‌گذاری آن‌ها به صورتی که در فرض بیان شده، اعداد زوج و غیرتکراری ۸، ۶، ۴، ۲ به وجود می‌آید.

میانگین وزنی در حالت اولیه برابر است با:

$$\frac{(3 \times 1) + (6 \times 3) + (10 \times 7) + (4 \times 9)}{1 + 3 + 7 + 9} = \frac{127}{20}$$

میانگین وزنی در حالت ثانویه نیز برابر است با:

$$\frac{(3 \times 2) + (6 \times 4) + (10 \times 6) + (4 \times 8)}{2 + 4 + 6 + 8} = \frac{122}{20}$$

در این صورت اختلاف میانگین‌ها برابر می‌شود با:

$$\frac{127}{20} - \frac{122}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} = 0.25$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

(علی ایمانی)

۴۹- گزینه «۴»

با توجه به فرض، داده‌ها را به صورت جدول زیر مرتب می‌کنیم:

| $X_i$           | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $X_4$ | $X_5$ | $X_6$ |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $X_i - \bar{X}$ | -۱    | -۱    | -۲    | ۱     | ۳     | ۰     |

با توجه به جدول درمی‌یابیم که  $X_2$  و  $X_1$  همان مُد داده‌ها یعنی برابر ۵ هستند. داریم:

$$X_1 - \bar{X} = -1 \Rightarrow 5 - \bar{X} = -1 \Rightarrow \bar{X} = 6$$

واریانس داده‌ها برابر است با میانگین مجذور «انحراف از میانگین» داده‌ها، یعنی:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{1+1+4+1+9+0}{6} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow C.V = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}{6} = \frac{2\sqrt{2}}{6\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{9}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۳ و ۸۷ تا ۹۱)

(نیلوفر مهروی)

۵۰- گزینه «۲»

بازه اطمینان بیش از ۹۵٪ برای میانگین جامعه به صورت زیر است:

$$\bar{X} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{X} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 13/68, \quad \bar{X} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 14/32$$

میانگین داده‌های نمونه برابر است با:

$$\frac{13/68 + 14/32}{2} = 14$$

یکی از روابط فوق را در نظر گرفته و مقادیر اندازه نمونه و میانگین را جای‌گذاری کرده تا مقدار انحراف معیار به دست آید:

$$14 + \frac{2\sigma}{\sqrt{100}} = 14/32 \Rightarrow \frac{2\sigma}{10} = 0/32$$

$$\Rightarrow 2\sigma = 3/2 \Rightarrow \sigma = 1/6$$

بنابراین مقدار واریانس جامعه برابر است با:

$$\sigma^2 = (1/6)^2 = 1/36$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

$$x + 2^1 \times 2x + 2^2 \times 3x + 2^3 \times 4x + 2^4 \times 5x = 1$$

$$\Rightarrow x(1 + 4 + 12 + 32 + 80) = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{129}$$

$$3x = \frac{3}{129} = \frac{1}{43} \quad \text{احتمال انتخاب زیرمجموعه } \{2, 3\} \text{ برابر است با:}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۴۶- گزینه «۱»

(سیرمهر رضا عسینی فرد)

تعداد حالت‌هایی که دو حرف یکسان کنار هم نباشند:

$$O b O c O d O e O \Rightarrow n(A) = 4! \times \binom{5}{3}$$

تعداد حالت‌هایی که دو حرف یکسان کنار هم نباشند و با a شروع شود:

$$\textcircled{a} b O c O d O e O \Rightarrow n(B) = 4! \times \binom{4}{2}$$

در نتیجه احتمال شرطی مورد نظر به صورت زیر می‌شود:

$$P(B|A) = \frac{4! \times \binom{4}{2}}{4! \times \binom{5}{3}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۲)

۴۷- گزینه «۴»

(علیرضا شریف‌ظیفی)

پیشامد خارج کردن سیب از ظرف اول مستقل از پیشامد خارج کردن سیب از ظرف دوم است.

دو پیشامد زیر مستقل از هم هستند و داریم:

$$\left. \begin{aligned} A: & \text{پیشامد هم‌رنگ بودن سیب‌های خارج شده از ظرف اول} \\ B: & \text{پیشامد غیرهم‌رنگ بودن سیب‌های خارج شده از ظرف دوم} \end{aligned} \right\}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{\binom{3}{2} + \binom{2}{2}}{\binom{5}{2}} \times \frac{\binom{3}{1} \times \binom{4}{1}}{\binom{7}{2}}$$

$$= \frac{4}{10} \times \left(\frac{12}{21}\right) = \frac{2}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{8}{35}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴ و ۶۳ تا ۶۷)

## فیزیک ۱ و فیزیک ۲

۵۱- گزینه «۴»

(مسعود خدرانی)

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} = \text{J} = \frac{\text{kg}}{\frac{\text{m} \cdot \text{s}^2}{\text{Pa}}} \times \text{m}^2 \neq \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\frac{\text{s}^2}{\text{N}}} \cdot \text{m}^2$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه ۱۰)

۵۲- گزینه «۱»

(محمدرضا شریفی)

ابتدا حجم فلز به کار رفته در نیمکره را به دست می‌آوریم (برحسب  $\text{cm}^3$ ):

$$V_1 = \frac{2}{3} \pi (R^3_{\text{خارجی}} - R^3) = \frac{2}{3} \times \pi (1000 - R^3) = 2000 - 2R^3$$

حجم قسمت خالی نیمکره که توسط آب پر می‌شود، برابر است با:

$$V_2 = \frac{2}{3} \pi R^3 = 2R^3$$

$$\text{آب} + \text{فلز} = m_{\text{کل}} \Rightarrow m_{\text{آب}} + m_{\text{فلز}} = m_{\text{کل}}$$

$$\Rightarrow 10750 = \rho_1 V_1 + \rho_{\text{آب}} V_2$$

$$10750 = 6(2000 - 2R^3) + 1 \times 2R^3$$

$$\Rightarrow 10750 = 12000 - 12R^3 + 2R^3$$

$$\Rightarrow 1250 = 10R^3 \Rightarrow R^3 = 125 \Rightarrow R = 5 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۵۳- گزینه «۱»

(مصطفی کیانی)

بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ چون نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های جیوه بزرگ‌تر از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های جیوه و شیشه است، جیوه حالت کروی (قطره مانند) خود را حفظ می‌کند و سطح شیشه را تر نمی‌کند.

(ب) درست؛ کشش سطحی در مایع‌ها، در واقع همان نیروی ربایشی از نوع هم‌چسبی موجود در سطح مایع است.

(پ) درست

(ت) درست؛ در این حالت، نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب از نیروی دگرچسبی بین آب و شیشه قوی‌تر بوده و سطح آب داخل لوله موئین برآمده و پایین‌تر از سطح آب داخل ظرف قرار می‌گیرد.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

۵۴- گزینه «۲»

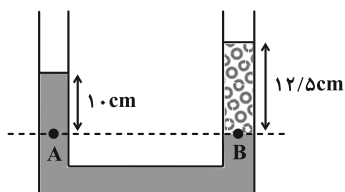
(مسین الهی)

با توجه به این که مایع‌ها در لوله U شکل در حالت اول در حال تعادل هستند، داریم:

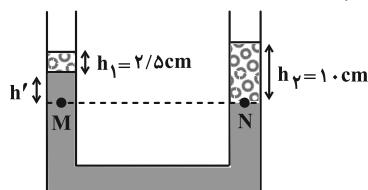
$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} + P_0 = \rho_{\text{روغن}} g h_{\text{روغن}} + P_0$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{روغن}} h_{\text{روغن}} \Rightarrow 1 \times 10 = 0.8 \times h_{\text{روغن}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{روغن}} = 12.5 \text{ cm}$$



در حالت ثانویه و پس از برداشتن ۲/۵ سانتی‌متر از ستون روغن داریم:



