



دفترچه سؤال

سال یازدهم ریاضی

آزمون هدف گذاری

۴ بهمن ۱۴۰۳

مدت پاسخ گویی به آزمون: ۷۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات جهت پاسخ گویی: ۵۰ سؤال

عنوان	نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	شماره صفحه (دفترچه سؤال)	وقت پیشنهادی (دقیقه)
دروس اختصاصی	حسابان (۱)	۱۰	۱-۱۰	۲	۱۵
	هندسه (۲)	۱۰	۱۱-۲۰	۳-۴	۱۵
	آمار و احتمال	۱۰	۲۱-۳۰	۵	۱۵
	فیزیک (۲)	۱۰	۳۱-۴۰	۶-۷	۱۵
	شیمی (۲)	۱۰	۴۱-۵۰	۸-۹	۱۰
جمع کل		۵۰	۱-۵۰	۲-۹	۷۰

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳۰۲۱



۱۵ دقیقه

حسابان (۱)

حسابان (۱)

تابع (از محاسبه وارون یک تابع تا پایان فصل ۲)
توابع نمایی و لگاریتمی (تابع نمایی، تابع لگاریتمی و لگاریتم)
صفحه‌های ۵۷ تا ۸۵

۱- برای چند مقدار m ، نقطه $(m, 4-m)$ ، روی وارون تابع $f(x) = x^2 + 2x$ ، قرار دارد؟

(۱) ۲

(۲) صفر

(۳) ۳

(۴) ۲

۲- اگر $x \leq 2$ ، $f(x) = |2x - 4| + 3$ و $g = \{(2, 5), (4, 1), (0, 1), (-2, 3), (1, 7)\}$ آنگاه $\frac{f^{-1}}{g^{-1}}$ از چند زوج مرتب تشکیل می‌شود؟

(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱

۳- اگر $\log(x) = \frac{x^4 + 64}{x^2 - 4x + 8}$ و $g(x) = x^2 + 4x$ ، در این صورت حاصل $f(3)$ کدام است؟

(۱) ۱۱

(۲) ۱۰

(۳) -۱۰

(۴) -۹

۴- مقدار x در معادله نمایی $\frac{27^x - 3^x}{9^x - 1} = 81$ کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱

۵- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{3^x - 4^x}$ ، کدام است؟(۱) $(-\infty, 0]$ (۲) $(-\infty, -1]$ (۳) $[0, +\infty)$ (۴) $(1, +\infty)$ ۶- فاصله نقطه برخورد دو تابع $f(x) = 2^x$ و $g(x) = (\sqrt{2})^{x+1} + 4$ با مبدأ مختصات کدام است؟(۱) $\sqrt{73}$ (۲) $\sqrt{77}$

(۳) ۸

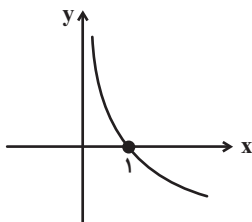
(۴) $\sqrt{71}$ ۷- اگر $\log_7^5 = a$ و $2^b = 0/4$ باشد، آنگاه حاصل $\log_{(\sqrt{2}-a-b)}^{(\sqrt{2}+a+b)}$ کدام است؟

(۱) -۲

(۲) ۱

(۳) -۱

(۴) ۲

۸- به ازای $k = \frac{3a+1}{2a-1}$ ، شکل نمودار تابع $y = \log_k^x$ به صورت زیر درمی‌آید. طول بزرگترین بازه تعریف a کدام است؟(۱) $\frac{7}{3}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{3}$ ۹- نمودار تابع $f(x) = \log_3^{ax+b}$ از نقاط $A = (-\frac{3}{4}, 2)$ و $B = (\frac{5}{4}, 0)$ می‌گذرد. حاصل $a + b$ کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۱

۱۰- اگر تابع $f(x) = \log_5^{x^2+bx+a}$ همواره تعریف شده باشد و $f(4) = 2$ باشد. حاصل $a - b$ کدام است؟ ($a, b \in \mathbb{N}$)

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴



۱۵ دقیقه

هندسه (۲)

هندسه (۲)

تبدیل های هندسی و

کاربردها

(درس اول: تبدیل های

هندسی - بازتاب - انتقال -

دوران)

صفحه های ۳۲ تا ۴۳

۱۱- کدام یک از تبدیل های زیر، دارای نقاط ثابت تبدیل بیشتری است؟

(۱) بازتاب نسبت به خط

(۲) انتقال با بردار غیر صفر

(۳) دوران با زاویه غیر مضرب 36°

(۴) هرسه تبدیل یکسان است.

۱۲- در چهارضلعی ABCD، رأس B تحت بازتاب نسبت به قطر AC روی رأس D تصویر می شود. کدام گزینه در مورد چهارضلعی ABCD الزاماً

درست است؟

(۱) لوزی است.

(۲) متوازی الاضلاع است.

(۳) محیطی است.

(۴) محاطی است.

۱۳- دایره $C(O, a-1)$ را با بردار انتقال $\vec{OO'}$ ، بر دایره $C'(O', 3-a)$ تصویر کرده ایم. اگر اندازه مماس مشترک داخلی این دو دایره برابر ۳ باشد،

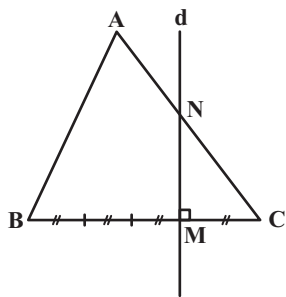
اندازه مماس مشترک خارجی آنها کدام است؟

(۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{13}$ (۳) $3\sqrt{2}$

(۴) ۵

۱۴- مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۲ مفروض است. از نقطه M روی قاعده BC خطی بر BC عمود کنیم. بازتاب مثلث ABC نسبت به خط d را

به دست می آوریم. اگر بازتاب رأس C نقطه C' باشد مساحت مثلث NCC' کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۴) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ۱۵- فرض کنید T یک تبدیل طولپا، $T(A) = A'$ و $T(B) = B'$ باشد. اگر C نقطه ای روی پاره خط AB و $T(C) = C'$ باشد، آن گاه چند نقطه

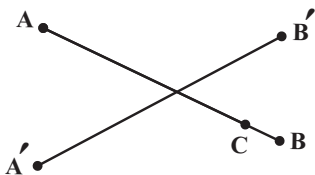
متمايز در صفحه برای C' وجود دارد؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) بی شمار



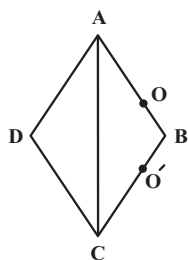


۱۶- بیشترین و کمترین فاصله دایره $C(O, R)$ از خط d به ترتیب برابر ۹ و ۳ است. طول مماس مشترک داخلی دایره C با تصویر آن تحت بازتاب نسبت به خط d کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) $6\sqrt{2}$

(۳) ۹ (۴) $6\sqrt{3}$

۱۷- لوزی $ABCD$ به طول ضلع ۵ و قطر بزرگ ۸ را نسبت به خط گذرنده از نقاط O و O' ، بازتاب می دهیم. اگر $OB = O'B = 1$ باشد، مساحت ناحیه مشترک بین لوزی $ABCD$ و بازتاب یافته آن کدام است؟



(۱) $0/96$ (۲) $1/44$

(۳) $2/4$ (۴) $4/8$

۱۸- $R(A)$ دوران یافته نقطه A حول نقطه O و تحت زاویه 40° است. اگر فاصله A از $R(R(R(A)))$ برابر ۲ واحد باشد، اندازه OA کدام است؟

(۱) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\sqrt{3}$

(۳) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۴) $\sqrt{2}$

۱۹- کدام یک از تبدیل های زیر طولپا نیست؟

(۱) تبدیلی که هر نقطه مانند $A(x, y)$ را به نقطه $A'(x-1, y+2)$ تصویر می کند.

(۲) تبدیلی که هر نقطه مانند $B(x, y)$ را به نقطه $B'(-x, -y)$ تصویر می کند.

(۳) تبدیلی که هر نقطه مانند $C(x, y)$ را به نقطه $C'(y, x)$ تصویر می کند.

