



دفترچه سؤال آزمون تعیین سطح پاییز «۶ مهر ۱۴۰۳» دفترچه اول اختصاصی دوازدهم ریاضی (ریاضیات)

مدت زمان کل پاسخ‌گویی سوالات: ۱۲۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۸۰ سؤال

(۴۰ سوال اجباری + ۴۰ سوال اختیاری)

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
اجباری	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
جمع کل	۸۰	۱-۸۰	۱۲۰'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	علی آزاد-مهدی براتی-محمدابراهیم توننده‌جانی-سهیل حسن‌خان‌پور-عادل حسینی-مهران حسینی-بهرام حلاج-بابک سادات محمدحسن سلامی حسینی-سیدرضا نجفی-علی اصغر شریفی-پویان طهرانیان-میلاد منصوری-سروش موئینی-سیدجواد نظری جهانیش نیکنام
هندسه	امیرحسین ابومحبوب-حسین حاجیلو-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش-سوگند روشنی-رضا عباسی‌اصل-فرشاد فرامرزی احمدرضا فلاح-نصیر محبی‌نژاد-مهرداد ملوندی-سرژ یقیا‌زاریان تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-حنانه اتفاقی-علی ایمانی-رضا توکلی-جواد حاتمی-عادل حسینی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد افشین خاصه‌خان-حسین خزایی-سیدوحید ذوالفقاری-سوگند روشنی-احمدرضا فلاح-نیلوفر مهدوی-امیر وفائی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته
گزینشگر	عادل حسینی	سرژ یقیا‌زاریان تبریزی	سرژ یقیا‌زاریان تبریزی
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب سهیل تقی‌زاده	مهدی خالقی امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی	مهدی خالقی امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی
گروه ویراستاری رتبه برتر	سپهر متولیان رامتین برزکار سروش حامدی‌فر	سپهر متولیان رامتین برزکار	سپهر متولیان رامتین برزکار
مسئول درس	عادل حسینی	سرژ یقیا‌زاریان تبریزی	سرژ یقیا‌زاریان تبریزی
مستند سازی	سمیه اسکندری	عادل حسینی	الهه شهبازی
ویراستاران (مستندسازی)	سجاد سلیمی-علیرضا عباسی‌زاهد-احسان صادقی		

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳

حسابان ۱: کل کتاب

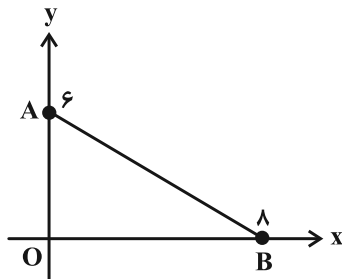
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۱- معادله $\sqrt{2x-1} = \sqrt{x+\sqrt{x^2-5x+4}} - \sqrt{-x^2+5x-4}$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) بی شمار (۴) صفر

۲- در مثلث AOB، میانه AM عمود منصف ضلع AB را در چه عرضی قطع می کند؟



(۱) ۲

(۲) $\frac{27}{17}$ (۳) $\frac{7}{4}$ (۴) $\frac{34}{25}$

۳- وارون تابع $f(x) = 4 - \sqrt{x+2}$ نمودار تابع $g(x) = [x]$ را در نقطه ای به طول a قطع می کند. مساحت سطح بین نمودار تابع g و

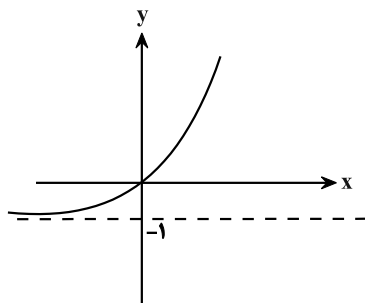
محور x ها در بازه $[0, a]$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۴- اگر $f(x) = \sqrt{\log_7(x-1)}$ و $g(x) = \sqrt{-x^2+4x-4}$ باشند، برد تابع $g \circ f$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) صفر (۴) ۱

۵- شکل مقابل، مربوط به نمودار تابع $y = a - b(a+3)^{x-2}$ است. حاصل $f(100) - f(99)$ کدام است؟

(۱) 2^{100} (۲) 2^{99} (۳) $2^{100} - 1$ (۴) $2^{99} - 2$

محل انجام محاسبات

۶- تابع $f(x) = \log_3 x + \log_x 3$ با دامنه $(3, +\infty)$ مفروض است. مقدار $f^{-1}(\frac{5}{3})$ کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۳ (۴) ۹

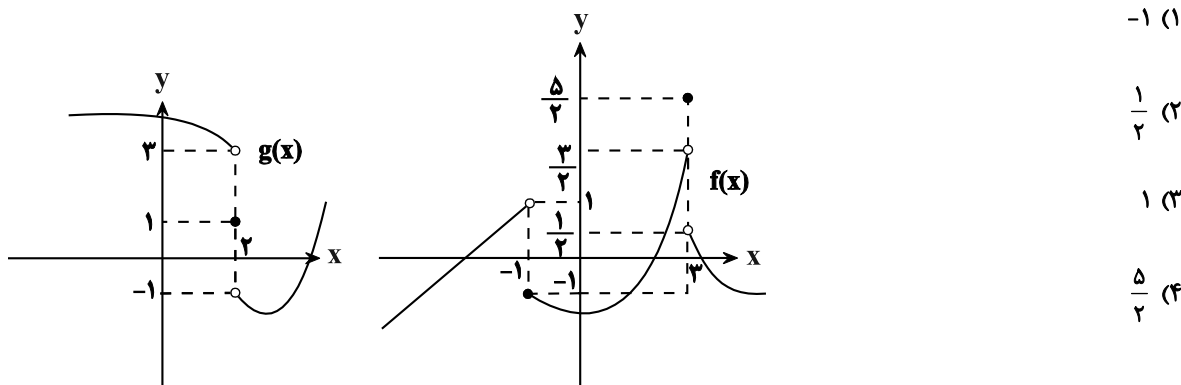
۷- اگر $\tan x = 2$ باشد، حاصل $P = \frac{\sin(x - \frac{\pi}{2}) - \cos(\frac{7\pi}{2} + x)}{\frac{1}{\cos x} - \sin(x - \pi) - \cos^3(\pi + x)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{-1}{3}$ (۲) $\frac{-1}{2}$ (۳) $\frac{-7}{12}$ (۴) $\frac{-5}{12}$

۸- اگر $\sin(x + \frac{\pi}{4}) + \sin(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{10}}{3}$ باشد، مقدار $\cos 4x$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{79}{81}$ (۲) $\frac{64}{81}$ (۳) $-\frac{64}{81}$ (۴) $\frac{79}{81}$

۹- در صورتی که نمودار دو تابع f و g به صورت زیر باشد، حاصل $f(\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x))$ کدام است؟



۱۰- اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos^3 x}{2 \sin^2 x} & ; x > 2\pi \\ \frac{a}{x} & ; x \leq 2\pi \end{cases}$ در $x = 2\pi$ پیوسته باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{2\pi}{3}$ (۲) $\frac{2\pi}{2}$ (۳) $\frac{4\pi}{3}$ (۴) $\frac{2\pi}{4}$



پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

- ۱۱- در دنباله حسابی a_n می‌دانیم که سه جمله $a_6 + 2$ ، a_5 و $a_3 - 1$ به ترتیب از چپ به راست تشکیل یک دنباله هندسی با قدرنسبت ۲ می‌دهند. در این صورت جمله اول دنباله a_n کدام است؟

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

- ۱۲- در یک متوازی‌الاضلاع اندازه یک ضلع و یک قطر به ترتیب ۶ و $6\sqrt{3}$ و زاویه بین آنها 60° است. مساحت این متوازی‌الاضلاع کدام است؟

$$18 \quad (4)$$

$$36 \quad (3)$$

$$27 \quad (2)$$

$$54 \quad (1)$$

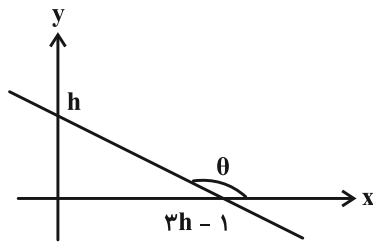
- ۱۳- با توجه به شکل زیر، اگر $\sin \theta = \frac{2}{5}$ باشد، مقدار h کدام است؟

$$\frac{2}{6-\sqrt{21}} \quad (1)$$

$$\frac{2}{1+\sqrt{21}} \quad (2)$$

$$\frac{2}{\sqrt{21}-1} \quad (3)$$

$$\frac{2}{6+\sqrt{21}} \quad (4)$$



- ۱۴- اگر a و b دو عدد طبیعی باشند و رابطه $(\sqrt{2})^a - (\sqrt{3})^b = \frac{b+4}{3^{\frac{a+6}{2}}} + (\sqrt{3})^b$ برقرار باشد، حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟

$$10 \quad (4)$$

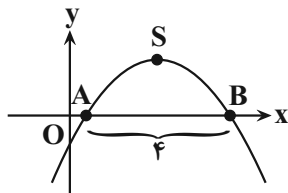
$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

۱۵- نمودار تابع $y = ax^2 + bx - 5$ به صورت زیر است. اگر طول رأس سهمی برابر $x = 3$ باشد، مساحت مثلث OSB کدام است؟ (O)

مبدأ مختصات و S رأس است.) آزمون وی ای پی



(۱) ۱۲

(۲) ۱۶

(۳) ۲۰

(۴) ۱۰

۱۶- اگر نامساوی $\frac{x^2 + ax - b}{x - 2} \geq 0$ برای هر x حقیقی به جز $x = 2$ برقرار باشد، a چند مقدار صحیح منفی می تواند قبول کند؟

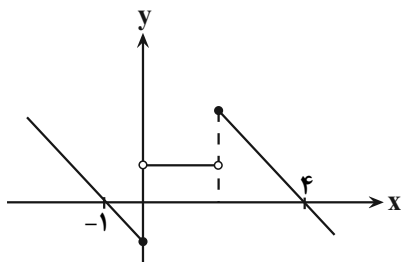
(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

۱۷- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -x + a & ; x \geq b \\ 1 & ; 0 < x < 2 \\ |x| - c & ; x \leq 0 \end{cases}$ به صورت زیر است. برد تابع $g(x) = -bx^2 + ax + c$ کدام است؟

(۱) $(-\infty, 1]$ (۲) $(-\infty, 2]$ (۳) $(-\infty, 3]$ (۴) $(-\infty, 4]$

۱۸- هشت حرف کلمه NIAVARAN را بر روی ۸ گوی یکسان نوشته ایم. به چند طریق می توان ۳ گوی از این ۸ گوی را انتخاب کرد؟

(۴) ۲۵

(۳) ۲۰

(۲) ۱۹

(۱) ۱۸

۱۹- دو تاس را با هم پرتاب می کنیم. احتمال این که اختلاف اعداد رو شده، عددی اول باشد کدام است؟

(۴) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{5}{9}$ (۱) $\frac{1}{3}$

۲۰- در کیسه ای ۴ مهره قرمز، ۳ مهره سبز و ۵ مهره آبی موجود است. سه مهره به تصادف از کیسه خارج می کنیم، با کدام احتمال

تعداد مهره های قرمز انتخابی بیشتر از آبی است؟

(۴) $\frac{16}{55}$ (۳) $\frac{13}{55}$ (۲) $\frac{16}{45}$ (۱) $\frac{13}{45}$

آمار و احتمال: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۲۱- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

(ب) $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}; x + y = 0$

(الف) $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}; x \leq y$

(پ) $[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p \equiv T$

(ت) $\sim (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

(ث) $(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge r) \equiv p \wedge (q \vee r)$

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۲۲- مجموعه $(A - B) \cup [(B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B)]$ با کدام مجموعه برابر است؟

(۴) B

(۳) A

(۲) B'

(۱) A - B

۲۳- از مجموعه $\{101, 102, \dots, 600\}$ عددی به تصادف انتخاب کرده‌ایم. با کدام احتمال این عدد مضرب ۵ می‌باشد ولی بر ۶ بخش پذیر نیست

یا مضرب ۵ نیست ولی بر ۶ بخش پذیر است؟

(۴) ۰/۵۶

(۳) ۰/۳۶

(۲) ۰/۳۲

(۱) ۰/۳

۲۴- در جعبه‌ای ۳ توپ قرمز و ۷ توپ آبی وجود دارد. اگر به تصادف به طور متوالی و بدون جایگذاری ۳ توپ از این جعبه خارج کنیم، با کدام

احتمال حداقل یکی از توپ‌های انتخابی قرمز است؟

(۴) $\frac{37}{72}$ (۳) $\frac{27}{40}$ (۲) $\frac{7}{10}$ (۱) $\frac{17}{24}$ ۲۵- برای دو پیشامد مستقل A و B، $P(A \cap B) = 0/32$ و $P(A' \cap B') = 0/12$ است. اگر $P(A) > P(B)$ باشد، $P(A - B)$ کدام است؟

(۴) ۰/۶۶

(۳) ۰/۶

(۲) ۰/۵۶

(۱) ۰/۴۸

۲۶- سه فرد A، B و C به ترتیب با احتمال ۰/۳، ۰/۴ و ۰/۵ در یک بار تیراندازی هدفی را مورد اصابت قرار می‌دهند. تاسی را پرتاب

می‌کنیم اگر مضرب ۳ ظاهر شود، A شلیک می‌کند، در غیر این صورت اگر عدد زوج ظاهر شود، B شلیک می‌کند و اگر فرد ظاهر شود،

C شلیک می‌کند. احتمال اینکه با یک بار پرتاب تاس، هدف مورد اصابت قرار گیرد، تقریباً کدام است؟

(۴) ۰/۵

(۳) ۰/۴۴

(۲) ۰/۴۸

(۱) ۰/۴۶

۲۷- اگر انحراف معیار داده‌های $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$ برابر صفر باشد، واریانس داده‌های $x_1 + 2, x_2 + 3, x_3 + 4$ و $x_4 + 1, x_5, x_6 - 1, x_7 - 2, x_8 - 3, x_9 - 4$ کدام است؟(۴) $\frac{20}{3}$

(۳) ۶

(۲) $\frac{16}{3}$

(۱) ۵

۲۸- بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه‌ای با استفاده از نمونه‌ای از آن جامعه به اندازه ۳۶، به صورت $[12/8, 13/4]$ به دست

آمده است. انحراف معیار این جامعه کدام است؟

(۴) ۱/۵

(۳) ۱/۲

(۲) ۰/۹

(۱) ۰/۶

۲۹- فردی در یک مسابقه تیراندازی با کمان شرکت کرده است. شانس اصابت هدف در هر پرتاب برای او برابر ۰/۸ است. مسابقه برای

هر فرد زمانی به پایان می‌رسد که برای اولین بار بتواند هدف را مورد اصابت قرار دهد. اگر بدانیم وی حداقل ۲ پرتاب انجام داده

است، چقدر احتمال دارد حداکثر ۳ پرتاب انجام داده باشد؟

(۴) ۰/۹۶

(۳) ۰/۹

(۲) ۰/۸۴

(۱) ۰/۸

۳۰- در مورد داده‌های ۵، ۴، ۱۲، ۷، ۱۴، ۱۵، ۱، ۲، ۸، ۱۴، ۴، کدام گزینه نادرست است؟

(۲) مد داده‌ها از میانه آن‌ها بزرگ‌تر است.

(۱) مد داده‌ها دو برابر میانگین آن‌ها است.

(۴) دامنه میان‌چارکی سه واحد کم‌تر از مد داده‌ها است.

(۳) دامنه میان‌چارکی دو برابر میانه داده‌ها است.

هندسه ۲: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- از نقطه M خارج دایره $C(O, R)$ ، دو مماس MA و MB بر این دایره رسم شده است. اگر $\widehat{AMB} = 60^\circ$ و $OM = 6$ باشد،

فاصله مرکز دایره از وتر AB چند برابر فاصله نقطه M از وتر AB است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۳۲- در مثلث ABC به اضلاع $AB = 8$ ، $AC = 15$ و $BC = 17$ ، فاصله رأس A تا نزدیک‌ترین نقاط دایره محاطی داخلی مثلث،

چند برابر شعاع دایره محاطی داخلی مثلث است؟

(۱) $\sqrt{2} - 1$ (۲) $\sqrt{3} - 1$

(۳) $2 - \sqrt{2}$ (۴) $2 - \sqrt{3}$

۳۳- دو دایره به شعاع‌های ۴ و ۱۰ واحد، تنها یک مماس مشترک دارند. از مرکز دایره کوچک‌تر، عمودی بر خط‌المركزین دو دایره

رسم می‌کنیم تا دایره بزرگ‌تر را در نقاط A و B قطع کند. طول AB کدام است؟

(۱) ۹ (۲) ۱۲

(۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۳۴- لوزی $ABCD$ به طول ضلع ۱۰ و قطر بزرگ ۱۶ را نسبت به خط گذرنده از نقاط O و O' ، بازتاب می‌دهیم. اگر $OB = O'B = 2$

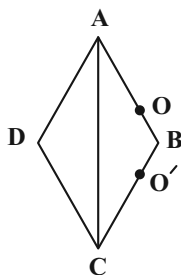
باشد، مساحت ناحیه مشترک بین لوزی $ABCD$ و بازتاب یافته آن کدام است؟

(۱) $1/44$

(۲) $2/48$

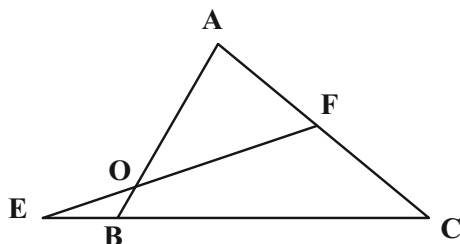
(۳) $3/84$

(۴) $4/82$



۳۵- در شکل زیر نقطه F وسط پاره خط AC و نقطه B تصویر نقطه A در تجانس به مرکز O و نسبت k است. اگر $OF = 4OE$

باشد، مقدار k کدام است؟



$$-\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$-\frac{2}{5} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{9} \quad (3)$$

$$-\frac{2}{7} \quad (4)$$

۳۶- در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{B} = 90^\circ$)، $AB = BC = 15$ است. اگر نقطه N روی ضلع AB و $BN = 7$ باشد، آن گاه کمترین

محیط ممکن برای مثلث MBN به گونه‌ای که M روی وتر AC باشد، کدام است؟

$$24 \quad (4)$$

$$22 \quad (3)$$

$$20 \quad (2)$$

$$17 \quad (1)$$

۳۷- در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، $AB = 9$ و $AC = 12$ و D نقطه تلاقی نیمساز زاویه داخلی $\hat{A}$ و ضلع BC است. اگر تحت

تجانس به مرکز B و نسبت k، نقطه C بر روی نقطه D تصویر شود، فاصله تصویر نقطه D در این تجانس از نقطه B کدام است؟

$$\frac{15}{7} \quad (4)$$

$$\frac{25}{7} \quad (3)$$

$$\frac{105}{49} \quad (2)$$

$$\frac{135}{49} \quad (1)$$

۳۸- مساحت هشت ضلعی منتظم محاط در دایره‌ای به شعاع $2\sqrt{2}$ کدام است؟

$$16\sqrt{2} \quad (4)$$

$$8\sqrt{2} \quad (3)$$

$$12\sqrt{2} \quad (2)$$

$$6\sqrt{2} \quad (1)$$

۳۹- در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، $AB = 2\sqrt{7}$ و $BC = 8$ است. اگر M وسط BC و N وسط CM باشد، طول پاره خط

AN کدام است؟

$$2\sqrt{6} \quad (4)$$

$$\sqrt{22} \quad (3)$$

$$2\sqrt{5} \quad (2)$$

$$3\sqrt{2} \quad (1)$$

۴۰- در مثلث ABC به اضلاع ۴، ۱۳ و ۱۵ واحد، نقطه‌ای درون مثلث که از اضلاع به طول‌های ۴ و ۱۳، به ترتیب به فاصله ۱ و ۲ قرار

دارد، از بزرگ‌ترین ضلع چه فاصله‌ای دارد؟

$$\frac{6}{5} \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$\frac{4}{5} \quad (2)$$

$$\frac{3}{5} \quad (1)$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع، مثلثات: صفحه‌های ۱ تا ۴۴

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اختیاری است.

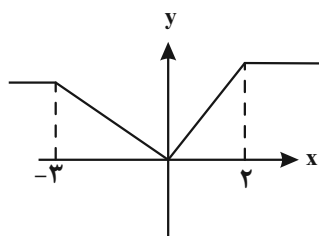
۴۱- اگر $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x$ و $(f \circ g)(x) = x^2 - 2x$ باشد، با کدام انتقال نمودار تابع $y = \sqrt[3]{x^2 - 9}$ به نمودار تابع g تبدیل می‌شود؟

(۱) واحد به چپ و ۲ واحد به سمت پایین

(۲) واحد به راست و ۲ واحد به سمت بالا

(۳) ۲ واحد به راست و ۱ واحد به سمت بالا

(۴) ۱ واحد به راست و ۲ واحد به سمت پایین

۴۲- نمودار تابع $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{3})$ روی کدام یک از بازه‌های زیر یکنواست؟ $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ (۴) $(\frac{7\pi}{6}, 2\pi)$ (۳) $(\pi, \frac{4\pi}{3})$ (۲) $(\frac{-\pi}{3}, \frac{\pi}{3})$ (۱)۴۳- اگر نمودار تابع $y = f(x+2)$ به صورت زیر باشد، تابع $y = 2 - 4f(\frac{4-x}{4})$ روی کدام بازه اکیداً نزولی است؟(۱) $[1, 10]$ (۲) $[0, 6]$ (۳) $[4, 12]$ (۴) $[7, 15]$

۴۴- باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر $2x - 4$ برابر ۱ است. باقی مانده تقسیم $f(x) = 4xP(x+1) - x^2P(3-x)$ بر $-x + 1$ کدام گزینه است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۴۵- دوره تناوب تابع $f(x) = \sin^2 \frac{x}{3} \cos^2 \frac{x}{3}$ کدام است؟ 

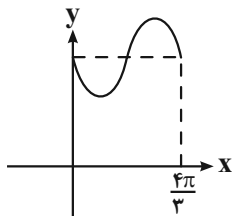
(۴) 6π

(۳) 3π

(۲) $\frac{3\pi}{4}$

(۱) $\frac{3\pi}{2}$

۴۶- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = 2 + \sin ax$ است. مقدار تابع در نقطه $x = \frac{28\pi}{9}$ کدام است؟



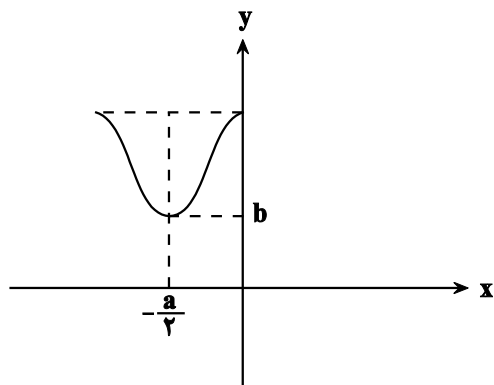
(۲) $\frac{4 - \sqrt{3}}{2}$

(۱) $\frac{4 + \sqrt{3}}{2}$

(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{5}{2}$

۴۷- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + b \sin \pi(2ax - \frac{1}{4})$ است. مقدار $a + b$ کدام است؟



(۱) $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$

(۲) $-\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۴) $\frac{1}{2}$

۴۸- معادله $(1 + \cos x)(1 + \cos 2x) = \frac{1}{4}$ در فاصله $(0, 2\pi)$ چند جواب دارد؟

(۴) ۶

(۳) ۸

(۲) ۴

(۱) ۵

۴۹- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $3 \sin^2 2x - 8 \cos^2 x + 1 = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟ 

(۴) $\frac{9\pi}{2}$

(۳) 4π

(۲) $\frac{7\pi}{2}$

(۱) 3π

۵۰- به ازای چند مقدار طبیعی k ، معادله $(1 + \sin x)(1 + \cos x) = k \sin 2x$ در بازه $(0, \frac{\pi}{2})$ جواب ندارد؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۹ تا ۳۱

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۵۱- برای دو عدد حقیقی x و y ، روابط $y+2=2x$ و $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ 2x \end{bmatrix} = 3$ برقرار است. مقدار $\frac{xy}{y^2+4x^2}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{12}$ (۳) -12 (۴) -4

۵۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & a & 2 \\ c & 5 & a \\ 1 & b & -1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} c & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ a & -1 & b \end{bmatrix}$ و AB ماتریسی اسکالر باشد، حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی ماتریس AB کدام است؟

- (۱) 9 (۲) -9 (۳) 27 (۴) -27

۵۳- برای ماتریس مربعی A ، رابطه $A^3 = -A$ برقرار است. ماتریس A^{12} برابر کدام است؟

- (۱) A (۲) A^2 (۳) $-A$ (۴) $-A^2$

۵۴- اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} x-y & 4 \\ 3 & 2x \end{bmatrix}$ و $A \times B$ یک ماتریس قطری باشد، دترمینان ماتریس $B \times A$ کدام است؟

- (۱) -14 (۲) 14 (۳) 98 (۴) 104

۵۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ و $\alpha A + \beta A^{-1} = 2I$ باشد، حاصل $2\alpha + \beta$ کدام است؟

- (۱) -4 (۲) -2 (۳) 2 (۴) 4

۵۶- به ازای $\alpha, \beta \in \mathbb{R} - \{0\}$ ، دستگاه معادلات $\begin{cases} (m+5)x + my = 5 \\ 2(m+1)x - (m-3)y = 2 \end{cases}$ جواب منحصر به فرد دارد. حاصل $\frac{2(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}$ برابر کدام است؟

- (۱) $0/4$ (۲) $0/6$ (۳) $0/8$ (۴) 1

۵۷- مجموع جواب‌های معادله $\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ x & x & 1 \\ 1 & x & x \end{vmatrix} = 0$ ، کدام است؟ آزمون وی ای پی

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۵۸- مقدار ماکزیمم تابع $\begin{vmatrix} y & x^2 & x \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$ کدام است؟ (y تابعی بر حسب x است).

- (۱) $\frac{25}{8}$ (۲) $-\frac{25}{8}$ (۳) 3 (۴) -3

۵۹- اگر A ماتریسی 3×3 ، $A - 2A^{-1} = -I$ و $|A+I| = -1$ باشد، مقدار $|A|$ کدام است؟

- (۱) $0/125$ (۲) $-0/125$ (۳) 8 (۴) -8

۶۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} \frac{|A|}{2} & |A| \\ -1 & \frac{-4}{|A|} \end{bmatrix}$ و ماتریس X در رابطه ماتریسی $BX = A - B$ صدق کند، مجموع درایه‌های واقع بر قطر اصلی ماتریس X چند برابر مجموع درایه‌های واقع بر قطر فرعی آن است؟

- (۱) $-\frac{13}{3}$ (۲) $-\frac{3}{13}$ (۳) $-\frac{9}{11}$ (۴) $-\frac{11}{9}$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش آموزان اختیاری است.

۶۱- در مثلث ABC ، نیمساز داخلی زوایای B و C یکدیگر را در نقطه O قطع می کنند. اگر $\widehat{BOC} = 135^\circ$ و $BO > CO$ باشد، آن گاه کدام رابطه بین اضلاع مثلث برقرار است؟

$$BC > AC > AB \quad (2)$$

$$BC > AB > AC \quad (1)$$

$$AC > AB > BC \quad (4)$$

$$AB > AC > BC \quad (3)$$

۶۲- کدام یک از قضیه های زیر را می توان به صورت یک قضیه دو شرطی نوشت؟

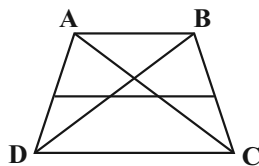
(۱) اگر دو مثلث هم نهشت باشند، آن گاه زوایای آنها نظیر به نظیر برابر یکدیگرند.

(۲) اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، آن گاه آن چهارضلعی متوازی الاضلاع است.

(۳) اگر دو مثلث هم نهشت باشند، آن گاه محیط های برابر دارند.

(۴) اگر دو ضلع مثلثی برابر یکدیگر باشند، ارتفاع های وارد بر آنها نیز برابر یکدیگرند.

۶۳- در دوزنقه $ABCD$ ، قاعده بزرگ $\frac{7}{3}$ برابر قاعده کوچک است. پاره خطی موازی قاعده ها و محدود به ساق ها توسط اقطار به سه



قسمت مساوی تقسیم شده است. این پاره خط ساق ها را با چه نسبتی تقسیم می کند؟

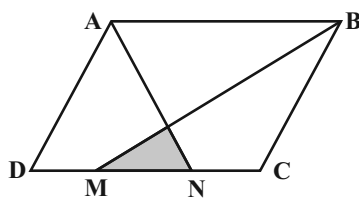
$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{4}{5} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{6}{7} \quad (3)$$

۶۴- در شکل زیر نقاط M و N ، ضلع CD را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده اند. مساحت متوازی الاضلاع $ABCD$ چند برابر



مساحت مثلث رنگی است؟

$$12 \quad (1)$$

$$15 \quad (2)$$

$$18 \quad (3)$$

$$24 \quad (4)$$

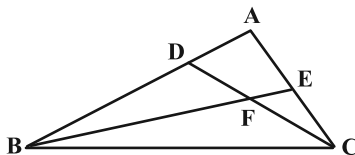
۶۵- در شکل زیر $\widehat{BDF} = \widehat{FEC}$ است. اگر $BF = 2FC = 8$ ، $EF = 3$ و $AD = 5$ باشد، طول پاره خط AE کدام است؟

$$5\sqrt{2} \quad (1)$$

$$4\sqrt{2} \quad (2)$$

$$5/5 \quad (3)$$

$$4/5 \quad (4)$$



۶۶- شکل حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) به طول اضلاع $AB = 12$ و $AC = 5$ ، حول عمود ترسیمی از رأس C بر ضلع AC را با صفحه P به موازات صفحه حاصل از دوران ضلع AC (حول این عمود)، قطع می‌دهیم. اگر مساحت سطح مقطع حاصل برابر 16π واحد مربع باشد، فاصله رأس B از صفحه P کدام است؟

(۴) $4/8$ (۳) $7/2$

(۲) ۶

(۱) ۵

۶۷- در مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، میانه‌ها یکدیگر را در نقطه G قطع کرده‌اند. اگر مساحت مثلث GAB

برابر $\frac{32}{3}$ واحد مربع باشد، طول میانه AM در این مثلث کدام است؟

(۴) ۶

(۳) $3\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{2}$

(۱) ۳

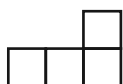
۶۸- سه خط متمایز L_1 ، L_2 و L_3 در نقطه A یکدیگر را قطع می‌کنند. چند صفحه وجود دارد که شامل همه این خطوط باشد؟

(۲) یک یا هیچ

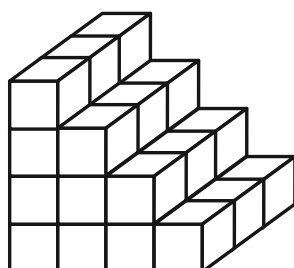
(۱) بی‌شمار

(۴) هیچ

(۳) دقیقاً یک



۶۹- در شکل زیر ۳۰ مکعب کوچک وجود دارد. حداقل چه تعداد از این مکعب‌ها را برداریم تا نمای راست شکل به صورت



رو به رو

دیده شود؟

(۱) ۹

(۲) ۱۲

(۳) ۱۵

(۴) ۱۸

۷۰- کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

(۱) هرگاه خطی در فضا یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند.