$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_{\text{آب}} g h' + \rho_{\text{روغن}} g h_1 + P_0 = \rho_{\text{روغن}} g h_2 + P_0$$

$$\Rightarrow (1 \times h') + (2/5 \times 0.8) = 1.0 \times 0.8$$

$$\Rightarrow 2 + h' = 0.8 \Rightarrow h' = 0.6 \text{ cm}$$

اختلاف سطح آزاد روغن در دو طرف برابر  $1.0 - 0.8 = 0.2 \text{ cm}$  خواهد شد.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۵۵- گزینه «۲»

(زهره آقاممدری)

چون جسم A در داخل مایع  $\rho_1$  غوطه‌ور و در داخل مایع  $\rho_2$  شناور است، داریم:

$$\rho_A < \rho_2 \quad (2) \quad \text{و} \quad \rho_A = \rho_1 \quad (1)$$

$$\rho_B = \frac{2}{3} \rho_A \xrightarrow{(1)} \rho_B > \rho_1$$
 از طرفی برای جسم B داریم:

یعنی جسم B در داخل مایع  $\rho_1$  ته‌نشین می‌شود. از طرفی چگالی‌های  $\rho_B$  و  $\rho_2$  را نمی‌توان مقایسه کرد. اگر  $\rho_B > \rho_2$  باشد، جسم B ته‌نشین می‌شود. اگر  $\rho_B = \rho_2$  باشد، غوطه‌ور می‌شود و اگر  $\rho_B < \rho_2$  باشد، در سطح مایع شناور می‌شود، پس با این توضیحات مورد (الف) همواره درست نیست ولی مورد (ب) درست است. برای جسم C داریم:

$$\rho_C = \frac{1}{2} \rho_A \xrightarrow{(1), (2)} \begin{cases} \rho_C < \rho_1 \\ \rho_C < \rho_2 \end{cases}$$

یعنی جسم C در هر دو مایع شناور می‌شود، پس مورد (پ) درست و (ت) نادرست است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۵۶- گزینه «۱»

(میتبی نکوئیان)

برای شارژ تراکم‌ناپذیر، آهنگ شارش حجمی شاره‌ای که با تندی v از مقطع A عبور می‌کند، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Av = \text{آهنگ شارش حجمی شاره}$$

و طبق معادله پیوستگی برای شارژ تراکم‌ناپذیر داریم:  $A_1 v_1 = A_2 v_2$   
پس طبق این معادله، در قطر یا سطح مقطع بزرگ‌تر، تندی شاره کمتر است. بنابراین:

$$450 = (Av)_{\text{ورودی}} = \pi r^2_{\text{ورودی}} v_{\text{ورودی}}$$

$$\Rightarrow 450 = (3)(r^2_{\text{ورودی}})(3) \Rightarrow r^2_{\text{ورودی}} = 50$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} r_{\text{ورودی}} = 5\sqrt{2} \text{ m} \Rightarrow D = 2r = 10\sqrt{2} \text{ m}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷)

$$W_t = W_F + W_f \xrightarrow{W_t = 375 \text{ kJ}, W_f = -25 \text{ kJ}} 375 = W_F + (-25)$$

$$\Rightarrow W_F = 400 \text{ kJ}$$

توان خروجی (مفید) خودرو را پیدا می‌کنیم:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W_F}{\Delta t} = \frac{400}{\frac{40}{3}} = 30 \text{ kW}$$

توان ورودی را نیز برحسب kW محاسبه می‌کنیم:

$$P_{\text{ورودی}} = 160 \text{ hp} = 160 \times 750 = 120000 \text{ W} = 120 \text{ kW}$$

در پایان بازده خودرو را حساب می‌کنیم:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow Ra = \frac{30}{120} \times 100 = 25\%$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

(مسعود فندرائی)

۶۰- گزینه «۳»

مطابق فعالیت ۴-۲ صفحه ۸۷ کتاب درسی، در مراکز پرورش گل و گیاه و هواشناسی به‌طور معمول از دماسنج بیشینه - کمینه استفاده می‌شود.

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه ۸۷)

(علی بزرگر)

۶۱- گزینه «۲»

با برقراری ۲ رابطه زیر برای گرما می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} Q &= Pt \\ Q &= mc\Delta\theta \end{aligned} \right\} \Rightarrow Pt = mc\Delta\theta$$

$$\Rightarrow 8000(30) = 4(c)(50 - (-10)) \Rightarrow 8000 \times 30 = 4c \times 60$$

$$\Rightarrow c = \frac{8000}{4} = 1000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} = 1000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

(مهمر مقدم)

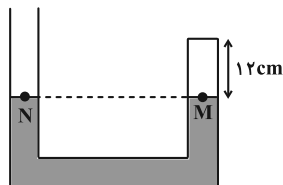
۶۲- گزینه «۱»

در حالت اول با استفاده از دو نقطه هم‌فشار، فشار گاز شاخه A را به دست می‌آوریم:

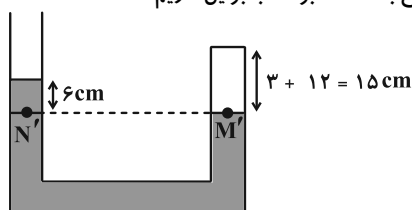
$$P_M = P_N \Rightarrow P_1 = P_2 = 75 \text{ cmHg}$$

$$V_1 = Ah \Rightarrow V_1 = 12A$$

$$T_1 = 273 + 27 = 300 \text{ K}$$



در حالت دوم، در اثر گرما حجم شاخه A زیاد شده و باید در این شاخه ۳ cm سطح جیوه پایین رود و در شاخه دیگر نیز ۳ cm بالا رود تا اختلاف ارتفاع به ۶ cm برسد. بنابراین داریم:



(مفسر سلماسی‌وند)

۵۷- گزینه «۱»

از قضیه کار و انرژی جنبشی ( $W_t = \Delta K$ ) استفاده می‌کنیم. دقت کنید که  $v$  در فرمول انرژی جنبشی تندی است. پس اندازه سرعت در هر حالت را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} v_1 = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_2 = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = 13 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases} \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times m \times (v_2^2 - v_1^2)$$

$$W_t = \frac{1}{2} \times 2 \times (169 - 100) = 69 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

(مهران اسماعیلی)

۵۸- گزینه «۳»

با توجه به برابر بودن فواصل CD، DE و EF می‌توان نتیجه گرفت مقدار کار نیروی اصطکاک نیز در این فواصل یکسان است. یعنی:

$$W_{fCD} = W_{fDE} = W_{fEF} = W_f$$

قانون پایستگی انرژی را یک بار در مسیر رفت و بار دیگر در مسیر برگشت می‌نویسیم. در مسیر رفت، با فرض سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، جسم در نقطه A دارای انرژی جنبشی و در نقطه B دارای انرژی پتانسیل گرانشی است. پس می‌توان نوشت:

$$E_B - E_A = W_{fCD} + W_{fDE} + W_{fEF}$$

$$\Rightarrow mgh - \frac{1}{2}mv^2 = 3W_f \quad (1)$$

در مسیر برگشت، جسم در نقطه B دارای انرژی پتانسیل گرانشی و در نقطه D جسم فاقد انرژی است:

$$E_D - E_B = W_{fEF} + W_{fDE} \Rightarrow 0 - mgh = 2W_f$$

$$\Rightarrow W_f = -\frac{mgh}{2}$$

حال مقدار  $W_f$  را در رابطه (۱) قرار می‌دهیم:

$$\frac{W_f = -\frac{mgh}{2}}{\rightarrow} mgh - \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{3}{2}mgh$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2}mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v^2 = 5gh \Rightarrow v = \sqrt{5gh}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۴ تا ۷۳)

(علیرضا جباری)

۵۹- گزینه «۱»

ابتدا به کمک قضیه کار- انرژی جنبشی، کار کل انجام شده روی خودرو را

$$W_t = \Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\begin{aligned} v_1 &= 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_2 &= 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad m = 1500 \text{ kg} \end{aligned}$$

$$W_t = \frac{1}{2} \times 1500 \times (30^2 - 20^2) = 750 \times 500 = 375000 \text{ J} = 375 \text{ kJ}$$

اکنون می‌توانیم کار نیروی موتور خودرو ( $W_F$ ) را حساب کنیم. توجه داشته باشید که کار نیروهای اتلافی روی خودرو ( $W_f$ ) منفی است.