(۴) تبدیلی که هر نقطه مانند $D(x, y)$ را به نقطه $D'(x+y, x-y)$ تصویر می کند.

۲۰- تناظر M بین نقاط صفحه و نقاط خط l به صورت زیر تعریف شده است. کدام گزینه در مورد این تناظر صحیح است؟

$\left. \begin{array}{l} \text{اگر نقطه } A \text{ روی خط } l \text{ باشد، آن گاه } M(A) = A. \\ \text{اگر نقطه } A \text{ خارج خط } l \text{ باشد، آن گاه } M(A) = A' \text{ که } A' \text{ پای عمود } A \text{ بر } l \text{ می باشد.} \end{array} \right\}$

(۱) M تبدیل نیست.

(۲) M یک تبدیل است ولی طولپا نیست.

(۳) M یک تبدیل است و طولپا است.

(۴) M یک تبدیل طولپاست و بی شمار نقطه ثابت تبدیل دارد.



۱۵ دقیقه

آمار و احتمال

آمار و احتمال

احتمال

(مبانی احتمال از ابتدای تشخیص فضای نمونه - احتمال غیرهم شانس - احتمال شرطی تا انتهای قانون ضرب احتمال)

صفحه های ۳۹ تا ۵۴

۲۱- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند به طوری که $P(A) = 0.35$ و $P(B) = 0.9$ ، اختلاف بیشترین و کمترین مقدار ممکن برای $P(A \cap B)$ کدام است؟

(۲) ۰/۱۵

(۱) ۰/۱

(۴) ۰/۲۵

(۳) ۰/۲

۲۲- A ، B و C سه پیشامد دو به دو ناسازگار از فضای نمونه S هستند. اگر $P(A) = 0.3$ ، $P(B) = 0.4$ و $P(C) = 0.1$ باشند، مقدار $P(A' \cup B \cup C)$ کدام است؟

(۴) ۰/۵

(۳) ۰/۶

(۲) ۰/۷

(۱) ۰/۸

۲۳- عددی را به تصادف از بین اعداد طبیعی کوچکتر یا مساوی ۷۰۰ انتخاب می کنیم. احتمال آنکه این عدد مضرب ۷ باشد ولی مضرب ۲ یا ۵ نباشد، کدام است؟

(۴) $\frac{1}{70}$ (۳) $\frac{1}{35}$ (۲) $\frac{3}{70}$ (۱) $\frac{2}{35}$

۲۴- دو تاس را با هم پرتاب می کنیم. اگر عدد تاس اول بزرگتر از عدد تاس دوم باشد، با کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده مضرب ۵ است؟

(۴) $\frac{2}{15}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۱) $\frac{1}{5}$

۲۵- اگر ارزش گزاره $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim p \wedge q)$ درست باشد، با کدام احتمال ارزش گزاره p نیز درست بوده است؟

(۴) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{1}{3}$

۲۶- اگر $S = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه آزمایشی تصادفی باشد و $P(a) = k^2$ و $P(\{a, b\}) = k$ و $P(\{c, d\}) = 2k$ و آنگاه $P(\{b, c, d\})$ کدام است؟

(۴) $\frac{8}{9}$ (۳) $\frac{7}{9}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{5}{6}$

۲۷- یک تاس طوری ساخته شده است که احتمال ظاهر شدن هر عدد فرد، k برابر احتمال ظاهر شدن هر عدد زوج است. اگر در یک بار پرتاب این

تاس، احتمال ظاهر شدن عددی اول برابر با $\frac{3}{5}$ باشد، مقدار k کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

۲۸- اگر B پیشامدی ناتهی باشد، حاصل $P(A|B) + P(A'|B)$ کدام است؟

(۴) ۱

(۳) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{P(B)}$ (۱) $P(B)$

۲۹- در یک ظرف، ۴ توپ قرمز و ۶ توپ آبی وجود دارد. از این ظرف توپها را یکی بعد از دیگری و بدون جایگذاری بیرون می آوریم تا جایی که حداقل

یک توپ قرمز و یک توپ آبی داشته باشیم. احتمال این که دقیقاً ۴ توپ بیرون بیاوریم، چقدر است؟

(۴) $\frac{13}{105}$ (۳) $\frac{8}{105}$ (۲) $\frac{4}{35}$ (۱) $\frac{6}{35}$

۳۰- از مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ یک عدد انتخاب می کنیم اگر بدانیم احتمال انتخاب عدد ۱، ۳ برابر احتمال عدم انتخاب آن است و احتمال انتخاب

هر کدام از دیگر اعداد متناسب با خود عدد است. احتمال انتخاب ۳ کدام گزینه است؟

(۴) $\frac{3}{56}$ (۳) $\frac{5}{72}$ (۲) $\frac{3}{32}$ (۱) $\frac{1}{15}$



۱۵ دقیقه

فیزیک (۲)

فیزیک (۲)

جریان الکتریکی و

مدارهای جریان مستقیم

(از ابتدای عوامل مؤثر بر

مقاومت الکتریکی تا انتهای

توان در مدارهای

الکتریکی)

صفحه‌های ۵۱ تا ۷۰

۳۱- با اعمال اختلاف پتانسیل V به دو سر سیم رسانای بدون روکشی، جریان I از آن عبور می‌کند. حال اگر سیم رادولا کنیم و اختلاف پتانسیل دو سر آن را ۲۰ درصد کاهش دهیم، جریان عبوری از آن $4/4$ آمپر افزایش پیدا

می‌کند. جریان عبوری از سیم در حالت اول، چند آمپر است؟

(۲) $2/2$

(۱) ۲

(۴) $8/8$ (۳) $6/4$

۳۲- رئوستا نوعی مقاومت الکتریکی متغیر است که از سیمی با مقاومت ویژه نسبتاً ... ساخته شده است که این سیم روی استوانه‌ای ... پیچیده

شده است و در مدارهای الکترونیکی وسیله‌ای به نام ... نقشی مانند آن را ایفا می‌کند.

(۲) زیاد - نارسانا - ترمیستور

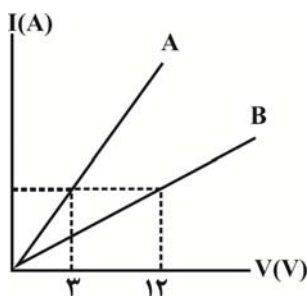
(۱) کم - نارسانا - ترمیستور

(۴) زیاد - نارسانا - پتانسیومتر

(۳) زیاد - رسانا - پتانسیومتر

۳۳- سیمی به جرم 60 گرم و قطر سطح مقطع 1 mm ، به یک باتری با نیروی محرکه $5V$ متصل است. اگر چگالی و مقاومت ویژه این سیمبه ترتیب $6/4\text{ g/cm}^3$ و $15 \times 10^{-8}\Omega\cdot\text{m}$ باشد، در مدت $3/2$ ثانیه، چه تعداد الکترون از یک مقطع این سیم جابه‌جا می‌شود؟(C) $e = 1/6 \times 10^{-19}$ ، $\pi = 3$ ، سیم را مقاومت اهمی و باتری را آرمانی در نظر بگیرید.)(۲) 4×10^{20} (۱) 4×10^{19} (۴) 2×10^{20} (۳) 2×10^{19} ۳۴- نمودار جریان بر حسب ولتاژ دو سیم مجزا، با جرم‌های یکسان و چگالی‌های $\rho_A = 9\text{ g/cm}^3$ و $\rho_B = 2/7\text{ g/cm}^3$ مطابق شکل زیرمی‌باشد. اگر مقاومت ویژه سیم B ، $3/0$ برابر مقاومت ویژه سیم A باشد، قطر سیم B چند برابر قطر سیم A است؟ (دما ثابت و یکسان

است.)

(۱) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\sqrt{6}$ (۴) $\sqrt{2}$

۳۵- کاری که منبع نیروی محرکه الکتریکی روی واحد بار الکتریکی ... انجام می‌دهد تا آنرا از پایانه با پتانسیل ... به پایانه با پتانسیل ... ببرد،

نیروی محرکه الکتریکی نام دارد و یکای آن ... است.