(۲) از یک نقطه خارج یک صفحه، بی‌شمار صفحه می‌توان بر صفحه مفروض عمود رسم کرد.

(۳) هرگاه خطی با یکی از دو خط متنافر، موازی باشد، با خط دیگر متنافر است.

(۴) از هر نقطه غیرواقع بر یک خط، تنها یک خط متنافر با آن خط می‌گذرد.

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱ تا ۳۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۷۱- به ازای چند عدد صحیح n ، رابطه $n^3 | n^2 + 4$ برقرار است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بی‌شمار

۷۲- اگر در تقسیم اعداد ۳۴۵ و ۲۴۵ بر عدد طبیعی b ، باقی‌مانده‌ها به ترتیب برابر ۹ و ۵ باشد، آنگاه مجموع ارقام بیش‌ترین مقدار b کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۵

۷۳- اگر $x^3 - x$ بر 13 بخش‌پذیر باشد، مجموع بیشترین و کمترین عدد طبیعی دو رقمی x کدام است؟

- (۱) ۹۲ (۲) ۹۶ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۰۴

۷۴- به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی n ، عدد $5^n - 1$ بر ۱۱ بخش‌پذیر است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴) ۲۱

۷۵- اگر عدد $a + 2^{67}$ بر ۲۳ بخش‌پذیر باشد، آنگاه کوچک‌ترین عدد طبیعی a به کدام دسته هم‌نهمی به پیمانه ۴ تعلق دارد؟

- (۱) $[0]$ (۲) $[1]$ (۳) $[2]$ (۴) $[3]$

۷۶- اگر در یک سال، اول فروردین روز یکشنبه باشد، ۲۳ تیرماه آن سال چه روزی از هفته است؟ (۲۳ تیرماه سالگرد درگذشت مریم میرزاخانی استاد برجسته ریاضی و برنده مدال فیلدز است.)

- (۱) دوشنبه (۲) سه‌شنبه (۳) چهارشنبه (۴) پنج‌شنبه

۷۷- به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی n ، دو عدد $5n - 5$ و $5n + 4$ نسبت به هم اول نیستند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۸- در مجموعه اعداد صحیح، معادله سیاله $ax + by = 84$ دارای جواب و معادله سیاله $ax + by = 56$ فاقد جواب است. تعداد جواب‌های قابل قبول (a, b) کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۷۹- معادله سیاله $7x + 9y = 59$ ، چند دسته جواب طبیعی دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۰- مدیریت یک کارخانه برای جابه‌جایی کارکنان آن از درب ورودی تا محل کار از یک خودروی ون (با ظرفیت ۷ نفر) و یک خودروی سمند (با ظرفیت ۴ نفر) استفاده می‌کند. اگر تعداد کارکنان کارخانه ۶۷ نفر باشد و خودروها فقط با ظرفیت کامل حرکت کنند،

تعداد حالت‌های جابه‌جایی کارکنان با این دو خودرو کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.



دفترچه سؤال

آزمون تعیین سطح پاییز «۶ مهر ۱۴۰۳» دفترچه دوم اختصاصی دوازدهم ریاضی (فیزیک و شیمی)

مدت زمان کل پاسخ گویی سوالات: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سوالات: ۶۰ سؤال

(۳۰ سوال اجباری + ۳۰ سوال اختیاری)

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخگویی
اجباری	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۹۱-۱۰۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
اختیاری	۱۰	۱۲۱-۱۳۰	۱۰'
اختیاری	۱۰	۱۳۱-۱۴۰	۱۰'
جمع کل	۶۰	۸۱-۱۴۰	۷۵'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
فیزیک	شهرام احمدی دارانی-خسرو ارغوانی فرد-عباس اصغری-عبدالرضا امینی نسب-مهدی برایتی-امیرحسین برادران-امیر پوریوسف سیدابوالفضل خالقی-محمدجواد سورچی-سعید شرق-محمد رضا شریفی-بهادر کامران-مصطفی کیانی-غلامرضا محبی-فاروق مردانی-محمد کاظم منشادی-محمود منصوری-سیدعلی میرنوری-حسام نادری
شیمی	فرزین بوستانی-امیرعلی بیات-محمد رضا پورجاوید-ایمان حسین نژاد-حسن رحمتی کوکنده-سیدرضا رضوی-منصور سلیمانی ملککان-آروین شجاعی-مینا شرافتی پور-رسول عابدینی زواره-محمد عظیمیان زواره-فاضل قهرمانی فرد-حسن لشکری-محمد حسن محمدزاده مقدم-سید محمد رضا میرقائم-علی نوری زاده

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	امیرعلی بیات
گروه ویراستاری	حسین بصیر پنهان شاهنی	محمدحسن محمدزاده مقدم احسان پنجه شاهی امیرحسین کمره ای سروش مقدم
گروه ویراستاری رتبه برتر	سینا صالحی	آرمان قنوتی ایلیا اسفندیارپور
مسئول درس	حسام نادری	امیرعلی بیات
مسئند سازی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران (مسئندسازی)	معصومه صنعت کار سیدکیان مکی شیدا نجاتی	ملینا ملائی سجاد رضائی محمدصدرا وطنی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳

فیزیک ۲: کل کتاب

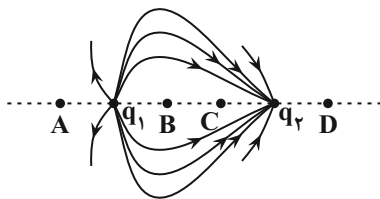
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۸۱- دو گوی رسانای کوچک و یکسان A و B دارای بار الکتریکی $q_A = -4q$ و $q_B = 6q$ در فاصله مشخصی از هم قرار دارند و در این حالت نیرویی که گوی A به گوی B وارد می‌کند، برابر $\vec{F}$ است. دو گوی را با هم تماس داده و سپس در همان مکان‌های قبلی قرار می‌دهیم. اگر نیرویی که گوی A به گوی B در حالت جدید وارد می‌کند برابر $\vec{F}'$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟

$$\vec{F}' = \frac{1}{12} \vec{F} \quad (۴) \quad \vec{F}' = \frac{1}{24} \vec{F} \quad (۳) \quad \vec{F}' = -\frac{1}{12} \vec{F} \quad (۲) \quad \vec{F}' = -\frac{1}{24} \vec{F} \quad (۱)$$

۸۲- مطابق شکل زیر، دو بار الکتریکی q_1 و q_2 در مجاورت هم قرار گرفته‌اند و خطوط میدان الکتریکی آن‌ها رسم شده است. میدان الکتریکی خالص ناشی از آن‌ها در کدام نقطه بر روی خط واصل آن‌ها می‌تواند صفر باشد؟



- (۱) A
(۲) B
(۳) C
(۴) D

۸۳- خازن تختی را که فاصله صفحات آن 0.5 mm و مساحت هریک از صفحات آن 80 cm^2 است، پس از شارژ شدن از باتری جدا کرده و

سپس ۲۵ درصد از بار صفحه مثبت آن را به صفحه منفی منتقل می‌کنیم. اگر بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات خازن $125 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$

تغییر کند، انرژی ذخیره شده در خازن در حالت اولیه چند میکروژول است؟ $(\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}})$ و بین صفحات خازن هوا است.

$$45 \quad (۱) \quad 22/5 \quad (۲) \quad 4/5 \quad (۳) \quad 2/25 \quad (۴)$$

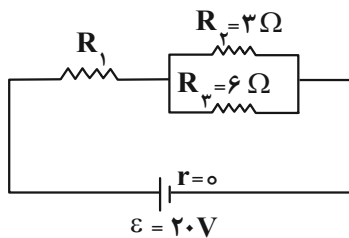
۸۴- جرم دو سیم همگن مسی A و B با هم برابر بوده و قطر مقطع سیم A، $\sqrt{3}$ برابر قطر مقطع سیم B است. اگر مقاومت الکتریکی

سیم B برابر با 18Ω باشد، مقاومت الکتریکی سیم A چند اهم است؟

$$2 \quad (۱) \quad 6 \quad (۲) \quad 18 \quad (۳) \quad 3 \quad (۴)$$

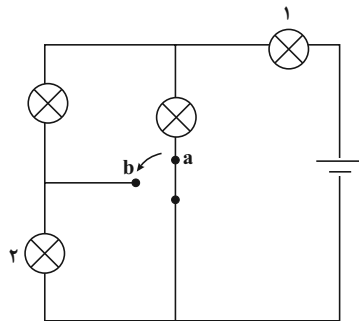
۸۵- در شکل زیر، اگر مدار الکتریکی به یک باتری آرمانی بسته شده باشد و توان مصرفی مقاومت R_1 ، $\frac{9}{4}$ برابر توان مصرفی مقاومت

R_2 باشد، جریان عبوری از مقاومت R_3 چند آمپر است؟



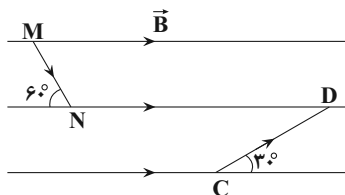
- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) $\frac{4}{3}$
(۴) $\frac{8}{3}$

۸۶- مطابق شکل زیر، چهار لامپ مشابه در مدار قرار دارند و کلید در وضعیت a وصل شده است. اگر کلید را از وضعیت a به وضعیت b تغییر دهیم، نور لامپ‌های ۱ و ۲ به ترتیب از راست به چپ چه تغییری خواهند کرد؟



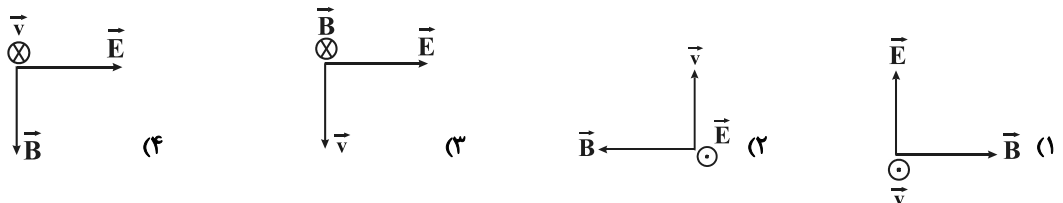
- (۱) پر نورتر - خاموش
(۲) پر نورتر - پر نورتر
(۳) کم نورتر - خاموش
(۴) کم نورتر - پر نورتر

۸۷- مطابق شکل زیر، از دو سیم MN و CD که در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ قرار دارند، جریان‌های ثابت و یکسانی عبور می‌کند. اگر نیروی مغناطیسی وارد بر سیم CD برابر با $\vec{F}_1$ و نیروی مغناطیسی وارد بر سیم MN برابر با $\vec{F}_2$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟



- (۱) $\vec{F}_1 = \sqrt{3}\vec{F}_2$
(۲) $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$
(۳) $\vec{F}_1 = -\sqrt{3}\vec{F}_2$
(۴) $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

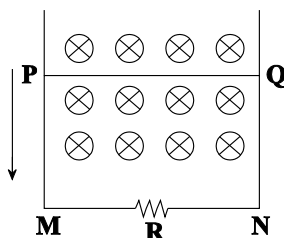
۸۸- در فضایی دو میدان الکتریکی و مغناطیسی عمود برهم وجود دارد. ذره بارداری را با سرعت v در این فضا پرتاب می‌کنیم. اگر این ذره از مسیر اولیه خود منحرف نشود، جهت بردارهای سرعت، میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی کدام یک از شکل‌های زیر می‌تواند باشد؟ (از وزن ذره صرف نظر کنید.)



۸۹- با استفاده از سیمی به مقاومت 25Ω و طول ۱۸ متر، پیچۀ مسطحی به قطر ۳۰ سانتی‌متر می‌سازیم و آن را عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی 400G قرار می‌دهیم. اگر در مدت زمان 0.4 ثانیه، پیچه به اندازه 90° در جهه حول یکی از قطره‌های دوران کند، جریان الکتریکی القا شده در آن چند میلی‌آمپر خواهد بود؟

- (۱) ۵۴ (۲) صفر (۳) $5/4$ (۴) ۲۷

۹۰- در شکل زیر، میله PQ را به سمت پایین با سرعت ثابت جابه‌جا می‌کنیم. در این صورت، جهت جریان القایی در سیم PQ از به و در مقاومت R از به است.



- (۱) N, M, Q, P
(۲) N, M, P, Q
(۳) M, N, Q, P
(۴) M, N, P, Q

فیزیک ۱: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۹۱- شیر A یک استخر خالی به حجم ۱۵۰۰ مترمکعب را در مدت زمان ۳۰ ساعت پر می کند. اگر پس از پر شدن $\frac{1}{3}$ از حجم استخر توسط شیر A، شیر B را هم باز کنیم، استخر ۱۵ ساعت دیگر پر می شود. آهنگ خروج آب از شیر B برحسب یکای لیتر بر دقیقه کدام است؟

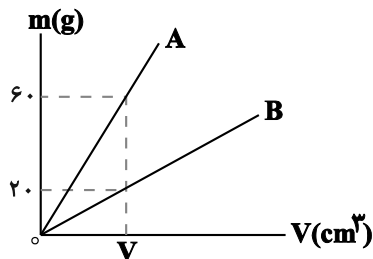
$$\frac{50}{3} \quad (4)$$

$$\frac{100}{3} \quad (3)$$

$$\frac{2500}{9} \quad (2)$$

$$\frac{2500}{3} \quad (1)$$

۹۲- نمودار تغییرات جرم برحسب حجم برای دو جسم A و B مطابق شکل زیر است. اگر چگالی جسم A برابر با $15 \frac{g}{cm^3}$ باشد، حجم



شمشی توپ از جنس B به جرم ۲۲۵۰g، چند cm^3 است؟

$$300 \quad (1)$$

$$450 \quad (2)$$

$$3000 \quad (3)$$

$$4500 \quad (4)$$

۹۳- در شکل زیر، آب و جیوه در حال تعادل اند. فشار هوای حبس شده در محفظه چند cmHg است؟

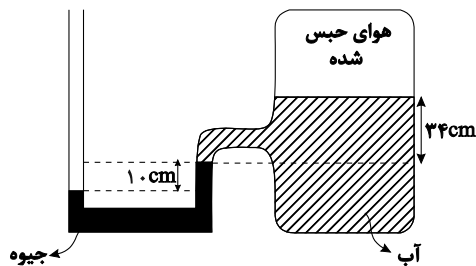
$$(\rho = 13/6 \frac{g}{cm^3} \text{ جیوه}, \rho = 1 \frac{g}{cm^3} \text{ آب}, P_0 = 75 \text{ cmHg})$$

$$65 \quad (1)$$

$$70 \quad (2)$$

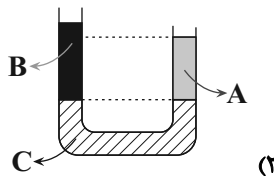
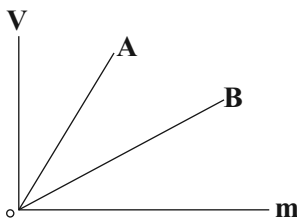
$$62/5 \quad (3)$$

$$87/5 \quad (4)$$

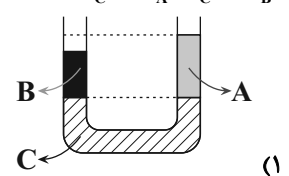


۹۴- نمودار حجم برحسب جرم دو مایع A و B مطابق شکل زیر است. اگر جرم یکسانی از این دو مایع را در دو شاخه لوله U شکل زیر که محتوی مایع C است، بریزیم، پس از رسیدن به تعادل نحوه قرار گرفتن مایع ها مطابق کدام گزینه است؟

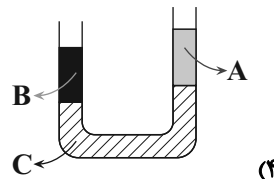
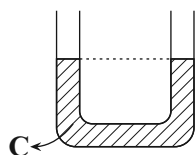
($\rho_C > \rho_A, \rho_C > \rho_B$) سطح مقطع لوله در سراسر طول آن یکسان است.



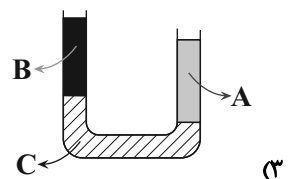
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۹۵- اگر کار نیروی خالص وارد بر یک جسم در جابه‌جایی از نقطه ۱ تا نقطه ۲ صفر باشد، در این صورت الزاماً.....

(۱) حرکت روی مسیر مستقیم است.

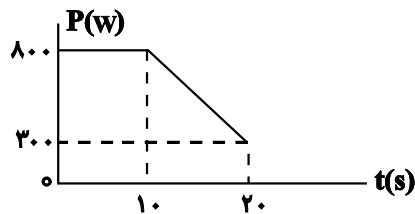
(۲) حرکت روی مسیر مستقیم و با تندی ثابت است.

(۳) سرعت جسم در نقطه ۱ و ۲ یکسان است.

(۴) تندی جسم در نقطه ۱ و ۲ برابر است.

۹۶- در شکل زیر، نمودار توان مفید یک دستگاه بر حسب زمان نشان داده شده است. اگر توان متوسط کل مصرفی این دستگاه در

مدت زمان ۲۰ ثانیه $1000W$ باشد، بازده آن چند درصد است؟



(۱) $87/5$

(۲) ۷۵

(۳) $67/5$

(۴) ۵۵

۹۷- 800 گرم آب $20^{\circ}C$ را با $300g$ یخ صفر درجه سلسیوس مخلوط می‌کنیم. با فرض عدم اتلاف انرژی پس از ایجاد تعادل، چند

$$\left(L_F = 336000 \frac{J}{kg}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg \cdot ^{\circ}C} \right)$$

گرم یخ ذوب نشده در ظرف باقی می‌ماند؟

(۴) ۶۰

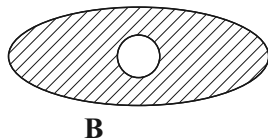
(۳) ۴۰

(۲) ۱۰۰

(۱) ۲۰۰

۹۸- اندازه شعاع یک توپ فلزی از جنس A با شعاع یک حفره بر روی ورقه‌ای از جنس فلز B یکسان است. برای اینکه توپ از حفره

عبور کند، چه تعداد از گزازه‌های زیر می‌تواند راه حل مناسب باشد؟ ($\alpha_A > \alpha_B$)



الف) دمای هر دو را به یک اندازه زیاد کنیم.

ب) دمای هر دو را به یک اندازه کم کنیم.

پ) A را سرد و B را گرم کنیم.

ت) A را گرم و B را سرد کنیم.

(۴) ۴

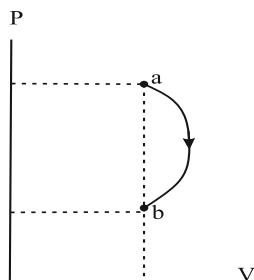
(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۹۹- نمودار P-V فرایندی که مقدار معینی گاز آرمانی طی می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام گزینه در مورد تغییرات انرژی درونی

گاز (ΔU) و کار انجام شده توسط گاز (W') طی این فرایند درست است؟



(۱) $\Delta U > 0, W' < 0$

(۲) $\Delta U > 0, W' > 0$

(۳) $\Delta U < 0, W' < 0$

(۴) $\Delta U < 0, W' > 0$

۱۰۰- یک ماشین گرمایی درون‌سوز در هر چرخه $4g$ بنزین مصرف کرده و $120kJ$ گرما هدر می‌دهد. اگر مقدار گرمای حاصل از

سوختن هر گرم بنزین $40kJ$ باشد، بازده این موتور چند درصد است؟

(۴) ۴۰

(۳) ۳۳

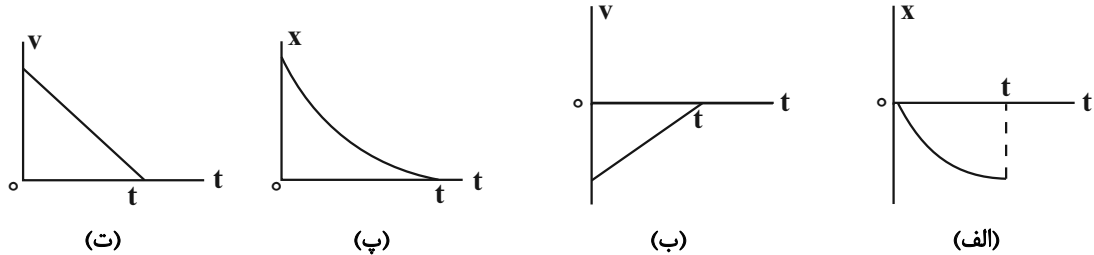
(۲) ۳۰

(۱) ۲۵

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

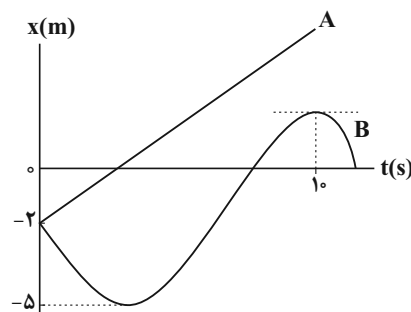
فیزیک ۳: حرکت بر خط راست / دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۱ تا ۴۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۰۱- در کدام نمودار، بردار سرعت متحرک در خلاف جهت محور x و بردار شتاب متحرک در جهت محور x است؟

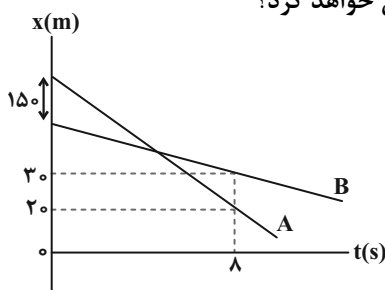
(الف) و ب (۱) الف، پ و ت (۲) ب و پ (۳) الف، ب و پ (۴) (ت)

۱۰۲- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که با تندی‌های یکسان در مبدأ زمان از مکان $x_0 = -2\text{m}$ عبور می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متوسط و بزرگی شتاب متوسط متحرک B در ۱۰ ثانیه اول حرکت به ترتیب $\frac{1}{5}\frac{\text{m}}{\text{s}}$ و $\frac{25}{7}\frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، فاصله دو

متحرک از یکدیگر در لحظه $t = 10\text{s}$ چند متر است؟

- (۱) ۱۸
(۲) ۱۳
(۳) ۱۲
(۴) ۱۶

۱۰۳- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. با توجه به نمودار، مسافتی که متحرک A در ثانیه سوم حرکتش طی می‌کند، چند متر بیش‌تر از مسافتی است که متحرک B در ثانیه پنجم حرکتش طی خواهد کرد؟



- (۱) ۱۰
(۲) ۱۵
(۳) ۲۰
(۴) ۵

۱۰۴- معادله مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = t^2 - 3t + 4$ است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، سرعت متحرک با سرعت متوسط آن بین لحظه‌های $t = 1\text{s}$ تا $t = 5\text{s}$ برابر خواهد شد؟

- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۳ (۴) ۶

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

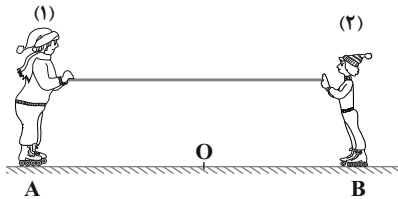
۱۰۵- در شرایط خلأ، گلوله کوچکی از ارتفاع معینی بالای سطح زمین و بدون سرعت اولیه رها می‌شود. اگر گلوله ۱۳۵ متر آخر سقوط خود را در سه ثانیه طی کند، مدت زمان سقوط چند ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۰۶- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۱۲۵ متری زمین رها می‌شود. بزرگی سرعت متوسط گلوله در ۲ ثانیه آخر حرکت، چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۵ (۳) ۴۰ (۴) ۴۵

۱۰۷- مطابق شکل زیر، دو نفر به جرم‌های m_1 و $m_2 = \frac{1}{4}m_1$ روی یک سطح افقی با اصطکاک ناچیز قرار دارند. اگر در ابتدا به فاصله‌های مساوی از نقطه O قرار داشته باشند و توسط طنابی با جرم ناچیز هر یک دیگری را به سمت خود بکشد، کدام یک از موارد زیر درست است؟



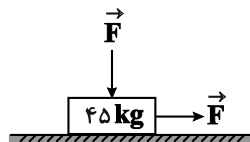
- (۱) در نقطه O به یکدیگر می‌رسند.
(۲) بین O و B به یکدیگر می‌رسند.
(۳) بین O و A به یکدیگر می‌رسند.
(۴) m_1 ساکن می‌ماند و m_2 به او می‌رسد.

۱۰۸- کدام یک از عبارات زیر درست است؟

- (الف) برایند نیروهای کنش و واکنش (عمل و عکس‌العمل) برابر صفر است.
(ب) وقتی گلوله‌ای در هوا سقوط می‌کند، واکنش نیروهای وارد بر آن، به هوا و زمین وارد می‌شود.
(پ) وزن گلدانی که روی میز قرار دارد، به میز وارد می‌شود.
(ت) عکس‌العمل نیروی وزن وارد بر جسمی که با نخ از سقف آویزان است، به نخ وارد می‌شود.

- (۱) الف و ب (۲) ب و پ (۳) ت و پ (۴) ب

۱۰۹- در شکل زیر، دو نیروی ثابت و هم‌اندازه $\vec{F}$ به صورت افقی و قائم به جعبه ساکنی به جرم ۴۵kg وارد می‌شوند. اگر ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جعبه و زمین به ترتیب ۰/۶ و ۰/۴ باشد، حداقل بزرگی نیروی $\vec{F}$ برای به حرکت درآوردن

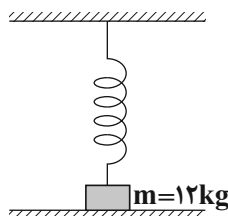


جعبه چند نیوتون است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

- (۱) ۲۹۴ (۲) ۳۰۰ (۳) ۶۷۵ (۴) ۴۵۰

۱۱۰- در شکل زیر، جسمی به جرم ۱۲kg روی سطح افقی ساکن بوده و تغییر طول فنر قائم نسبت به وضعیت عادی خود ۴۰cm است.

اگر ثابت فنر $150 \frac{N}{m}$ باشد، اندازه نیرویی که از طرف جسم بر سطح زیر آن وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$ و از



جرم فنر صرف نظر شود.)

- (۱) ۵۰ (۲) ۶۰ (۳) ۱۸۰ (۴) ۱۲۰



شیمی ۲: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۱۱- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) در هر گروه از بالا به پایین، خصلت فلزی و شعاع اتمی افزایش می‌یابد. آزمون وی ای پی

(۲) در هر دوره از چپ به راست، خصلت نافلزی با شعاع اتمی، رابطه عکس دارد.

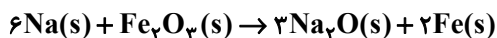
(۳) عنصر با بیشترین خاصیت نافلزی، مربوط به گروه هفدهم و تناوب دوم است که در دسته p قرار دارد و عنصر با بیشترین خاصیت فلزی در گروه اول دوره ۷ ام قرار دارد.

(۴) در یک دوره از چپ به راست، واکنش‌پذیری فلزهای اصلی برخلاف شعاع اتمی آن‌ها افزایش می‌یابد.

۱۱۲- در مورد عناصر دوره سوم از ${}_{11}\text{Na}$ تا ${}_{17}\text{Cl}$ کدام عبارت نادرست است؟

(۱) با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی کاهش می‌یابد.

(۲) تعداد لایه‌ها ثابت است ولی تعداد الکترون‌های ظرفیت در حال افزایش است.

(۳) اختلاف شعاع ${}_{12}\text{Mg}$ با ${}_{11}\text{Na}$ کمتر از اختلاف شعاع ${}_{17}\text{Cl}$ با ${}_{16}\text{S}$ می‌باشد.(۴) ${}_{17}\text{Cl}$ برخلاف ${}_{11}\text{Na}$ ، دارای کمترین شعاع اتمی و بیشترین خصلت نافلزی در بین عناصر در این دوره است.۱۱۳- اگر فلز سدیم حاصل از تجزیه ۳۹ گرم NaN_3 ناخالص در واکنش با مقدار کافی Fe_2O_3 منجر به تولید ۲/۲۴ گرم آهن شود،درصد خلوص NaN_3 کدام است؟ (بازده درصدی هر دو واکنش را ۵۰٪ در نظر بگیرید.)(N = ۱۴, Na = ۲۳, Fe = ۵۶ : g.mol⁻¹)

(۲) ۲۰

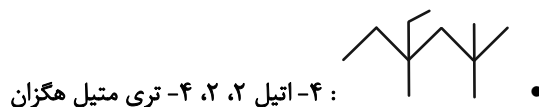
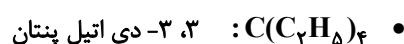
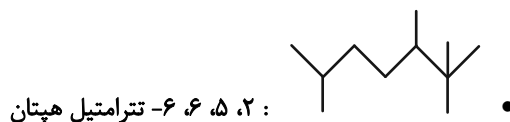
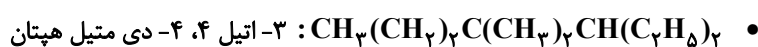
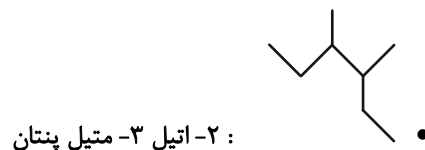
(۱) ۲۵

(۴) ۸۰

(۳) ۷۵

محل انجام محاسبات

۱۱۴- چه تعداد از نام‌گذاری‌های انجام شده به روش آیوپاک درست است؟



۴ (۴)

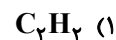
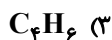
۳ (۳)

۲ (۲)

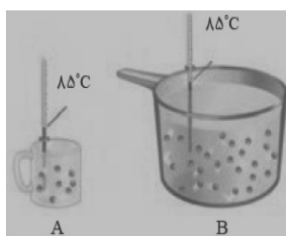
۱ (۱)

۱۱۵- از سوختن کامل $32/4 \text{ g}$ هیدروکربن سیرنشده‌ای با مقدار کافی از گاز اکسیژن $105/6 \text{ g}$ گاز کربن دی‌اکسید و $32/4 \text{ g}$ آب

تولید شده است. فرمول مولکولی این هیدروکربن کدام گزینه می‌تواند باشد؟ ($\text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



۱۱۶- همه عبارت‌های زیر نادرست هستند، به جز ...