از طرفی، رابطه بازده ماشین گرمایی به صورت  $\eta = \frac{|W|}{Q_H}$  می‌باشد،

بنابراین ابتدا، از رابطه بازده ماشین گرمایی مقدار  $W$  را محاسبه می‌کنیم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \frac{40}{100} = \frac{|W|}{270} \Rightarrow |W| = 0.4 \times 270 = 108 \text{ kJ}$$

$$Q_H = |Q_L| + |W| \Rightarrow |Q_L| = Q_H - |W| = 270 - 108 = 162 \text{ kJ}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۶)

۶۵- گزینه «۲» (علی بزرگر)

چون بدون انجام کار، امکان انتقال گرما از چشمه سرد به چشمه گرم وجود ندارد و قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی نقض می‌شود.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه ۱۴۷)

۶۶- گزینه «۴» (مهمان‌لایم منشاری)

$$\Delta q = ne = 2 / 5 \times 10^{13} \times 1 / 6 \times 10^{-19} = 4 \times 10^{-6} \text{ C} = 4 \mu\text{C}$$

$$\begin{cases} q'_A = q_A + \Delta q = 9 \mu\text{C} \\ q'_B = q_B - \Delta q = -1 \mu\text{C} \end{cases}$$

$$F = \frac{k |q'_A| |q'_B|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 9 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(9 \times 10^{-2})^2} = 10 \text{ N}$$

با توجه به ناهمنام بودن بار ذره‌ها، نیروی بین آن‌ها از نوع رپایشی است.

(فیزیک ۲- الکترواستاتیست ساکن: صفحه‌های ۴ تا ۸)

۶۷- گزینه «۴» (مهمان مقدم)

چون میدان در راستای محور  $x$  منفی است، بار الکتریکی  $q_1$ ، منفی و چون میدان راستای محور  $y$  منفی است بار الکتریکی  $q_2$ ، مثبت است و با استفاده از رابطه میدان الکتریکی داریم:

$$E = \frac{k |q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} 6 \times 10^7 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_1|}{(3 \times 10^{-2})^2} \\ \Rightarrow |q_1| = 6 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow q_1 = -6 \mu\text{C} \\ 5 \times 10^6 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_2|}{(12 \times 10^{-2})^2} \\ \Rightarrow |q_2| = 8 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow q_2 = 8 \mu\text{C} \end{cases}$$

(فیزیک ۲- الکترواستاتیست ساکن: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۶۸- گزینه «۲» (مهران اسماعیلی)

چنانچه از اثر نیروی وزن و مقاومت هوا صرف نظر شود، تنها نیروی وارد بر الکترون نیروی ناشی از میدان الکتریکی است. اگر  $W_E$  کار نیروی الکتریکی باشد، بنابه قضیه کار و انرژی داریم:

$$\Delta K = W_E \Rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = W_E$$

$$\frac{m = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}, v_B = 0}{v_A = 4 \times 10^6 \text{ m/s}} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times (4 \times 10^6)^2 = W_E$$

$$P_{M'} = P_{N'} \Rightarrow P_V = P_0 + P_{Hg} \Rightarrow P_V = 75 + 6 = 81 \text{ cmHg}$$

با استفاده از نسبت معادله حالت گاز کامل داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{75 \times 12 \text{ A}}{300} = \frac{81 \times 15 \text{ A}}{T_2} \Rightarrow T_2 = 405 \text{ K}$$

$$\Rightarrow \Delta T = 405 - 300 = 105 \text{ K} \Rightarrow \Delta \theta = \Delta T = 105^\circ \text{C}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

۶۳- گزینه «۴» (علیرضا بیاری)

ابتدا به کمک معادله حالت گاز کامل، حجم گاز در نقطه  $A$  را به دست می‌آوریم:

$$P_A V_A = n R T_A \Rightarrow 4 \times 10^5 \times V_A = 1 \times 8 \times 600$$

$$\Rightarrow V_A = \frac{4800}{4 \times 10^5} = 12 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

فرایند  $AB$  هم‌حجم است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_B = V_A = 12 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

فرایند  $DA$  هم‌فشار است و داریم:

$$\frac{V_D}{T_D} = \frac{V_A}{T_A} \Rightarrow \frac{V_D}{800} = \frac{12 \times 10^{-3}}{600}$$

$$\Rightarrow V_D = \frac{4}{3} \times 12 \times 10^{-3} = 16 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

فرایند  $CD$  هم‌حجم است و می‌توان نوشت:

$$V_C = V_D = 16 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

اکنون کار انجام شده در فرایندهای هم‌فشار  $BC$  و  $DA$  را حساب می‌کنیم:

$$W_{BC} = -P_B (V_C - V_B) = -12 \times 10^5 (16 \times 10^{-3} - 12 \times 10^{-3}) = -1200 \times 4 = -4800 \text{ J}$$

$$W_{DA} = -P_A (V_A - V_D) = -4 \times 10^5 (12 \times 10^{-3} - 16 \times 10^{-3}) = -400 \times (-4) = 1600 \text{ J}$$

در انتها نیز کار انجام شده توسط محیط روی گاز در این چرخه را پیدا می‌کنیم. توجه داشته باشید که در فرایندهای هم‌حجم  $AB$  و  $CD$  کاری انجام نمی‌شود.

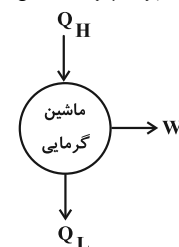
$$W_t = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$$

$$W_t = 0 + (-4800) + 0 + 1600 = -3200 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۴)

۶۴- گزینه «۴» (عبدالرضا امینی‌نسب)

مطابق قانون اول ترمودینامیک برای چرخه ماشین‌های آرمانی داریم:



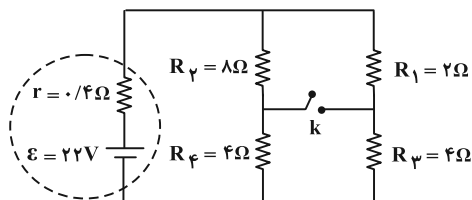
$$Q_H = |Q_L| + |W|$$



(زهره آقامحمدری)

گزینه «۳» - ۷۳

ابتدا مقاومت معادل و سپس جریان مدار را در حالتی که کلید  $k$  باز است، محاسبه می‌کنیم:



$R_1, R_3 \Rightarrow R_{1,3} = 2 + 4 = 6\Omega$  متوالی‌اند

$R_2, R_4 \Rightarrow R_{2,4} = 8 + 4 = 12\Omega$  متوالی‌اند

$$R_{eq} = \frac{R_{1,3} \times R_{2,4}}{R_{1,3} + R_{2,4}} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4\Omega \quad R_{1,3} \text{ و } R_{2,4} \text{ موازی‌اند:}$$

در نتیجه جریان مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{22}{0.4 + 4} = \frac{22}{4.4} = 5A$$

توان خروجی باتری، با توان مصرفی مقاومت معادل برابر است:

$$P = R_{eq} I^2 = 4 \times 5^2 = 100W$$

پس از وصل کلید  $k$  داریم:

$$R_1, R_2 \Rightarrow R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2 \times 8}{2 + 8} = 1.6\Omega$$
 موازی‌اند

$$R_3, R_4 \Rightarrow R_{3,4} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{4 \times 4}{4 + 4} = 2\Omega$$
 موازی‌اند

$$\xrightarrow{R_{1,2}, R_{3,4} \text{ متوالی‌اند}} R'_{eq} = 1.6 + 2 = 3.6\Omega$$