(۲) منفی - کمتر - بیشتر - ولت

(۱) مثبت - بیشتر - کمتر - ژول

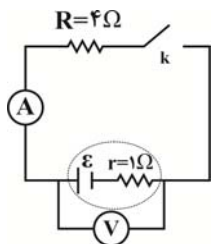
(۴) منفی - بیشتر - کمتر - ژول

(۳) مثبت - کمتر - بیشتر - ولت



۳۶- با توجه به مدار شکل زیر، اگر کلید k باز باشد، ولتسنج آرمانی عدد $۲۰V$ را نشان می‌دهد. اگر کلید k بسته شود، عددی که ولتسنج

آرمانی و آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ چند واحد SI تغییر می‌کنند؟



(۱) ۴، ۱۶

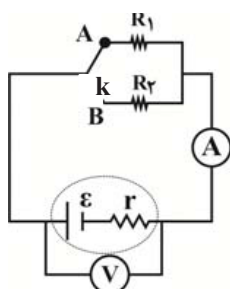
(۲) ۴، -۴

(۳) ۵، -۴

(۴) ۵، ۱۶

۳۷- در مدار شکل زیر، اگر کلید k از موقعیت A به موقعیت B برود، عددی که ولتسنج آرمانی نشان می‌دهد، $۴V$ کاهش و عددی که آمپرسنج

آرمانی نشان می‌دهد، $۲A$ افزایش پیدا می‌کند. مقاومت درونی مولد چند اهم است؟



(۱) ۰/۵

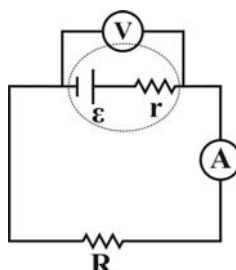
(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) باید مقادیر R_1 و R_2 معلوم باشند.

۳۸- در مدار شکل زیر، مقاومت درونی باتری $۱/۵\Omega$ ، نسبت $\frac{V}{\varepsilon}$ برابر با $۰/۹$ و آمپرسنج جریان $۱/۲$ آمپر را نشان می‌دهد. اگر مقاومت R را

۵Ω افزایش دهیم، به ترتیب از راست به چپ، نسبت $\frac{V}{\varepsilon}$ و جریان عبوری از آمپرسنج چگونه تغییر می‌کنند؟ (آمپرسنج و ولتسنج آرمانی



هستند و V عددی است که ولتسنج نشان می‌دهد.)

(۱) $۰/۰۲۵$ افزایش می‌یابد، A $۰/۳$ کاهش می‌یابد.(۲) $۰/۰۲۵$ کاهش می‌یابد، A $۰/۳$ افزایش می‌یابد.(۳) $۱/۳۵$ کاهش می‌یابد، A $۰/۳$ افزایش می‌یابد.(۴) $۱/۳۵$ افزایش می‌یابد، A $۰/۳$ کاهش می‌یابد.

۳۹- هرگاه جریان عبوری از یک مقاومت $۹/۵$ اهمی به اندازه $۲A$ افزایش یابد، توان مصرفی آن مقاومت $۱۹۰W$ افزایش می‌یابد. جریان اولیه

عبوری از مقاومت، چند آمپر است؟ (دما ثابت و مقاومت اهمی است.)

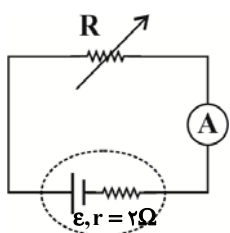
(۲) ۴

(۱) ۵

(۴) ۱۰

(۳) ۶

۴۰- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت رئوستا را به تدریج از ۴Ω به ۱۵Ω برسانیم، توان خروجی مولد چگونه تغییر می‌کند؟ (آمپرسنج آرمانی است.)



(۱) همواره افزایش می‌یابد.

(۲) همواره کاهش می‌یابد.

(۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

(۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.



۱۰ دقیقه

شیمی (۲)

شیمی (۲)

در پی غذای سالم

(از ابتدای فصل تا انتهای

آتناپی پیوند، راهی برای

تعیین ΔH واکنش)

صفحه‌های ۵۱ تا ۷۲

۴۱- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) نیاکان ما بیشتر وقت خود را صرف تهیه وعده‌های غذایی می‌کردند.
- (۲) یکی از دشوارترین مسئولیت‌های هر دولت، تأمین غذای افراد جامعه است.
- (۳) گوشت قرمز به عنوان منبع مهم کلسیم، نقش مهمی در پیشگیری و ترمیم پوکی استخوان دارد.
- (۴) هنگامی که بدن دچار کمبود آهن باشد، می‌توان با خوردن اسفناج و عدسی بدن را به حالت طبیعی بازگرداند.

۴۲- کدام مقایسه در مورد سرانه مصرف خوراکی‌ها در جهان درست است؟

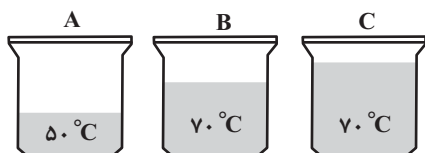
- (۱) شکر > شیر > نان
- (۲) سبزیجات > میوه > شیر
- (۳) روغن > شیر > نان
- (۴) میوه > نان > شیر

۴۳- چند مورد از عبارت‌های زیر درباره دما، تغییر دما، مفهوم و یا کاربرد آن درست است؟

- * میانگین انرژی جنبشی ذرات سازنده یک ماده، دمای آن ماده را توصیف می‌کنند.
- * دما معیاری برای سنجش گرمی یا سردی یک جسم است.
- * به یقین تغییر در انرژی‌های پتانسیل یک ماده موجب تغییر دمای ماده می‌شود.
- * تغییر دما می‌تواند جهت انتقال گرما از یک جسم به جسم دیگر را نشان دهد.

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۴۴- شکل‌های زیر، سه محلول با غلظت یکسان از مس (II) سولفات را نشان می‌دهند. چند مورد از مقایسه‌های زیر درست است؟

* ظرفیت گرمایی ویژه محلول $C > B > A$ * میانگین تندی ذرات: $B = C > A$ * انرژی گرمایی: $A < B < C$ * میانگین انرژی جنبشی مولکول‌های آب: $A < B < C$

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۴۵- کدام گزینه درست است؟

- (۱) به یقین، فرایند هم‌دما شدن یک ماده در بدن همانند فرایند گوارش آن گرماده است.
- (۲) در واکنش سوخت و ساز شیر در بدن، با وجود ثابت بودن دما، انرژی با محیط داد و ستد می‌شود.
- (۳) تکه‌ای نان نسبت به تکه‌ای سیب‌زمینی با جرم و سطح یکسان، دیرتر با دمای محیط هم‌دما می‌شود.
- (۴) ظرفیت گرمایی در دما و فشار اتاق، تنها به نوع ماده بستگی دارد.



۴۶- عبارت‌های زیر به ترتیب از راست به چپ، در توصیف چه چیزی آمده‌اند؟

- شاخه‌ای از علم شیمی که به بررسی کمی و کیفی گرمای واکنش می‌پردازد.

- ماده‌ای که واکنش‌دهنده‌ای رایج در استخراج آهن از سنگ معدن آن می‌باشد.

- کمیتی که به عنوان معیاری برای توصیف میانگین تندی ذرات به کار می‌رود.

(۱) گرمایشی - زغال کک - دما (۲) گرمایشی - سدیم - دما

(۳) گرمایشی - زغال کک - ظرفیت گرمایی (۴) استوکیومتری - سدیم - دما

۴۷- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

• قدرمطلق تغییر آنتالپی واکنش $2H(g) \rightarrow H_2(g)$ برابر آنتالپی پیوند $H-H$ است.

• در مورد واکنش « $2O_3(g) \rightleftharpoons 3O_2(g)$ »، فراورده واکنش در جهت برگشت پایدارتر از فراورده واکنش در جهت رفت است.

• هر چه مجموع آنتالپی پیوندهای اشتراکی یک گاز بیشتر باشد، آن ماده پایدارتر است.

• فرایندهای چگالش و انجماد برخلاف فرایند تبخیر با آزاد شدن گرما همراه هستند.