(۱) انرژی آزاد شده از مواد غذایی به نوع و مقدار آن ماده وابسته است؛ به طوری که در شرایط یکسان و

مقدار برابر، مقدار انرژی حاصل از مغز گردو از ماکارونی کمتر می‌باشد.

(۲) در شکل مقابل میانگین تندی مولکول‌ها و شدت برخورد آن‌ها به دیواره ظرف‌ها در هر دو ظرف

یکسان است.

(۳) اگر یک جسم را از دمای بالاتر به دمای پایین‌تر برسانیم، علامت تغییر دمای جسم مثبت است.

(۴) تکه‌ای نان داغ و تکه‌ای سیب‌زمینی داغ را با جرم و دمای یکسان درون اتاقی قرار می‌دهیم. زمان هم‌دا شدن با محیط در نان بیشتر از

سیب‌زمینی است.

۱۱۷- آنتالپی انحلال آمونیوم نیترات در آب برابر با $+26 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ است. از انحلال ۲۰ گرم از این ترکیب یونی در ۱۰۰ میلی لیتر آب

25°C ، دمای آب به تقریب به چند کلوین می رسد؟ (گرمای ویژه آب را برابر با $4/2 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ \text{C}^{-1}$ و چگالی آن را برابر با

$1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ در نظر بگیرید و از گرمای جذب شده توسط آمونیوم نیترات صرف نظر کنید. ($N=14, O=16, H=1: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۲۸۲/۵۲ (۴)

۲۹۱/۲۵ (۳)

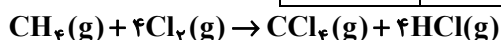
۲۸۸/۴۸ (۲)

۳۰۷/۵۲ (۱)

۱۱۸- با توجه به آنتالپی های پیوند داده شده در جدول و آنتالپی واکنش گرماده زیر که اندازه تفاوت انرژی محصولات و مواد اولیه در

آن $400 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ می باشد، آنتالپی پیوند $\text{C}-\text{Cl}$ چند کیلوژول بر مول است؟

پیوند	C-H	Cl-Cl	H-Cl
آنتالپی پیوند ($\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$)	۴۱۵	۲۴۲	۴۳۱

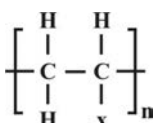


۴۶۳ (۴)

۳۴۸ (۳)

۳۲۶ (۲)

۱۵۱ (۱)



۱۱۹- با توجه به ساختار مقابل چند مورد از مطالب زیر درست است؟

الف) اگر به جای X، گروه $-\text{CN}$ متصل شود، پلیمری سیر شده به دست می آید که در ساخت پتو کاربرد دارد.

ب) با اتصال گروه متیل به جای X، پلی پروپن به دست می آید.

پ) اگر به جای X، هالوژن دوره دوم جدول تناوبی متصل شود پلیمری به دست می آید که در ساخت کیسه خون استفاده می شود.

ت) اگر به جای X، C_6H_5 متصل شود پلیمری به دست می آید که در ساخت ظروف یکبار مصرف کاربرد دارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۲۰- کدام موارد نادرست هستند؟

الف) با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی در الکل ها، نیروی وان دروالسی بر پیوند هیدروژنی غلبه می کند و خصلت ناقطبی الکل افزایش می یابد.

ب) در اتانول مانند ویتامین (ث) پیوند هیدروژنی بر نیروی وان دروالسی غلبه دارد.

پ) اسید و الکل سازنده استر $\text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{C}(=\text{O}) - \text{O} - \text{CH}_3$ به ترتیب $\text{CH}_3 - \text{C}(=\text{O}) - \text{OH}$ و $\text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{OH}$ است.

ت) در ساختار پیوند- خط استری که در موز یافت می شود ۸ خط نمایش داده می شود.

۴ الف و ت

۳ پ و ت

۲ ب و پ

۱ الف و پ

شیمی ۱: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اختیاری است.

۱۲۱- چه تعداد از موارد زیر صحیح است؟

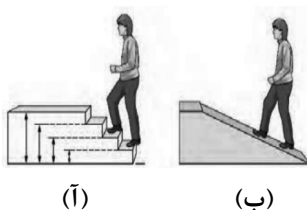
- الف) در جدول تناوبی، ۲ گروه وجود دارد که تعداد عناصر داخل هر کدام از آن‌ها به اندازه عدد اتمی نیتروژن است.
 ب) در دسته f جدول دوره‌ای عناصرها ۲۸ عنصر وجود دارد.
 پ) در دوره‌های دوم و سوم، در مجموع ۸ عنصر وجود دارد که نماد شیمیایی آن‌ها دو حرفی است.
 ت) نخستین عنصری که توسط بشر ساخته شده است در دسته d جدول دوره‌ای جای دارد.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۲۲- کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) شمار خطوط در طیف نشری خطی هلیوم در گستره مرئی بیشتر از هیدروژن است.
 ۲) هر عنصر طیف نشری خطی ویژه خود را دارد.
 ۳) با افزایش عدد اتمی شمار خطوط طیف نشری خطی در محدوده نور مرئی افزایش می‌یابد.
 ۴) شیمی‌دان‌ها به فرایندی که در آن یک ماده شیمیایی با جذب انرژی از خود پرتوهای الکترومغناطیس گسیل می‌دارد، نشر می‌گویند.

۱۲۳- چند مورد از موارد زیر درست است؟



(آ)

(ب)

- انرژی در نگاه ماکروسکوپی و میکروسکوپی به ترتیب مطابق شکل‌های (ب) و (آ) است.
 - در اتم هیدروژن، نور حاصل از انتقال الکترون از لایه سوم به لایه دوم طول موج کمتری نسبت به نور حاصل از انتقال الکترون از لایه چهارم به لایه دوم دارد.
 - مطابق مدل کوانتومی اتم، الکترون اتم هیدروژن می‌تواند در همه نقاط اتم حضور یابد.
 - طول موج نور حاصل از انتقال الکترون از لایه پنجم به لایه سوم در اتم هیدروژن کمتر از طول موج نور قرمز است.

۴ (۱) ۳ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

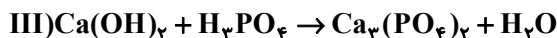
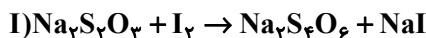
۱۲۴- در رابطه با تقطیر جزء به جزء هوای مایع، کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) گازهای N_2 ، O_2 و Ar در صنعت از تقطیر جزء به جزء هوای مایع به دست می‌آیند.
 ۲) هوای مایع، مخلوطی بسیار سرد حاوی CO_2 ، O_2 ، N_2 و Ar است.
 ۳) در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع با دمای $-200^\circ C$ ، نخستین جزئی که از ستون تقطیر خارج می‌شود، N_2 است.
 ۴) تهیه اکسیژن صددرصد خالص در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع دشوار است.

۱۲۵- ساختار لوویس کدام ترکیب نادرست رسم شده است؟

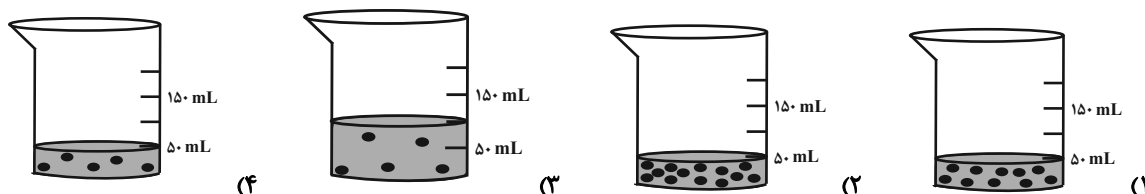
۱۲۶- کدام گزینه درباره مولکول‌های اوزون و اکسیژن نادرست است؟

- (۱) نسبت تعداد الکترون‌های پیوندی اوزون به اکسیژن معکوس نسبت تعداد الکترون‌های ناپیوندی اکسیژن به اوزون می‌باشد.
 - (۲) پایداری گاز O_3 برخلاف واکنش‌پذیری آن، از گاز O_2 بیشتر است.
 - (۳) O_3 برخلاف O_2 در لایه‌های هواکره یک ناحیه مشخص دارد که غلظت آن در آن ناحیه از بقیه قسمت‌های هواکره بیشتر است.
 - (۴) طول موج نوری به رنگ O_3 مایع بیشتر از طول موج نوری به رنگ O_2 مایع است.
- ۱۲۷- کدام موارد از عبارت‌های زیر در رابطه با واکنش‌های داده شده پس از موازنه آن‌ها درست‌اند؟



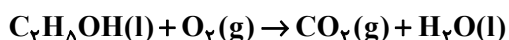
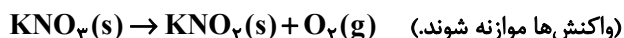
- (الف) اختلاف ضریب H_2O در واکنش‌های دوم و سوم برابر ضریب سدیم دیدید در واکنش (I) است.
- (ب) اختلاف مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و مجموع ضرایب فراورده‌ها در واکنش (III) برابر این اختلاف در واکنش (I) است.
- (پ) در واکنش (I) ضریب $Na_4S_4O_6$ دو برابر ضریب $Na_2S_4O_6$ است.
- (ت) ضریب HCl در واکنش (II) برابر مجموع ضریب H_2O و H_3PO_4 در واکنش (III) است.
- (۱) ب، ت (۲) الف، ت (۳) ب، پ (۴) الف، پ

۱۲۸- غلظت کاتیون کلسیم در یک نمونه آب معدنی برابر با 200 ppm است. اگر چگالی آب 1 kg.L^{-1} باشد، کدام ظرف حاوی این نمونه آب معدنی است؟ ($Ca^{2+} = 40 \text{ g.mol}^{-1}$ و هر ذره نشان‌دهنده 0.0001 مول کاتیون کلسیم است).



۱۲۹- در شرایط STP حجم گاز اکسیژن حاصل از تجزیه $2/20$ گرم پتاسیم نیترات چند لیتر است و این مقدار اکسیژن به تقریب با سوختن کامل چند گرم اتانول مصرف می‌گردد؟

(گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید. $K = 39, N = 14, O = 16, C = 12, H = 1 \text{ g.mol}^{-1}$)



(۴) $1/53, 4/48$

(۳) $1/53, 2/24$

(۲) $4/6, 4/48$

(۱) $4/6, 2/24$

۱۳۰- اگر معادله انحلال‌پذیری نمک‌های A و B به ترتیب $S_A = -\theta/4 + 70$ و $S_B = 1/4\theta + 36$ (S انحلال‌پذیری، θ دما بر حسب

درجه سلسیوس) باشد در چه دمایی ($^{\circ}C$) انحلال‌پذیری دو نمک یکسان می‌شود و اگر 322 گرم محلول سیر شده نمک A را از

دمای $80^{\circ}C$ تا دمای $30^{\circ}C$ سرد کنیم، چند گرم نمک در محلول رسوب می‌کند؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

(۴) 31 ، رسوب نمی‌کند

(۳) 31 ، 30

(۲) 20 ، رسوب نمی‌کند

(۱) 20 ، 30

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی / تاریخچه صابون تا انتهای شونده‌ها: صفحه‌های ۱ تا ۲۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۳۱- با توجه به مخلوط‌های A، B و C، کدام موارد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

A = محلول مس (II) سولفات

B = مخلوط آب و روغن و صابون

C = شربت معده

(الف) محلول A، شامل یون‌هایی است که نور را عبور می‌دهند و ته‌نشین نمی‌شوند.

(ب) مخلوط B، شامل توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت است و نور را پخش نمی‌کند.

(پ) C یک مخلوط ناهمگن بوده و ناپایدار است که نور را در خود از B بیشتر می‌تواند پخش کند.

(ت) مخلوط A و C در پایداری متفاوت و در پخش نور یکسان عمل می‌کنند.

(۱) الف، ب (۲) ب، پ (۳) ب، ت (۴) پ، ت

۱۳۲- با توجه به شکل روبه‌رو، چند مورد از عبارت‌های زیر صحیح است؟ الف: مربوط به یک پاک‌کننده غیرصابونی است که در آن از گروه SO_3^- استفاده می‌شود.

ب: بخش قطبی این نوع پاک‌کننده‌ها دارای ساختار آروماتیکی است.

پ: فرایند تولید این نوع پاک‌کننده‌ها نسبت به پاک‌کننده‌های صابونی پیچیده‌تر است و در صنعت پتروشیمی تولید می‌شود.

ت: وجود یون سدیم و نقش آن در پاک‌کننده‌های غیرصابونی و صابون جامد یکسان است.

ث: این نوع پاک‌کننده در آب‌های سخت مثل آب دریا رسوب سفیدرنگ تولید می‌کند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳۳- تمام عبارت‌های زیر درست‌اند، به جز ...

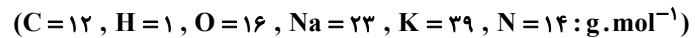
(۱) شیمی‌دان‌ها، پیش از شناخته شدن ساختار اسیدها و بازها، با ویژگی این دسته از مواد آشنا نبودند.

(۲) آرنیوس نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد.

(۳) سدیم هیدروکسید یک باز آرنیوس بوده و کاغذ pH را به رنگ آبی در می‌آورد.

(۴) آمونیاک در ساختار خود یون OH^- ندارد و برخلاف SO_3 یک باز آرنیوس به شمار می‌رود.مشابه سؤالی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۱۳۴- پاک کننده صابونی مایع در اختیار داریم که زنجیر هیدروکربنی آن سیر شده می باشد و در ساختار آن فقط عناصر نافلز دیده می شود. اگر در این صابون به تعداد گروه های جدول تناوبی اتم کربن دیده شود، جرم مولی آن چند گرم بر مول است؟



- (۱) ۳۱۵ (۲) ۳۱۷ (۳) ۳۰۸ (۴) ۳۰۱

۱۳۵- کدام گزینه درست است؟ 

(۱) از واکنش هر مول N_2O_5 با آب یک مول یون هیدرونیوم تولید می شود.

(۲) گوگرد تری اکسید و لیتیم اکسید به ترتیب اکسید اسیدی و بازی به شمار می آیند.

(۳) فراورده حاصل از واکنش سدیم اکسید با آب، در آب نامحلول است.

(۴) کلسیم اکسید با آب واکنش داده و رنگ کاغذ pH در محلول حاصل قرمز می شود.

۱۳۶- مقدار $4/0$ g اسید ضعیف HA با جرم مولی $20 g.mol^{-1}$ را در آب حل کرده و حجم محلول را به 200 میلی لیتر می رسانیم. در صورتی که این اسید به اندازه یک درصد یونش یابد، pH محلول و K_a آن به تقریب کدام اند؟ (گزینه ها را از راست به چپ بخوانید.)

- (۱) 10^{-5} ، $2/3$ (۲) 2×10^{-5} ، 3 (۳) 10^{-5} ، 3 (۴) 2×10^{-5} ، $2/3$

۱۳۷- اگر نسبت غلظت یون هیدرونیوم به یون هیدروکسید در 100 میلی لیتر محلول اسید HA با درصد یونش 2% برابر 4×10^4 باشد، این محلول با چند میلی گرم سدیم هیدروژن کربنات ($NaHCO_3$) با خلوص 80 درصد مطابق واکنش زیر خنثی می شود؟ ($H = 1, C = 12, O = 16, Na = 23 : g.mol^{-1}$)

(دمای محلول برابر $25^\circ C$ فرض شود.) $NaHCO_3(s) + HA(aq) \rightarrow NaA(aq) + CO_2(g) + H_2O(l)$

- (۱) $10/5$ (۲) $1/05$ (۳) 105 (۴) 150

۱۳۸- چند گرم از محلول اسید ضعیف HA با درصد یونش $2/5\%$ و $pH = 3/7$ ، می تواند با 20 میلی لیتر از محلول $0/1$ مولار باریم هیدروکسید، به طور کامل واکنش دهد؟ ($\log 2 \simeq 0/3$) (چگالی محلول اسید را $1/5 g.mL^{-1}$ فرض کنید.)

- (۱) 750 (۲) 500 (۳) 350 (۴) 800

۱۳۹- در دمای $25^\circ C$ محلول اسید ضعیف $0/1$ مولار HA با درصد یونش $0/02$ را 100 برابر رقیق می کنیم. نسبت pH محلول حاصل به pH محلول 10^{-4} مول بر لیتر پتاسیم هیدروکسید کدام است؟ ($\log 2 \simeq 0/3$)

- (۱) $0/57$ (۲) $0/63$ (۳) $0/37$ (۴) $0/43$

۱۴۰- چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح می باشند؟ ($\log 2 \simeq 0/3$) 

- واکنش خنثی شدن اسیدها و بازها مبنایی برای کاربرد شوینده های خورنده است.

- محلول بازهای قوی با غلظت بالا در واکنش با اسیدهای چرب، فراورده نامحلول در آب تولید می کند.

- با دو برابر شدن حجم یک محلول اسید قوی در دمای ثابت، pH آن $0/3$ واحد افزایش می یابد.

- در یک نمونه از آب خالص شمار بسیار ناچیزی از مولکول های آب یونیده می شوند.

- در واکنش خنثی شدن اسید و باز، یون های هیدروژن و اکسیژن با هم واکنش می دهند.

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵



دفترچه سؤال

آزمون هوش و استعداد

(دوره دوم)

۶ مهر

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰

زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ، حمیدرضا رحیم خانلو	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، سپهر حسن‌خان‌پور، کیارش صانعی، نیلوفر امینی، عرشیا مرزبان، فاطمه راسخ، نیما امینی، هادی زمانیان، فرزاد شیرمحمدلی، مریم عظیم‌پور، حمید گنجی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

برای مشاهده پاسخ‌ها، به صفحه شخصی خود در سایت کانون مراجعه کنید.

استعداد تحلیلی

* بر اساس متن زیر از کتاب «فرانک بلت» از «انتشارات فاطمی» به چهار سؤال که در پی می‌آید پاسخ دهید.

درست در سال ۱۶۴۲ میلادی، همان سالی که «گالیله» - پیرمردی نابینا، درهم‌شکسته و زندانی در چار دیواری خانه‌ی خود - درگذشت، «ایزاک نیوتون» در انگلستان به دنیا آمد؛ شخصی که علم امروز ما مدیون اوست. نیوتون تحصیلات دانشگاهی را در «کیمبریج» آغاز کرد و تا بیست‌وسه سالگی، تا شیوع طاعون در انگلستان - که به تعطیلی دانشگاه‌ها منجر شد - زیر نظر استادش «ایزاک بارو»، آنجا ماند. وی هجده ماهی را که در آنجا بود، «بهترین بخش زندگی‌ام، برای ابداع» توصیف کرده است. او در این مدت شاخه‌ای را از ریاضیات که امروزه حساب دیفرانسیل و انتگرال می‌نامیم به وجود آورد، قانون جاذبه‌ی گرانشی را کشف کرد و مجموعه‌ای از مشاهدات بنیادی درباره‌ی ماهیت نور انجام داد و آن‌ها را تفسیر کرد. کمی بعد از بازگشت نیوتون به کیمبریج، بارو کرسی استادی را رها کرد و نیوتون بیست‌وهفت ساله به جای او به استادی منصوب شد.

تأثیر کار نیوتون نه تنها بر علوم قرن‌های هجدهم و نوزدهم، بلکه بر تفکر غربی در حوزه‌ی فعالیت‌های ذهنی چنان گسترده و عمیق است که حتی به دشواری می‌توان در آن مبالغه کرد. نسل‌های متوالی دانشمندان با ترکیب جامع و احاطه‌یاب اثر ماندگار نیوتون، «اصول ریاضی فلسفه‌ی طبیعی»، به عنوان یک نقطه‌ی عطف، ظاهراً همه‌ی پدیده‌های طبیعی را بر حسب یک نظریه‌ی کاملاً مکانیکی توضیح دادند و روشن کردند. این فلسفه‌ی جبری را «لاپلاس» در پاسخ به «ناپلئون» که پرسیده بود «خداوند در کجای این عالم ممکن است قرار بگیرد؟» به طور مشخصی بیان کرده است: «من به چنین فرضی نیاز ندارم.»

سه قانون حرکت که نام نیوتون را بر خود دارند، در واقع گزاره‌ها یا احکام بسیار ساده‌ای هستند. ارزش عمیق آن‌ها دقیقاً از این سادگی بنیادی و عمومیتی که در پی دارند، منتج می‌شود. غالباً آرائه‌ی یک نظریه برای توضیح دادن مشاهدات خاص، کار دشواری نیست. ولی اگر هر مشاهده‌ی جدیدی نیازمند یک نظریه‌ی جدید باشد، مطمئناً به سوی دروازه‌های درک طبیعت پیشرفتی نصیبمان نمی‌شود. در واقع می‌توان به اجمال گفت همین وحدت جامع است که به کار نیوتون، زیبایی باشکوهی می‌دهد. جای تعجب نیست که بسیاری از دانشمندان قرن نوزدهم احساس غبن می‌کردند، چرا که متقاعد شده بودند که دیگر هیچ چیزی با اهمیت واقعاً بنیادی که به کشف کردنش بپردازد، باقی نمانده است.

۲۵۱- کدام معنا برای واژه‌ی «غبن» در انتهای متن بهتر است؟

- (۱) شوق و رغبت
 (۲) کبر و نخوت
 (۳) زیان و افسوس
 (۴) عقل و فراست

۲۵۲- چهار داده‌ی زیر، از سالشماری درباره‌ی زندگی نیوتون استخراج شده است. کدام مورد طبق متن بالا درست نیست؟

- (۱) ۱۶۶۱: ورود به دانشگاه کیمبریج برای نخستین بار
 (۲) ۱۶۶۴: انجام آزمایش‌هایی درباره‌ی نور و ماهیت آن
 (۳) ۱۶۶۵: شیوع طاعون و ترک دانشگاه
 (۴) ۱۶۶۹: انتصاب به جایگاه استادی دانشگاه کیمبریج

۲۵۳- در پاسخ لاپلاس به ناپلئون، منظور از «چنین فرضی» دقیقاً چیست؟

- (۱) نبود خداوند
 (۲) لزوم دخالت امور ماوراءالطبیعه در پدیده‌های طبیعت
 (۳) سلب اختیار خداوند در امور طبیعی
 (۴) وجود جهان مادی

۲۵۴- جای خالی متن را در بند سوم، کدام گزینه بهتر کامل می‌کند؟

- (۱) اگر نظریه‌ای ابطال‌پذیر نباشد، علمی نیست ولو به تأیید چند مصداق.
 (۲) کلّ علم عبارت است از جست‌وجوی وحدت در شباهت‌های پنهان.
 (۳) علم چیزی نیست جز طبقه‌بندی و آنچه در طبقه‌بندی نگنجد، علمی نیست.
 (۴) نظریه‌های درست نامحدود است و نظریه‌های کاربردی لزوماً درست نیست.

۲۵۵- متن زیر عمدتاً کدام ویژگی خواجه حافظ شیرازی را نشان می‌دهد؟ متن از کتاب «در طریق ادب» دکتر سعید حمیدیان است.

از میان شاعران نامور تا زمان خواجه و از آنان که آثارشان کامل یا تقریباً کامل به دست ما رسیده، بعد از باباطاهر و ختیم و در سنجش با فردوسی، نظامی، خاقانی، کمال اسماعیل، مولانا و امیرخسرو، حافظ از همگی کمتر سخن سروده است. این را هم همه می‌دانند. یکی از حافظ‌پژوهان با بخش کردن شمار کلّ غزل‌های حافظ بر ماه‌های عمر مفید شاعری او، نتیجه گرفته که او به‌طور میانگین، ماهی یک غزل بیشتر نمی‌گفته و احتمالاً بقیه‌ی ایام ماه را صرف اصلاح و تهذیب همان مقدار موجود می‌کرده‌است.

- (۱) کاهلی
 (۲) سهل‌انگاری
 (۳) تواضع
 (۴) وسواس

۲۵۶- معنا و لحن ابیات زیر عمدتاً ناظر به موضوع کدام بیت است؟

«اگر از خرّقه کس درویش بودی / رئیس خرّقه‌پوشان میش بودی

وگر مرد خدا آن عام چرخ‌ی است / بلاشک آسیا معروف کرخی است»

- (۱) تو گندم آسیای گردونی / گر یک من و گر هزار خرواری
 (۲) سخن عشق تو بی آن که برآید به زبانم / رنگ رخساره خبر می‌دهد از حال نهانم
 (۳) دلبر آن نیست که مویی و میانی دارد / بنده‌ی خلعت آن باش که آنی دارد
 (۴) دانی ملخ چه گفت چو سرما و برف دید: / «تا گرم جست‌وخیز شدم نوبت شتاست»

۲۵۷- با حروف به‌هم‌ریخته‌ی کدام یک از گزینه‌های زیر - به همان تعدادی که هست، بدون کاهش و افزایش - نمی‌توان واژه‌ای به معنای خواسته‌شده ساخت؟

- (۱) ا ر ز گ ن ی: ناچار
 (۲) ا ب ت ج ر: آزموده‌ها
 (۳) ا ض م ن ی: مفهوم‌ها
 (۴) آ گ ن ن ه ی: موزون

۲۵۸- در یک مجتمع بزرگ آموزشی، وقتی کودکان را به دسته‌های سه‌تایی، چهارتایی و پنج‌تایی تقسیم می‌کنیم، هر بار دو دانش‌آموز باقی می‌مانند که در هیچ دسته جایی ندارند. می‌دانیم تعداد دانش‌آموزان این مجتمع، کم‌ترین عدد چهاررقمی سازگار با شرایط بالاست. اگر این دانش‌آموزان را در دسته‌های هفت‌تایی تقسیم کنیم، چند دانش‌آموز باقی می‌مانند که در هیچ دسته‌ای جایی ندارند؟

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) دانش‌آموزی باقی نمی‌ماند.

۲۵۹- اعداد طبیعی را به‌ترتیب، به‌گونه‌ای دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد اعداد هر دسته، از دسته قبلی ۵ تا بیش‌تر باشد. اولین دسته، یک عضو دارد:

$\{1\}, \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}, \{8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}, \dots$

حاصل جمع عدد آخر دسته پنجم و عدد وسط دسته هفتم کدام است؟

- (۱) ۱۵۱
 (۲) ۱۵۲
 (۳) ۱۵۳
 (۴) ۱۵۴

۲۶۰- در الگوی زیر به‌جای علامت سؤال کدام گزینه قرار می‌گیرد؟

- (۱) ۱۳۰
 (۲) ۱۲۱
 (۳) ۱۳۱
 (۴) ۱۲۲
 ۲۵۲ → ۹۰
 ۳۸۷ → ۱۸۱
 ۴۲۵ → ۱۱۱
 ۳۸۶ → ۱۷۰
 ۱۶۹ → ۱۶۱
 ۳۲۸ → ?

۲۶۱- دو جدول زیر، فاصله‌های خانه‌ی علی تا خانه‌های دوستانش و فاصله‌های خانه‌های دوستان علی را با یکدیگر نشان می‌دهد. علی خودرویی با ۴۰ لیتر

بنزین و مصرف ۵/۰ لیتر بر کیلومتر دارد و قصد دارد به منزل دو تن از دوستانش برود. او به چند طریق می‌تواند بدون بنزین زدن چنین کاری کند؟

	حامد	رضا	آرش	امیر	نیما
حامد	۰	۲۵	۴۰	۳۲	۶۰
رضا	۲۵	۰	۴۰	۲۰	۳۸
آرش	۴۰	۴۰	۰	۶۰	۳۵
امیر	۳۲	۲۰	۶۰	۰	۹۰
نیما	۶۰	۳۸	۳۵	۹۰	۰

دقت کنید لزومی ندارد فاصله‌ها در دنیای طبیعی، منطقی باشند.

حامد	رضا	آرش	امیر	نیما
۵۰	۴۲	۳۰	۳۶	۲۵

فاصله‌های خانه‌ی علی تا دوستانش (km)

فاصله‌های خانه‌ی دوستان علی با یکدیگر (km)

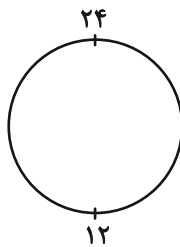
(۲) ۱۱

(۱) ۱۰

(۴) ۱۳

(۳) ۱۲

۲۶۲- ساعتی عقربه‌ای داریم که به جای ۱۲ ساعت، هر ۲۴ ساعت را روی آن نوشته‌اند. زاویه بین عقربه‌های ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار این ساعت در ساعت



۲۴:۱۰ چند درجه است؟ دیگر ویژگی‌های ساعت با ساعت‌های معمولی تفاوتی ندارد.

(۲) ۱۲

(۱) ۶

(۴) ۲۴

(۳) ۱۸

۲۶۳- دقیقاً پنج نقطه داریم که به هر یک، دقیقاً ۲، ۳، ۳ و ۴ پاره‌خط وصل شده است. حداقل تعداد پاره‌خط‌های رسم‌شده کدام است؟

(۲) ۷

(۱) ۵

(۴) ۱۳

(۳) ۱۱

* حسن، حسین، محسن، رضا، منظر، آذر، اعظم و زری، چهار پسر و چهار دختر یک خانواده‌اند. در این خانواده، بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین فرزندان

خانواده هر دو پسرند و اگر فرزندان بر اساس سن در کنار یکدیگر قرار بگیرند، هیچ دو پسری کنار هم نخواهند ایستاد. بر این اساس به دو سؤال

بعدی پاسخ دهید. داده‌ها و پاسخ‌های دو سؤال از هم متمایز است.

۲۶۴- اگر آذر فرزند سوم خانواده باشد . . .

(۲) منظر قطعاً فرزند پنجم خانواده نیست.

(۱) منظر قطعاً فرزند پنجم خانواده است.

(۴) محسن قطعاً فرزند پنجم خانواده نیست.

(۳) محسن قطعاً فرزند پنجم خانواده است.