در نتیجه، جریان در این حالت برابر است با:

$$I' = \frac{\varepsilon}{r + R'_{eq}} = \frac{22}{0.4 + 3.6} = \frac{22}{4} = 5.5A$$

$$P' = R'_{eq} I'^2 = 3.6 \times (5.5)^2 = 108.9W$$

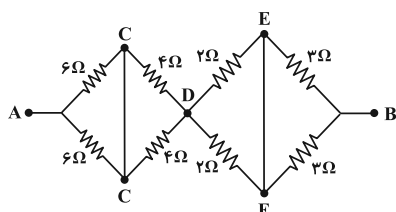
$$\Rightarrow P' - P = 108.9 - 100 = 8.9W$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۱ تا ۷۷)

(مهدی شریفی)

گزینه «۱» - ۷۴

با نام‌گذاری گره‌ها می‌توانیم مدار را ساده‌تر کنیم:



$$\Rightarrow W_E = -72 \times 10^{-19} J$$

$$\Delta U_E = -W_E = -(-72 \times 10^{-19}) = 72 \times 10^{-19} J$$

با توجه به رابطه اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه داریم:

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U_E}{q} \quad \frac{\Delta U_E = 72 \times 10^{-19} J}{q_e = -1.6 \times 10^{-19} C}, V_A = 30V$$

$$V_B - (30) = \frac{72 \times 10^{-19}}{-1.6 \times 10^{-19}} \Rightarrow V_B = -15V$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۶)

گزینه «۲» - ۶۹ (مجتبی نگوئیان)

برای این که انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره شده در خازنی با ظرفیت ثابت

تغییر نکند، طبق رابطه  $U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$  باید اندازه  $q$  ثابت بماند، یعنی با انتقال بار  $3.0 \mu C$  از صفحه منفی به صفحه مثبت، بار صفحه مثبت باید قرینه بار آن در حالت اولیه شود، پس:

$$q_2 = -q_1 \quad q_2 = q_1 - 3.0 = q - 3.0 \Rightarrow q - 3.0 = -q$$

$$\Rightarrow 2q = 3.0 \Rightarrow q = 1.5 \mu C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

گزینه «۲» - ۷۰ (مهمدرکظم منشاری)

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{0.25}{1000} = 2.5 \times 10^{-4} A = 2.5 \times 10^{-1} mA$$

دقت کنید که آمپرساعت واحد بار الکتریکی ( $q$ ) می‌باشد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

گزینه «۳» - ۷۱ (سین الهی)

وقتی سیم کشیده می‌شود، با افزایش طول، جرم آن ثابت مانده و سطح مقطع

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad A = \frac{V}{L} \Rightarrow R = \rho \frac{L^2}{V}$$

آن کاهش می‌یابد.

چون  $\rho$  و  $V$  ثابت هستند، طبق رابطه  $R = (\frac{\rho}{V}) L^2$ ، نمودار  $R$  برحسب  $L$  یک سهمی است، یعنی گزینه «۳» صحیح است.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

گزینه «۴» - ۷۲ (امیرامیر میرسعید)

در حالت روشن، مقاومت لامپ برابر است با:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2}{P} = \frac{200^2}{100} = 400\Omega$$

یعنی مقاومت لامپ در حالت روشن  $400\Omega$  است.

$$R_T = R_1(1 + \alpha \Delta \theta) \Rightarrow 400 = 40(1 + 4 \times 10^{-3} \Delta \theta)$$

$$\Rightarrow 10 = 1 + 4 \times 10^{-3} \Delta \theta \Rightarrow 9 = 4 \times 10^{-3} \Delta \theta$$

$$\Delta \theta = 2000^\circ C$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۳ و ۶۷)



(سیرده ملیفه میر صالحی)

۷۸- گزینه «۴»

نیروی محرکه القایی از رابطه  $\mathcal{E}_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$  به دست می‌آید و با ثابت ماندن مساحت حلقه‌ها (A) می‌توان نتیجه گرفت:

$$\Delta B = B_f - B_i = -2B$$

$$\mathcal{E}_{av} = \left| -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| \xrightarrow{\Delta\Phi = A\Delta B} \mathcal{E}_{av} = \left| -N \frac{2BA}{\Delta t} \right|$$

$$\frac{\mathcal{E}_{av} = 30 \text{ V}, A = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2}{B = 0.3 \text{ T}, \Delta t = 0.02 \text{ s}} \Rightarrow 30 = \frac{N \times 2 \times 0.3 \times 2 \times 10^{-4}}{0.02}$$

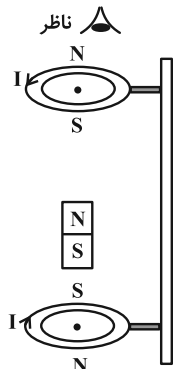
$$\Rightarrow N = 5000 \text{ دور}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

(ممدکرامت منشاری)

۷۹- گزینه «۴»

با توجه به قانون لنز مسئله را بررسی می‌کنیم؛ هنگامی که آهنربا به حلقه پایینی نزدیک می‌شود، شار عبوری از حلقه پایینی افزایش می‌یابد و در نتیجه آن جریان القایی در جهت ساعتگرد ایجاد می‌شود تا میدان ناشی از آن با میدان آهنربا مخالفت کند و آن را تضعیف کند. هنگامی که آهنربا از حلقه بالایی دور می‌شود، شار عبوری از حلقه بالایی کاهش یافته و در نتیجه آن جریان القایی در جهت پادساعتگرد ایجاد می‌شود تا میدان ناشی از آن در جهت میدان آهنربا باشد و مانع تضعیف آن شود.



(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

(مفسر سلماسی و نر)

۸۰- گزینه «۴»

$$\Phi = AB \cos \theta \Rightarrow \Phi_{\max} = AB = 0.1 \times 500 \times 10^{-4} = 5 \text{ mWb}$$

$$\Phi_{\text{متناوب}} = \Phi_{\max} \cos \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow 3 = 5 \cos \left( \frac{2\pi}{T} t \right)$$

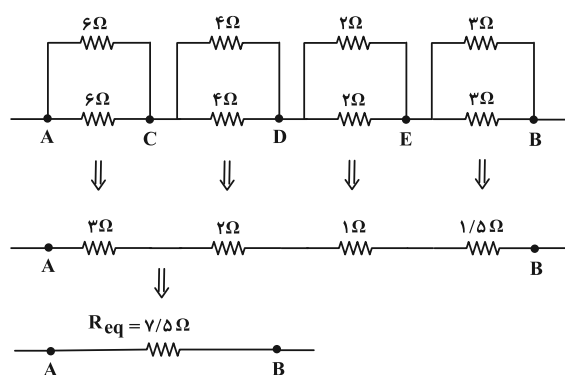
$$\Rightarrow \cos \left( \frac{2\pi}{T} t \right) = \frac{3}{5}$$

$$\left. \begin{aligned} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta &= 1 \\ \cos \theta &= \frac{3}{5} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sin \theta = \sin \left( \frac{2\pi}{T} t \right) = \pm \frac{4}{5}$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\max} \sin \left( \frac{2\pi}{T} t \right) \Rightarrow \left| \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_{\max}} \right| = \left| \sin \left( \frac{2\pi}{T} t \right) \right| = \frac{4}{5}$$

چون گفته در همان لحظه پس مقدار  $\left( \frac{2\pi}{T} t \right)$  تغییری نخواهد کرد.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۶)



(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

(عبدالرضا امینی نسب)

۷۵- گزینه «۳»