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

۴۸- چه تعداد از کمیت‌های زیر به جرم، بستگی دارد؟

«دما، انرژی گرمایی، گرمای ویژه، آنتالپی واکنش، آنتالپی پیوند»

(۱) ۵ (۲) ۴

(۳) ۳ (۴) ۲

۴۹- انرژی لازم برای تبدیل یک مول متان، اتان و اتن به اتم‌های مجزا در حالت گازی به ترتیب برابر ۱۶۶۰، ۲۸۴۰ و ۲۲۶۰ کیلوژول است. اندازه

اختلاف میانگین آنتالپی پیوند $(C-C)$ و $(C=C)$ چند کیلوژول بر مول است؟

(۱) ۲۵۰ (۲) ۵۸۰

(۳) ۳۵۰ (۴) ۶۰۰

۵۰- از گرمای حاصل از سوختن $2/4$ g گاز متان تیول (CH_3-SH) به تقریب چند گرم آب را از دما و فشار اتاق می‌توان به نقطه جوش در

همان شرایط رساند؟ ($c_p = 4/2 J.g^{-1}.^{\circ}C^{-1}$; $C=12, H=1, S=32: g.mol^{-1}$)

(فراورده‌های واکنش سوختن متان تیول، بخار آب، گاز کربن دی‌اکسید و گاز گوگرد دی‌اکسید هستند.)

(۱) ۱۲۰/۶

(۲) ۱۳۶/۶

(۳) ۱۵۰/۶

(۴) ۱۱۰/۶

پیوند	C-H	C-S	S-H	O=O	O-H	C=O	S=O	S-O
(میانگین آنتالپی								
پیوند	۴۱۵	۲۵۰	۳۵۰	۴۹۵	۴۶۰	۸۰۰	۴۰۰	۲۵۰
$kJ.mol^{-1}$								



پدید آورندگان آزمون هدف گذاری ۴ بهمن سال یازدهم ریاضی

طراحان

نام طراحان	نام درس
علی ضریبی - سیند ولی زاده - وحید ون آبادی - محمد حمیدی - مهدی ملار مضانی - علی آزاد - علی مرشد - میثم بهرامی جویا	حسابان (۱)
امیر حسین ابومحبوب - سید محمد رضا حسینی فرد - محبوبه بهادری - اسحاق اسفندیار - حنا نه اتفاقی - سوگند روشنی - مهرداد ملوندی	هندسه (۲)
محمد حمیدی - امیر حسین ابومحبوب - نیلوفر مهدوی - حنا نه اتفاقی - سوگند روشنی - فرید غلامی - محمد ابراهیم توزنده جانی - محبوبه بهادری - امیر محمد کریمی	آمار و احتمال
حمید زرین کفش - بابک اسلامی - مرتضی جعفری - سید امیر نیکویی نهالی - هوشنگ غلام عابدی - عبدالله فقه زاده - عبدالرضا امینی نسب	فیزیک (۲)
آرمین محمدی چیرانی - محمد عظیمیان زواره - سید رحیم هاشمی دهکردی - مصیب سروستانی - جهان شاهی بیگبانی - مصیب سروستانی	شیمی (۲)

کنشگر، مسئولین درس و ویراستاران

نام درس	گزینشگر و مسئول درس	گروه ویراستاری	مسئول درس مستندسازی
حسابان (۱)	مهدی ملار مضانی	احسان غنی زاده - مهدی بحر کاظمی	سمیه اسکندری
هندسه (۲)	امیر محمد کریمی	سید سپهر متولیان	سجاد سلیمی
آمار و احتمال	امیر محمد کریمی	مهدی بحر کاظمی - سید سپهر متولیان	سجاد سلیمی
فیزیک (۲)	بابک اسلامی	سینا صالحی	علیرضا همایون خواه
شیمی (۲)	ایمان حسین نژاد	احسان پنجه شاهی - امیر رضا حکمت نیا	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	بابک اسلامی
مسئول دفترچه	لیلا نورانی
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر گروه: محیا اصغری / مسئول دفترچه: سجاد سلیمی
حروف نگاری و صفحه آرایی	فاطمه علی یاری
نظارت چاپ	حمید محمدی

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)



حسابان (۱)

۱- گزینه «۲»

(علی ضریبی)

در سؤال داده شده، داریم:

$$f^{-1}(4-m) = m$$

$$f(m) = 4-m \Rightarrow m^3 + 2m = 4-m$$

$$\Rightarrow m^3 + 3m - 4 = 0 \Rightarrow m = 1$$

(مسابان ۱- تابع - صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

۲- گزینه «۳»

(سپهر ولی‌زاده)

$$f(x) = |2x - 4| + 3 \quad D_f = (-\infty, 2] \quad R_f = [3, +\infty)$$

$$f \Rightarrow f(x) = -2x + 4 + 3 \Rightarrow f(x) = -2x + 7$$

$$\Rightarrow y - 7 = -2x$$

$$x = \frac{y-7}{-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-7}{-2} = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$$

$$D_{f^{-1}} = R_f = [3, +\infty)$$

$$g^{-1} = \{(\Delta, 2), (1, 4), (1, 0), (3, -2), (7, 1)\}$$

$$\frac{f^{-1}}{g^{-1}} = \{(3, -1), (\Delta, \frac{1}{2}), (7, 0)\}$$

$$D_{\frac{f^{-1}}{g^{-1}}} = [3, 7, \Delta, 1] - \{1, 0\} = \{3, 7, \Delta\}$$

(مسابان ۱- تابع - صفحه‌های ۵۷ تا ۶۶)

۳- گزینه «۴»

(وفیر ون‌آباری)

در تابع داده شده، داریم:

$$f(g(x)) = \frac{x^4 + 64}{x^2 - 4x + 8} \Rightarrow f(x^2 + 4x) = \frac{(x^2)^2 + 8^2}{x^2 - 4x + 8}$$

$$= \frac{(x^2 + 8)^2 - 16x^2}{x^2 - 4x + 8} = \frac{(x^2 + 8)^2 - (4x)^2}{x^2 - 4x + 8}$$

$$\Rightarrow f(x^2 + 4x) = \frac{(x^2 + 4x + 8)(x^2 - 4x + 8)}{x^2 - 4x + 8}$$

$$\Rightarrow f(x^2 + 4x) = x^2 + 4x + 8$$

$$x^2 + 4x = 3 \Rightarrow f(3) = 3 + 8 = 11$$

(مسابان ۱- تابع - صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۴- گزینه «۴»

(مهمر همیری)

با توجه به $3^x = t$ داریم:

$$\frac{t^3 - t}{t^2 - 1} = 81 \Rightarrow \frac{t(t^2 - 1)}{t^2 - 1} = 81 \Rightarrow t = 81$$

$$\Rightarrow 3^x = 3^4 \Rightarrow x = 4$$

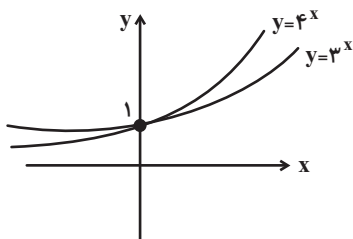
(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۵- گزینه «۱»

(مهوری ملارمضانی)

در تابع رادیکالی داده شده، داریم:

$$f(x) = \sqrt{3^x - 4^x} \Rightarrow 3^x - 4^x \geq 0 \Rightarrow 3^x \geq 4^x$$

با رسم توابع نمایی $y = 3^x$ و $y = 4^x$ داریم:با توجه به نمودارهای فوق در بازه $(-\infty, 0]$ ، تابع $y = 3^x$ بالاتر ازنمودار $y = 4^x$ خواهد بود.