۲۶۵- شخصی بدون داشتن اطلاعاتی خارج از آن چه در بالا گفته شد، حدس زده است که زری فرزند دوم و اعظم فرزند ششم خانواده است. طبق دانش

ریاضی، احتمال درست بودن حدس این شخص کدام است؟

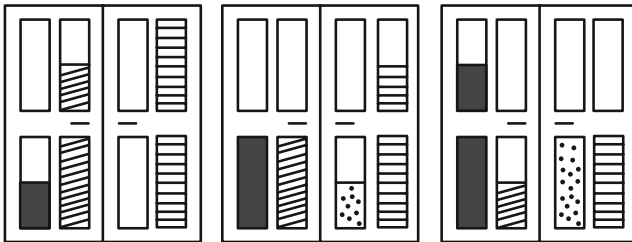
(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{8}$

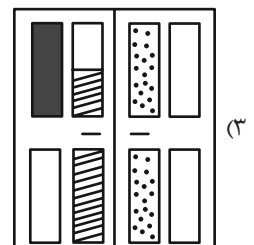
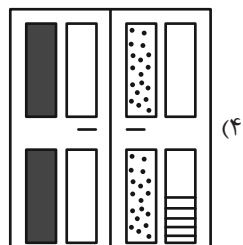
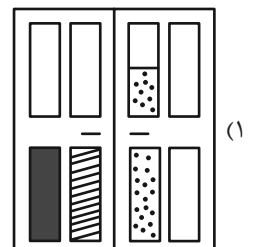
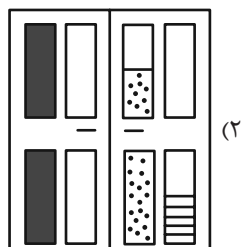
(۳) $\frac{1}{۳۶}$

(۴) $\frac{1}{۶۴}$

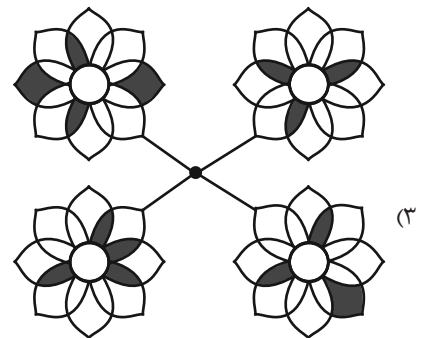
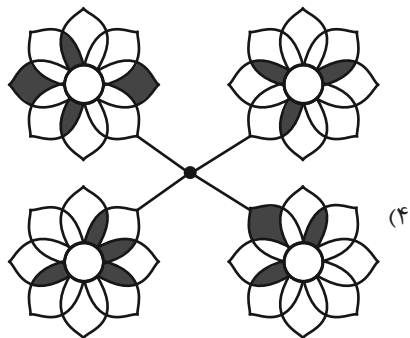
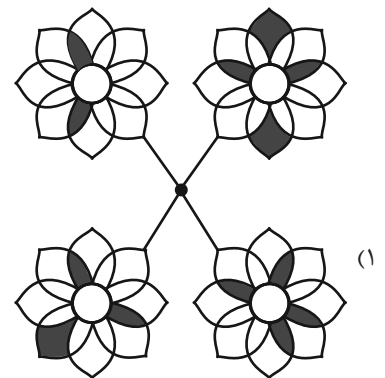
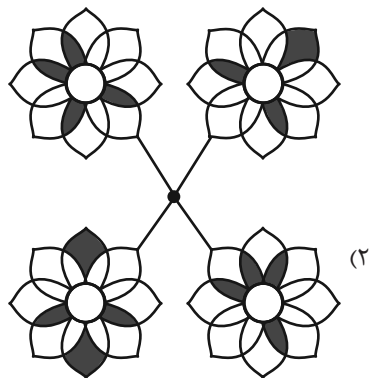
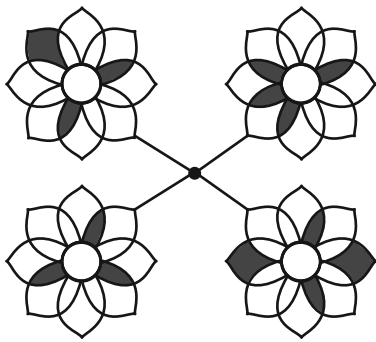
۲۶۶- کدام گزینه به شکل بهتری جایگزین علامت سؤال الگوی زیر است؟



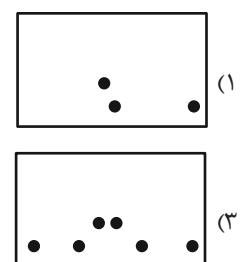
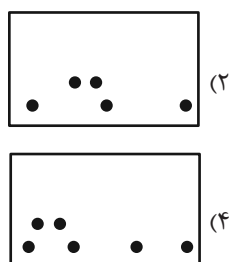
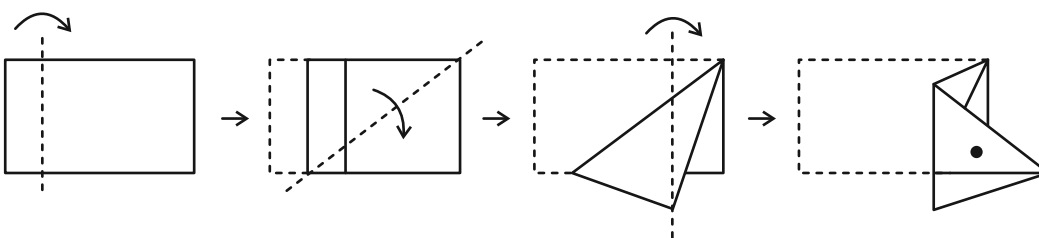
?



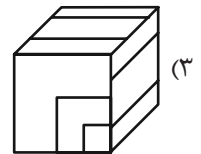
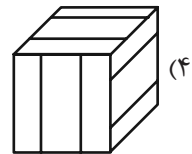
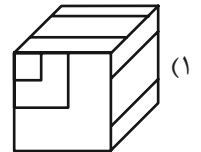
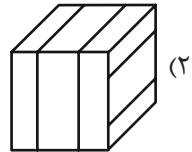
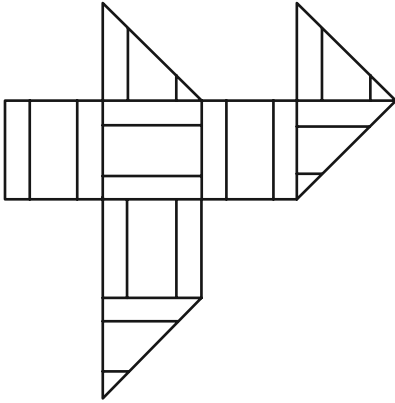
۲۶۷- کدام شکل دوران یافته شکل زیر است؟



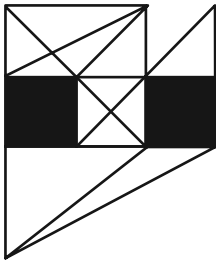
۲۶۸- برگه‌ای را مطابق با مراحل زیر تا و سوراخ کرده‌ایم. شکل باز شده به کدام گزینه شبیه‌تر خواهد بود؟



۲۶۹- از شکل گسترده زیر کدام مکعب ساخته می‌شود؟ پشت برگه کاملاً سفید است.



۲۷۰- در شکل زیر چند مثلث هست که هیچ‌یک از ضلع‌های آن‌ها - کامل یا قسمتی - بر ضلعی از مربع‌های رنگی مماس نیست؟



(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸

منابع مناسب هوش و استعداد

دوره دوم

استعداد تحلیلی
هوش غیر کلامی
ویژه همه مقاطع

کتابخانه دیجیتال
منطبق بر آخرین تغییرات
آزمون های استعداد

شکل متفاوت - کوبانی - چاپگاه خطه و شکل - تالی کاتبه - تصویفهای - برشهای ترکیبی

مجموعه سؤالات طبقه بندی شده

پیمانه ای

۹۰۰

استعداد تحلیلی
هوش کلامی
ویژه همه مقاطع

کتابخانه دیجیتال
منطبق بر آخرین تغییرات
آزمون های استعداد

هوش ادبی و زبانی - هوش منطقی و ریاضی - بازیها و رمزا - فصل ویژه

مجموعه سؤالات طبقه بندی شده

پیمانه ای

۹۰۰





آزمون ۶ مهر ۱۴۰۳

اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
علی آزاد- مهدی براتی- محمد ابراهیم توننده جانی- سهیل حسن خان پور- عادل حسینی- مهران حسینی- بهرام حلاج- بابک سادات محمد حسن سلامی حسینی- سیدرضا نجفی- علی اصغر شریفی- پویان طهرانیان- میلاد منصوری- سروش موئینی- سید جواد نظری جهانیش نیکنام	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیر حسین ابومحبوب- حسین حاجیلو- افشین خاصه خان- فرزانه خاکپاش- سوگند روشنی- رضا عباسی اصل- فرشاد فرامری احمد رضا فلاح- نصیر محبی نژاد- مهرداد ملوندی- سرژ یقیا زاریان تبریزی	هندسه	
امیر حسین ابومحبوب- حنا نه اتفاقی- علی ایمانی- رضا توکلی- جواد حاتمی- عادل حسینی- سید محمد رضا حسینی فرد افشین خاصه خان- حسین خزایی- سید وحید ذوالفقاری- سوگند روشنی- احمد رضا فلاح- نیلوفر مهدوی- امیر وفائی	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	
شهرام احمدی دارانی- خسرو ارغوانی فرد- عباس اصغری- عبدالرضا امینی نسب- مهدی براتی- امیر حسین برادران- امیر پور یوسف سید ابوالفضل خالقی- محمد جواد سورچی- سعید شرقی- محمد رضا شریفی- بهادر کامران- مصطفی کیانی- غلامرضا محبی فاروق مردانی- محمد کاظم منشادی- محمود منصوری- سید علی میرنوری- حسام نادری	فیزیک	
فرزین بوستانی- امیر علی بیات- محمد رضا پور جاوید- ایمان حسین نژاد- حسن رحمتی کوکند- سید رضا رضوی- منصور سلیمانی ملکان آروین شجاعی- مبینا شرافتی پور- رسول عابدینی زواره- مجتبی عبادی- محمد عظیمیان زواره- فاضل قهرمانی فرد- حسن لشکری محمد حسن محمدزاده مقدم- سید محمد رضا میرقائم- علی نوری زاده	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	حسام نادری	امیر علی بیات
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب سهیل تقی زاده	مهدی خالقی امیر حسین ابومحبوب امیر محمد کریمی مهرداد ملوندی	مهدی خالقی امیر حسین ابومحبوب امیر محمد کریمی مهرداد ملوندی	حسین بصیر بهنام شاهانی	محمد حسن محمدزاده مقدم احسان پنجه شاهی امیر حسین کمره ای سروش مقدم
گروه ویراستاری رتبه برتر	سپهر متولیان رامتین برزکار سروش حامدی فر	سپهر متولیان رامتین برزکار	سپهر متولیان رامتین برزکار	سینا صالحی	آرمان قنواتی ایلیا اسفندیار پور
مسئول درس	عادل حسینی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	حسام نادری	امیر علی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	عادل حسینی	الهه شهبازی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	سجاد سلیمی- علیرضا عباسی زاهد- احسان صادقی				
				معصومه صنعت کار سید کیان مکی شیدا نجاتی	ملینا ملاتی سجاد رضائی محمد صدرا وطنی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



حسابان ۱

۱- گزینه «۱»

(پایک سادات)

برای حل چنین معادلات گنگی همیشه اول دامنه را بررسی می کنیم.

$$x^2 - 5x + 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4 \text{ یا } x \leq 1 \quad (I)$$

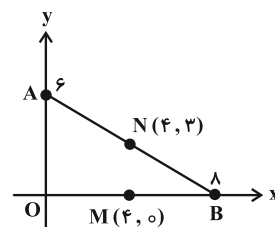
$$-x^2 + 5x - 4 \geq 0 \Rightarrow 1 \leq x \leq 4 \quad (II)$$

اشتراک (I) و (II) فقط دو عدد ۱ و ۴ می شود که فقط $x=1$ در معادله صدق می کند.

(حسابان ۱- پیر و معارله: صفحه های ۲۰ و ۲۱)

۲- گزینه «۲»

(عادل حسینی)



شیب AB برابر است با:

$$m_{AB} = \frac{0-6}{8-0} = -\frac{3}{4}$$

پس شیب عمودمنصف AB که از نقطه N می گذرد، برابر $\frac{4}{3}$ است.

$$N = \frac{A+B}{2} = (4, 3)$$

$$\Rightarrow \text{عمودمنصف } AB \text{ } y-3 = \frac{4}{3}(x-4) \Rightarrow x = \frac{3y+7}{4}$$

معادله میانه AM هم به صورت زیر به دست می آید:

$$y-6 = \frac{0-6}{4-0}(x-0) \Rightarrow y-6 = -\frac{3}{2}x \Rightarrow x = \frac{12-2y}{3}$$

معادله دو خط را برابر یکدیگر قرار می دهیم:

$$\frac{3y+7}{4} = \frac{12-2y}{3} \Rightarrow 9y+21 = 48-8y \Rightarrow 17y = 27$$

$$\Rightarrow y = \frac{27}{17}$$

عرض نقطه تقاطع $\frac{27}{17}$ است.

(حسابان ۱- پیر و معارله: صفحه های ۲۹ تا ۳۶)

۳- گزینه «۱»

(پایک سادات)

$$y = f(x) = 4 - \sqrt{x+2} \quad D_f = [-2, +\infty), R_f = (-\infty, 4]$$

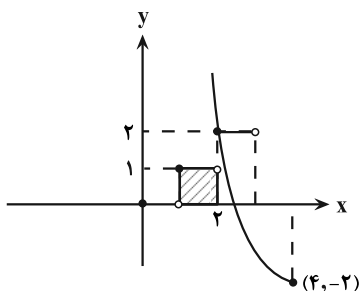
$$y = 4 - \sqrt{x+2} \Rightarrow 4 - y = \sqrt{x+2}$$

$$\Rightarrow 16 + y^2 - 8y = x + 2 \Rightarrow x = y^2 - 8y + 14$$

بنابراین ضابطه تابع وارون f به صورت $f^{-1}(x) = x^2 - 8x + 14$ و دامنهآن $D_{f^{-1}} = (-\infty, 4]$ خواهد بود. حال کافی است نمودار آن را رسم کنیمو با $g(x) = [x]$ قطع دهیم:مطابق شکل، نمودار تابع f^{-1} محور x ها را در نقطه ای به طول

$$4 - \sqrt{2} \simeq 2/6 \quad (\text{بین } 2 \text{ و } 3) \text{ قطع کرده و از نقطه } (2, 2) \text{ روی تابع } g(x)$$

می گذرد.

پس مساحت سطح بین نمودار تابع و محور x ها در بازه $[0, 2]$ برابر یک واحد است.

(حسابان ۱- تابع: صفحه های ۴۶ تا ۵۳ و ۵۷ تا ۶۱)

۴- گزینه «۴»

(محمدابراهیم توزنده جانی)

$$g(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 4} = \sqrt{-(x^2 - 4x + 4)}$$

$$= \sqrt{-(x-2)^2} \Rightarrow D_g = \{2\}$$

چون دامنه تابع $g(x)$ فقط $x=2$ می باشد، پس فقط مقادیری را قبولمی کند که به ازای آن $f(x)=2$ شود از طرفی چون $g(2)=0$ است. بردتابع $g \circ f$ برابر $\{0\}$ خواهد شد.دقت کنید که معادله $f(x)=2$ جواب دارد، پس دامنه تابع $g \circ f$ تهی

نیست.

(حسابان ۱- تابع: صفحه های ۶۶ تا ۶۹)



۵- گزینه «۲»

(میلاد منصوری)

از نمودار معلوم است که $a = -1$ ؛ از طرفی نمودار تابع از مبدأ می‌گذرد.

$$f(x) = -1 - b \times 2^{x-2}$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{f(0)=0} (-1) - b(2)^{-2} = 0 \Rightarrow \frac{b}{4} = -1 \Rightarrow b = -4$$

$$f(x) = -1 + 4(2)^{x-2} \quad \text{پس } f(x) = -1 + 4(2)^{x-2} \text{ که می‌توان آن را به صورت } f(x) = -1 + 2^x$$

ساده‌نویسی کرد. حال داریم:

$$f(100) - f(99) = (-1 + 2^{100}) - (-1 + 2^{99}) = 2^{100} - 2^{99} = 2^{99}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۶- گزینه «۴»

(میلاد منصوری)

فرض کنید $f^{-1}\left(\frac{5}{4}\right) = x$ در این صورت داریم:

$$f(x) = \frac{5}{4} \Rightarrow \log_3 x + \log_x 3 = \frac{5}{4}$$

با قرار دادن $\log_3 x = T$ داریم:

$$T + \frac{1}{T} = \frac{5}{4} \Rightarrow T^2 - \frac{5}{4}T + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (T-2)\left(T-\frac{1}{4}\right) = 0 \Rightarrow T = 2 \text{ یا } \frac{1}{4}$$

$$\begin{cases} \log_3 x = 2 \Rightarrow x = 9 \\ \log_3 x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \sqrt[4]{3} \end{cases}$$

غیر قابل قبول، چون $x > 3$ است.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۷- گزینه «۴»

(سروش موثینی)

$$x - \frac{\pi}{4} \text{ در ربع چهارم است؛ } x + \frac{7\pi}{4} \text{ همان } x + \frac{3\pi}{4} \text{ و در ربع چهارم}$$

است؛ $x - 5\pi$ و $x + \pi$ هر دو ربع سوم هستند.

$$P = \frac{-\cos x - \sin x}{\frac{1}{\cos x} + \sin x + \cos^2 x} \xrightarrow{+\cos x} P = \frac{-1 - \tan x}{\frac{1}{\cos^2 x} + \tan x + \cos^2 x}$$

$$\text{حالا با } \tan x = 2 \text{ داریم } \tan x = 2 \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x = 5 \text{ پس } \cos^2 x = \frac{1}{5} \text{ و}$$

$$P = \frac{-1-2}{5+2+\frac{1}{5}} = \frac{-3}{\frac{36}{5}} = \frac{-5}{12}$$

جواب می‌شود:

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۸- گزینه «۱»

(پویان طهرانیان)

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= \frac{\sin x}{\sqrt{2}} + \frac{\cos x}{\sqrt{2}} + \frac{\sin x}{\sqrt{2}} - \frac{\cos x}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{3}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \sin x = \frac{\sqrt{10}}{3} \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\Rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \left(\frac{5}{9}\right) = -\frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \cos^4 x = 2 \cos^2 x - 1 = 2\left(-\frac{1}{9}\right) - 1 = -\frac{79}{81}$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۹- گزینه «۴»

(بهرام ملاج)

نکته: جواب نهایی در حد به صورت مطلق بیان می‌شود، نه نسبی.

پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = 3 \Rightarrow f\left(\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x)\right) = f(3) = \frac{5}{2}$$

(حسابان ۱- مر و پیوستگی؛ مکمل تمرین ۶ صفحه ۱۲۹)

۱۰- گزینه «۲»

(مهران حسینی)

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2\pi^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2\pi^-} f(x) = f(2\pi) \text{ شرط پیوستگی } f$$

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2\pi^+} \frac{1 - \cos^3 x}{2 \sin^2 x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi^+} \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x + \cos^2 x)}{2(1 - \cos x)(1 + \cos x)} = \lim_{x \rightarrow 2\pi^+} \frac{1 + \cos x + \cos^2 x}{2(1 + \cos x)} = \frac{3}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi^-} f(x) = f(2\pi) = \frac{a}{2\pi}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2\pi} = \frac{3}{4} \Rightarrow a = \frac{3\pi}{2}$$

(حسابان ۱- مر و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)



ریاضی ۱

۱۱- گزینه «۲»

(میلاد منصوری)

از آنجا که a_2, a_3 و $a_3 - 1$ از چپ به راست دنباله هندسی با قدر نسبت ۲ می سازند، نتیجه می گیریم که:

$$2 = \frac{a_3}{a_2 - 1} = \frac{a_2 + 2}{a_2} \Rightarrow \begin{cases} a_3 = 2a_2 - 2 \\ a_2 = 2a_3 - 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_3 + 2d = 2a_2 - 2 \\ a_2 + 3d = 2(a_3 + 2d) - 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_3 = 2d + 2 \\ a_2 = 2 - d \end{cases} \Rightarrow 2d + 2 = 2 - d \Rightarrow d = 0$$

پس $a_n = x$ دنباله ثابت است و $x - 1, x, x + 2$ تشکیل دنباله هندسی

$$(x - 1)(x + 2) = x^2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = x^2 \Rightarrow x = 2$$

داده اند:

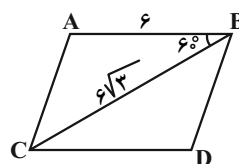
بنابراین تمام جملات a_n برابر ۲ است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه های ۲۱ تا ۲۷)

۱۲- گزینه «۱»

(سروش موئینی)

مطابق شکل، مساحت متوازی الاضلاع دو برابر مساحت مثلث ABC است:



$$\begin{aligned} S &= 2S_{ABC} \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \times AB \cdot BC \cdot \sin \hat{ABC} \\ &= 6 \times 6 \times \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 54 \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه های ۳۳ تا ۳۵)

۱۳- گزینه «۱»

(عادل حسینی)

باید $\tan \theta$ را حساب کنیم:

$$\sin \theta = \frac{2}{5} \xrightarrow{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1} \cos^2 \theta = \frac{21}{25}$$

$$\xrightarrow{\text{در ربع دوم}} \cos \theta = -\frac{\sqrt{21}}{5} \Rightarrow \tan \theta = -\frac{2}{\sqrt{21}}$$

و این مقدار برابر شیب خط داده شده است:

$$\Rightarrow \frac{0 - h}{3h - 1 - 0} = -\frac{2}{\sqrt{21}} \Rightarrow h = \frac{2}{6 - \sqrt{21}}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه های ۳۶ تا ۴۶)

۱۴- گزینه «۳»

(مهمرسن سلامی حسینی)

$$3 + \frac{a}{2} + \frac{a}{2^2} = 3 + \frac{b}{2} - \frac{b}{2^2}$$

$$8 \times \frac{a}{2^2} + \frac{a}{2^2} = 9 \times \frac{b}{2^2} - \frac{b}{2^2}$$

$$9 \times \frac{a}{2^2} = 8 \times \frac{b}{2^2} \Rightarrow 3^2 \times \frac{a}{2^2} = 2^3 \times \frac{b}{2^2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{2} = 3 \\ \frac{b}{2} = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

(ریاضی ۱- توان های گویا و عبارت های جبری: صفحه های ۴۸ تا ۵۱)

۱۵- گزینه «۴»

(مهمرسن سلامی حسینی)

چون $x = 3$ طول رأس است، با توجه به اینکه فاصله ریشه ها از یکدیگر ۴ است و ریشه ها نسبت به رأس متقارند لذا ریشه ها $x = 1$ و $x = 5$ است و لذا معادله به فرم $y = a(x - 1)(x - 5)$ می باشد پس:

$$a(x - 1)(x - 5) = ax^2 + bx - 5$$

$$\Rightarrow a(x^2 - 6x + 5) = ax^2 - 6ax + 5a = ax^2 + bx - 5$$

پس $a = -1$ و $b = +6$ و معادله به فرم زیر است:

$$y = -x^2 + 6x - 5 \xrightarrow{x_s = 3} y_s = 4$$

مختصات رأس به فرم $(3, 4)$ است حال داریم:

$$OSB \text{ مساحت مثلث } = \frac{x_B \times y_s}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

(ریاضی ۱- معادله ها و نامعادله ها: صفحه های ۷۸ تا ۸۲)

۱۶- گزینه «۲»

(مهمرسن سلامی حسینی)

داریم $\frac{x^3 + ax - b}{x - 2} \geq 0$ و $x \neq 2$ ، پس $x = 2$ باید ریشه صورت نیز

باشد که $(x - 2)$ مخرج را حذف کرده و عبارت باقی مانده در صورت، نامنفی باشد. پس:



(حالت سوم) دو حرف N انتخاب شود و از مابقی حروف یک حرف انتخاب

$$\binom{4}{1} = 4 \quad \text{گردد:}$$

$$\binom{4}{0} = 1 \quad \text{(حالت چهارم) فقط سه حرف A انتخاب شود:}$$

$$\text{تعداد کل حالت‌ها} = 10 + 4 + 4 + 1 = 19$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۱۹- گزینه «۴» (معدی براتی)

$$n(S) = 36 \quad \text{فضای نمونه‌ای } 6^2 = 36 \text{ عضو دارد.}$$

و در حالت‌های زیر اختلاف اعداد رو شده عددی اول است:

$$A = \left\{ (1, 3), (3, 1), (1, 4), (4, 1), (1, 6), (6, 1), (2, 4), (4, 2), (2, 5), (5, 2), (3, 5), (5, 3), (3, 6), (6, 3), (4, 6), (6, 4) \right\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 16$$

و احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۴ تا ۱۴۸)

۲۰- گزینه «۴» (مچانی‌نیش نیکنام)

جدول تعداد مهره های خارج شده باید به صورت مقابل باشد.

قرمز	آبی	سبز
۳	۰	۰
۲	۱	۰
۲	۰	۱
۱	۰	۲

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2} + \binom{4}{1} \times \binom{5}{1} + \binom{4}{1} \binom{3}{1} + \binom{4}{1} \binom{3}{1}}{\binom{12}{3}}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{4 + 20 + 12 + 12}{220} = \frac{64}{220} = \frac{16}{55}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

$$x^3 + ax - b \xrightarrow{x=2} \lambda + 2a - b = 0$$

$$\Rightarrow -b = -2a - \lambda$$

$$\text{صورت} = x^3 + ax - 2a - \lambda = (x^3 - \lambda) + (ax - 2a)$$

$$= (x-2)(x^2 + 2x + 4) + a(x-2)$$

$$= (x-2)(x^2 + 2x + 4 + a) = 0$$

$$\frac{(x-2)(x^2 + 2x + (4+a))}{(x-2)} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 2x + (4+a) \geq 0 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

پس در عبارت فوق باید $\Delta \leq 0$ باشد:

$$\Delta = 4 - 4(a+4) \leq 0 \Rightarrow a \geq -3$$

بازه فوق شامل ۳ عدد صحیح منفی است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۱۷- گزینه «۳» (مهم‌رسن سلامی‌سینی)

با توجه به نمودار که بسیار شبیه به کار در کلاس صفحه ۱۱۳ کتاب درسی

است، داریم:

$$\begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \\ c = 1 \end{cases}$$

در نتیجه $g(x) = -2x^2 + 4x + 1$ برد تابع درجه دوم که دهانه آن رو به

پایین باشد به صورت $(-\infty, y_S]$ است.

$$x_S = \frac{-b'}{2a'} = \frac{-4}{2(-2)} = 1 \Rightarrow y_S = g(1) = 3 \Rightarrow R_g = (-\infty, 3]$$

(ریاضی ۱- ترکیبی: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲، ۱۰۱ تا ۱۱۳)

۱۸- گزینه «۲» (علی آزاد)

با توجه به اینکه حروف تکراری در میان حروف داده شده وجود دارد

می‌بایست حالت‌های زیر را به تفکیک مورد بررسی قرار داد:

(حالت اول) از هر حرف فقط یکبار استفاده می‌شود. (حروف تکراری نباشد):

$$\binom{5}{3} = 10$$

(حالت دوم) دو حرف A انتخاب شود و از مابقی حروف یک حرف انتخاب

$$\binom{4}{1} = 4 \quad \text{گردد:}$$



آمار و احتمال

۲۱- گزینه «۳»

(سوکنر روشنی)

الف) عددی حقیقی مانند X وجود ندارد که تمام اعداد حقیقی بزرگ‌تر یا مساوی آن باشند، بنابراین گزاره «الف» نادرست است.

ب) عددی حقیقی مانند X وجود ندارد که مجموع آن با هر عدد حقیقی دیگر برابر صفر باشد، پس گزاره «ب» نادرست است.

پ) رابطه درست است زیرا:

$$\begin{aligned} [(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p &\equiv [(\sim p \vee q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p \\ &\equiv [(\sim p \wedge \sim q) \vee \underbrace{(q \wedge \sim q)}_F] \Rightarrow \sim p \equiv (\sim p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim p \\ &\equiv \sim (\sim p \wedge \sim q) \vee \sim p \equiv (p \vee q) \vee \sim p \equiv \underbrace{(p \vee \sim p)}_T \vee q \equiv T \end{aligned}$$

ت) رابطه درست است زیرا:

$$\sim (p \Rightarrow q) \equiv \sim (\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$$

ث) درست است؛ طبق قوانین جبر گزاره‌ها داریم:

$$\begin{aligned} (\sim p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge r) &\equiv (p \wedge q) \Rightarrow (p \wedge r) \\ &\equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \equiv p \wedge (q \vee r) \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳ تا ۱۵)

۲۲- گزینه «۲»

(سوکنر روشنی)

$$\begin{aligned} (A - B) \cup [(B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B)] \\ = (A \cap B') \cup [(B' \cup C') \cap \underbrace{((B' \cup A) \cap B')}_{B': \text{جذب}}] \\ = (A \cap B') \cup \underbrace{[(B' \cup C') \cap B']}_{B': \text{جذب}} = (A \cap B') \cup B' = B' \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۲ تا ۳۰)

۲۳- گزینه «۱»

(سوکنر روشنی)

A: پیشامد این که عدد انتخابی مضرب ۵ باشد.

B: پیشامد این که عدد انتخابی مضرب ۶ باشد.

$$|S| = 500$$

$$P(A - B) + P(B - A) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$= \frac{[\frac{600}{5}] - [\frac{100}{5}]}{500} + \frac{[\frac{600}{6}] - [\frac{100}{6}]}{500} - 2 \frac{[\frac{600}{30}] - [\frac{100}{30}]}{500}$$

$$\Rightarrow P(A - B) + P(B - A) = \frac{150}{500} = 0.3$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

۲۴- گزینه «۱»

(منازه اتفاقی)

اگر پیشامد اینکه حداقل یکی از توپ‌های انتخابی قرمز باشد را A بنامیم، آنگاه A' پیشامد آن است که هر سه توپ انتخابی آبی باشند، در این صورت داریم:

$$\begin{aligned} P(A') &= \frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{5}{8} = \frac{7}{24} \\ P(A) &= 1 - P(A') = 1 - \frac{7}{24} = \frac{17}{24} \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۲۵- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومصوب)

با توجه به مستقل بودن پیشامدهای A و B، دو پیشامد A' و B' نیز مستقل از یکدیگرند و داریم:

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A)P(B) \Rightarrow P(A)P(B) = 0.32 \\ P(A' \cap B') &= P(A')P(B') = (1 - P(A))(1 - P(B)) \\ \Rightarrow P(A' \cap B') &= 1 - P(A) - P(B) + P(A)P(B) \\ \Rightarrow 0.12 &= 1 - (P(A) + P(B)) + 0.32 \\ \Rightarrow P(A) + P(B) &= 1.2 \end{aligned}$$

بنابراین $P(B), P(A)$ ریشه‌های معادله $x^2 - 1.2x + 0.32 = 0$ هستند.

$$x^2 - 1.2x + 0.32 = 0 \Rightarrow (x - 0.8)(x - 0.4) = 0$$

$$\frac{P(A) > P(B)}{\rightarrow} \begin{cases} P(A) = 0.8 \\ P(B) = 0.4 \end{cases}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0.8 - 0.32 = 0.48$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

۲۶- گزینه «۴»

(رضا توکلی)

دقت کنید که پیشامد اینکه شلیک‌ها به هدف اصابت کند مستقل از هم می‌باشد.