هر چه از سیم حامل جریان دورتر شویم، میدان مغناطیسی ضعیف‌تر خواهد شد، بنابراین برای رسم خطوط میدان مغناطیسی، در نقاط دورتر بردار میدان مغناطیسی باید کوچک‌تر رسم شود. از طرفی طبق قاعده دست راست گزینه «۳» صحیح است.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

(مجتبی نگوئیان)

۷۶- گزینه «۳»

با توجه به این که جهت میدان مغناطیسی بر صفحه عمود است، زاویه بین سیم حامل جریان و میدان مغناطیسی ۹۰ درجه است. پس با توجه به رابطه نیروی وارد بر سیم حامل جریان درون میدان مغناطیسی داریم:

$$F = BIL \sin \theta \xrightarrow{B = 8 \times 10^{-4} \text{ T}, I = 5 \text{ A}, L = 2 \text{ m}, \theta = 90^\circ}$$

$$F = (8 \times 10^{-4}) (5) (2) (1) = 8 \times 10^{-3} \text{ N}$$

با چرخش سیم به صورت ساعتگرد به اندازه ۶۰ درجه، زاویه بین سیم حامل جریان و میدان مغناطیسی تغییری نمی‌کند، پس اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر آن از طرف میدان مغناطیسی نیز تغییر نمی‌کند.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

(مهمر مقرر)

۷۷- گزینه «۳»

میدان مغناطیسی هر نیم حلقه را با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آوریم و با استفاده از قاعده دست راست جهت میدان‌ها درون سو می‌شود و داریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} \Rightarrow B_1 = \frac{12 \times 10^{-7} \times \frac{1}{2} \times 1/5}{2 \times 0.1} = 4/5 \times 10^{-6} \text{ T}$$

$$B_2 = \frac{12 \times 10^{-7} \times \frac{1}{2} \times 1/5}{2 \times 0.2} = 2/25 \times 10^{-6} \text{ T}$$

$$B_T = B_1 + B_2 = (4/5 + 2/25) \times 10^{-6} \text{ T} = 6/25 \times 10^{-6} \text{ T} = 6/25 \times 10^{-2} \text{ G}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)



## شیمی ۱ و شیمی ۲

## ۸۱- گزینه «۳»

(پیمان فواپی میسر)

بررسی عبارت‌ها:

(آ) درست؛ ترتیب فراوانی ایزوتوپ‌های طبیعی هیدروژن به

صورت  ${}^1\text{H} > {}^2\text{H} > {}^3\text{H}$  و ترتیب فراوانی ایزوتوپ‌های طبیعی منیزیم بهصورت  ${}^{24}\text{Mg} > {}^{25}\text{Mg} > {}^{26}\text{Mg}$  است.

(ب) نادرست؛ ایزوتوپ‌ها در خواص شیمیایی یکسان هستند.

(پ) نادرست؛ نماد پوزیترون می‌تواند به صورت  ${}^0_+X$  باشد.(ت) درست؛ در بین هشت عنصر فراوان‌تر سیاره مشتری  ${}^4\text{He}$ ،  ${}^{10}\text{Ne}$  و ${}^{18}\text{Ar}$  متعلق به گروه ۱۸ و  ${}^{16}\text{S}$  و  ${}^{16}\text{O}$  متعلق به گروه ۱۶ هستند.

(شیمی ۱- کیهان زارگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳، ۵، ۶ و ۱۵)

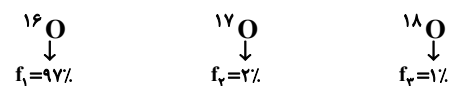
## ۸۲- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

ابتدا جرم اتمی میانگین هر کدام از عناصر داده شده را به دست می‌آوریم:



$$\bar{M}_{\text{Li}} = \frac{6 \times 6 + 7 \times 94}{6 + 94} = 6.94 \text{ amu}$$



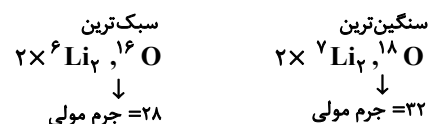
$$\bar{M}_{\text{O}} = \frac{16 \times 97 + 17 \times 2 + 18 \times 1}{100} = 16.04 \text{ amu}$$

$$\text{Li}_2\text{O} \Rightarrow 2 \times 6.94 + 1 \times 16.04 = 29.92 \text{ amu}$$

اگر همه ایزوتوپ‌ها دارای اختلاف عدد جرمی برابر یک باشند برای به دست آوردن تعداد ترکیب‌هایی با جرم مولی متفاوت که از این ایزوتوپ‌ها ساخته شده‌اند، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

تعداد ترکیب‌هایی با جرم مولی متفاوت =

۱ + جرم مولی سبک‌ترین ترکیب - جرم مولی سنگین‌ترین ترکیب



$$5 = 32 - 28 + 1 = \text{تعداد ترکیب‌های Li}_2\text{O با جرم مولی متفاوت}$$

(شیمی ۱- کیهان زارگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

## ۸۳- گزینه «۲»

(محمدرضا پورچاویر)

به غیر از عبارت اول، سایر عبارت‌ها نادرست هستند.

با توجه به شکل‌های داده شده، طول موج پرتو I از طول موج پرتو II کوتاه‌تر است. بنابراین اگر پرتو II نارنجی باشد، پرتو I می‌تواند سبز باشد که طول موج کوتاه‌تری دارد.

میزان شکست پرتوها با عبور از منشور با طول موج آن‌ها رابطه عکس دارد.

بنابراین عبور پرتو I از منشور با شکست بیشتری همراه خواهد بود.

طول موج‌های رادیویی از طول موج پرتوهای فروسرخ بلندتر است.

بنابراین اگر پرتو II فروسرخ باشد، پرتو I را نمی‌توان به امواج رادیویی نسبت داد.

اگر طول موج پرتو II برابر با  $700 \text{ nm}$  باشد، پرتو I دارای طول موجکوتاه‌تری از  $700 \text{ nm}$  خواهد بود. اگر طول موج این پرتو بین  $400 \text{ nm}$ تا  $700 \text{ nm}$  باشد، قابل مشاهده بوده و در غیر این صورت امکان مشاهده

آن وجود ندارد. بنابراین عبارت آخر نیز نادرست است.

(شیمی ۱- کیهان زارگاه الفبای هستی؛ صفحه ۲۰)

## ۸۴- گزینه «۱»

(حمید زینی)

این عنصر  ${}^{24}\text{Cr}$  است.

بررسی عبارت‌ها:

• نادرست؛ زیرلایه با اعداد کوانتومی  $l=1$  و  $n=4$ ، همان  $4p$  بوده کهدر  ${}^{24}\text{Br}$  دارای ۵ الکترون ( $4p^5$ ) است. در حالی که  ${}^{24}\text{Cr}$  دارای ۶

الکترون ظرفیت است.

• درست

• نادرست؛ آخرین زیرلایه  $4s^1$  بوده و دارای یک الکترون است.

$$3d^1 4s^2 \Rightarrow {}^{21}\text{Sc} \quad \text{شمار الکترون‌های ظرفیت}$$

$$(n+l): 3p, 4s = 4 \Rightarrow 3p^6, 4s^1 \Rightarrow 6+1=7 \quad \text{درست}$$

(شیمی ۱- کیهان زارگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۵)

## ۸۵- گزینه «۱»

(امیرمسعود حسینی)

A: آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم A به صورت  $\cdot\ddot{\text{A}}\cdot$  است. در دوره دوم

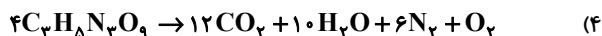
تنها ۸ آرایش الکترون - نقطه‌ای مشابه A دارد.