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۶- گزینه «۱»

(مهوری ملارمضانی)

با به‌دست آوردن محل تلاقی دو نمودار داریم:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow 2^x = (\sqrt{2})^{x+1} + 4$$

$$\frac{(\sqrt{2})^x = t}{t > 0} \rightarrow t^2 = \sqrt{2}t + 4 \Rightarrow t^2 - \sqrt{2}t - 4 = 0$$



بنابراین:

$$0 < \frac{3a+1}{2a-1} < 1$$

$$0 < \frac{3a+1}{2a-1} \Rightarrow \frac{-\frac{1}{3} \quad \frac{1}{2}}{+|-|+} \Rightarrow a \in (-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$$

$$\frac{3a+1}{2a-1} < 1 \Rightarrow \frac{3a+1-2a+1}{2a-1} < 0 \Rightarrow \frac{a+2}{2a-1} < 0 \quad (I)$$

$$\Rightarrow \frac{-2 \quad \frac{1}{2}}{+|-|+} \Rightarrow a \in (-2, \frac{1}{2}) \quad (II)$$

$$I \cap II: a \in (-2, -\frac{1}{3}) \Rightarrow -\frac{1}{3} - (-2) = \frac{5}{3}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

(مهری ملارمفانی)

۹- گزینه «۲»

نمودار تابع $f(x) = \log_3^{ax+b}$ از نقاط $A(-\frac{3}{4}, 2)$ و $B(\frac{5}{4}, 0)$

می‌گذرد، بنابراین:

$$f(-\frac{3}{4}) = 2 \Rightarrow \log_3^{-\frac{3}{4}a+b} = 2 \Rightarrow -\frac{3}{4}a + b = 9 \quad (I)$$

$$f(\frac{5}{4}) = 0 \Rightarrow \log_3^{\frac{5}{4}a+b} = 0 \Rightarrow \frac{5}{4}a + b = 1 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(II), (I)} 2a = -8 \Rightarrow a = -4 \xrightarrow{(I)} b = +6$$

$$\Rightarrow a + b = 2$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۷۹ تا ۸۵)

(میثم بهرامی پویا)

۱۰- گزینه «۴»

برای اینکه همواره تعریف شده باشد:

$$x^2 + bx + a > 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4a < 0 \quad (I)$$

$$f(4) = 2 \Rightarrow \log_5^{16+4b+a} = 2 \Rightarrow 4b + a = 9 \quad (II)$$

چون $a, b \in \mathbb{N}$ هستند فقط $b = 1$ و $a = 5$ در روابط I و II صدق می‌کنند.

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۷۹ تا ۸۵)

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{\sqrt{2} + 3\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \text{ قق} \\ t = \frac{\sqrt{2} - 3\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2} \text{ غق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow t = (\sqrt{2})^x = 2\sqrt{2} \Rightarrow x = 3, y = 8$$

فاصله نقطه $(3, 8)$ از مبدأ مختصات برابر است با:

$$\sqrt{(3-0)^2 + (8-0)^2} = \sqrt{73}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

(علی آزار)

۷- گزینه «۳»

$$\log_2^5 = a \Rightarrow \begin{cases} 2^a = 5 \\ 2^b = 5/4 \end{cases} \Rightarrow 2^a \times 2^b = 5 \times 5/4 = 2$$

$$\Rightarrow 2^{a+b} = 2^1 \Rightarrow a + b = 1$$

$$\log_{\sqrt{2}-a-b}^{\sqrt{2}+a+b} = \log_{\sqrt{2}-1}^{\sqrt{2}+1} \xrightarrow{(\sqrt{2}+1) = \frac{1}{(\sqrt{2}-1)}} \rightarrow$$

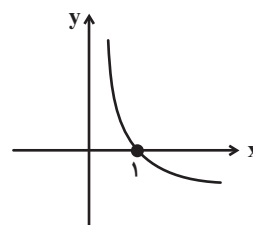
$$\log_{\sqrt{2}-1}^1 = -1$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۷۲ تا ۸۵)

(علی مرشد)

۸- گزینه «۴»

می‌دانیم که نمودار تابع $y = \log_a^x$ به ازای $0 < a < 1$ به صورت زیر است:





هندسه (۲)

۱۱- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومحبوب)

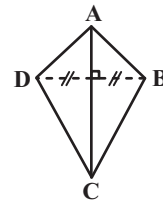
بازتاب نسبت به خط، بی‌شمار نقطه ثابت تبدیل دارد که شامل نقاط واقع بر محور بازتاب هستند. انتقال با بردار غیرصفر، فاقد نقطه ثابت تبدیل است و دوران با زاویه‌ای که مضرب 360° نباشد، فقط یک نقطه ثابت تبدیل (مرکز دوران) دارد.

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۳۶ تا ۴۲)

۱۲- گزینه «۳»

(سیرمحمدرضا حسینی‌فر)

اگر رأس B مطابق شکل تحت بازتاب نسبت به قطر AC روی رأس D تصویر شود، آنگاه قطر AC عمودمنصف قطر BD است و داریم:



$$\begin{cases} AB = AD \\ CD = BC \end{cases} \Rightarrow AB + CD = AD + BC$$

بنابراین در این چهارضلعی مجموع اضلاع روبه‌رو با هم برابر است، یعنی چهارضلعی ABCD محیطی است.

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۱۳- گزینه «۲»

(محبوبه بهادری)

انتقال تبدیلی طولی است، پس شعاع دو دایره برابر یکدیگر است.

$$R = R' \Rightarrow a - 1 = 3 - a \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow R = R' = 1$$

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2}$$

$$\Rightarrow 3 = \sqrt{OO'^2 - (1+1)^2} \Rightarrow 9 = OO'^2 - 4 \Rightarrow OO'^2 = 13$$

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} = \sqrt{13 - (1-1)^2}$$

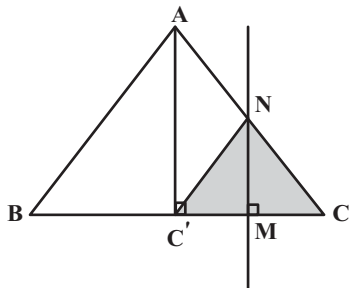
$$= \sqrt{13}$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۴- گزینه «۳»

(اسحاق اسفندیار)

بازتاب مثلث NMC روی مثلث NC'M تصویر می‌شود.



$$NM \parallel AC' \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{NM}{AC'} = \frac{CM}{CC'} = \frac{1}{2}$$

$$NM = \frac{1}{2} AC' = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} (2) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

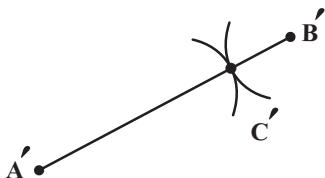
$$S_{\Delta NCC'} = \frac{1}{2} NM \times CC' = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) (1) = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۱۵- گزینه «۱»

(محبوبه بهادری)

تبدیل طولی، طول پاره‌خط‌ها را حفظ می‌کند، بنابراین اگر $BC = a$ و $AC = b$ باشد، آن‌گاه $A'C' = b$ ، $B'C' = a$ و نقطه C' محل تلاقی دو دایره یکی به مرکز A' و شعاع b و دیگری به مرکز B' و شعاع a است. چون $A'B' = AB = a + b$ است، پس این دو دایره مماس خارج هستند، یعنی تنها در یک نقطه بر هم مماس می‌شوند که این نقطه تماس همان C' است.



(هنر سه ۲- صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶)

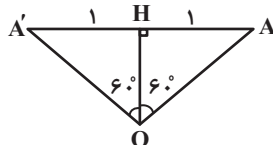
۱۶- گزینه «۴»

(هانا اتفاقی)

مطابق شکل شعاع دایره C برابر ۳ و فاصله مرکز آن از خط d برابر ۶ واحد است، پس با توجه به طولی بودن بازتاب، طول خط‌المركزین دو دایره C و C' برابر ۱۲ و شعاع دایره C' برابر ۳ است و داریم:



مثلث OAA' متساوی الساقین است. ارتفاع OH را در این مثلث رسم می‌کنیم. ارتفاع نظیر قاعده، نیمساز زاویهٔ روبه‌رو به قاعده است.