پس:

پیشامد اینکه A هدف را بزند

پیشامد اینکه B هدف را بزند

پیشامد اینکه C هدف را بزند

ابتدا احتمال اینکه حداقل یکی از نفرات A و B هدف را بزند حساب می‌کنیم.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0/3 + 0/4 - 0/12 = 0/58$$

حال احتمال اینکه حداقل یکی از نفرات A و C هدف را بزند حساب می‌کنیم.

$$P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C)$$

$$= 0/3 + 0/5 - 0/15 = 0/65$$

حال با توجه به قانون جمع احتمال داریم:

$$0/58 \rightarrow \frac{1}{6} \text{ شلیک می‌کنند } B, A \text{ تاس عدد ۶ ظاهر شود}$$

$$0/65 \rightarrow \frac{1}{6} \text{ شلیک می‌کنند } C, A \text{ تاس عدد ۳ ظاهر شود}$$

$$0/4 \rightarrow \frac{1}{3} \text{ شلیک می‌کند } B \text{ تاس } \{2, 4\} \text{ ظاهر شود}$$

$$0/5 \rightarrow \frac{1}{3} \text{ شلیک می‌کند } C \text{ تاس عدد } \{1, 5\} \text{ ظاهر شود}$$

پس احتمال اصابت تیر به هدف به فرم زیر است.

$$\frac{1}{6} \times 0/58 + \frac{1}{6} \times 0/65 + \frac{1}{3} \times 0/4 + \frac{1}{3} \times 0/5$$

$$= \frac{1}{6} (0/58 + 0/65) + \frac{1}{3} (0/4 + 0/5)$$

$$= 0/205 + 0/3 = 0/505 \approx 0/5$$

(آمار و احتمال - احتمال؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۲۷- گزینه «۴»

(پوار فاطمی)

انحراف معیار داده‌های x_1 تا x_9 برابر صفر است، بنابراین تمام این داده‌ها برابر یکدیگر هستند، یعنی داریم: $x_1 = x_2 = \dots = x_9$

اگر میانگین داده‌های $x_1 + 4, x_2 + 3, \dots, x_9 - 4$ را با $\bar{x}$ نمایش دهیم، داریم:

$$\bar{x} = \frac{(x_1 - 4) + (x_1 - 3) + \dots + (x_1 + 3) + (x_1 + 4)}{9} = \frac{9x_1}{9} = x_1$$

در این صورت واریانس این داده‌ها برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{(-4)^2 + (-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2}{9}$$

$$= \frac{60}{9} = \frac{20}{3}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۸۹)

۲۸- گزینه «۲»

(عادل حسینی)

$$\text{بازه اطمینان } 95 \text{ درصد برای میانگین جامعه به صورت } [\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}]$$

است، یعنی طول بازه اطمینان برابر $\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$ بوده و در نتیجه داریم:

$$\frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = 13/4 - 12/8 \xrightarrow{n=26} \frac{4\sigma}{6} = 0/6 \Rightarrow 4\sigma = 3/6 \Rightarrow \sigma = 0/9$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

۲۹- گزینه «۴»

(امیر وفانی)

فرض کنید x تعداد دفعات پرتاب تیر توسط این فرد باشد. در این صورت داریم:

$$P(x \leq 3 | x \geq 2) = \frac{P(x=2 \text{ یا } 3)}{P(x \geq 2)} = \frac{P(x=2) + P(x=3)}{1 - P(x=1)}$$

$$= \frac{0/2 \times 0/8 + 0/2 \times 0/2 \times 0/8}{1 - 0/8} = \frac{0/2 \times 0/8 + 0/2 \times 0/8}{0/2}$$

$$= 0/8 \times 1/2 = 0/96$$

(آمار و احتمال - احتمال؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۵۲)

۳۰- گزینه «۴»

(نیلوفر مهری)

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$1, 1, 2, 4, 4, 5, 5, 7, 8, 12, 14, 14, 14$$

تعداد داده‌ها برابر ۱۳ است، پس داده هفتم میانه داده‌هاست و میانه شش داده اول، برابر چارک اول و میانه شش داده آخر، برابر چارک سوم است.

$$Q_2 = 5, Q_1 = \frac{2+4}{2} = 3, Q_3 = \frac{12+14}{2} = 13$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 13 - 3 = 10$$

از طرفی مد داده‌ها برابر ۱۴ و میانگین داده‌ها برابر $\bar{x} = \frac{91}{13}$ است، پس

تنها گزینه «۴» نادرست است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

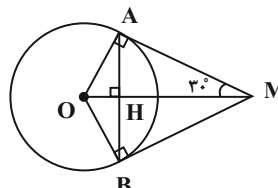


هندسه ۲

۳۱- گزینه «۳»

(فرزانه فالکاش)

پاره خط OM نیمساز زاویه بین دو مماس است، پس $\widehat{OMA} = 30^\circ$. می‌دانیم در یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویه 30° ، طول ضلع روبه‌رو به این زاویه، نصف طول وتر است، پس داریم:



$$\widehat{OAM} : OA = \frac{1}{2} OM = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه OAM داریم:

$$OA^2 = OH \times OM \Rightarrow 3^2 = OH \times 6 \Rightarrow OH = \frac{9}{6} = 1.5$$

$$MH = OM - OH = 6 - 1.5 = 4.5 \Rightarrow \frac{OH}{MH} = \frac{1.5}{4.5} = \frac{1}{3}$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

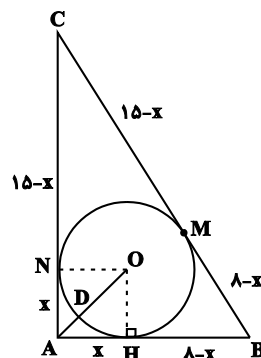
۳۲- گزینه «۱»

(سرژ یقین‌آریان تبریزی)

با توجه به اینکه $15^2 = 12^2 + 9^2$ ، می‌توان نتیجه گرفت که مثلث ABC قائم‌الزاویه است. اگر از A به مرکز O وصل کنیم تا دایره را در نقطه D قطع کند، آنگاه AD نزدیک‌ترین فاصله A تا نقاط دایره است، با توجه به شکل، اگر $AH = AN = x$ باشد، آنگاه داریم:

$$BC = 17 \Rightarrow (8 - x) + (15 - x) = 17 \Rightarrow x = 3$$

بنابراین شعاع دایره محاطی داخلی مثلث، برابر $r = 3$ است و در نتیجه داریم:



$$\widehat{OAH} : OA^2 = OH^2 + AH^2 = 3^2 + 3^2 = 18$$

$$\Rightarrow OA = 3\sqrt{2}$$

$$AD = OA - OD = 3\sqrt{2} - 3 = 3(\sqrt{2} - 1) \Rightarrow \frac{AD}{r} = \sqrt{2} - 1$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۳۳- گزینه «۳»

(سرژ یقین‌آریان تبریزی)

دو دایره یک مماس مشترک دارند، بنابراین مماس داخل هستند. مطابق شکل داریم:

$$OO' = OM - O'M = R - R' \\ = 10 - 4 = 6$$

$$\widehat{OAO'} : OA^2 = OO'^2 + O'A^2$$

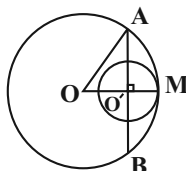
$$\Rightarrow O'A^2 = OA^2 - OO'^2$$

$$= 10^2 - 6^2 = 64 \Rightarrow O'A = 8$$

از طرفی می‌دانیم در هر دایره، قطر عمود بر هر وتر، آن وتر و کمان‌های نظیر آن وتر را نصف می‌کند، بنابراین داریم:

$$O'A = \frac{AB}{2} \Rightarrow AB = 2O'A = 16$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ و ۲۰ تا ۲۲)



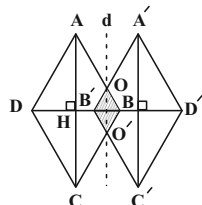
۳۴- گزینه «۳»

(سوگندر روشنی)

$$\widehat{AHB} : AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$\Rightarrow 10^2 = 8^2 + BH^2 \Rightarrow BH^2 = 36$$

$$\Rightarrow BH = 6$$



بازتاب تبدیلی طولیاست. از طرفی خط d (محور بازتاب) موازی قطر بزرگ لوزی $ABCD$ است، بنابراین چهارضلعی $OBO'B'$ یک لوزی بوده که زوایای آن برابر زوایای لوزی $ABCD$ است، پس این دو لوزی متشابه هستند و نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر مجذور نسبت تشابه است و در نتیجه داریم:

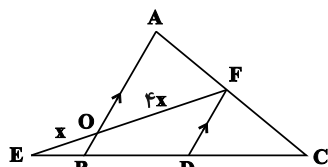
$$\frac{S_{OBO'B'}}{S_{ABCD}} = \left(\frac{OB}{AB}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_{OBO'B'}}{\frac{1}{2} \times 16 \times 12} = \left(\frac{2}{10}\right)^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{OBO'B'}}{96} = \frac{1}{25} \Rightarrow S_{OBO'B'} = \frac{96}{25} = 3.84$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۳۵- گزینه «۳»

(سوگندر روشنی)



مطابق شکل از نقطه F خطی موازی با AB رسم می‌کنیم تا BC را در نقطه D قطع کند. اگر $OE = x$ باشد، آنگاه $OF = 4x$ است و داریم:

$$\widehat{EFD} : OB \parallel FD \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{EO}{EF} = \frac{OB}{FD}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{4x} = \frac{OB}{FD} \Rightarrow FD = 4OB \quad (1)$$

$$\widehat{CAB} : FD \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{CF}{CA} = \frac{FD}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{FD}{AB} \Rightarrow AB = 2FD \xrightarrow{(1)} AB = 10OB$$



$$S_{AOB} = \frac{1}{2} OA \times OB \times \sin(\widehat{AOB}) = \frac{1}{2} (2\sqrt{2})(2\sqrt{2}) \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{1}{2} (8) \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 2\sqrt{2}$$

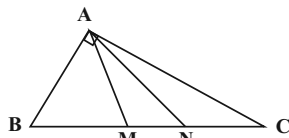
$$S_{\text{هشت ضلعی}} = 8 S_{AOB} = 8 \times 2\sqrt{2} = 16\sqrt{2}$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۸ و ۲۹)

روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

(امیرحسین ابومقیوب)

گزینه «۳» -۳۹



طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 64 - 28 = 36$$

می‌دانیم طول میانه وارد بر وتر در یک مثلث قائم‌الزاویه، نصف طول وتر است.

$$\text{پس } AM = \frac{BC}{2} = 4 \text{ . از طرفی } AM \text{ میانه وارد بر ضلع } BC \text{ است،}$$

$$\text{پس } CM = \frac{BC}{2} = 4 \text{ . حال طبق قضیه میانه‌ها در مثلث } AMC \text{ داریم:}$$

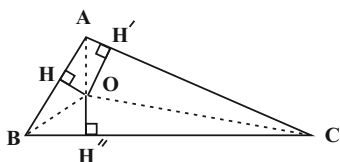
$$AM^2 + AC^2 = 2AN^2 + \frac{CM^2}{2} \Rightarrow 16 + 36 = 2AN^2 + \frac{16}{2}$$

$$\Rightarrow 2AN^2 = 44 \Rightarrow AN^2 = 22 \Rightarrow AN = \sqrt{22}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۶۹)

(امیرحسین ابومقیوب)

گزینه «۴» -۴۰



مطابق شکل فرض کنید $BC = a = 15$ ، $AC = b = 13$ و $AB = c = 4$ باشد. طبق قضیه هرون در مثلث ABC داریم:

$$P = \frac{a+b+c}{2} = \frac{15+13+4}{2} = 16$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{16 \times 1 \times 3 \times 12} = 24$$

اگر مثلث ABC را به سه مثلث OAB، OAC و OBC تقسیم کنیم، داریم:

$$S_{OAB} + S_{OAC} + S_{OBC} = S_{ABC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} OH \times AB + \frac{1}{2} OH' \times AC + \frac{1}{2} OH'' \times BC = S_{ABC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 1 \times 4 + \frac{1}{2} \times 2 \times 13 + \frac{1}{2} OH'' \times 15 = 24$$

$$\Rightarrow \frac{15}{2} OH'' = 9 \Rightarrow OH'' = \frac{2 \times 9}{15} = \frac{6}{5}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

$$\Rightarrow OA + OB = 10OB \Rightarrow OA = 9OB$$

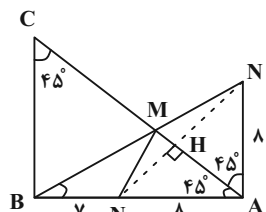
$$k = -\frac{OB}{OA} = -\frac{1}{9}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

گزینه «۴» -۳۶

(سررُ یقین‌آریان تهریزی)

مثلث ABC قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است، پس داریم: $\widehat{A} = \widehat{C} = 45^\circ$



برای پیدا کردن محل نقطه M واقع بر وتر AC به گونه‌ای که محیط مثلث MBN کمترین مقدار ممکن باشد، کافی است بازتاب N نسبت به AC را به دست آوریم. دو مثلث ANH و AN'H هم‌نهشت هستند و

در نتیجه $AN' = 8$ و $\widehat{HAN'} = 45^\circ$ است. بنابراین مطابق شکل مثلث AN'B در رأس A قائم‌الزاویه بوده و در نتیجه داریم:

$$BN'^2 = AB^2 + AN'^2 = 15^2 + 8^2 = 289 \Rightarrow BN' = 17$$

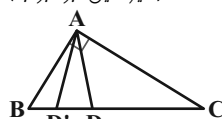
کمترین مقدار محیط مثلث MNB با توجه به روش هرون برابر است با:

$$BM + MN + BN = (BM + MN') + BN = BN' + BN = 17 + 7 = 24$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه ۵۲)

(امیرحسین ابومقیوب)

گزینه «۱» -۳۷



$$\Delta ABC: BC^2 = AB^2 + AC^2 = 9^2 + 12^2 = 225 \Rightarrow BC = 15$$

طبق قضیه نیمسازها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{BD}{BC} = \frac{AB}{AB+AC}$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{15} = \frac{9}{21} \Rightarrow BD = \frac{15 \times 9}{21} = \frac{45}{7}$$

نسبت تجانس برابر $k = \frac{BD}{BC} = \frac{3}{7}$ است، پس اگر D' تصویر نقطه D در این تجانس باشد، آنگاه داریم:

$$\frac{BD'}{BD} = k \Rightarrow \frac{BD'}{\frac{45}{7}} = \frac{3}{7} \Rightarrow BD' = \frac{45}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{135}{49}$$

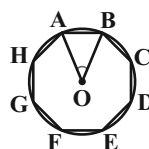
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(افشین فاضله‌فان)

گزینه «۴» -۳۸

مطابق شکل داریم:



$$\widehat{AOB} = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$



حسابان ۲

۴۱- گزینه «۲»

(سویل حسن خان پور)

ابتدا تابع $f(x)$ را به کمک اتحاد مکعب کامل ساده می‌کنیم:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 8 + 8 = (x-2)^3 + 8$$

حال به جای x در تابع $f(x)$ ، $g(x)$ را قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} f(g(x)) = (g(x)-2)^3 + 8 \\ f(g(x)) = x^2 - 2x \end{cases} \Rightarrow (g(x)-2)^3 + 8 = x^2 - 2x$$

$$\Rightarrow (g(x)-2)^3 = x^2 - 2x - 8 = (x-1)^2 - 9$$

$$\Rightarrow g(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2 - 9} + 2$$

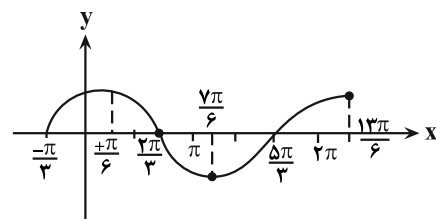
پس برای ساخت نمودار تابع $g(x)$ از روی نمودار تابع $y = \sqrt[3]{x^2 - 9}$ باید آن را ۱ واحد به راست و ۲ واحد به سمت بالا ببریم.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۴)

۴۲- گزینه «۳»

(بابک سادات)

برای رسم نمودار تابع $f(x)$ کافیت $\sin x$ را به اندازه $\frac{\pi}{3}$ به سمت منفی در روی محور x ها انتقال بدهیم. با توجه به نمودار، منحنی در بازه $(\frac{7\pi}{6}, \frac{13\pi}{6})$ اکیداً صعودی است. پس در $(\frac{7\pi}{6}, 2\pi)$ هم اکیداً یکنوا و طبیعتاً یکنواست.



(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۴۳- گزینه «۲»

(مهمربسن سلامی‌مسینی)

می‌دانیم اگر $f(x)$ در بازه $[a, b]$ نزولی اکید باشد $-f(x)$ نیز در بازه $[-b, -a]$ نزولی اکید است پس کافیت فقط محدوده $[-3, 0]$ را در نظر بگیریم:

$$-3 \leq x \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x+2 \leq 2$$

پس ورودی قسمت نزولی اکید در محدوده $[-1, 2]$ است حال در تابع جدید داریم:

$$-1 \leq \frac{4-x}{2} \leq 2 \Rightarrow -2 \leq 4-x \leq 4 \Rightarrow 6 \geq x \geq 0$$

سایر تبدیلات نقشی در صعودی یا نزولی بودن تابع ندارند.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۴۴- گزینه «۴»

(رضا سیدربقی)

باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر $2x-4$ برابر با ۱ است، یعنی $P(2)=1$.

برای محاسبه باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $-x+1$ بایستی در ضابطه f به جای x ها ۱ را قرار دهیم، بنابراین:

$$f(1) = 4(1)P(1+1) - (1)^2 P(2-1) = 4P(2) - P(2)$$

$$\Rightarrow f(1) = 3P(2) \xrightarrow{P(2)=1} f(1) = 3$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۴۵- گزینه «۱»

(سروش موئینی)

با استفاده از رابطه $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$ داریم:

$$f(x) = \left(\frac{1}{2} \sin \frac{2x}{3}\right)^2 = \frac{1}{4} \sin^2 \frac{2x}{3}$$

$$T = \frac{\pi}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}\pi \text{ است پس } \frac{\pi}{|k|} \text{ برابر } \sin^2 kx \text{ و دوره تناوب } \frac{\pi}{k}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۴۶- گزینه «۲»

(پویان طهرانیان)

دوره تناوب تابع $\frac{4\pi}{3}$ است پس:

$$\frac{2\pi}{|a|} = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow |a| = \frac{3}{2}$$

از طرفی شروع حرکت $\sin$ از مبدأ نزولی است و با توجه به مثبت بودن ضریب $\sin$ در تابع، a باید منفی باشد پس $a = -\frac{3}{2}$ یعنی:

$$y = 2 + \sin\left(-\frac{3}{2}x\right) = 2 - \sin \frac{3}{2}x$$

$$\xrightarrow{x = \frac{28\pi}{9}} y = 2 - \sin \frac{3}{2} \times \frac{28\pi}{9} = 2 - \sin \frac{14\pi}{3} = 2 - \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow y = 2 - \sin \frac{\pi}{3} = 2 - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4 - \sqrt{3}}{2}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۴۷- گزینه «۴»

(سیر پوار نظری)

ابتدا ضابطه تابع را کمی ساده می‌کنیم:

$$f(x) = a + b \sin \pi \left(2ax - \frac{1}{2}\right) = a + b \sin \left(2a\pi x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= a - b \cos(2a\pi x)$$



$$\Rightarrow 3 - 3\cos^2 2x - 4 - 4\cos 2x + 1 = 0 \Rightarrow 3\cos^2 2x + 4\cos 2x = 0$$

$$\Rightarrow \cos 2x (3\cos 2x + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \cos 2x = -\frac{4}{3} \end{cases} \times$$

توجه شود که $-1 \leq \cos 2x \leq 1$ است بنابراین $\cos 2x = -\frac{4}{3}$ غیرقابل قبول است.

$$\cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

k	۰	۱	۲	۳
x	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$

مجموع جواب‌ها: 4π

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۴)

(علی اصغر شریفی)

۵۰- گزینه «۳»

ابتدا معادله داده شده را ساده می‌کنیم:

$$1 + \sin x + \cos x + \sin x \cos x = k \sin 2x$$

$$\Rightarrow 1 + \sin x + \cos x + \frac{1}{2} \sin 2x = k \sin 2x$$

$$\Rightarrow 2 + 2(\sin x + \cos x) = (2k - 1) \sin 2x$$

چون x در ربع اول است، پس $\sin x$ و $\cos x$ مثبت هستند، بنابراین:

$$(\sin x + \cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1 + \sin 2x$$

$$\xrightarrow{\sin x + \cos x > 0} \sin x + \cos x = \sqrt{1 + \sin 2x}$$

با جایگذاری $t = \sin 2x$ در معادله اصلی خواهیم داشت:

$$2 + 2\sqrt{1+t} = (2k-1)t$$

$$\Rightarrow 2(\sqrt{1+t}+1) = (2k-1)(\sqrt{1+t}-1)$$

$$\Rightarrow 2 = (2k-1)(\sqrt{1+t}-1) \Rightarrow \sqrt{1+t}-1 = \frac{2}{2k-1}$$

با توجه به آن که $0 < 2x < \pi$ ، پس $0 < \sin 2x \leq 1$:

$$0 < t \leq 1 \Rightarrow 1 < \sqrt{1+t} \leq \sqrt{2} \Rightarrow 0 < \sqrt{1+t}-1 \leq \sqrt{2}-1$$

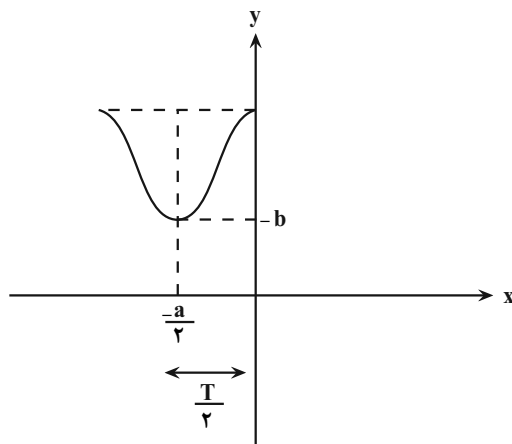
$$\Rightarrow 0 < \frac{2}{2k-1} \leq \sqrt{2}-1 \Rightarrow \frac{2k-1}{2} \geq \frac{1}{\sqrt{2}-1} \Rightarrow k \geq \frac{3+2\sqrt{2}}{2}$$

$$\simeq \frac{3+2 \times 1.41}{2} = 2.91$$

پس به ازای $k=1, 2$ معادله جواب ندارد.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۴)

با توجه به نمودار تابع f داریم:



$$T = \frac{2\pi}{|2a\pi|} = a \Rightarrow \frac{1}{|a|} = a \xrightarrow{a > 0} a^2 = 1 \Rightarrow a = 1$$

از طرفی کمترین مقدار تابع برابر $-b$ است، بنابراین:

$$y_{\min} = a - |b| = -b \xrightarrow{b < 0} a + b = -b \Rightarrow a = -2b$$

$$\xrightarrow{a=1} 1 = -2b \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

$$a + b = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

در نتیجه:

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(سید جواد نظری)

۴۸- گزینه «۴»

از اتحاد $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ استفاده می‌کنیم:

$$\Rightarrow (1 + \cos x)(2\cos^2 x) = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos^2 x + \cos^2 x - \frac{1}{8} = 0$$

$$\Rightarrow (\cos x + \frac{1}{2})(\cos^2 x + \frac{1}{2}\cos x - \frac{1}{4}) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \\ \cos^2 x + \frac{1}{2}\cos x - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{4} \end{cases}$$

هر کدام از معادلات برای $\cos x$ ، در بازه $(0, 2\pi)$ ، دو جواب دارد، پس در کل معادله ۶ جواب دارد.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۴)

(سید جواد نظری)

۴۹- گزینه «۳»

$$\text{ابتدا به کمک روابط } \sin^2 2x = 1 - \cos^2 2x \text{ و } \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

داریم:

$$3\sin^2 2x - 8\cos^2 x + 1 = 0 \Rightarrow 3(1 - \cos^2 2x) - 8\left(\frac{1 + \cos 2x}{2}\right) + 1 = 0$$



هندسه ۳

گزینه ۲» ۵۱

(مهردار ملونری)

ابتدا رابطه ماتریسی داده شده را ساده می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ 2x \end{bmatrix} = 3 \Rightarrow \begin{bmatrix} 4x+y & 2x-2y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ 2x \end{bmatrix} = 3 \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} 4xy+y^2+4x^2-4xy \end{bmatrix} = 3 \Rightarrow y^2+4x^2=3$$

از رابطه $y+2=2x$ به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$y-2x=-2 \xrightarrow{\text{توان}} y^2+4x^2-4xy=4 \\ \Rightarrow -4xy=1 \Rightarrow xy=-\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{xy}{y^2+4x^2} = \frac{-\frac{1}{4}}{3} = -\frac{1}{12}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

گزینه ۳» ۵۲

(افشین فاضله‌شان)

ماتریس اسکالر ماتریس مربعی است که درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن همگی صفر بوده و درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن برابر یکدیگرند، پس داریم:

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & a & 2 \\ c & 5 & a \\ 1 & b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ a & -1 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & 0 & 0 \\ 0 & n & 0 \\ 0 & 0 & n \end{bmatrix}$$

اگر فرض کنیم $AB = C$ ، آنگاه با بررسی درایه‌های c_{11} ، c_{22} و c_{33} داریم:

$$\begin{cases} c_{11} = 0 \Rightarrow a-2=0 \Rightarrow a=2 \\ c_{22} = 0 \Rightarrow b+1=0 \Rightarrow b=-1 \\ c_{33} = 0 \Rightarrow 2c+ab=0 \Rightarrow 2c-2=0 \Rightarrow c=1 \end{cases}$$

حال به ازای درایه c_{11} داریم:

$$c_{11} = n \Rightarrow c-a+2a=n \Rightarrow n=a+c=2+1=3$$

پس حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی ماتریس AB ، برابر $n^3 = 3^3 = 27$ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۲ و ۱۷)

گزینه ۴» ۵۳

(مهردار ملونری)

از رابطه $A^3 = -A$ ، نتیجه می‌گیریم

$$A^9 = (A^3)^3 = (-A)^3 = -A^3 = A \\ A^{12} = (A^9)^1 \times A^2 = A^1 \times A^2 = A^1 \times A^2 \\ = A \times (-A) = -A^2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

گزینه ۳» ۵۴

(غرشاد غرامریزی)

ابتدا ماتریس $A \times B$ را تشکیل می‌دهیم:

$$A \times B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x-y & 4 \\ 3 & 2x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x+y+6 & -4+4x \\ 3x-3y+3 & 12+2x \end{bmatrix}$$

برای این که $A \times B$ قطری باشد، باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} -4+4x=0 \\ 3x-3y+3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow AB = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 14 \end{bmatrix}$$

از رابطه $|B \times A| = |A \times B| = |A| \cdot |B|$ که برای ماتریس‌های مربعی هم مرتبه برقرار است، می‌توانیم حاصل $|B \times A|$ را به‌دست آوریم:

$$|BA| = |AB| = 7 \times 14 = 98$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۱، ۲۲ و ۲۹)

گزینه ۲» ۵۵

(امیررضا خلاح)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-3} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

روش اول:

$$\alpha A + \beta A^{-1} = 2I \Rightarrow \alpha \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} - \frac{1}{3}\beta \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2\alpha + \frac{1}{3}\beta & \alpha + \frac{1}{3}\beta \\ \alpha + \frac{1}{3}\beta & -\alpha - \frac{2}{3}\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\alpha + \frac{1}{3}\beta = 2 \\ \alpha + \frac{1}{3}\beta = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = -6 \end{cases}$$

مقادیر به‌دست آمده در رابطه $-\alpha - \frac{2}{3}\beta = 2$ نیز صدق می‌کنند، بنابراین

$$2\alpha + \beta = 4 - 6 = -2 \quad \text{داریم:}$$

روش دوم: هر ماتریس 2×2 به فرم $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ در رابطه

$$A^2 - (a+d)A + |A|I = \bar{O}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 - (2-1)A + (2 \times (-1) - 1 \times 1)I = \bar{O}$$

$$\Rightarrow A^2 - A - 3I = \bar{O} \quad (1)$$

$$\alpha A + \beta A^{-1} = 2I \xrightarrow{\times A} \alpha A^2 + \beta I = 2A$$

$$\alpha A^2 - 2A + \beta I = \bar{O} \xrightarrow{+A} A^2 - \frac{2}{\alpha}A + \frac{\beta}{\alpha}I = \bar{O} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} -\frac{2}{\alpha} = -1 \Rightarrow \alpha = 2 \\ \frac{\beta}{\alpha} = -3 \Rightarrow \beta = -3\alpha = -6 \end{cases} \Rightarrow 2\alpha + \beta = (-2)$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)



$$\Rightarrow y = -2x^2 + 5x \Rightarrow y_{\max} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{25}{-8} = \frac{25}{8}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(اعتماد رضا فلاح)

گزینه «۴» ۵۹-

$$A - 2A^{-1} = -I \Rightarrow A + I = 2A^{-1}$$

$$\text{فرض } |A + I| = -1 \Rightarrow |2A^{-1}| = -1 \Rightarrow 2^3 |A^{-1}| = -1$$

$$\Rightarrow |A^{-1}| = -\frac{1}{8} \Rightarrow |A| = -8$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(امیرحسین ابومصوب)

گزینه «۱» ۶۰-

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 2 \times 1 - (-1) \times 2 = 4$$

$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

رابطه ماتریسی فرض سؤال را از سمت چپ در ماتریس B^{-1} ضرب می‌کنیم:

$$B^{-1}(BX) = B^{-1}(A - B) \Rightarrow X = B^{-1}A - I$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -10 & -3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & -\frac{3}{2} \\ 3 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{aligned} X \text{ مجموع درایه‌های واقع بر قطر اصلی} &= -6 - \frac{1}{2} = -\frac{13}{2} \\ X \text{ مجموع درایه‌های واقع بر قطر فرعی} &= 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = -\frac{13}{3}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۳۱)

گزینه «۳» ۵۶-

(افشین خاصه‌نار)

شرط آنکه یک دستگاه معادلات خطی جواب منحصر به فرد داشته باشد آن است که دترمینان ماتریس ضرایب آن مخالف صفر باشد.

$$\begin{vmatrix} m+5 & m \\ 2(m+1) & 3-m \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow (m+5)(3-m) - 2m(m+1) \neq 0$$

$$\Rightarrow 3m - m^2 + 15 - 5m - 2m^2 - 2m \neq 0$$

$$\Rightarrow -3m^2 - 4m + 15 \neq 0$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{4}{-3}$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{15}{-3} = -5$$

$$\Rightarrow \frac{2(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} = \frac{2(-\frac{4}{3})}{-5} = \frac{4}{5} = 0.8$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه ۲۶)

گزینه «۲» ۵۷-

(سرژ یقیا زاریان تبریزی)

ابتدا دترمینان داده شده را بر حسب سطر اول بسط می‌دهیم:

$$\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ x & x & 1 \\ 1 & x & x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x(x^2 - x) - 1(x^2 - 1) + x(x^2 - x) = 0$$

$$\Rightarrow x^2(x-1) - (x-1)(x+1) + x^2(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)[x^2 - x - 1 + x^2] = 0 \Rightarrow (x-1)(2x^2 - x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ 2x^2 - x - 1=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین معادله دارای دو جواب است. مجموع جواب‌های معادله $\frac{1}{2}$ است.