B: عنصر  ${}^{16}\text{S}$  دارای ۶ الکترون در زیرلایه  $s$  ( $l=0$ ) و ۱۰ الکترون در

زیرلایه  $p$  ( $l=1$ ) اتم خود است.  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$  لایه ظرفیت

C: دو زیرلایه  $s$  ( $l=0$ ) و  $d$  ( $l=2$ ) دارای اعداد کوانتومی فرعی زوج

$$C: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^2 \Rightarrow {}^{25}\text{Mn} \quad \text{هستند. لایه ظرفیت}$$



$$\frac{H_2O}{CO_2} \text{ ضریب } = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۷، ۵۰، ۵۱ و ۶۲ تا ۶۴)

(مسعود چغری)

۸۸- گزینه «۴»

فقط عبارت سوم درست است.

بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت اول: عناصر D و G به ترتیب معادل کربن و اکسیژن هستند. یکی از



ترکیب‌های مولکولی حاصل از آن‌ها،  $CO_2$  با مدل فضاپرکن

می‌تواند باشد.

عبارت دوم: D کربن است و ترکیب حاصل از آن با هیدروژن، متان ( $CH_4$ ) با ۵

اتم است.

عبارت سوم: عناصر E و G به ترتیب کلر و اکسیژن هستند. هر دوی این

عناصر در دما و فشار اتاق به شکل مولکول‌های دواتمی یافت می‌شوند.

عبارت چهارم: با توجه به آرایش الکترونی A و G، این عناصر آلومینیم و

اکسیژن هستند و ترکیب حاصل از آن‌ها آلومینیم اکسید ( $Al_2O_3$ ) است.

در تشکیل یک مول از این ترکیب یونی، ۶ مول الکترون بین فلز و نافلز

مبادله می‌شود. این در حالی است که D چهار الکترون ظرفیتی دارد.

عبارت پنجم: E کلر است و مولکول حاصل از آن در دما و فشار اتاق

به صورت مولکول‌های دواتمی  $Cl_2$  دیده می‌شود. ساختار لوویس این مولکول



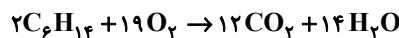
به صورت مقابل است:

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ و ۴۳)

(محمدرضا جمشیری)

۸۹- گزینه «۴»

معادله واکنش سوختن هگزان در حضور اکسیژن به صورت زیر است:



با توجه به معادله موازنه شده، به ازای سوختن ۲ مول هگزان ( $172g$ )

هگزان، ۱۹ مول اکسیژن ( $608g$  اکسیژن) مصرف شده و تفاوت شمار

مول‌های مصرفی هگزان و اکسیژن مصرفی برابر ۱۷ مول است، پس می‌توان

گفت برای مصرف مجموعاً ۷۸۰ گرم واکنش‌دهنده، تفاوت شمار مول‌های

هگزان و اکسیژن برابر ۱۷ مول است.

(واکنش‌دهنده)  $312g =$  تفاوت حجم بر حسب لیتر

$\times \frac{17mol}{780g}$  (تفاوت شمار مول واکنش‌دهنده)

(واکنش‌دهنده)  $780g$

$\times \frac{22}{44} = 152 / 32L$

(تفاوت شمار مول واکنش‌دهنده)  $1mol$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۳، ۶۴، ۶۵ و ۷۶ تا ۸۰)

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: نادرست؛ ساده‌ترین اکسید گوگرد،  $SO_2$  است که گوگرد

دی‌اکسید نام دارد.

عبارت دوم: درست؛ عنصر اکسیژن در دما و فشار اتاق به شکل مولکول دو

اتمی  $O_2$  یافت می‌شود.

عبارت سوم: نادرست؛ بین S و  $Tc$  ۲۶ عنصر قرار گرفته است.

۱- (اختلاف عدد اتمی دو عنصر) = تعداد عناصر بین S و Tc

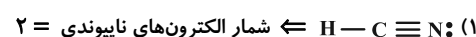
$$\Rightarrow 26 = (43 - 16) - 1$$

عبارت چهارم: نادرست؛ Mn و S به ترتیب ۷ و ۶ الکترون ظرفیت دارند.

(شیمی ۱- ترکیبی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۵ و ۵۳ تا ۵۶)

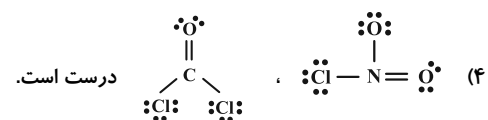
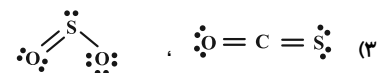
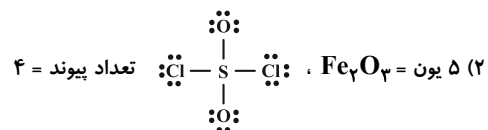
(شمیر زبلی)

۸۶- گزینه «۴»



$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4} \quad \text{شمار الکترون‌های پیوندی} = 8$$

اتم H از قاعده هشت تایی پیروی نمی‌کند ولی به آرایش گاز نجیب می‌رسد.



درست است.

هر دو مولکول، ۴ جفت الکترون پیوندی دارند.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

(مفسر مبنوی)

۸۷- گزینه «۱»

گونه‌های تک اتمی که در این ارتفاع از سطح زمین بر مبنای کتاب درسی

می‌توانند وجود داشته باشد، عبارتند از:  $He^+$ ،  $O$ ،  $O^+$ ،  $H^+$ . آرایش

الکترونی  $2s^2 2p^3 [He]$  می‌تواند متعلق به یون  $O^+$  باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) با توجه به متن صفحه ۵۰ کتاب درسی پایه دهم، در فرایند تهیه هوای

مایع، گاز کربن دی‌اکسید در دمای  $-78^\circ C$  به صورت جامد جدا می‌شود.

(۳) متخصصان کشور ما تاکنون موفق به جداسازی گاز هلیوم و تهیه آن از گاز

طبیعی نشده‌اند.



## ۹۰- گزینه «۳»

(امیرعلی بیات)

عبارت گفته شده برای ترکیبات یونی محلول در آب صدق می‌کند. در میان مواد گفته شده  $\text{Mg(OH)}_2$  و  $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ ، ترکیباتی یونی نامحلول در آب و رسوب هستند و ۴ مورد دیگر محلول در آب هستند.

(شیمی ۱- آب آهنگ زندگی؛ صفحه ۱۱۱)

## ۹۱- گزینه «۴»

(هاری معری زاده)

دستگاه گلوکومتر دستگاهی است که میلی گرم گلوکز ( $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ ) را در دسی لیتر از خون نشان می‌دهد. با توجه به آن داریم:

$$\frac{72 \times 10^{-3} \text{ g گلوکز}}{1 \text{ mL}} \times \frac{1 \text{ mol گلوکز}}{180 \text{ g گلوکز}} = 0.004 \text{ mol.L}^{-1}$$

نکته: در صورتی که  $d \approx 1$  برای محاسبه ppm کافی است عددی را که دستگاه گلوکومتر نشان می‌دهد را در ۱۰ ضرب کنید:

$$\text{ppm} = 72 \times 10 = 720 \text{ ppm}$$

همچنین می‌توان از محاسبات استوکیومتری نیز به ppm رسید:

$$\text{خون } 100 \text{ g} = \frac{1 \text{ g خون}}{1 \text{ mL خون}} \times \frac{1000 \text{ mL خون}}{1 \text{ L خون}} \times \text{خون } 0.004 \text{ mol.L}^{-1} = 0.4 \text{ g خون}$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم گلوکز (حل شونده)}}{\text{جرم خون (محلول)}} \times 10^6$$

$$\Rightarrow \text{ppm} = \frac{72 \times 10^{-3} \text{ g}}{100 \text{ g}} \times 10^6 = 720 \text{ ppm}$$

(شیمی ۱- آب آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴، ۹۵، ۹۸ و ۹۹)

## ۹۲- گزینه «۱»

(محمدرضا عظیمیان زواره)

با توجه به مقادیر انحلال پذیری نمک X، معادله انحلال پذیری آن به صورت مقابل می‌باشد:

$$S = -0.3\theta + 38$$

$$S = -(0.3 \times 50) + 38$$

$$\Rightarrow S = 23 \text{ g}$$

$$S = (0.8 \times 30) + 38$$

$$\Rightarrow S = 96 \text{ g}$$

$$96 - 23 = 73 \text{ g}$$

چون انحلال پذیری نمک X با افزایش دما کاهش می‌یابد، چگالی محلول سیر شده آن در دماهای پایین تر بیشتر است.