از طرفی در یک مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ 60° ، $\frac{\sqrt{3}}{2}$

طول وتر است، پس داریم:

$$\widehat{AOH} = 60^\circ \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2} OA \Rightarrow 1 = \frac{\sqrt{3}}{2} OA$$

$$\Rightarrow OA = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۱۹- گزینهٔ «۴»

(مهردار ملونری)

تبدیل طولی تبدیلی است که در آن طول یک پاره‌خط و طول تصویر آن پاره‌خط تحت تبدیل مورد نظر یکسان باشد. در بین تبدیل‌های داده شده تنها تبدیل گزینهٔ «۴» طولی نیست، زیرا به عنوان مثال نقض داریم:

$$D_1(1, 1) \xrightarrow{T} D'_1(1+1, 1-1) = (2, 0)$$

$$D_2(2, 2) \xrightarrow{T} D'_2(2+2, 2-2) = (4, 0)$$

$$\left. \begin{aligned} D_1D_2 &= \sqrt{(2-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2} \\ D'_1D'_2 &= \sqrt{(4-2)^2 + (0-0)^2} = 2 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow D_1D_2 \neq D'_1D'_2$$

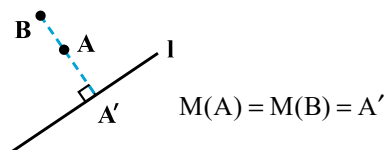
(هنر سه ۲- صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۲۰- گزینهٔ «۱»

(کتاب آبی)

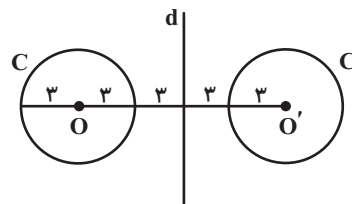
M یک تبدیل نیست، زیرا همان‌طور که در شکل می‌بینید تصویر دو نقطهٔ متمایز A و B از دامنه، بر هم منطبق می‌باشند.

یعنی:



به بیانی دیگر شرط یک به یک بودن را ندارد.

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۳۴ و ۳۶)

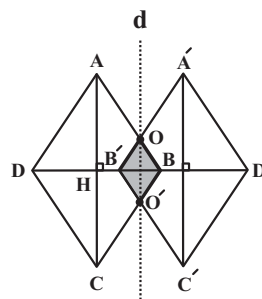


$$\begin{aligned} \text{طول مماس مشترک داخلی} &= \sqrt{OO'^2 - (R+R')^2} = \sqrt{12^2 - (3+3)^2} \\ &= \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۱۷- گزینهٔ «۱»

(سوگند روشنی)



$$\begin{aligned} \Delta AHB : AB^2 &= AH^2 + BH^2 \Rightarrow 5^2 = 4^2 + BH^2 \\ \Rightarrow BH^2 &= 9 \Rightarrow BH = 3 \end{aligned}$$

بازتاب تبدیلی طولی است. از طرفی خط d (محور بازتاب) موازی قطر بزرگ لوزی $ABCD$ است، بنابراین چهارضلعی $OBO'B'$ یک لوزی بوده و زوایای آن برابر زوایای لوزی $ABCD$ است، پس این دو لوزی متشابه هستند و نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر مجذور نسبت تشابه است و در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} \frac{S_{OBO'B'}}{S_{ABCD}} &= \left(\frac{OB}{AB}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_{OBO'B'}}{\frac{1}{2} \times 8 \times 6} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 \\ \Rightarrow \frac{S_{OBO'B'}}{24} &= \frac{1}{25} \Rightarrow S_{OBO'B'} = \frac{24}{25} = 0.96 \end{aligned}$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۱۸- گزینهٔ «۱»

(امیر حسین ابومصوب)

ترکیب n دوران حول نقطهٔ O و تحت زاویهٔ α ، دورانی حول همین نقطه و با زاویهٔ $n\alpha$ است، بنابراین $R(R(R(A)))$ دوران یافتهٔ نقطهٔ A حول نقطهٔ O و با زاویهٔ 120° است. مطابق شکل اگر این نقطه را A' بنامیم، آنگاه با توجه به اینکه دوران تبدیلی طولی است، $OA' = OA$ بوده و



آمار و احتمال

۲۱- گزینه «۱»

(مفهم همپیری)

می‌دانیم $P(A \cap B) \leq P(A)$ و $P(A \cap B) \leq P(B)$ پس با توجه به این که $P(A) < P(B)$ ، بیشترین مقدار $P(A \cap B)$ برابر $P(A)$ یعنی $0/35$ است از طرفی داریم:

$$P(A \cup B) \leq 1 \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1$$

$$\Rightarrow 0/35 + 0/9 - P(A \cap B) \leq 1 \Rightarrow P(A \cap B) \geq 0/25$$

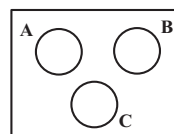
بنابراین کم‌ترین مقدار $P(A \cap B)$ برابر با $0/25$ است و در نتیجه اختلاف بین حداکثر و حداقل مقدار $P(A \cap B)$ برابر است با:

$$0/35 - 0/25 = 0/1$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۲۲- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومحبوب)



مطابق شکل پیشامدهای A ، B و C جدا از هم هستند، پس $(B \cup C) \subseteq A'$ و در نتیجه داریم:

$$P(A' \cup B \cup C) = P[A' \cup (B \cup C)]$$

$$= P(A') = 1 - 0/3 = 0/7$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۲۳- گزینه «۱»

(زیلوفر مهروی)

در فضای نمونه $S = \{1, 2, 3, \dots, 700\}$ ، پیشامدهای A ، B و C را به ترتیب بخش‌پذیری بر ۷، ۲ و ۵ در نظر می‌گیریم. هدف یافتن تعداد اعضای مجموعه $A - (B \cup C)$ است. در نتیجه داریم:

$$P[A - (B \cup C)] = P(A) - P[A \cap (B \cup C)]$$

$$= P(A) - P[(A \cap B) \cup (A \cap C)]$$

$$= P(A) - (P(A \cap B) + P(A \cap C) - P(A \cap B \cap C))$$

$$= \left[\frac{700}{7} \right] - \left(\left[\frac{700}{14} \right] + \left[\frac{700}{35} \right] - \left[\frac{700}{70} \right] \right)$$

$$= \frac{100}{700} - \left(\frac{50}{700} + \frac{20}{700} - \frac{10}{700} \right) = \frac{40}{700} = \frac{2}{35}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۲۴- گزینه «۱»

(هانه اتفاقی)

فرض کنید A پیشامد آمدن مجموع مضرب ۵ و B پیشامد بزرگتر بودن عدد تاس اول از عدد تاس دوم باشد. در این صورت داریم:

$$B = \{(2,1), (3,1), (3,2), (4,1), (4,2), (4,3), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5)\}$$

$$A \cap B = \{(3,2), (4,1), (6,4)\}$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۲۵- گزینه «۲»

(سوگنر روشنی)

p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \wedge q$	$(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim p \wedge q)$
د	د	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	ن	ن	د
ن	د	د	د	د	د
ن	ن	د	د	ن	ن

در ردیف‌های دوم و سوم، ارزش گزاره داده شده درست است، که با توجه به ارزش گزاره P داریم:

$$P(p \text{ درست بودن}) = \frac{1}{4}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۲۶- گزینه «۴»

(غریب غلامی)

$$P(\{a, b\}) + P(\{c, d\}) = k + 2k = 1$$

$$\Rightarrow k = \frac{1}{3} \Rightarrow P(a) = k^2 = \frac{1}{9}$$

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1$$

$$\Rightarrow P(b) + P(c) + P(d) = \frac{8}{9} \Rightarrow P(\{b, c, d\}) = \frac{8}{9}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)



۲۷- گزینه «۳»

(معمداً برای هم توزیع یابی)

طبق فرض در فضای نمونه پرتاب این تاس داریم:

$$\begin{aligned} \begin{cases} P(2) = P(4) = P(6) = x \\ P(1) = P(3) = P(5) = kx \end{cases} \\ P(1) + P(2) + \dots + P(6) = 1 \Rightarrow 3x + 3kx = 1 \\ \Rightarrow 3(1+k)x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3(1+k)} \quad (1) \end{aligned}$$

اگر A پیشامد ظاهر شدن عددی اول در پرتاب این تاس باشد، آن گاه

داریم:

$$\begin{aligned} P(A) = \frac{3}{6} \Rightarrow P(\{2, 3, 5\}) = \frac{3}{6} \Rightarrow P(2) + P(3) + P(5) = \frac{3}{6} \\ \Rightarrow x + kx + kx = \frac{3}{6} \\ \Rightarrow x(2k+1) = \frac{3}{6} \xrightarrow{(1)} \frac{2k+1}{3(1+k)} = \frac{3}{6} \\ \Rightarrow 1 \cdot k + 5 = 9k + 9 \Rightarrow k = 4 \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۲۸- گزینه «۴»

(معمداً برای هم توزیع یابی)

طبق تعریف احتمال شرطی داریم:

$$\begin{aligned} P(A|B) + P(A'|B) &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} + \frac{P(A' \cap B)}{P(B)} \\ &= \frac{P(A \cap B) + P(A' \cap B)}{P(B)} \end{aligned}$$

دو پیشامد $(A \cap B)$ و $(A' \cap B)$ ناسازگار هستند، پس حاصل عبارت

فوق برابر است با:

$$\frac{P[(A \cap B) \cup (A' \cap B)]}{P(B)} = \frac{P[(A \cup A') \cap B]}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} = 1$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۲۹- گزینه «۴»

(امیر حسین ابومعوی)

قرار است در بار چهارم به هدف موردنظر یعنی خروج حداقل یک توپ قرمز

و یک توپ آبی دست یابیم، پس دو حالت امکان پذیر است.