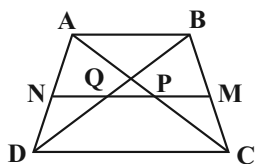
(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

گزینه «۱» ۵۸-

(نصیر مشی‌نژاد)

طبق دستور ساروس برای محاسبه دترمینان ماتریس‌های 3×3 داریم:

$$\begin{vmatrix} y & x^2 & x \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (3y + x^2 - 2x) - (3x + 2y - x^2) = 0$$



$$\triangle ABD : NQ \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{DN}{AD} = \frac{NQ}{AB} \quad (1)$$

$$\triangle ADC : NP \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{AN}{AD} = \frac{NP}{DC}$$

$$= \frac{2NQ}{AB} = \frac{6NQ}{AB} \quad (2)$$

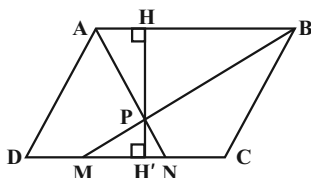
$$(1), (2) \Rightarrow \frac{DN}{AN} = \frac{NQ}{6NQ} \Rightarrow \frac{DN}{AN} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{AN}{DN} = \frac{6}{1}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

(افشین فاضل‌فان)

گزینه «۴» ۶۴

دو مثلث PAB و PMN به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند.



نسبت ارتفاع‌ها در دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه آن دو مثلث است، بنابراین داریم:

$$\frac{PH}{PH'} = \frac{AB}{MN} = \frac{3}{1} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در صورت}} \frac{PH + PH'}{PH'} = \frac{3 + 1}{1} \Rightarrow \frac{HH'}{PH'} = 4$$

$$\frac{S_{ABCD}}{S_{PMN}} = \frac{HH' \times AB}{\frac{1}{2} PH' \times MN} = 2 \times \frac{HH'}{PH'} \times \frac{AB}{MN} = 2 \times 4 \times 3 = 24$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۵ و ۴۶)

پنر ضلعی‌ها، صفحه ۴۵

(مهرراز ملونری)

گزینه «۳» ۶۵

با توجه به شکل و از اینکه $\widehat{DFB} = \widehat{EFC}$ و $\widehat{BDF} = \widehat{FEC}$ ، دو مثلث DFB و EFC بنا به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند که با نوشتن

$$\frac{EF}{DF} = \frac{FC}{BF} \Rightarrow \frac{3}{DF} = \frac{4}{8} \Rightarrow DF = 6$$

از طرف دیگر دو مثلث ADC و AEB نیز بنا به حالت تساوی دو زاویه

متشابه‌اند، زیرا زاویه $\widehat{A}$ مشترک و $\widehat{AEB} = \widehat{ADC}$ است. با نوشتن

نسبت تشابه اضلاع در این دو مثلث و با فرض $AE = x$ داریم:

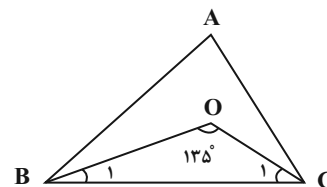
$$\frac{AE}{AD} = \frac{BE}{DC} \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{11}{10} \Rightarrow x = \frac{11}{2} = 5.5$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

هندسه ۱

گزینه «۱» ۶۱

(امیرمسین ابومصوب)



مطابق شکل در مثلث BOC داریم:

$$\widehat{B_1} + \widehat{C_1} + 135^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{B_1} + \widehat{C_1} = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\widehat{B}}{2} + \frac{\widehat{C}}{2} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 90^\circ$$

زاویه قائمه A بزرگ‌ترین زاویه مثلث ABC است، پس ضلع روبه‌رو به آن یعنی BC بزرگ‌ترین ضلع مثلث ABC خواهد بود.

$$\triangle BOC : BO > CO \Rightarrow \widehat{C_1} > \widehat{B_1} \Rightarrow \frac{\widehat{C}}{2} > \frac{\widehat{B}}{2} \Rightarrow \widehat{C} > \widehat{B}$$

بنابراین طبق قضیه زاویه برتر در مثلث ABC، $AB > AC$ است و در نتیجه نامساوی گزینه «۱» درست است.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلا؛ صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

(امیرمسین ابومصوب)

گزینه «۴» ۶۲

قضیه‌ای را می‌توان به صورت دو شرطی نوشت که عکس آن نیز خود یک قضیه باشد (عکس قضیه نیز درست باشد). از طرفی عکس هر قضیه با جابه‌جایی فرض و حکم آن قضیه نوشته می‌شود.

گزینه «۱»: عکس قضیه: «اگر در دو مثلث، زوایا نظیر به نظیر برابر یکدیگر باشند، آن‌گاه آن دو مثلث هم‌نهشت هستند.»

عکس قضیه درست نیست، مثلاً در دو مثلث متساوی‌الاضلاع دلخواه هم‌نهشت نیستند.

گزینه «۲»: عکس قضیه: «اگر یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع باشد، آن‌گاه چهارضلعی لوزی است.»

عکس قضیه درست نیست، اگر در یک متوازی‌الاضلاع، اضلاع مجاور برابر هم نباشند، آن متوازی‌الاضلاع، لوزی نیست.

گزینه «۳»: عکس قضیه: «اگر دو مثلث محیط برابر باشند، آن‌گاه هم‌نهشت هستند.» عکس قضیه درست نیست، مثلاً دو مثلث یکی به اضلاع ۳، ۴ و ۵ و دیگری به اضلاع ۴، ۴ و ۴، محیط برابر دارند ولی هم‌نهشت نیستند.

گزینه «۴»: عکس قضیه: «اگر ارتفاع‌های وارد بر دو ضلع مثلثی برابر باشند، آن دو ضلع نیز برابرند.» عکس قضیه درست است.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلا؛ صفحه ۲۵)

(سرر یقیاژاریان تبریزی)

گزینه «۳» ۶۳

در دوزنقه ABCD، پاره‌خط موازی قاعده‌ها، ساق‌ها را به ترتیب در نقاط M و N قطع می‌کند. طبق فرض سؤال $AB = 3CD$ است. قطرها دوزنقه، پاره‌خط MN به موازات قاعده‌ها را به ترتیب در نقاط P و Q قطع می‌کنند. طبق فرض: $NQ = PQ = PM$ است.



$$\Delta ABC : BC^2 = AB^2 + AC^2 = 2AB^2 = 2 \times 64 = 128$$

$$\Rightarrow BC = 8\sqrt{2}$$

طول میانه وارد بر وتر در یک مثلث قائم الزاویه، نصف طول وتر است، پس

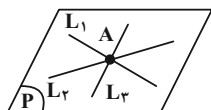
$$AM = \frac{1}{2} BC = 4\sqrt{2} \quad \text{داریم:}$$

(هنر سه ۱- پندر ضلعی ها؛ صفحه های ۶۰ و ۶۷)

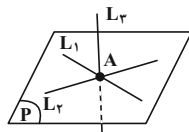
(مسین فابیو)

۶۸- گزینه «۲»

اگر خط L_3 ، دو خط L_1 و L_2 را در نقطه مشترک آن ها یعنی نقطه A قطع کند، آن گاه سه خط از یک نقطه می گذرند. اگر خط L_3 در صفحه گذرنده از دو خط متقاطع L_1 و L_2 قرار داشته باشد، یک صفحه شامل این سه خط وجود دارد (شکل ۱) و در صورتی که خط L_3 در داخل صفحه گذرنده از دو خط L_1 و L_2 قرار نداشته باشد، هیچ صفحه ای شامل این سه خط وجود ندارد (شکل ۲).



شکل ۱



شکل ۲

(هنر سه ۱- تبسم فضایی؛ صفحه های ۷۸ تا ۸۲)

(امیر مسین ابومحبوب)

۶۹- گزینه «۳»

برای اینکه نمای راست مورد نظر دیده شود، کافی است ۳ مکعب کوچک بالاترین ردیف، تمام ۶ مکعب کوچک ردیف دوم از بالا و ۶ مکعب کوچک واقع در ردیف های اول و دوم از جلو و ردیف سوم از بالا را به طور کامل برداریم.

بنابراین حداقل تعداد مکعب های برداشته شده، برابر $3 + 6 + 3 + 3 = 15$ است.

(هنر سه ۱- تبسم فضایی؛ صفحه های ۸۷ تا ۹۱)

(رضا عباسی اصل)

۷۰- گزینه «۲»

گزینه «۱»: در یک صفحه، اگر خطی یک از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می کند ولی این موضوع در فضا الزاماً برقرار نیست.

گزینه «۲»: از هر نقطه خارج یک صفحه، می توان خطی بر آن صفحه عمود رسم کرد. هر صفحه شامل این خط بر صفحه مفروض عمود است، پس این گزاره همواره درست است.

گزینه «۳»: اگر خطی با یکی از دو خط متناظر، موازی باشد، می تواند با دیگری متقاطع یا متناظر باشد.

گزینه «۴»: از هر نقطه غیر واقع بر یک خط، بی شمار خط متناظر با آن خط می گذرد.

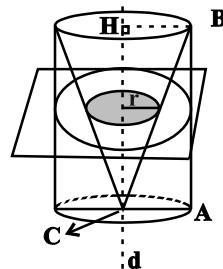
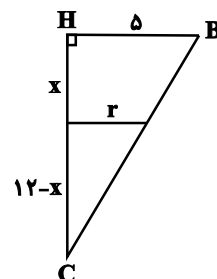
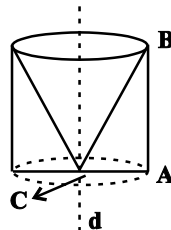
(هنر سه ۱- تبسم فضایی؛ صفحه های ۷۸ تا ۸۲)

۶۶- گزینه «۴»

(سرژ یقازاریان تبریزی)

در مثلث ABC ، از رأس C عمود وارد بر ضلع AC را رسم می کنیم. از دوران مثلث ABC حول خط d گذرا از رأس C ، یک استوانه حاصل می شود که یک مخروط از میان آن برداشته شده است.

سطح مقطع حاصل از تقاطع صفحه P با شکل حاصل از دوران مثلث ABC حول خط d ، حلقه ای به شعاع درونی r و شعاع بیرونی δ است. (مساحت دایره ای به شعاع AC که مساحت قسمت هاشور خورده از آن برداشته شده است.)



$$\frac{r}{\delta} = \frac{12-x}{12} \Rightarrow x = 12(1 - \frac{r}{\delta}) \quad (1)$$

(مساحت دایره به شعاع r) - (مساحت دایره به شعاع AC)

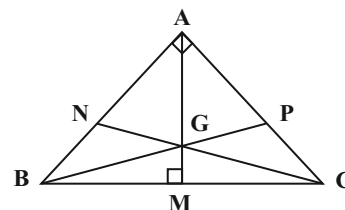
$$= 25\pi - \pi r^2 = 16\pi \Rightarrow \pi r^2 = 9\pi \Rightarrow r = 3 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow x = 12(1 - \frac{r}{\delta}) = 12(1 - \frac{3}{\delta}) = 4/8$$

(هنر سه ۱- تبسم فضایی؛ صفحه های ۹۵ و ۹۶)

(امیر مسین ابومحبوب)

۶۷- گزینه «۲»



می دانیم از وصل کردن نقطه همرسی میانه های یک مثلث به سه رأس آن مثلث، سه مثلث هم مساحت ایجاد می شود، بنابراین داریم:

$$S_{ABC} = 3S_{GAB} = 3 \times \frac{32}{3} = 32 \Rightarrow \frac{1}{2} AB \times AC = 32$$

$$\xrightarrow{AB=AC} \frac{1}{2} AB^2 = 32 \Rightarrow AB^2 = 64$$



ریاضیات گسسته

۷۱- گزینه «۳»

(سیرممد رضا عسینی فرد)

$$\left. \begin{array}{l} n^3 | n^2 + 4 \\ n^2 | n^3 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{خاصیت تعدی}} n^2 | n^2 + 4$$

$$\left. \begin{array}{l} n^2 | n^2 + 4 \\ n^2 | n^2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} n^2 | 4 \Rightarrow \begin{cases} n^2 = 1 \Rightarrow n = \pm 1 \\ n^2 = 4 \Rightarrow n = \pm 2 \end{cases}$$

هر چهار مقدار $n = \pm 1, \pm 2$ در رابطه $n^3 | n^2 + 4$ صدق می کنند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۹ تا ۱۲)

۷۲- گزینه «۲»

(مسین فزایی)

طبق قضیه تقسیم داریم:

$$\begin{aligned} 345 &= bq + 9 \Rightarrow bq = 336 \Rightarrow b | 336 \\ 245 &= bq' + 5 \Rightarrow bq' = 240 \Rightarrow b | 240 \end{aligned} \Rightarrow b | (336, 240)$$

$$\left. \begin{array}{l} 336 = 2^4 \times 3 \times 7 \\ 240 = 2^4 \times 3 \times 5 \end{array} \right\} \Rightarrow (336, 240) = 2^4 \times 3 = 48 \Rightarrow b | 48$$

$$\Rightarrow \max(b) = 48$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۳ تا ۱۵)

۷۳- گزینه «۴»

(امد رضا فلاح)

$$x^3 - x = 13q \Rightarrow x(x^2 - 1) = 13q$$

$$x(x-1)(x+1) = 13q$$

حاصل ضرب سه عامل x و $x-1$ و $x+1$ بر 13 بخش پذیر است.

بنابراین x یا $x-1$ یا $x+1$ باید مضرب 13 باشد:

$$1) x = 13k \xrightarrow{x \text{ دورقمی است}} x_{\min} = 13, x_{\max} = 91$$

$$2) x - 1 = 13k \Rightarrow x = 13k + 1 \xrightarrow{x \text{ دورقمی است}} x_{\min} = 14, x_{\max} = 92$$

$$3) x + 1 = 13k \Rightarrow x = 13k - 1 \xrightarrow{x \text{ دورقمی است}} x_{\min} = 12, x_{\max} = 90$$

در بین مقادیر فوق، کمترین مقدار x عدد 12 و بیشترین مقدار x ، 92 است که مجموع آنها $104 = 92 + 12$ می باشد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۴ تا ۱۶)

۷۴- گزینه «۱»

(امد رضا فلاح)

طبق فرض $5^n - 1 \equiv 0 \pmod{11}$ پس $5^n \equiv 1 \pmod{11}$. حال باید دنبال توان هایی از 5 بگردیم

که باقی مانده تقسیم آنها بر 11 برابر 1 باشد:

$$5^2 = 25 \equiv 3 \pmod{11} \xrightarrow{\text{بیتوان}} 5^4 \equiv 9 \pmod{11} \xrightarrow{\times 5} 5^5 \equiv 45 \equiv 1 \pmod{11}$$

$$\xrightarrow{\text{بیتوان}} 5^k \equiv 1 \pmod{11} \Rightarrow n = 5k \quad (k \in \mathbb{N})$$

$$10 \leq n < 100 \Rightarrow 10 \leq 5k < 100 \Rightarrow 2 \leq k < 20 \Rightarrow k = 2, 3, \dots, 19$$

یعنی به ازای 18 عدد طبیعی دو رقمی n ، عدد $5^n - 1$ بر 11 بخش پذیر است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۸ تا ۲۱)

۷۵- گزینه «۲»

(علی ایمانی)

$$3^5 = 3^2 \equiv 9 \pmod{10} \xrightarrow{\text{بیتوان}} 3^{10} \equiv 1 \pmod{10} \xrightarrow{\times 2} 3^{20} \equiv 1 \pmod{10} \xrightarrow{\times 2} 3^{40} \equiv 1 \pmod{10}$$

$$\xrightarrow{\text{بیتوان}} 3^{66} \equiv 1 \pmod{10} \xrightarrow{\times 2} 3^{67} \equiv 3 \pmod{10} \Rightarrow 3^{67} + a \equiv 3 + a \equiv 0 \pmod{10}$$

$$\Rightarrow a \equiv (-3) \equiv 7 \pmod{10}$$

بنابراین کوچک ترین عدد طبیعی مورد نظر برابر 7 است، که باقی مانده

تقسیم آن بر 4 ، برابر 1 بوده و در نتیجه به 1 تعلق دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۸ تا ۲۱)



۷۶- گزینه «۳»

(افشین شاهه‌شان)

ابتدا فاصله بین اول فروردین تا ۲۳ تیر را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{array}{ccccccc} 30 & + & 2 \times 31 & + & 23 & = & 115 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ \text{فروردین} & & \text{اردیبهشت و} & & \text{تیر} & & \\ & & \text{خرداد} & & & & \end{array}$$

$$115 = 16 \times 7 + 3 \equiv 3$$

بنابراین روز ۲۳ تیرماه سه روز در هفته جلوتر از اول فروردین قرار دارد.

یعنی ۲۳ تیرماه آن سال، روز چهارشنبه است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه ۲۴)

۷۷- گزینه «۲»

(سیرومیر زوالفقاری)

فرض کنید $d = (\delta n + 4, \gamma n - 5)$ باشد. در این صورت داریم:

$$\left. \begin{array}{l} d \mid \delta n + 4 \xrightarrow{\times \gamma} d \mid \gamma \delta n + 28 \\ d \mid \gamma n - 5 \xrightarrow{\times \delta} d \mid \delta \gamma n - 25 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid 53 \xrightarrow{d \nmid 1} d = 53$$

$$53 \mid \delta n + 4 \Rightarrow \delta n + 4 \equiv 0 \Rightarrow \delta n \equiv -4 \equiv -4 + 3 \times 53$$

$$\Rightarrow \delta n \equiv 155 \xrightarrow[\substack{+5 \\ (\delta, 5)=1}}{53} n \equiv 31 \Rightarrow n = 53k + 31$$

بنابراین تنها مقادیر دو رقمی n عبارت‌اند از: ۸۴ و ۳۱

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ و ۲۵)

۷۸- گزینه «۳»

(نیلوفر مهدوی)

شرط لازم و کافی برای آن که معادله سیاله $ax + by = c$ جواب داشتهباشد آن است که $c \mid (a, b)$ ، یعنی $84 \mid (a, b)$ و $56 \mid (a, b)$.

پس اعدادی را باید از مقسوم علیه‌های ۸۴ انتخاب کنیم که مقسوم علیه ۵۶

نباشند. در نتیجه داریم: 84 یا 42 یا 21 یا 12 یا 6 یا $3 = (a, b)$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۷۹- گزینه «۱»

(پوار فاطمی)

$$7x + 9y = 59 \Rightarrow 9y \equiv 59 \Rightarrow 2y \equiv 3 \equiv 10$$

$$\xrightarrow[\substack{+2 \\ (2, 9)=1}]{y} y \equiv 5 \Rightarrow y = 7k + 5 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$7x + 9(7k + 5) = 59 \Rightarrow 7x = -63k + 14 \Rightarrow x = -9k + 2$$

$$\left. \begin{array}{l} y > 0 \Rightarrow 7k + 5 > 0 \Rightarrow k > -\frac{5}{7} \\ x > 0 \Rightarrow -9k + 2 > 0 \Rightarrow k < \frac{2}{9} \end{array} \right\} \Rightarrow -\frac{5}{7} < k < \frac{2}{9} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0$$

بنابراین معادله سیاله فقط یک دسته جواب طبیعی دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

۸۰- گزینه «۳»

(افشین شاهه‌شان)

فرض کنید خودروی ون x بار و خودروی سمند y بار کارکنان کارخانه را

جابه‌جا کنند. در این صورت داریم:

$$7x + 4y = 67 \Rightarrow 7x \equiv 67 \Rightarrow -x \equiv -1 \Rightarrow x \equiv 1 \Rightarrow x = 4k + 1 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$7(4k + 1) + 4y = 67 \Rightarrow 4y = -28k + 60 \Rightarrow y = -7k + 15$$

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \Rightarrow 4k + 1 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{1}{4} \\ y \geq 0 \Rightarrow -7k + 15 \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{15}{7} \end{array} \right\} \Rightarrow -\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{15}{7}$$

$$\xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0, 1, 2$$

بنابراین سه حالت برای جابه‌جایی کارکنان با این دو خودرو وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)



فیزیک ۲

۸۱- گزینه «۱»

(مصطفی کیانی)

در حالت اول که بار دو گوی ناهم نام است، یکدیگر را جذب می کنند.



پس از تماس دو گوی بار آن ها یکسان می شود.

$$q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{2} = \frac{q_A - 4q}{q_B = 6q} \Rightarrow q'_A = q'_B = q$$

اکنون با توجه به قانون کولن، بزرگی نیروی الکتریکی را در دو حالت با

یکدیگر مقایسه می کنیم:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{d^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_A||q'_B|}{|q_A||q_B|} = \frac{q^2}{24q^2} = \frac{1}{24}$$

در این حالت چون بار گوی ها یکسان است، بنابراین دو گوی یکدیگر را دفع

می کنند.



$$\vec{F}' = -\frac{1}{24}\vec{F}$$

بنابراین:

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن: صفحه های ۵ تا ۱۰)

۸۲- گزینه «۱»

(مهدی پراتی)

با توجه به این که خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی

وارد می شود و تراکم خطوط میدان نشان دهنده اندازه بار است، داریم:

$$\begin{cases} q_1 > 0 \\ q_2 < 0 \\ |q_2| > |q_1| \end{cases}$$

بنابراین چون بارها ناهم نام اند، میدان الکتریکی در خارج از فاصله دو بار و

نزدیک به بار با اندازه کوچک تر برابر صفر می شود.

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن: صفحه های ۱۳ تا ۱۸)

۸۳- گزینه «۳»

(امیرمسین برادران)

ابتدا با توجه به رابطه خازن، میدان الکتریکی را بر حسب بار و مشخصات

ساختمانی خازن، به دست می آوریم:

$$q = CV \xrightarrow{C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}, V = Ed} q = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \times Ed \Rightarrow E = \frac{q}{\kappa \epsilon_0 A}$$

از طرف دیگر وقتی بار مثبت از صفحه مثبت به صفحه منفی منتقل می شود،

بار خازن کاهش می یابد. در این حالت داریم:

$$q' = q - \frac{25}{100}q = \frac{75}{100}q = \frac{3}{4}q \xrightarrow{E = \frac{q}{\kappa \epsilon_0 A}} \frac{E'}{E} = \frac{q'}{q} = \frac{3}{4}$$

$$\xrightarrow{E - E' = 125 \frac{kN}{C}} \begin{cases} E = 500 \frac{kN}{C} \\ E' = 375 \frac{kN}{C} \end{cases}$$

اکنون انرژی ذخیره شده در خازن را به دست می آوریم:

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \xrightarrow{V = Ed, C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}} U = \frac{1}{2} \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \times E^2 d^2 \Rightarrow U = \frac{1}{2} \kappa \epsilon_0 A d E^2$$

$$\xrightarrow{\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{F}{m}, d = 0.5 mm = 0.5 \times 10^{-3} m} \begin{aligned} A &= 8.0 cm^2 = 8 \times 10^{-4} m^2, E = 500 \frac{kN}{C}, k = 1 \\ U &= \frac{1}{2} \times 1 \times 9 \times 10^{-12} \times 8 \times 10^{-4} \times 0.5 \times 10^{-3} \times 500^2 \times 10^6 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow U = 450 \times 10^{-15} \times 10^{-3} \times 10^6 = 450 \times 10^{-8} J$$

$$\Rightarrow U = 450 \times 10^{-15} \times 10^{-3} \times 10^6 = 450 \times 10^{-8} J$$

$$\Rightarrow U = 4.5 \times 10^{-6} J = 4.5 \mu J$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن: صفحه های ۳۲ تا ۴۰)

۸۴- گزینه «۱»

(مسام نادری)

چون جرم و جنس دو سیم A و B با هم برابر است، تفاوت مقاومت

الکتریکی آن ها، به دلیل تفاوت در طول و سطح مقطع آن ها است. از طرفی،

چون جرم و جنس یکسان دارند، حجم آن ها مساوی است. بنابراین باید به هر

دو نسبت طول و سطح مقطع توجه کنیم.

$$m_A = m_B \xrightarrow{m = \rho V} \rho_A V_A = \rho_B V_B$$

$$\xrightarrow{V = AL, \rho_A = \rho_B} A_A L_A = A_B L_B \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{A_B}{A_A}$$

$$\xrightarrow{\frac{A_B}{A_A} = \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2} \frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2$$



$$I_{\text{کل}} = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{eq}} + r} \xrightarrow{\mathcal{E}=20V, r=0} I_{\text{کل}} = \frac{20}{5+0} \Rightarrow I_{\text{کل}} = 4A$$

در آخر، جریان مقاومت R_3 را که برابر I_3 است پیدا می‌کنیم:

$$I_{\text{کل}} = I_1 = 3I_3 \xrightarrow{I_1=4A} 4 = 3I_3 \Rightarrow I_3 = \frac{4}{3}A$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای پیرامون مستقیم: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

(سعی شرق)

۸۶- گزینه «۳»

وقتی کلید را از حالت a به b تغییر دهیم، دو سر لامپ ۲ هم پتانسیل می‌شوند (اتصال کوتاه رخ می‌دهد)، در نتیجه هیچ جریانی از آن عبور نمی‌کند،

لذا این لامپ خاموش خواهد شد. از طرف دیگر در وضعیت a، مقاومت کل

مدار برابر است با $R_a = \frac{2}{3}R + R = \frac{5}{3}R$ و در وضعیت b، مقاومت کل

مدار برابر $R_b = R + R = 2R$ است. بنابراین در وضعیت b مقاومت کل

افزایش یافته و بنابه رابطه $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{eq}} + r}$ جریان کل کاهش خواهد یافت،

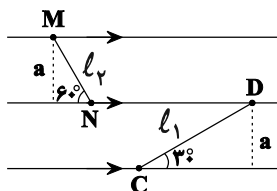
در نتیجه لامپ (۱) کم‌نورتر می‌شود.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای پیرامون مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

(امیرمسین برادران)

۸۷- گزینه «۴»

در میدان مغناطیسی یکنواخت، خطوط میدان موازی و فاصله بین آن‌ها یکسان است، بنابراین، طول سیم‌ها را می‌یابیم:



$$\begin{cases} \sin 30^\circ = \frac{a}{\overline{CD}} \\ \sin 60^\circ = \frac{a}{\overline{MN}} \end{cases} \xrightarrow{\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}} \begin{cases} \overline{CD} = 2a \\ \overline{MN} = \frac{2a}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\sqrt{3} = \frac{\overline{CD}}{\overline{MN}} \Rightarrow \overline{CD} = \sqrt{3} \overline{MN} \Rightarrow l_1 = \sqrt{3} l_2$$

اکنون نیروی مغناطیسی وارد بر هر یک از سیم‌ها را به دست می‌آوریم:

$$F = B I l \sin \theta \xrightarrow{B_1=B_2, I_1=I_2} \frac{F_1}{F_2} = \frac{l_1}{l_2} \times \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$$

اکنون برای مقایسه مقاومت‌های A و B داریم: (همه نسبت‌ها را بر حسب نسبت قطرهای می‌نویسیم، چون این نسبت معلوم است)

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{\rho_A=\rho_B} \frac{R_A}{R_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\xrightarrow{\frac{A_B}{A_A} = \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2} \frac{R_A}{R_B} = \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 \xrightarrow{\frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2} \frac{R_A}{R_B} = \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^4$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^4 \xrightarrow{\frac{d_A}{d_B} = \sqrt{2}} \frac{R_A}{R_B} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4 \Rightarrow R_A = 2\Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای پیرامون مستقیم: صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

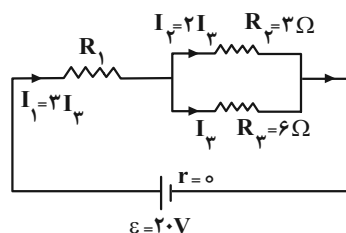
۸۵- گزینه «۳» (معمور منتهی)

ابتدا جریان الکتریکی مقاومت R_3 را I_3 فرض کنیم و جریان مقاومت‌های

R_1 و R_2 را بر حسب I_3 به دست می‌آوریم:

$$V_2 = V_3 \Rightarrow I_2 R_2 = I_3 R_3 \Rightarrow 3I_2 = 6I_3 \Rightarrow I_2 = 2I_3$$

$$I_1 = I_2 + I_3 \xrightarrow{I_2=2I_3} I_1 = 2I_3 + I_3 = 3I_3$$



اکنون با استفاده از رابطه زیر مقاومت R_1 را می‌یابیم:

$$P = I^2 R \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2 \times \frac{R_1}{R_2} \xrightarrow{P_1=\frac{9}{4}P_2, I_1=3I_2} \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{3I_2}{2I_2}\right)^2 \times \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow R_1 = 3\Omega$$

$$\xrightarrow{P_1=\frac{9}{4}P_2, I_1=3I_2} \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{3I_2}{2I_2}\right)^2 \times \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow R_1 = 3\Omega$$

با داشتن مقاومت R_1 ، مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم و به دنبال آن

جریان کل مدار را می‌یابیم:

$$R_{2,3} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2\Omega$$

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_{2,3} = 3 + 2 = 5\Omega$$



می‌بینیم، بار ذره مثبت یا منفی باشد، شکل گزینه «۴» درست است.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

(ممدکلاطم منشاری)

گزینه «۳» -۸۹

ابتدا تعداد دورهای پیچ را می‌یابیم و سپس جریان را پیدا می‌کنیم:

$$N = \frac{L}{2\pi r} \frac{2r = 3 \text{ cm} = 0.03 \text{ m}}{L = 18 \text{ m}} \Rightarrow N = \frac{18}{0.36\pi} = \frac{50}{\pi}$$

$$A = \pi \times (15 \times 10^{-2})^2 = 225\pi \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$I_{av} = \frac{\epsilon_{av}}{R}$$

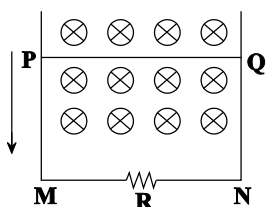
$$I_{av} = \frac{-N \times A \times B \times (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{R \times \Delta t} \quad \begin{matrix} \theta_1 = 0, \theta_2 = 90^\circ, R = 25\Omega, \Delta t = 0.4 \text{ s} \\ B = 400 \text{ G} = 400 \times 10^{-4} \text{ T} = 4 \times 10^{-2} \text{ T} \end{matrix}$$

$$I_{av} = \frac{-\frac{50}{\pi} \times 225\pi \times 10^{-4} \times 4 \times 10^{-2} \times (0 - 1)}{25 \times 0.4} = 5 / 4 \times 10^{-3} \text{ A} = 5 / 4 \text{ mA}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۵)

(ممدرضا شریفی)

گزینه «۳» -۹۰



با کاهش سطح قاب، بنابه رابطه $\Phi = BA \cos \theta$ ، شار مغناطیسی عبوری از

آن نیز کاهش می‌یابد، در نتیجه با توجه به قانون لنز چون شار عبوری از حلقه

کاهش می‌یابد، می‌بایست میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط جریان القایی

در حلقه درونش شود تا با کاهش شار مغناطیسی حاصل از میدان خارجی که

درونش است، مخالفت کند. بنابراین جهت جریان القایی در مقاومت R از N

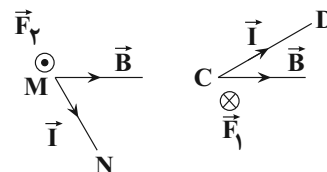
به M و در سیم PQ از P به Q است.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

$$\frac{\sin \theta_1 = \frac{1}{2}}{\ell_1 = \sqrt{3} \ell_2, \sin \theta_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{\sqrt{3} \ell_2}{\ell_2} \times \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow F_1 = F_2$$

اکنون با توجه به قاعده دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر هر سیم را

به دست می‌آوریم:



$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

بنابراین:

نکته: نیروی وارد بر سیم حامل جریان در یک میدان مغناطیسی برابر با

حاصل ضرب سه مؤلفه جریان عبوری، بزرگی میدان مغناطیسی و مؤلفه‌ای از سیم

است که عمود بر میدان مغناطیسی است. بنابراین در این سؤال چون جریان عبوری

از دو سیم یکسان است و همچنین مؤلفه‌ای از طول سیم که عمود بر میدان

مغناطیسی است هم برای هر دو سیم یکسان است، بنابراین بزرگی نیروی

مغناطیسی وارد بر سیم‌ها نیز یکسان خواهد بود.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

(امیر پوریوسف)

گزینه «۴» -۸۸

چون نوع بار الکتریکی ذره مشخص نیست، یک بار با بار مثبت و یک بار با بار

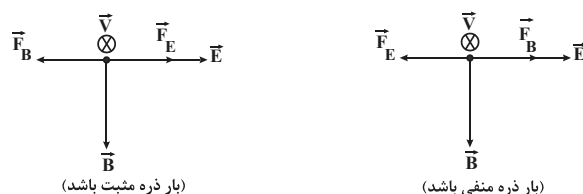
منفی شکل را رسم و گزینه درست را انتخاب می‌کنیم، دقت کنید، چون ذره

باردار از مسیر اولیه خودش منحرف نمی‌شود، الزاماً نیروهای $\vec{F}_B$ ، $\vec{F}_E$

هم‌اندازه و در سوی مخالف هم می‌باشند. در ضمن نیروی الکتریکی وارد بر

بار مثبت هم‌سو با میدان الکتریکی و نیروی الکتریکی وارد بر بار منفی در

سوی مخالف آن است.