(شیمی ۱- آب آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۳)

## ۹۳- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گشتاور دوقطبی هگزان نزدیک به صفر است. (دقیقاً صفر نیست)

گاز CO قطبی و  $\text{N}_2$  ناقطبی است، با توجه به جرم مولی نزدیک آن‌ها، پس نقطه جوش CO بالاتر است و راحت تر از  $\text{N}_2$  مایع می‌شود.

در دمای اتاق ید جامد و برم مایع است، دلیل آن جرم مولی زیاد ید و نیروی بین مولکولی قوی تر آن نسبت به برم است.

(شیمی ۱- آب آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۱)

## ۹۴- گزینه «۴»

(امیرعلی بیات)

در فرایند اسمز مولکول‌های آب از بخش رقیق تر به بخش غلیظ تر می‌روند و اگر یک سمت غشاء، آب خالص باشد، هیچ گاه غلظت ۲ طرف غشاء با هم برابر نمی‌شود. روش صافی کربن مناسب برای از بین بردن میکروب‌ها نمی‌باشد و برای این کار باید از ضد عفونی کننده‌هایی مثل ترکیب‌های کلردار استفاده کرد.

(شیمی ۱- آب آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

## ۹۵- گزینه «۴»

(سعید تیزرو)

به دلیل وجود نمک و املاح بیشتر در آب دریا، میزان انحلال پذیری گاز اکسیژن در آب آشامیدنی نسبت به آب دریا بیشتر است. در نتیجه منحنی A انحلال پذیری گاز اکسیژن در آب آشامیدنی و منحنی B انحلال پذیری گاز اکسیژن در آب دریا را نشان می‌دهد. در نقطه X، ۰/۶ میلی گرم  $\text{O}_2$  در ۱۰۰ گرم آب حل شده است. با توجه به آن که جرم حل شونده بسیار کم است، می‌توان جرم محلول را برابر ۱۰۰ g در نظر گرفت. بنابراین داریم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{0.6 \times 10^{-3}}{100} \times 100 = 6 \times 10^{-4}$$

(شیمی ۱- آب آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶ و ۱۲۱)

## ۹۶- گزینه «۳»

(محمدرضا پوریاویر)

عبارت‌های اول و چهارم نادرست هستند.

بررسی برخی عبارت‌ها:

عبارت اول: رنگ سنگ‌های یاقوت، فیروزه و زمرد به ترتیب سرخ، آبی و سبز بوده که مربوط به ترکیب‌های فلزهای واسطه موجود در آن‌ها می‌باشد.

عبارت دوم: نخستین عنصری که لایه الکترونی سوم آن کاملاً پر می‌شود،  $\text{Cu}$  ۲۹ است که می‌تواند کاتیون‌های  $\text{Cu}^+$  و  $\text{Cu}^{2+}$  تولید کند.

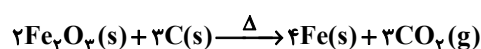
عبارت چهارم: اولین عنصر واسطه از جدول دوره‌ای عناصر (Sc) دارای عدد اتمی ۲۱ است. بنابراین با توجه به نماد  $^{45}_{21}\text{M}$  تعداد نوترون‌های موجود در هسته اتم آن (ذره‌های زیر اتمی خنثی) برابر با  $45 - 21 = 24$  خواهد بود.

(شیمی ۲- قرار هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

## ۹۷- گزینه «۴»

(یاسر راش)

معادله موازنه شده واکنش‌ها به صورت زیر است:

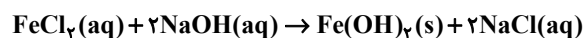


(شیمی) ۲- قدر هدایای زمین، ایدانیم: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)



## ۱۰۰- گزینه «۴»

(امیرعلی بیات)



رسوب آهن (III) هیدروکسید، قرمز (آجری) و رسوب آهن (II)

هیدروکسید، سبز رنگ می‌باشد.

بررسی گزینه‌های درست:

(۱) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد برابر ۶ است.

$$? \text{ mol یون} = 6 \text{ mol Fe}(\text{OH})_2 \times \frac{3 \text{ mol یون}}{1 \text{ mol Fe}(\text{OH})_2} \quad (2)$$

= ۱۸ mol یون



(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۱۹ و ۲۴)

## ۱۰۱- گزینه «۲»

(امیرمسعود حسینی)

موارد اول و دوم نادرست‌اند.

بررسی موارد نادرست:

مورد اول: این واکنش در دمای ثابت  $25^\circ \text{C}$  انجام می‌شود.

مورد دوم: انرژی گرمایی معادل مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده ماده

است. پس در دمای ثابت، تفاوت چشمگیری در انرژی گرمایی

واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها وجود نخواهد داشت.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۸ تا ۷۵)

## ۱۰۲- گزینه «۳»

(رسول عابرنی‌زواره)

بررسی گزینه‌ها:

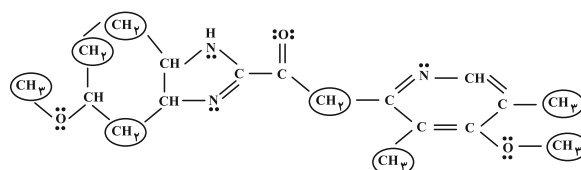
(۱) درست؛ هر اتم اکسیژن دو جفت و هر اتم نیتروژن یک جفت الکترون

ناپیوندی دارد.

جفت  $= 3(2) + 3(1) = 9$  تعداد جفت  $e^-$  های ناپیوندی(۲) درست؛ آنتالپی پیوند  $\text{C}=\text{O}$  بیشتر از آنتالپی پیوندهای  $\text{C}-\text{O}$  می‌باشد.

(۳) نادرست؛ ترکیب سیرنشده است، اما فاقد حلقه بنزنی است و آروماتیک

نمی‌باشد.

(۴) درست؛ در این ترکیب چهار گروه متیل و چهار گروه  $\text{CH}_3$  وجود دارد.

(شیمی ۲- ترکیبی: صفحه‌های ۳۸، ۴۳، ۶۷ و ۶۸)

## ۱۰۳- گزینه «۱»

(امیرعلی بیات)

به ترتیب با ضرب کردن  $\frac{1}{4}$ ،  $\frac{-3}{4}$ ،  $\frac{-1}{4}$  و  $\frac{9}{4}$  در چهار واکنش داده شده می‌توان به معادله نهایی رسید که  $\Delta H$  آن برابر  $5 \text{ kJ} / 622 -$  می‌شود.

$$\frac{1}{4} \times (-1010) + \frac{-3}{4} \times (-317) + \frac{-1}{4} \times (-143) + \frac{9}{4} \times (-286) = -622 / 5 \text{ kJ}$$

$$4 \text{ LN}_2 \times \frac{1/25 \text{ g N}_2}{1 \text{ LN}_2} \times \frac{1 \text{ mol N}_2}{28 \text{ g N}_2} \times \frac{622 / 5 \text{ kJ}}{1 \text{ mol N}_2}$$

$$\frac{1 \text{ mol C}_3\text{H}_8}{2058 \text{ kJ}} \times \frac{44 \text{ g C}_3\text{H}_8}{1 \text{ mol C}_3\text{H}_8} \approx 2 / 37 \text{ g C}_3\text{H}_8$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵ و ۷۳ تا ۷۷)