یا ۳ توپ اول قرمز و توپ چهارم آبی است و یا ۳ توپ اول آبی و توپ

چهارم قرمز است. طبق قانون ضرب احتمال داریم:

$$\begin{aligned} \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} \times \frac{6}{7} + \frac{6}{7} \times \frac{5}{10} \times \frac{4}{9} \times \frac{4}{8} \\ \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ \text{توپ قرمز} \quad \text{توپ آبی} \quad \text{توپ قرمز} \quad \text{توپ قرمز} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{35} + \frac{2}{35} = \frac{3+10}{105} = \frac{13}{105}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۳۰- گزینه «۴»

(امیرمهر کریمی)

$$P(\text{انتخاب عدد ۱}) + P(\text{عدم انتخاب عدد ۱}) = 1$$

$$P(\text{عدم انتخاب عدد ۱}) = 3P(\text{انتخاب عدد ۱})$$

$$\Rightarrow P(\text{انتخاب عدد ۱}) = \frac{3}{4}, P(\text{عدم انتخاب عدد ۱}) = \frac{1}{4}$$

$$P(\text{عدم انتخاب عدد ۱}) = P(\text{انتخاب ۲}) + \dots + P(\text{انتخاب ۵}) = \frac{1}{4}$$

$$2k + 3k + 4k + 5k = \frac{1}{4} \Rightarrow 14k = \frac{1}{4} \Rightarrow k = \frac{1}{56}$$

$$P(\text{انتخاب عدد ۳}) = 3k = \frac{3}{56}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)



فیزیک (۲)

۳۱- گزینه «۱»

(همید زربین کفش)

با دولا کردن سیم، طول آن نصف و سطح مقطع آن دو برابر می شود. لذا طبق

رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ ، مقاومت الکتریکی سیم در حالت جدید $\frac{1}{4}$ برابر

می شود:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2}$$

$$\frac{\rho_2 = \rho_1, L_2 = \frac{1}{2}L_1}{A_2 = 2A_1} \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

حال با استفاده از رابطه قانون اهم داریم:

$$V = RI \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{R_2}{R_1} \times \frac{I_2}{I_1} \rightarrow \frac{V_2 = V_1 - \frac{2}{10}V_1 = \frac{8}{10}V_1}{R_2 = \frac{1}{4}R_1, I_2 = (I_1 + 4/4)A} \rightarrow$$

$$\frac{8}{10} = \frac{1}{4} \times \frac{I_1 + 4/4}{I_1} \Rightarrow 3/2 I_1 = I_1 + 4/4$$

$$\Rightarrow 3/2 I_1 = 4/4 \Rightarrow I_1 = 2A$$

(فیزیک ۲- صفحه های ۵۱ و ۵۲)

۳۲- گزینه «۴»

(بابک اسلامی)

رئوسا نوعی مقاومت متغیر است که از سیمی با مقاومت ویژه نسبتاً زیاد

ساخته شده است که این سیم روی استوانه‌ای نارسا پیچیده شده است و در

مدارهای الکترونیکی وسیله‌ای به نام پتانسیومتر نقش مانند آن را ایفا می کند.

(فیزیک ۲- صفحه های ۵۶ و ۵۷)

۳۳- گزینه «۱»

(مرتضی یعفری)

طول این سیم برابر است با:

$$m = \rho' V \xrightarrow{V=AL, A=\pi \frac{D^2}{4}} m = \rho' \pi \frac{D^2}{4} L$$

$$\Rightarrow 60 \times 10^{-3} = 6/4 \times 10^{-3} \times 3 \times \frac{(1 \times 10^{-3})^2}{4} L$$

$$\Rightarrow L = 12/5 m$$

حال مقاومت الکتریکی این سیم برابر است با:

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{A=\pi \frac{D^2}{4}} R = \rho \frac{L}{\pi \frac{D^2}{4}} \\ = 15 \times 10^{-8} \times \frac{12/5}{3 \times \frac{(1 \times 10^{-3})^2}{4}} = 2/5 \Omega$$

با استفاده از قانون اهم، جریان عبوری از این سیم را به دست می آوریم:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{5}{2/5} = 2A$$

تعداد الکترون جابه‌جا شده در این مدت برابر است با:

$$\begin{cases} \Delta q = I \Delta t \\ \Delta q = ne \end{cases} \Rightarrow ne = I \Delta t$$

$$\Rightarrow n = \frac{I \Delta t}{e} = \frac{2 \times 3/2}{1/6 \times 10^{-19}} = 4 \times 10^{19} \text{ الکترون}$$

(فیزیک ۲- صفحه های ۵۱ و ۵۲)



۳۴- گزینه «۲»

(مرتضی جعفری)

ابتدا نسبت مقاومت سیم‌های A و B را به دست می‌آوریم:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\frac{V_A}{I_A}}{\frac{V_B}{I_B}} \xrightarrow{I_A=I_B} \frac{R_A}{R_B} = \frac{V_A}{V_B} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

با توجه به یکسان بودن جرم سیم‌ها داریم:

$$m_A = m_B \xrightarrow{m=\rho'V=\rho'AL} \rho'_A A_A L_A = \rho'_B A_B L_B \Rightarrow 9 \times A_A L_A = 2 \times A_B L_B \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{2}{9} \times \frac{A_B}{A_A}$$

همچنین با استفاده از روابط زیر داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{\rho_A}{\frac{2}{9} \times \frac{A_B}{A_A} \times \rho_B} \times \frac{2}{9} \times \left(\frac{A_B}{A_A} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{A = \frac{\pi D^2}{4}} \frac{1}{2} = \frac{\frac{\pi D_B^2}{4}}{\frac{\pi D_A^2}{4}} \Rightarrow \frac{D_B}{D_A} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۳۵- گزینه «۳»

(سید امیر نیکویی نهالی)

کاری که منبع نیروی محرکه الکتریکی روی واحد بار مثبت انجام می‌دهد تا آن را از پایانه به پتانسیل کمتر به پایانه با پتانسیل بیشتر برده، نیروی محرکه الکتریکی نام دارد و یکای آن ولت است.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

۳۶- گزینه «۲»

(هوشنگ غلام‌عابدی)

زمانی که کلید k باز است، جریان عبوری از مدار صفر ($I_1 = 0$) و $V_1 = \mathcal{E} = 20V$ می‌باشد. با بسته شدن کلید خواهیم داشت:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} = \frac{20}{4+1} = 4A$$

$$V_2 = \mathcal{E} - I_2 r = 20 - (4 \times 1) = 16V$$

تغییرات عدد آمپرسنج آرمانی $\Delta I = I_2 - I_1 = I_2 = 4A$ و تغییراتعدد ولت‌سنج آرمانی $\Delta V = V_2 - V_1 = 16 - 20 = -4V$ می‌باشد.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۳۷- گزینه «۳»

(عمید زرین‌کفش)