(بار ذره مثبت باشد)

(بار ذره منفی باشد)



فیزیک ۱

۹۱- گزینه «۲»

(امیرمسین برادران)

$$A \text{ آهنگ خروج آب از شیر } = \frac{1500}{30} = 50 \frac{m^3}{h}$$

با توجه به این که پس از پر شدن $\frac{1}{3}$ استخر، ۱۵ ساعت دیگر استخر پر می‌شود، آب خروجی از شیر A در مدت این ۱۵ ساعت را به دست می‌آوریم:

$$V_A = 50 \times 15 = 750 m^3$$

اکنون آب خروجی از شیر B را به دست می‌آوریم:

$$V_B = V_{\text{استخر}} - 750 = \frac{2}{3} \times 1500 - 750 = 250 m^3$$

اکنون آهنگ خروجی آب از شیر B را محاسبه می‌کنیم:

$$B \text{ آهنگ خروجی آب از شیر } = \frac{250 m^3}{15 h} = \frac{250 \times 10^3 L}{15 \times 60 \text{ min}} = \frac{2500}{9} \frac{L}{\text{min}}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۹۲- گزینه «۲»

(محمدرضا شریفی)

برای محاسبه حجم شمش از جنس B، باید چگالی آن را داشته باشیم. به همین منظور، با توجه به نمودار به ازای حجم ثابت V، جرم جسم B برابر ۲۰g و

جرم جسم A برابر ۶۰g است. لذا، با استفاده از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ داریم:

$$V = \frac{m_B}{\rho_B} = \frac{m_A}{\rho_A} \rightarrow \frac{m_B = 20g, m_A = 60g}{\rho_A = 15 \frac{g}{cm^3}} \rightarrow \frac{20}{\rho_B} = \frac{60}{15}$$

$$\Rightarrow \rho_B = 5 \frac{g}{cm^3}$$

اکنون می‌توان حجم شمش B را که ۲۲۵۰ گرم جرم دارد، به دست آورد:

$$V_B = \frac{m_B}{\rho_B} = \frac{m_B = 2250g}{\rho_B} \rightarrow V_B = \frac{2250}{5} = 450 cm^3$$

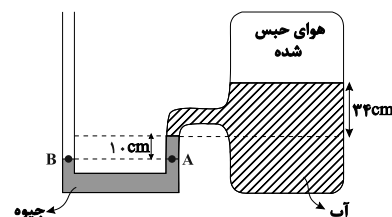
(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۹۳- گزینه «۳»

(سید علی میرنوری)

اگر فشار هوای حبس شده را P در نظر بگیریم، داریم:

$$\Rightarrow P + (\rho gh)_{\text{آب}} + (\rho gh)_{\text{جیوه}} = P.$$



حال اگر بخواهیم فشار را بر حسب سانتی‌متر جیوه بنویسیم، کافی است که ارتفاع معادل جیوه برای مایعات را در نظر بگیریم. یعنی داریم:

$$\rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h'_{\text{جیوه}}$$

$$\frac{h_{\text{آب}} = 34 cm, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}}{1 \times 34 = 13 / 6 h'_{\text{Hg}}} \Rightarrow h'_{\text{Hg}} = 2 / 5 cm$$

و در نهایت:

$$P + h'_{\text{Hg}} + h_{\text{Hg}} = P_0 \Rightarrow P + 2 / 5 + 10 = 75$$

$$\Rightarrow P = 62 / 5 cmHg$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۹۴- گزینه «۱»

(امیرمسین برادران)

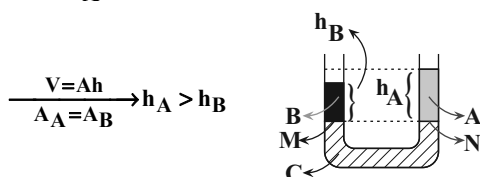
با توجه به نمودار حجم بر حسب جرم، $\rho_B > \rho_A$ است؛ بنابراین به ازای

$$V_A > V_B, V = \frac{m}{\rho}$$

می‌باشد. از طرفی در لوله‌های U شکل فشار در نقاط هم تراز افقی یک مایع ساکن یکسان است. بنابراین از آن‌جا که سطح مقطع لوله در سراسر طول آن یکسان می‌باشد و وزن دو مایع A و B نیز یکسان است، پس مرکز مایع‌های A و C و هم‌چنین B و C در یک تراز افقی قرار می‌گیرند.

$$P_N = \frac{W_A}{A} + P_0, \quad W_A = W_B \rightarrow P_M = P_N, V_A > V_B$$

$$P_M = \frac{W_B}{A} + P_0.$$



(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۹۵- گزینه «۴»

(بوادار کامران)

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t=0} \Delta K = 0$$

$$\Rightarrow K_2 - K_1 = 0$$

$$\Rightarrow K_2 = K_1 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$|v_2| = |v_1|$$

بنابراین برای این که $W_t = 0$ باشد، کافیت اندازه سرعت یا تندی، در ابتدا و انتهای مسیر یکسان باشد.

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۹۶- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

می‌دانیم، مساحت سطح محصور بین نمودار P-t و محور زمان برابر کار مفید انجام شده است. بنابراین، ابتدا کار مفید را که برابر با مساحت زیر نمودار است، می‌یابیم.



۹۹- گزینه «۴»

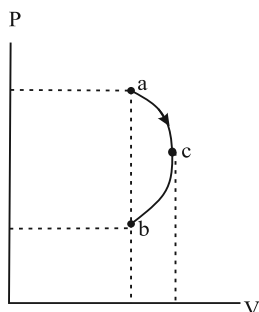
(مصطفی کیانی)

چون $P_b < P_a$ و $V_b = V_a$ است، رابطه $P_b V_b < P_a V_a$ برقرار می‌باشد. از طرف دیگر، با توجه معادله حالت گازهای آرمانی، $T \propto PV$ می‌باشد، لذا $T_b < T_a$ است، بنابراین چون انرژی درونی مقدار معینی گاز آرمانی (U) فقط تابع دمای مطلق گاز است، لذا $U_b < U_a$ و در نتیجه $\Delta U_{ab} < 0$ خواهد بود.

برای بررسی کار انجام شده بر روی گاز، ابتدا یک نقطه مانند c بر روی نمودار که بیشترین حجم را دارد، مشخص می‌کنیم. با مشخص کردن این نقطه می‌بینیم، حجم گاز ابتدا در مسیر ac افزایش و سپس در مسیر cb کاهش می‌یابد. چون مساحت زیر نمودار $P-V$ در مسیر ac ، بزرگ‌تر از مسیر cb است، لذا $|W_{ac}| > W_{bc}$ می‌باشد و در مجموع کار کل انجام شده روی گاز منفی خواهد بود. پس کار گاز بر روی محیط مثبت است.

$$W_{ab} = -|W_{ac}| + W_{cb} \xrightarrow{|W_{ac}| > W_{cb}} W_{ab} < 0$$

$$\Rightarrow W'_{ab} > 0$$



(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۹)

۱۰۰- گزینه «۱»

(سیرعلی میرنوری)

ابتدا گرمایی که ماشین گرمایی درون‌سوز می‌گیرد را محاسبه می‌کنیم:

$$Q_H = mQ = 4 \times 40 \Rightarrow Q_H = 160 \text{ kJ}$$

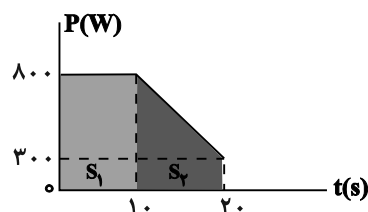
برای تعیین بازده داریم:

$$\eta = \left(1 - \frac{|Q_L|}{Q_H}\right) \times 100 = \left(1 - \frac{120}{160}\right) \times 100 \Rightarrow \eta = 25\%$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۴۵ و ۱۴۶)

$$W_{\text{مفید}} = S_1 + S_2 \Rightarrow W_{\text{مفید}} = (10 \times 800) + \left(\frac{300 + 800}{2} \times 10\right)$$

$$\Rightarrow W_{\text{مفید}} = 8000 + 5500 = 13500 \text{ J}$$



اکنون، توان مفید متوسط دستگاه در مدت ۲۰ ثانیه را می‌یابیم:

$$\bar{P}_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{\Delta t} = \frac{13500}{20} \Rightarrow \bar{P}_{\text{مفید}} = 675 \text{ W}$$

در نهایت بازده دستگاه برابر است با:

$$Ra = \frac{\bar{P}_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \times 100 \xrightarrow{P_{\text{کل}} = 1000 \text{ W}} Ra = \frac{675}{1000} \times 100$$

$$\Rightarrow Ra = 67.5\%$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۷)

۹۷- گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

چون پس از تعادل، در ظرف یخ باقی می‌ماند، دمای تعادل صفر است. بنابراین با استفاده از طرح‌واره زیر، ابتدا جرم یخ ذوب شده را می‌یابیم:

$$\boxed{\text{آب}} \xrightarrow{Q_1 = mc\Delta\theta} \boxed{\text{آب}}$$

$$\boxed{20^\circ\text{C}} \xrightarrow{\quad} \boxed{0^\circ\text{C}}$$

$$\boxed{\text{یخ}} \xrightarrow{Q_2 = m'L_F} \boxed{\text{آب}}$$

$$\boxed{0^\circ\text{C}} \xrightarrow{\quad} \boxed{0^\circ\text{C}}$$

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m'L_F + m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}(0 - 20) = 0$$

$$\xrightarrow{m = 800 \text{ g} = 0.8 \text{ kg}} \xrightarrow{c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{C}}, L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}}$$

$$m' \times 336000 + 0.8 \times 4200 \times (-20) = 0 \Rightarrow 336000 m' = 16 \times 4200$$

$$\Rightarrow m' = 0.2 \text{ kg} = 200 \text{ g}$$

اکنون جرم یخ باقیمانده را پیدا می‌کنیم:

$$m'' = 300 - 200 = 100 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۶)

۹۸- گزینه «۲»

(بهادر کامران)

چون $\alpha_A > \alpha_B$ می‌باشد، کاهش دمای این دو جسم باعث می‌شود جسم A کاهش قطر بیش‌تری داشته باشد. همچنین سرد کردن جسم A و گرم کردن جسم B منجر به کوچک شدن جسم A و بزرگ شدن حفره B می‌گردد، در نتیجه توپ از حفره عبور می‌کند. بنابراین ۲ مورد «ب» و «پ» درست است.

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)



فیزیک ۳

۱۰۱- گزینه «۴»

(فاروق مردانی)

برای پاسخ به این سؤال لازم است بدانیم:

- (۱) شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان، معرف سرعت لحظه‌ای است.
- (۲) شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان معرف شتاب لحظه‌ای است.
- (۳) در حرکت بر خط راست، در حرکت شتاب‌دار تندشونده، بردارهای سرعت و شتاب هم جهت ($av > 0$) و در حرکت شتاب‌دار کندشونده، خلاف جهت یکدیگرند. ($av < 0$).

اکنون به بررسی هریک از نمودارها می‌پردازیم:

(الف) سرعت خلاف جهت محور x و شتاب در جهت محور x ؛ چون شیب خط مماس بر نمودار منفی است، سرعت نیز منفی است، یعنی در خلاف جهت محور x است. از طرف دیگر، چون اندازه شیب خط مماس بر نمودار در حال کاهش است، تندی نیز در حال کاهش است، لذا حرکت شتاب‌دار کندشونده است. در نتیجه، چون $v < 0$ است، باید $a > 0$ باشد. یعنی شتاب در جهت محور x است.

(ب) سرعت خلاف جهت محور x و شتاب در جهت محور x ؛ چون نمودار سرعت - زمان، زیر محور زمان است $v < 0$ می‌باشد. از طرف دیگر، چون شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان مثبت است، $a > 0$ است.

(پ) سرعت در خلاف جهت محور x و شتاب در جهت محور x (همان توضیح قسمت الف)

(ت) سرعت در جهت محور x و شتاب در خلاف جهت محور x ؛ چون نمودار سرعت - زمان بالای محور زمان است، $v > 0$ می‌باشد، از طرف دیگر، چون شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان منفی است، $a < 0$ است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۲)

۱۰۲- گزینه «۴»

(امیرحسین برادران)

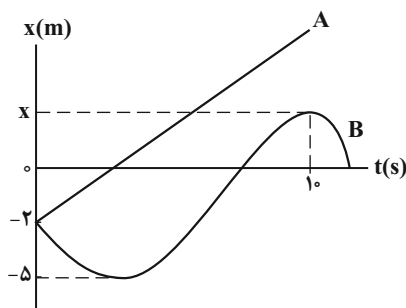
ابتدا با استفاده از رابطه تندی متوسط، مکان متحرک B را در لحظه $t = 10s$ به دست می‌آوریم.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = 10s, s_{av} = 1/5 \frac{m}{s}} 1/5 = \frac{\ell}{10} \Rightarrow \ell = 15m$$

مسافت طی شده برابر $15m$ است که با توجه به نمودار می‌توان نوشت:

$$15 = |-5 - (-2)| + |0 - (-5)| + |x_{t=10s} - 0| \Rightarrow x_{t=10s} = 7m$$

اکنون با استفاده از رابطه شتاب متوسط، سرعت متحرک B را در مبدأ زمان به دست می‌آوریم. دقت کنید، در لحظه $t = 10s$ ، چون شیب خط مماس بر نمودار برابر صفر است، در این لحظه $v = 0$ می‌باشد.



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{a_{av} = 0/25 \frac{m}{s^2}, \Delta v = v_{t=10s} - v_0} 0/25 = \frac{0 - v_0}{10}$$

$$\Rightarrow v_0 = -2/5 \frac{m}{s}$$

چون تندی دو متحرک در مبدأ زمان یکسان است، بنابراین با استفاده از معادله حرکت با سرعت ثابت، مکان متحرک A را در لحظه $t = 10s$ به دست می‌آوریم:

$$x_A = v_A t + x_{0A} \xrightarrow{x_{0A} = -2m \text{ و } v_A = 2/5 \frac{m}{s}} t=10s$$

$$x_A = 2/5 \times 10 - 2 \Rightarrow x_A = 23m$$

$$x_A - x_B = 23 - 7 = 16m \quad \text{در نهایت فاصله دو متحرک برابر است با:}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۵)

۱۰۳- گزینه «۳»

(غلامرضا ممینی)

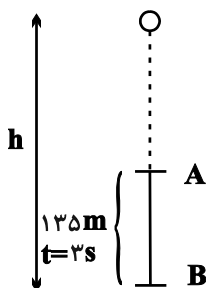
چون نمودار مکان - زمان متحرک‌ها به صورت خط راست می‌باشد، هر دو متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کنند. بنابراین، مسافت طی شده توسط هریک در ثانیه‌های مختلف با تندی آن‌ها برابر است. با توجه به این که در



(فسرو ارغوانی فرد)

۱۰۵- گزینه «۲»

اگر کل طول مسیر برابر با h و کل زمان سقوط برابر با t باشد، داریم:



$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \begin{cases} h = \frac{1}{2}gt^2 \\ h - 135 = \frac{1}{2}g(t-3)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}gt^2 - 135 = \frac{1}{2}g(t-3)^2 \Rightarrow \Delta t^2 - 135 = \Delta t^2 - 3 \cdot t + 45$$

$$\Rightarrow t = 6s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(کنکور سراسری ریاضی ۱۴۰۳- تیر ماه)

۱۰۶- گزینه «۳»

می‌دانیم جابه‌جایی گلوله در هر ثانیه به اندازه ۱۰ متر و تندی آن به اندازه

$10 \frac{m}{s}$ افزایش می‌یابد. داریم:

جابه‌جایی	سرعت
۵m	۰
۱۵m	$10 \frac{m}{s}$
۲۵m	$20 \frac{m}{s}$
۳۵m	$30 \frac{m}{s}$
۴۵m	$40 \frac{m}{s}$
۵۰m	$50 \frac{m}{s}$

۲ ثانیه آخر حرکت

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{30 + 50}{2} = 40 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

حرکت با سرعت ثابت، مسافت طی شده در ثانیه‌های یکسان است.

کافی است، تفاضل تندی متوسط دو متحرک را بیابیم. با توجه به نمودار مکان

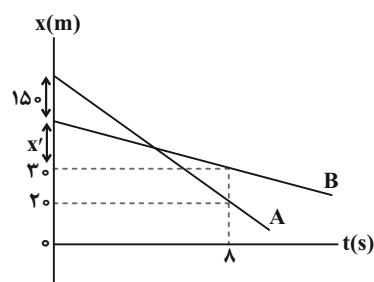
- زمان، در مدت $\Delta t = 8s$ ، متحرک A مسافت $\ell_A = 150 + x' + 10$ و

متحرک B مسافت $\ell_B = x'$ را می‌پیماید. بنابراین می‌توان نوشت:

$$s_{(av)A} - s_{(av)B} = \frac{\ell_A}{\Delta t_A} - \frac{\ell_B}{\Delta t_B}$$

$$\frac{\Delta t_A = \Delta t_B = 8s}{\rightarrow} s_A - s_B = \frac{150 + x' + 10}{8} - \frac{x'}{8} = 20 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \ell_A - \ell_B = 20m$$



(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(سیدابوالفضل خالقی)

۱۰۴- گزینه «۳»

ابتدا با مقایسه معادله مکان - زمان داده شده با معادله مکان - زمان در

حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، معادله سرعت - زمان حرکت

متحرک را می‌نویسیم و سرعت در لحظه‌های $t = 1s$ و $t = 5s$ را می‌یابیم:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = t^2 - 3t + 4 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}, v_0 = -3 \frac{m}{s}, x_0 = 4m$$

$$\Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 3 \Rightarrow \begin{cases} t = 1s \Rightarrow v_1 = 2 \times 1 - 3 = -1 \frac{m}{s} \\ t = 5s \Rightarrow v_5 = 2 \times 5 - 3 = 7 \frac{m}{s} \end{cases}$$

با استفاده از تعریف سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت بر مسیر

مستقیم، برای بازه زمانی $t = 1s$ تا $t = 5s$ ، داریم:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_5}{2} = \frac{-1 + 7}{2} = 3 \frac{m}{s}$$

$$v = v_{av} \Rightarrow 2t - 3 = 3 \Rightarrow t = 3s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow \vec{F}_N - m\vec{g} - \vec{F} = 0$$

$$\Rightarrow F_N = mg + F \xrightarrow{m=45\text{kg}}$$

$$\Rightarrow F_N = 45 \times 10 + F = 450 + F$$

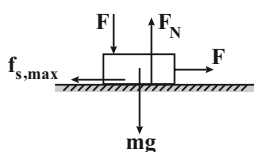
از طرف دیگر، $F_{\text{net}_x} = 0$ است. بنابراین با توجه به این که

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N \text{ است، می توان نوشت:}$$

$$F - f_{s,\text{max}} = 0 \Rightarrow F = f_{s,\text{max}} \Rightarrow F = \mu_s F_N$$

$$\frac{F_N = 450 + F}{\mu_s = 0.6} \Rightarrow F = 0 / 6(F + 450) \Rightarrow 0 / 6F = 270 \Rightarrow F = 675\text{N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)



۱۰۷- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که شخص (۱) وارد می‌کند، هم‌اندازه نیرویی است که شخص (۲) بر (۱) وارد می‌کند اما در خلاف جهت یکدیگرند. در هر حال بزرگی نیروی وارد بر هر دو شخص یکسان است.

بنابراین طبق رابطه $a = \frac{F}{m}$ ، شخص (۲) که جرم کم‌تری دارد شتاب

بیش‌تری می‌گیرد و چون هر دو از حال سکون و بر روی یک سطح بدون

اصطکاک به طرف هم به حرکت درمی‌آیند، در زمان یکسان شخص (۲)

مسافت بیش‌تری را به طرف شخص (۱) طی می‌کند، در نتیجه بین O و A

به هم می‌رسند.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۵)

۱۰۸- گزینه «۴»

(عباس اصغری)

به بررسی عبارات می‌پردازیم:

الف) نادرست. نیروهای کشش و واکنش به دو جسم متفاوت اثر می‌کنند، بنابراین نمی‌توان از آن‌ها برآیند گرفت.

ب) درست. به گلوله‌ای که در هوا سقوط می‌کند، نیروهای مقاومت هوا و نیروی وزن به ترتیب از جانب هوا و زمین وارد می‌شود؛ بنابراین واکنش این نیروها به ترتیب به هوا و زمین وارد خواهد شد.

پ) نادرست. وزن گلدان به خود گلدان وارد می‌شود.

ت) نادرست. نیروی وزن هر جسمی، نیروی گرانشی است که زمین به آن جسم وارد می‌کند، به عبارتی، وزن هر جسمی به خود آن جسم وارد می‌شود و عکس‌العمل آن نیز به زمین وارد می‌شود.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۱۰۹- گزینه «۳»

(شهرام امیری دارانی)

حداقل نیروی افقی لازم برای به حرکت درآوردن جعبه با نیروی اصطکاک

ایستایی بیشینه وارد بر آن برابر است. بنابراین ابتدا نیروی F_N را برحسب F

می‌یابیم. چون جعبه در راستای قائم حرکت ندارد، برآیند نیروها در این راستا، صفر

است. در این حالت داریم:

(محمدرضا سورشی)

۱۱۰- گزینه «۲»

مطابق شکل زیر چون مجموعه جسم و فنر در حال تعادل است، برآیند

نیروهای وارد بر جسم صفر است. بنابراین داریم:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_N + F_e - mg = 0$$

$$\xrightarrow{F_e = kx} F_N = mg - kx$$

$$\xrightarrow{m=12\text{kg}} \xrightarrow{k=150\frac{\text{N}}{\text{m}}, x=40\text{cm}=0.4\text{m}}$$

$$F_N = 12 \times 10 - 150 \times 0.4$$

$$\Rightarrow F_N = 120 - 60 \Rightarrow F_N = 60\text{N}$$

طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند از نظر مقدار

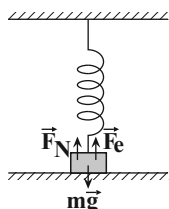
برابر است با نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند. یعنی:

$$F'_N = F_N = 60\text{N}$$

توجه شود که در این سؤال نیروی اصطکاک که مؤلفه‌ای از نیروی سطح است

را نداشتیم.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۸، ۳۹ و ۴۴)





شیمی ۲

۱۱۱- گزینه «۴»

(سیر ممد رضا میرقائم)

گزینه «۴» نادرست است. زیرا واکنش پذیری فلزهای اصلی و شعاع اتمی آن‌ها در یک دوره از جدول تناوبی (از چپ به راست) کاهش می‌یابد.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۱۱۲- گزینه «۳»

(فسن لشکری)

با توجه به نمودار صفحه ۱۳، اختلاف شعاع اتمی بین $_{11}\text{Na}$ با $_{12}\text{Mg}$ بیشتر از اختلاف شعاع اتمی $_{17}\text{Cl}$ با $_{16}\text{S}$ است. طبق این نمودار از چپ به راست در یک دوره اندازه اختلاف شعاع اتمی دو عنصر متوالی به‌طور کلی کاهش می‌یابد.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم؛ صفحه ۱۳)

۱۱۳- گزینه «۴»

(ممد رضا پورماوید)

ابتدا مقدار Na حاصل از انجام واکنش اول را تعیین می‌کنیم:

$$39\text{g NaN}_3 \times \frac{x\text{g NaN}_3}{100\text{g NaN}_3} \times \frac{1\text{mol NaN}_3}{65\text{g NaN}_3} \times \frac{2\text{mol Na}}{2\text{mol NaN}_3}$$

$$\times \frac{50\text{mol Na}}{100\text{mol Na}} = 0.003x \text{ mol Na}$$

حال با توجه به واکنش دوم برای تعیین مقدار آهن حاصل از این میزان سدیم می‌توان نوشت:

$$0.003x \text{ mol Na} \times \frac{2\text{mol Fe}}{6\text{mol Na}} \times \frac{56\text{g Fe}}{1\text{mol Fe}} \times \frac{100\text{g Fe}}{50\text{g Fe}} = 2.24\text{g Fe}$$

$$\Rightarrow x = 80\%$$

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

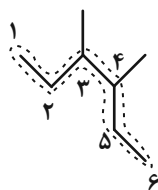
۱۱۴- گزینه «۳»

(ممد حسن ممدزاده مقدم)

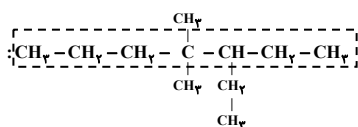
بررسی موارد:

طبق توضیحات متن سؤال داریم:

۳، ۴- دی متیل هگزان



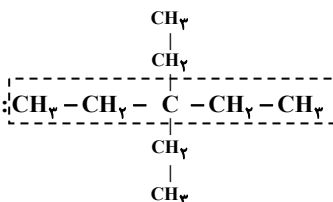
۳- اتیل - ۴، ۴- دی متیل هپتان



۲، ۲، ۳، ۶- تترامتیل هپتان



۳، ۳- دی اتیل پنتان



۲، ۲، ۴- تری متیل هگزان

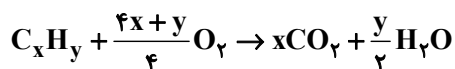


(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱۱۵- گزینه «۳»

(ممد حسن ممدزاده مقدم)

واکنش موردنظر به صورت زیر است.



با توجه به گزینه‌ها، هیدروکربن موردنظر آلکن یا آلکین است. می‌توان نوشت:

$$32/4\text{g H}_2\text{O} \times \frac{1\text{mol H}_2\text{O}}{18\text{g H}_2\text{O}} = 1/4\text{mol H}_2\text{O}$$

$$1/4\text{mol H}_2\text{O} \times \frac{x\text{mol CO}_2}{y\text{mol H}_2\text{O}} \times \frac{44\text{g CO}_2}{1\text{mol CO}_2} = 105/6\text{g CO}_2$$

$$\Rightarrow 3x = 2y \Rightarrow \text{تنها گزینه ۳ در این معادله صدق می‌کند} \Rightarrow \text{C}_4\text{H}_6$$

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)



۱۱۶- گزینه «۲»

(ایمان حسین نژاد)

در شکل‌های داده شده، دمای محتویات دو ظرف یکسان است، پس میانگین تندی مولکول‌ها و شدت برخورد آن‌ها به دیواره ظرف‌ها یکسان است. بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: در شرایط یکسان و مقدار برابر، انرژی حاصل از مغز گردو بیشتر از ماکارونی است.