## ۱۰۴- گزینه «۴»

(امیرعلی بیات)

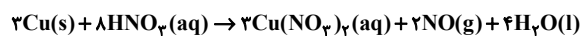
کاتالیزورها صرفاً سرعت واکنش‌هایی که به‌طور طبیعی انجام می‌شوند، را افزایش می‌دهند و واکنش‌ها بدون حضور کاتالیزورها هم انجام می‌شوند ولی با سرعت کمتر.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۷، ۷۸ و ۸۳)

## ۱۰۵- گزینه «۱»

(پیمان فواوی‌مهر)

معادله واکنش پس از موازنه به صورت زیر درمی‌آید:

۱۲ گرم از جرم مخلوط واکنش کم شده، پس ۱۲ گرم گاز  $\text{NO}$  تولید شده است.

$$12 \text{ g NO} \times \frac{1 \text{ mol NO}}{30 \text{ g NO}} \times \frac{8 \text{ mol HNO}_3}{2 \text{ mol NO}} = 1 / 6 \text{ mol HNO}_3$$

$$\bar{R}_{\text{HNO}_3} = \frac{1 / 6 \text{ mol}}{2 / 5 \text{ min}} = 0 / 64 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰)

## ۱۰۶- گزینه «۴»

(محمدرضا پورجاوید)

برای تعیین معادله واکنش با استفاده از تغییر غلظت مواد در بازه‌های زمانی داده شده می‌توان نوشت:

$$\left| \frac{\Delta[\text{B}]}{\Delta[\text{A}]} \right| = \left| \frac{18 - 36}{30 - 18} \right| = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$



$$\left| \frac{\Delta[\text{B}]}{\Delta[\text{C}]} \right| = \left| \frac{4 / 5 - 36}{19 / 5 - 9} \right| = \frac{31 / 5}{10 / 5} = 3$$

بنابراین معادله کلی واکنش به صورت  $3\text{B} \rightarrow 2\text{A} + \text{C}$  خواهد بود و رابطه

سرعت واکنش برای آن به صورت‌های زیر است:



۳) کربوکسیلیک اسیدها ترکیب‌هایی هستند که مزه ترش میوه‌هایی مانند انگور و کیوی را باعث می‌شوند. شمار اتم‌های کربن در این ترکیب‌ها از «چند» تا «چندین» عدد متغیر است و قطعاً به هر نسبتی در آب حل نمی‌شوند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۲)

## گزینه «۳» ۱۰۹-

(مسین شاهسواری)

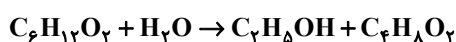
استر موجود در آناناس، اتیل بوتانات می‌باشد که دارای ۲ پیوند C-O و ۴ پیوند C-C است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: آلکان نامحلول است و باید انحلال‌پذیری آن کمتر ۰/۰۱ g باشد.

گزینه «۲»: اسید آن ۴ کربنه و الکل سازنده استر موز ۵ کربنه است.

گزینه «۴»: واکنش آبکافت آن به صورت زیر است:



$$? g C_4H_8O_2 = 56 g C_6H_{12}O_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_4H_8O_2}{116 g C_6H_{12}O_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } C_4H_8O_2}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_2} \times \frac{88 g C_4H_8O_2}{1 \text{ mol } C_4H_8O_2} = 42/48 g C_4H_8O_2$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۰، ۱۱۲، ۱۱۵ و ۱۱۶)

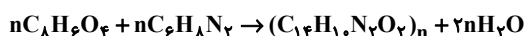
## گزینه «۴» ۱۱۰-

(مسین ناصری‌ثانی)

مونومرهای سازنده این پلی‌آمید و فرمول مولکولی آنها به صورت زیر است:

| دی‌آمین     | دی‌اسید     | مونومر        |
|-------------|-------------|---------------|
|             |             | فرمول ساختاری |
| $C_6H_8N_2$ | $C_8H_6O_4$ | فرمول مولکولی |

معادله واکنش تهیه پلی‌آمید:



$$41/5 kg C_8H_6O_4 \times \frac{1000 g C_8H_6O_4}{1 kg C_8H_6O_4} \times \frac{1 \text{ mol } C_8H_6O_4}{166 g C_8H_6O_4}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } (C_{14}H_{10}N_2O_2)_n}{n \text{ mol } C_8H_6O_4} = 1/25 \text{ mol } (C_{14}H_{10}N_2O_2)_n$$

$$\Rightarrow \frac{41/5 \times 1000}{166n} = 1/25 \Rightarrow n = \frac{41500}{166 \times 1/25} = 200$$

(شیمی ۲- پوشاک نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۹)

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_B}{3} = \frac{\bar{R}_A}{2} = \frac{\bar{R}_C}{1}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{-\frac{\Delta[B]}{\Delta t}}{3} = \frac{\frac{\Delta[A]}{\Delta t}}{2} = \frac{\frac{\Delta[C]}{\Delta t}}{1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۸ تا ۹۰)

## گزینه «۴» ۱۰۷-

(امیرعلی بیات)

$C_4F_4$  در حلال آلی حل نمی‌شود.

پلیمر سازنده الیاف پتو پلی‌سیانواتن می‌باشد که شامل یک جفت الکترون ناپیوندی روی اتم نیتروژن است. فرمول بنزن و استایرن به ترتیب  $C_6H_6$  و  $C_8H_8$  می‌باشد. پلی‌اتن که دارای شاخه کربنی است و ظاهری شفاف دارد را پلی‌اتن سبک می‌نامند و پلی‌اتن بدون شاخه کربن با ظاهری کدر را پلی‌اتن سنگین می‌نامند. پلیمرها دسته‌ای از درشت مولکول‌ها هستند که دارای مونومرهای تکرارشونده می‌باشد. درصد جرمی کربن در آلکن‌ها و پلیمرهای حاصل از آن‌ها ثابت و برابر با  $\frac{6}{7}$  می‌باشد.

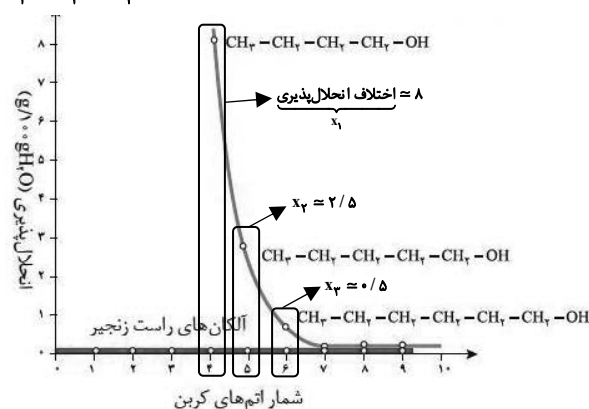
(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۰۹)

## گزینه «۴» ۱۰۸-

(یاسر راش)

با توجه به نمودار زیر و موارد مشخص شده در آن، در میان اعضای هم کربن در دو خانواده، اعضای که شمار اتم‌های کمتری دارند، نسبت به اعضای هم کربن با شمار اتم‌های بیشتر، اختلاف انحلال‌پذیری (X) بیشتری دارند.

$$X_1 > X_2 > X_3 > \dots$$



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) انحلال‌پذیری ۱- اوکتانول (هشتمین عضو خانواده الکل‌ها) و هگزان (ششمین عضو خانواده آلکان‌ها) به ترتیب بزرگ‌تر و کوچک‌تر از ۰/۰۱ گرم در صد گرم آب است. بنابراین ۱- اوکتانول برخلاف هگزان کم محلول است.

۲) عامل کاهش انحلال‌پذیری الکل‌ها در آب افزایش قسمت ناقطبی مولکول (R) و افزایش نیروی واندروالسی در آن می‌باشد. نه کاهش پیوند هیدروژنی.