گزینه «۳»: زمانی که دمای جسمی کاهش پیدا می‌کند، علامت تغییر دما برای جسم منفی و برای محیط اطراف آن مثبت خواهد بود. گزینه «۴»: نان به دلیل داشتن ظرفیت گرمایی کمتر نسبت به سیب زمینی، زودتر با محیط هم‌دم می‌شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۶۰)

۱۱۷- گزینه «۴»

(مدرسین ممبرزاده مقدم)

ابتدا گرمای مبادله شده در اثر انحلال آمونیوم نترات در آب را تعیین می‌کنیم:

$$? \text{ kJ} = 20 \text{ g NH}_4\text{NO}_3 \times \frac{1 \text{ mol NH}_4\text{NO}_3}{80 \text{ g NH}_4\text{NO}_3} \times \frac{26 \text{ kJ}}{1 \text{ mol NH}_4\text{NO}_3} = 6 \text{ kJ}$$

آب این مقدار گرما را از دست داده است. حال می‌توان نوشت:

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow -6500 = 100 \times 4 / 2 \times (\theta_f - 25) \rightarrow \theta_f \approx 9 / 52^\circ \text{C}$$

$$T \approx \theta + 273 \Rightarrow 9 / 52 + 273 = 282 / 52 \text{ کلوین}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۲ و ۹۶)

۱۱۸- گزینه «۲»

(مدرسین ممبرزاده مقدم)

آنتالپی پیوند C-Cl را برابر با $x \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$ در نظر می‌گیریم. با توجه به آنتالپی واکنش می‌توان نوشت:

اندازه تفاوت انرژی فراورده‌ها و مواد اولیه $400 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ و واکنش هم گرماده است پس علامت ΔH منفی است.

[مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها] - [مجموع آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها] $\Delta H =$

$$\Delta H = [4(C-H) + 4(Cl-Cl)] - [4(C-Cl) + 4(H-Cl)] = -400 \text{ kJ}$$

$$-400 = [4(415) + 4(242)] - [4x + 4(431)]$$

$$\Rightarrow x = 326 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۱۱۹- گزینه «۲»

(فاضل قهرمانی فرد)

موارد «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی تمام موارد:

الف) پلی سیانواتن پلیمری سیر نشده است. چون در ساختار آن پیوند سه‌گانه $C \equiv N$ وجود دارد.

ب) با اتصال گروه متیل پلی‌پروپن به دست می‌آید.

پ) اگر به جای x کلر متصل شود (کلر در دوره سوم جدول است). پلی وینیل کلرید به دست می‌آید که در ساخت کیسه خون استفاده می‌شود.

ت) پلی استیرن در ساخت ظروف یکبار مصرف کاربرد دارد.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه ۱۰۶)

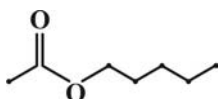
۱۲۰- گزینه «۳»

(علی نوری زاده)

بررسی عبارت‌های نادرست:

در عبارت «پ» اسید و الکل سازنده به ترتیب $\text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \overset{\text{O}}{\parallel} \text{C} - \text{OH}$ و CH_3OH است.

در عبارت «ت» استری که در موز وجود دارد، پنتیل اتانوات است که در ساختار پیوند - خط آن ۹ خط نمایش داده می‌شود.



(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)



شیمی ۱

۱۲۱- گزینه «۲»

(سیر ممبرها میرقائم)

عبارت «الف» درست است. زیرا در جدول تناوبی، گروه‌های ۱ و ۱۸ دارای ۷ عنصر هستند که با عدد اتمی نیتروژن (۷N) برابر است.

عبارت «ب» درست است. در دسته f عناصر دو ردیف ۱۴ تایی وجود دارد. عبارت «پ» نادرست است. زیرا در تناوب‌های ۲ و ۳ عناصر Li, Be, Ne, Na, Mg, Al, Si, Cl, Ar همگی دارای نماد شیمیایی دو حرفی‌اند. عبارت «ت» درست است. زیرا تکنسیم (اولین عنصر ساخت بشر) در دسته d جدول دوره‌ای جای دارد.

(شیمی ۱- کیهان / زاگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۷ و ۹ تا ۱۲ و ۲۸ تا ۳۰)

۱۲۲- گزینه «۳»

(سیر ممبرها میرقائم)

ارتباط منظمی میان شمار خطوط طیف نشری خطی عناصر در ناحیه مرئی و عدد اتمی آن‌ها وجود ندارد.

(شیمی ۱- کیهان / زاگه الفبای هستی؛ صفحه ۲۳)

۱۲۳- گزینه «۳»

(ایمان حسین‌نژاد)

بررسی عبارت‌های نادرست:

- نور حاصل از انتقال الکترون از لایه ۴ به ۲ نسبت به انتقال از ۳ به ۲ انرژی بیشتر و طول موج کمتری دارد.

- الکترون مطابق نظریه ساختار لایه‌ای در همه نقاط اطراف هسته (نه اتم) می‌تواند حضور داشته باشد.

- نور حاصل از انتقال الکترون از لایه پنجم به لایه سوم در محدوده فروسرخ قرار دارد و انرژی آن کمتر از نور قرمز است. پس طول موج بزرگ‌تری از نور قرمز دارد.

(شیمی ۱- کیهان / زاگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۲۴- گزینه «۲»

(ممبرسین ممبرزاه مقرر)

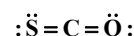
در هوای مایع با دمای -200°C ، کربن دی اکسید وجود ندارد. زیرا، در دمای -78°C گاز CO_2 به حالت جامد در می‌آید و از هوا جدا می‌شود.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

۱۲۵- گزینه «۳»

(ممبرسین ممبرزاه مقرر)

بررسی گزینه نادرست:

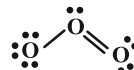


(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۱۲۶- گزینه «۴»

(امیرعلی بیات)

بررسی هر یک از گزینه‌ها:



گزینه «۱»:

$$\frac{\text{تعداد الکترون‌های پیوندی } \text{O}_3}{\text{تعداد الکترون‌های پیوندی } \text{O}_2} = \frac{3 \times 2}{2 \times 2} = \frac{3}{2}$$

نسبت تعداد الکترون ناپیوندی O_3 به O_2 : $\frac{4 \times 2}{6 \times 2} = \frac{2}{3}$

گزینه «۲»: رابطه میان میزان واکنش‌پذیری و پایداری معکوس هم می‌باشد و O_3 از O_2 ناپایدارتر است.

گزینه «۳»: O_3 در لایه استراتوسفر در ناحیه‌ای به نام لایه اوزون غلظت بیشتری دارد.

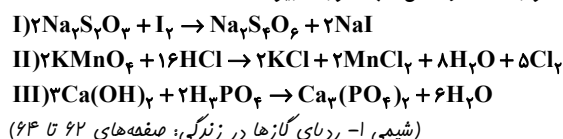
گزینه «۴»: اوزون مایع به رنگ بنفش (آبی تیره) دیده می‌شود در حالی که O_2 مایع به رنگ آبی روشن دیده می‌شود پس طول موج نوری به رنگ O_3 مایع کمتر از نوری به رنگ O_2 مایع است.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۲۷- گزینه «۴»

(مینا شرافتی‌پور)

معادله موازنه شده واکنش‌ها به صورت زیر است:



(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۱۲۸- گزینه «۳»

(منصور سلیمانی‌ملکان)

چون شکل تعداد مول را نشان می‌دهد پس باید غلظت مولی را محاسبه کنیم. پس با استفاده از ppm کلسیم و چگالی، مولاریته این کاتیون را مطابق زیر محاسبه می‌کنیم. چون غلظت یک کمیت نسبی است مبنای آن را برای تبدیل ppm به مولاریته یک لیتر آب معدنی در نظر می‌گیریم و چون چگالی یک است، یعنی یک کیلوگرم آب همان یک لیتر است؛ پس خواهیم داشت:

$$\text{ppm} = \frac{\text{کیلوگرم } \text{Ca}^{2+}}{\text{کیلوگرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 200 = \frac{x}{1} \times 10^6$$

$$\Rightarrow x = 2 \times 10^{-4} \text{ kg Ca}^{2+}$$

$$2 \times 10^{-4} \text{ kg Ca}^{2+} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ mol}}{40 \text{ g}} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol Ca}^{2+}$$

$$\text{غلظت مولی} = \frac{5 \times 10^{-3}}{1} \text{ mol.L}^{-1}$$

حال جداگانه مولاریته محلول را در هر ظرف محاسبه می‌کنیم. در ظرف ۳ مولاریته محلول 0.005 mol.L^{-1} می‌باشد. پس گزینه ۳ پاسخ این سؤال است.

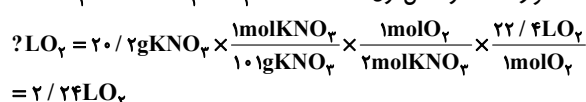
$$\text{غلظت مولی} = \frac{n}{v} = \frac{5 \times 10^{-3}}{0.1 \text{ L}} = 5 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴، ۹۵، ۹۸ تا ۱۰۰)

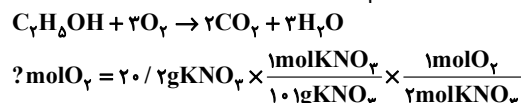
۱۲۹- گزینه «۳»

(رسول عابدینی زواره)

معادله موازنه شده واکنش اول:



معادله موازنه شده واکنش دوم:



$$\frac{1 \text{ molC}_7\text{H}_5\text{OH}}{3 \text{ molO}_2} \times \frac{46 \text{ gC}_7\text{H}_5\text{OH}}{1 \text{ molC}_7\text{H}_5\text{OH}} = 1 / 53 \text{ gC}_7\text{H}_5\text{OH}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۱۳۰- گزینه «۲»

(آروین شجاعی)

$$S_A = S_B \Rightarrow -0 / 30 + 70 = 1 / 40 + 36$$

$$\Rightarrow 1 / 70 = 34 \Rightarrow \theta = 20^{\circ}\text{C}$$

انحلال‌پذیری نمک A شیب منفی داشته و انحلال‌پذیری آن گرماده است. بنابراین با کاهش دما نه تنها محلول رسوب نداده بلکه انحلال‌پذیری آن بیشتر می‌شود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)



شیمی ۳

۱۳۱- گزینه «۳»

(مسئله لشکری)

محلول مس (II) سولفات، یک مخلوط همگن و پایدار بوده که نور را از خود عبور می‌دهد.

مخلوط آب و روغن و صابون، یک کلوئید با توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت است که ناهمگن بوده و نور را پخش می‌کند.

شربت معده سوسپانسیون بوده و ناپایدار است و نور را پخش می‌کند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶ و ۷)

۱۳۲- گزینه «۳»

(سیر ممبر رضا میرقائم)

عبارت «الف» درست است. زیرا در پاک‌کننده‌های غیرصابونی از گروه (SO_3^-) به جای گروه (CO_3^-) استفاده می‌شود.

عبارت «ب» نادرست است. زیرا در ساختار پاک‌کننده‌های غیرصابونی بخش ناقطبی دارای ساختار آروماتیک (حلقه بنزن) است.

عبارت «پ» درست است. زیرا تولید پاک‌کننده‌های غیرصابونی توسط فرایندهای پیچیده در صنایع پتروشیمیایی صورت می‌پذیرد.

عبارت «ت» درست است. زیرا نقش یون سدیم در هر دو نوع پاک‌کننده یکسان است. در صابون جامد و پاک‌کننده‌های غیرصابونی جزء کاتیونی سبب پخش شدن چربی در آب می‌شود.

عبارت «ث» نادرست است. پاک‌کننده‌های غیرصابونی در آب‌های سخت رسوب نمی‌کنند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴، ۱۰ و ۱۱)

۱۳۳- گزینه «۱»

(ممبر مسن ممبر زاره مقرم)

بررسی گزینه نادرست:

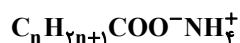
گزینه «۱»: پیش از آنکه ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها با برخی از واکنش‌های آن‌ها نیز آشنا بودند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۳ و ۱۵)

۱۳۴- گزینه «۴»

(امیر علی بیات)

فرمول عمومی پاک‌کننده‌های صابونی مایع و سیر شده بدون عنصر فلزی:



طبق اطلاعات سؤال، جدول تناوبی شامل ۱۸ گروه می‌باشد. پس داریم:



و جرم مولی آن:

$$18 \times 12 + 39 \times 1 + 2 \times 16 + 14 = 301 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

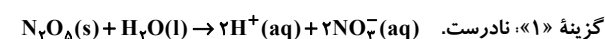
(شیمی ۳- صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۳۵- گزینه «۲»

(ممبر عظیمیان زواره)



بررسی سایر گزینه‌ها:



گزینه «۳»: نادرست. سدیم هیدروکسید (NaOH) در آب محلول است.

گزینه «۴»: نادرست. فرآورده حاصل خاصیت بازی دارد و کاغذ pH به رنگ آبی در می‌آید.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۱۳۶- گزینه «۳»

(مسئله رحمتی کوکند)

$$n_{HA} = \frac{0.4}{20} = 0.02 \text{ mol}$$

$$M = \frac{n}{V} = \frac{0.02}{0.2} = 0.1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[H^+] = M\alpha = 0.1 \times 0.01 = 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log 10^{-3} = 3$$

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \approx M\alpha^2 = 10^{-1} (10^{-3})^2 = 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۹ تا ۲۶)



۱۳۷- گزینه «۱»

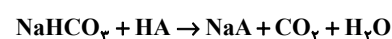
(عسکری لشکری)

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H^+]}$$

$$4 \times 10^{-4} = \frac{[H^+]}{[OH^-]} \Rightarrow 4 \times 10^{-4} = \frac{[H^+]}{\frac{10^{-14}}{[H^+]}} \Rightarrow [H^+] = 2 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$HA \rightarrow \text{اسید ضعیف} : [H^+] = M.\alpha \Rightarrow 2 \times 10^{-5} = M \times 0.02$$

$$\Rightarrow M = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$



$$10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0.1 \text{ L} = 10^{-4} \text{ mol HA}$$

$$? \text{ mg NaHCO}_3 = 10^{-4} \text{ mol HA}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{1 \text{ mol HA}} \times \frac{84 \text{ g NaHCO}_3}{1 \text{ mol NaHCO}_3} \times \frac{100}{80} \times \frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 10 / 8 \text{ mg NaHCO}_3$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۹، ۳۰ تا ۳۲)

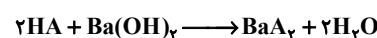
۱۳۸- گزینه «۱»

(مبشعی عباری)

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-3/2} = 10^{-4} \times 10^{1/2}$$

$$= 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H^+] = M.\alpha \Rightarrow 2 \times 10^{-4} = M \times \frac{2/5}{100} \Rightarrow M = 0.001 \text{ mol.L}^{-1}$$



$$? \text{ mL HA} = 0.02 \text{ L Ba(OH)}_2 \times \frac{0.1 \text{ mol Ba(OH)}_2}{1 \text{ L Ba(OH)}_2}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol HA}}{1 \text{ mol Ba(OH)}_2} \times \frac{1 \text{ L HA}}{0.001 \text{ mol HA}} \times \frac{1000 \text{ mL HA}}{1 \text{ L HA}} = 500 \text{ mL HA}$$

حال با توجه به چگالی محلول داریم:

$$500 \text{ mL HA} \times \frac{1/5 \text{ g HA}}{1 \text{ mL}} = 100 \text{ g HA}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۴)

۱۳۹- گزینه «۱»

(سیررضا رضوی)

ابتدا ثابت یونش اسیدی HA را می‌یابیم:

$$K_a(HA) = M\alpha^2 \Rightarrow K_a(HA) = 10^{-1} \times (2 \times 10^{-4})^2$$

$$\Rightarrow K_a(HA) = 4 \times 10^{-9} = 10^{-3} \alpha^2 \Rightarrow \alpha' = 2 \times 10^{-3}$$

$$[H^+] = M\alpha' = 10^{-3} \times 2 \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow pH(HA) = 6 - \log 2 = 5.7$$

حال بعد از به‌دست آوردن pH جدید محلول اسید، pH محلول پتاسیم

هیدروکسید را محاسبه می‌کنیم:

$$[OH^-] = 10^{-4} \xrightarrow{[H^+][OH^-] = 10^{-14}} [H^+] = 10^{-10} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow pH = 10 \Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{5.7}{10} = 0.57$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۲۳ تا ۳۰)

۱۴۰- گزینه «۲»

(فرزین بوستانی)

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: مطابق متن کتاب درسی درست است.

عبارت دوم: محلول غلیظ بازهای قوی مانند NaOH در واکنش با اسیدهای چرب فراورده‌ای می‌دهد که خودش نوعی پاک‌کننده است و در آب حل می‌شود.

عبارت سوم: با دو برابر شدن حجم محلول اسید قوی، غلظت آن نصف می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$pH_2 = -\log \frac{[H^+]}{2} = -\log[H^+] + \log 2 = pH_1 + 0.3$$

عبارت چهارم: مطابق متن کتاب درسی درست است.

عبارت پنجم: در واکنش خنثی‌سازی اسید و باز، یون هیدرونیوم و یون هیدروکسید با هم واکنش می‌دهند و آب تولید می‌کنند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶، ۳۰ و ۳۱)



دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دوره دوم)

۶ مهر

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰

زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

مسئول آزمون	حمید لنجان‌زاده اصفهانی
ویراستار	فاطمه راسخ، حمیدرضا رحیم خانلو
مدیر گروه مستندسازی	محیا اصغری
مسئول درس مستندسازی	علیرضا همایون‌خواه
طراحان	حمید اصفهانی، سپهر حسن‌خان‌پور، کیارش صانعی، نیلوفر امینی، عرشیا مرزبان، فاطمه راسخ، نیما امینی، هادی زمانیان، فرزاد شیرمحمدلی، مریم عظیم‌پور، حمید گنجی
حروف‌چینی و صفحه‌آرایی	معصومه روحانیان
ناظر چاپ	حمید عباسی

استعداد تحلیلی

۲۵۱- گزینه «۳»

(ممدیر اصفهانی)

متن صورت سؤال بیان می‌کند دانشمندانی که پس از نیوتون می‌زیسته‌اند، از آنجا که قوانین نیوتون جامع و کامل بوده و هرچه را تا آن زمان در طبیعت دیده شده، توجیه می‌کرده است، دیگر کاری برای انجام دادن ندارند و بی‌انگیزه می‌شوند. پس احساس «زیان و افسوس» می‌کنند.

(هوش کلامی)

۲۵۲- گزینه «۱»

(ممدیر اصفهانی)

نیوتون طبق متن، پس از آن که برای اولین بار به عنوان دانشجو وارد دانشگاه کیمبریج می‌شود، هجده ماه در آنجا می‌ماند و سپس در بیست و سه سالگی آنجا را ترک می‌کند. بنابراین وی در حدود بیست و یک و بیست و دو سالگی وارد دانشگاه شده است. طبق متن، نیوتون در سال ۱۶۴۲ به دنیا آمده است، پس در حدود سال $۱۶۴۲ + ۲۱ = ۱۶۶۳$ وارد دانشگاه شده است، نه زودتر. این یعنی گزینه «۱» مطابق متن نیست.

(هوش کلامی)

۲۵۳- گزینه «۲»

(ممدیر اصفهانی)

به دو نکته دقت کنید: متن می‌گوید با تلاش‌های نیوتون، ظاهراً همه پدیده‌های طبیعی دیده شده تا آن زمان بر حسب یک نظریه کاملاً مکانیکی توضیح می‌گیرد. همچنین برای توصیف پاسخ لاپلاس به ناپلئون از واژه «فلسفه جبری» استفاده شده است. این‌ها یعنی اختیاری خارج از این جبر و مکانیک، دست‌اندر کار نیست. پاسخ لاپلاس، رد لزوم فرض چنین دخالتی است.

(هوش کلامی)

۲۵۴- گزینه «۲»

(ممدیر اصفهانی)

متن از نظریه‌های نیوتون با ذکر این نکته تمجید می‌کند که «عمومیت» دارد: یعنی برای هر پدیده یک نظریه جداگانه نیست، نظریه‌ای است که همه پدیده‌های طبیعی را - تا زمان خودش - توجیه می‌کند. این، یعنی آن‌چه را مشترک است می‌بیند، در حالی که به نظر مشترک نمی‌رسد.

(هوش کلامی)

۲۵۵- گزینه «۴»

(نیلو فر امینی)

متن در وصف «وسواس» حافظ است که به جای کمیت کار، به کیفیت کار می‌پردازد و برای آن نیز زحمت بسیار می‌کشد. دیگر گزینه‌ها نامربوط است. (هوش کلامی)

۲۵۶- گزینه «۳»

(نیلو فر امینی)

خرقه که لباس عارف‌هاست، از پشم است. شاعر در بیت نخست صورت سؤال می‌گوید «اگر (صرفاً) با پوشیدن خرقة، کسی درویش و عارف می‌شد، میش (گوسفند) رئیس عارف‌ها می‌بود.» معروف کرخی هم صوفی و عارفی مشهور است. شاعر در بیت دوم صورت سؤال می‌گوید «اگر آن مرد معمولی که سرگردان است (به دلیل همین سرگردانی‌اش، خیال می‌کند که) مرد خداست، چرخ آسیا (که دائم می‌چرخد) در جایگاه معروف کرخی قرار دارد.» بیت گزینه «۳» نیز در ردّ ظواهر است.

(هوش کلامی)

۲۵۷- گزینه «۲»

(سپهر حسن‌شان‌پور)

واژه‌های خواسته‌شده:

تجارب: آزموده‌ها (یک «ا» در گزینه اضافه است).

ناگزیر: ناچار / مضامین: مفهوما / آهنگین: موزون

(هوش کلامی)

۲۵۸- گزینه «۴»

(عرشیا مرزبان)

کوچک‌ترین مضرب مشترک اعداد ۳، ۴ و ۵، عدد ۶۰ است:

$$3 \times 4 \times 5 = 60$$

برای پیدا کردن عدد چهاررقمی مدنظر، ابتدا حدود آن را معلوم می‌کنیم:

$$1000 = 16 \times 60 + 40$$

پس کوچک‌ترین مضرب چهاررقمی عدد ۶۰، عدد $(16 \times 60) + (40 + 20) = 1020$ است، یعنی ۱۰۲۰. پس تعداد دانش‌آموزان ما $1020 + 2 = 1022$ است که مضرب ۷ است:

$$1022 = 7 \times 146$$

(هوش ریاضی)

۲۵۹- گزینه «۲»

(کیارش صانعی)

تعداد اعضای دسته‌ها، پنج تا پنج تا بیش‌تر می‌شود:

$$1, 6, 11, 16, 21, 26, 31, \dots$$

عدد آخر هر دسته از الگوی زیر معلوم می‌شود:

$$1, 1+6=7, 1+6+11=18, \dots$$

$$1+6+11+16=34, 1+6+11+16+21=55$$

پس عدد آخر دسته پنجم، عدد ۵۵ است.

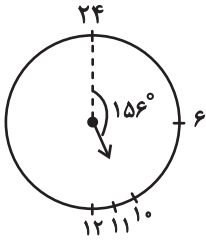
به همین ترتیب، عددهای پایانی دسته ششم و هفتم هم معلوم می‌شود:

$$55+26=81, 81+31=112$$

دسته هفتم ۳۱ عضو دارد، پس برای رسیدن به عدد وسط آن، باید ۱۵ واحد به عقب برویم و به عدد $112-15=97$ برسیم.

حاصل جمع خواسته‌شده، $152=97+55$ است.

(هوش ریاضی)



پس در ساعت ۱۰:۲۴ عقربه ساعت‌شمار به اندازه

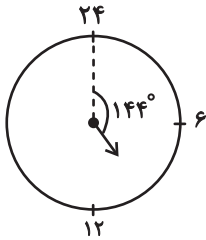
$$156^\circ = \left(10 \times 15 + 24 \times \frac{1}{4}\right)^\circ \text{ از ساعت ۲۴ دور شده است.}$$

همچنین عقربه دقیقه‌شمار در هر دقیقه $6^\circ = \left(\frac{360}{60}\right)^\circ$ حرکت می‌کند.

پس در ساعت ۱۰:۲۴، عقربه دقیقه‌شمار $144^\circ = 24 \times 6$ از ساعت ۲۴

دور است.

پس فاصله خواسته‌شده، $12^\circ = (156 - 144)^\circ$ است.

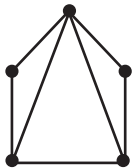


(هوش ریاضی)

(کیارش صانعی)

۲۶۳- گزینه «۲»

می‌توان شکل زیر را رسم کرد:



که در مجموع حداقل هفت پاره‌خط رسم شده است.

همچنین می‌توانیم خیلی ساده‌تر، متوجه شویم هر پاره‌خط بین دو نقطه

$$\text{رسم می‌شود، پس در مجموع } \frac{2+2+3+3+4}{2} = \frac{14}{2} = 7 \text{ پاره‌خط در}$$

شکل رسم شده است

(هوش ریاضی)

(فاطمه راسخ)

۲۶۰- گزینه «۱»

در الگوی صورت سؤال، «جمع ارقام عدد سمت چپ»، در «سمت چپ عدد سمت راست» می‌آید و بسته به زوج یا فرد بودن عدد سمت چپ، عدد «۰» یا «۱» در یکان عدد سمت راست قرار می‌گیرد:

$$90 \Rightarrow \text{زوج و } 2+5+2=9$$

$$181 \Rightarrow \text{فرد و } 3+8+7=18$$

$$111 \Rightarrow \text{فرد و } 4+2+5=11$$

$$170 \Rightarrow \text{زوج و } 3+8+6=17$$

$$161 \Rightarrow \text{فرد و } 1+6+9=16$$

$$130 \Rightarrow \text{زوج و } 3+2+8=13$$

(هوش ریاضی)

۲۶۱- گزینه «۲»

(نیما امینی)

$$\frac{40L}{1L} = 40 \text{ km}$$

مسافتی که علی می‌تواند طی کند:

حال مسافت‌های کوچک‌تر و مساوی ۸۰ کیلومتر را بررسی می‌کنیم:

$$50+25=75 \quad \text{علی} \leftarrow \text{حامد} \leftarrow \text{رضا}$$

$$42+25=67 \quad \text{علی} \leftarrow \text{رضا} \leftarrow \text{حامد}$$

$$42+20=62 \quad \text{علی} \leftarrow \text{رضا} \leftarrow \text{امیر}$$

$$42+38=80 \quad \text{علی} \leftarrow \text{رضا} \leftarrow \text{نیما}$$

$$36+32=68 \quad \text{علی} \leftarrow \text{امیر} \leftarrow \text{حامد}$$

$$36+20=56 \quad \text{علی} \leftarrow \text{امیر} \leftarrow \text{رضا}$$

$$25+38=63 \quad \text{علی} \leftarrow \text{نیما} \leftarrow \text{رضا}$$

$$25+35=60 \quad \text{علی} \leftarrow \text{نیما} \leftarrow \text{آرش}$$

$$30+40=70 \quad \text{علی} \leftarrow \text{آرش} \leftarrow \text{حامد}$$

$$30+40=70 \quad \text{علی} \leftarrow \text{آرش} \leftarrow \text{رضا}$$

$$30+35=65 \quad \text{علی} \leftarrow \text{آرش} \leftarrow \text{نیما}$$

در مجموع ۱۱ طریق داریم.

(هوش ریاضی)

۲۶۲- گزینه «۲»

(کیارش صانعی)

فاصله بین هر دو عدد روی ساعت خاص ما، $15^\circ = \left(\frac{360}{24}\right)^\circ$ است. پس

عقربه ساعت‌شمار در هر دقیقه، $\left(\frac{15}{60}\right)^\circ = \left(\frac{1}{4}\right)^\circ$ جابه‌جا می‌شود.



۲۶۴- گزینه «۴»

(ممید اصفهانی)

فرزندهای اول و هشتم پسرند، پس فرزندهای دوم و هفتم دخترند. حال اگر فرزند سوم نیز دختر باشد، دو فرزند پسر دیگر باید فرزندهای چهارم و ششم باشند. پس فرزند پنجم قطعاً دختر است، اما معلوم نیست منظر باشد یا نه.

۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
پ	د					د	پ



۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
پ	د	پ	د	پ	د	د	پ

(هوش ریاضی)

۲۶۵- گزینه «۳»

(ممید اصفهانی)

از نظر تفکیک جنسیتی، تنها سه حالت برای این سؤال ممکن است، که در هر سه حالت فرزند دوم دختر است. تنها در یکی از این حالت‌هاست که فرزند ششم نیز دختر است.

احتمال این که فرزند دوم زری باشد $\frac{1}{4}$ و احتمال این که فرزند ششم دختر

باشد، $\frac{1}{3}$ از $\frac{1}{3}$ است، چرا که سه دختر باقی است:

پ د پ د پ د د پ
پ د د پ د پ د پ
پ د پ د د پ د پ

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{36}$$

(هوش ریاضی)

۲۶۶- گزینه «۲»

(ممید کنی)

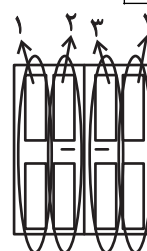
الگوی صورت سؤال، سه درِ دولنگه دارد که هر کدام چهار ستون با چهار طرح مختلف دارند. ستون اول رنگی، دوم هاشور کج، سوم نقطه و چهارم هاشور راست است. میزان رنگی بودن آن‌ها ربع ربع در حال تغییر است:

$$1: \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$$

$$2: \frac{3}{4}, \frac{2}{4}, \frac{1}{4}, \frac{0}{4}$$

$$3: 0, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$$

$$4: \frac{4}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{4}, \frac{1}{4}$$



(هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینه «۳»

(غریزاد شیرمحمولی)

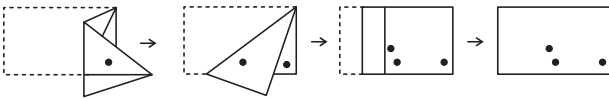
شکل صورت سؤال با 180° درجه دوران به شکل گزینه «۳» تبدیل می‌شود.

(هوش غیرکلامی)

۲۶۸- گزینه «۱»

(هاری زمانیان)

مراحل تا را پس از سوراخ، برعکس طی می‌کنیم:

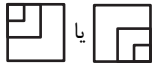


(هوش غیرکلامی)

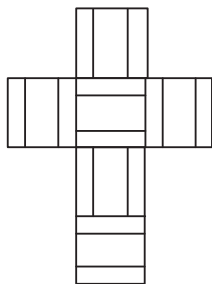
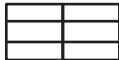
۲۶۹- گزینه «۴»

(مریم عظیم‌پور)

شکل گسترده صورت سؤال را می‌توان به شکل زیر ساده کرد. واضح است وجه‌های یا هرگز در مکعب صورت سؤال حاصل نمی‌شود.



همچنین هرگز دو وجه به شکل کنار هم قرار نمی‌گیرند.

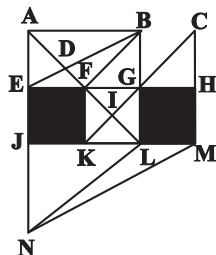


(هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینه «۴»

(ممید کنی)

مثلث‌های مدّظر:



ABD, ABF, ADE, DBF, FBG, FGI, KIL, AEB

(هوش غیرکلامی)