هنگامی که کلید در موقعیت A قرار دارد، فرض می‌کنیم اعداد ولت‌سنج و

آمپرسنج آرمانی به ترتیب V_1 و I_1 باشند. در این صورت داریم:

$$V_1 = \mathcal{E} - rI_1 \quad (1)$$

حال اعداد آمپرسنج و ولت‌سنج آرمانی را در موقعیت B به ترتیب با I_2 و V_2 نشان می‌دهیم:

$$V_2 = \mathcal{E} - rI_2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2)-(1)} V_2 - V_1 = \mathcal{E} - rI_2 - (\mathcal{E} - rI_1)$$

$$\Rightarrow V_2 - V_1 = -r(I_2 - I_1) \xrightarrow{V_2 - V_1 = -4V, I_2 - I_1 = 2A}$$

$$-4 = -r \times 2 \Rightarrow r = 2\Omega$$

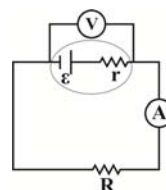
(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)



۳۸- گزینه «۱»

(عمید زرین کفش)

با توجه به رابطه جریان در مدار تک حلقه داریم:



$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

$$\Rightarrow V = RI = R \frac{\varepsilon}{R + r} \Rightarrow \frac{V}{\varepsilon} = \frac{R}{R + r} \xrightarrow{\frac{V}{\varepsilon} = 0.9} \frac{r}{R + r} = 0.1 \Rightarrow R = 9r$$

$$0.9 = \frac{R}{R + 1/5} \Rightarrow R = 13/5 \Omega$$

$$\Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R + r} \Rightarrow \varepsilon = 1/2 \times (13/5 + 1/5) = 18V$$

حال اگر مقاومت R را ۵ اهم افزایش دهیم، داریم:

$$R' = R + 5 = 13/5 + 5 = 18/5 \Omega$$

$$\Rightarrow I' = \frac{\varepsilon}{R' + r} = \frac{18}{18/5 + 1/5} = 0.9A$$

$$\frac{V'}{\varepsilon} = \frac{R'}{R' + r} = \frac{18/5}{18/5 + 1/5} = \frac{18/5}{20/5} = 0.925$$

پس تغییرات $\frac{V}{\varepsilon}$ برابر است با:

$$0.925 - 0.9 = 0.025V$$

و تغییرات جریان برابر است با:

$$I' - I = 0.9 - 1/2 = -0.1A$$

که علامت منفی به معنای کاهش جریان عبوری از مدار است.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۳۹- گزینه «۲»

(عبدالله فقه زاده)

طبق رابطه $P = RI^2$ ، چون مقاومت در هر دو حالت یکسان است، داریم:

$$P_2 = RI_2^2 \Rightarrow P_2 - P_1 = R(I_2^2 - I_1^2)$$

$$P_1 = RI_1^2$$

$$\frac{P_2 = (P_1 + 190)W}{R = 9/5 \Omega, I_2 = (I_1 + 2)A} \rightarrow$$

$$P_1 + 190 - P_1 = 9/5 \times ((I_1 + 2)^2 - I_1^2)$$

$$\Rightarrow 190 = 9/5 \times (4I_1 + 4) \Rightarrow I_1 = 4A$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۴۰- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

می‌دانیم توان خروجی مولد از رابطه $P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I - rI^2$ ، به دست

می‌آید. بنابراین توان ماکزیمم به ازای جریان $I = \frac{\varepsilon}{2r}$ به دست می‌آید

(دقت کنید که رابطه توان بر حسب جریان یک رابطه سهمی است.) حال

طبق رابطه جریان در مدار تک حلقه داریم:

$$\begin{cases} I = \frac{\varepsilon}{r + R} \\ I = \frac{\varepsilon}{2r} \end{cases} \Rightarrow R = r$$

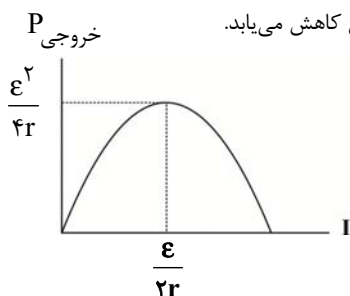
پس هنگامی که مقاومت خارجی مدار برابر با مقاومت درونی مولد مدار

می‌شود، توان خروجی مولد بیشینه است. دقت کنید هنگامی که اندازه

مقاومت روستا کاهش می‌یابد، جریان مدار افزایش پیدا می‌کند و طبق

نمودار زیر ابتدا توان خروجی مولد تا رسیدن به اندازه مقاومت داخلی

افزایش و پس از آن کاهش می‌یابد.



(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)



شیمی (۲)

۴۱- گزینه ۳»

(آزمین معماری پیرانی)

شیر و فراورده‌های آن، منبع مهمی برای تأمین پروتئین و به‌ویژه کلسیم است که نقش مهمی برای پیشگیری و ترمیم پوکی استخوان دارد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۴۲- گزینه ۲»

(معمرد عظیمیان زواره)

سه خوراکی که سرانه مصرف آن‌ها در جهان بیشتر است، به ترتیب عبارتند از: شیر < میوه < سبزیجات

(شیمی ۲- صفحه ۵۳)

۴۳- گزینه ۳»

(سید رحیم هاشمی دکلری)

فقط عبارت سوم نادرست است. بررسی عبارت سوم:

در بسیاری از پدیده‌های فیزیکی مانند ذوب یخ $^{\circ}\text{C}$ و تبدیل به آب $^{\circ}\text{C}$ ، میزان انرژی‌های پتانسیل (نیروهای جاذبه بین مولکولی) تغییر می‌کند، اما دما ثابت می‌ماند، یا در واکنش‌هایی که در دمای ثابت انجام می‌گیرند، با تغییر نوع و تعداد پیوندها، میزان انرژی پتانسیل تغییر می‌کند.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸ و ۶۰ تا ۶۳)

۴۴- گزینه ۴»

(مصبیب سروستانی)

مقایسه‌های دوم و سوم درست هستند. بررسی مقایسه‌ها:

مقایسه اول: گرمای ویژه در دما و فشار ثابت، به مقدار ماده بستگی ندارد و در دو ظرف B و C یکسان است. در حد کتاب درسی گرمای ویژه ظرف A را نیز به تقریب برابر با دو ظرف دیگر در نظر می‌گیرند.

مقایسه دوم: تندی ذرات فقط به دما بستگی دارد. دمای ظرف‌های B و C

یکسان و از ظرف A بیشتر است.

مقایسه سوم: انرژی گرمایی به دما و مقدار ماده بستگی دارد.

مقایسه چهارم: میانگین انرژی جنبشی به دما بستگی دارد و در دو ظرف

B و C یکسان و از ظرف A بیشتر است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۵۶ تا ۶۰)

۴۵- گزینه ۲»

(آزمین معماری پیرانی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: «۱»: فرایند هم‌دما شدن می‌تواند گرماگیر یا گرماده باشد.

گزینه ۳: «۳»: ظرفیت گرمایی نان کمتر از سبزمینی هم جرم خود است،

پس نان زودتر هم‌دما می‌شود.

گزینه ۴: «۴»: ظرفیت گرمایی در دما و فشار ثابت، علاوه بر نوع ماده به مقدار

آن نیز بستگی دارد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۳)

۴۶- گزینه ۱»

(آزمین معماری پیرانی)

گرمایشی (ترموشیمی) شاخه‌ای از علم شیمی است که به بررسی کمی و

کیفی گرمای واکنش می‌پردازد. (رد گزینه «۴»)

زغال کک واکنش‌دهنده‌ای رایج در استخراج آهن است. (سدیم به علت

هزینه بالا و سختی استخراج، استفاده نمی‌شود). (رد گزینه‌های «۲» و «۴»)

دما توصیفی بر میانگین تندی ذرات است؛ در حالی که ظرفیت گرمایی

میزان گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای ماده به اندازه یک واحد دمایی

است. (رد گزینه «۳»)

(شیمی ۲- صفحه‌های ۵۶ تا ۶۴)



۴۷- گزینه «۴»

(پوان شاهی یگلباغی)

همه عبارت‌ها درست هستند. بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: آنتالپی پیوند $H-H$ معادل آنتالپی واکنش $H_2(g) \rightarrow 2H(g)$ است که قرینه واکنش مورد نظر می‌باشد، پس ΔH آن هم قرینه ΔH واکنش مورد نظر خواهد بود، اما مقدار آن ثابت است.عبارت دوم: ΔH واکنش تبدیل گاز اکسیژن به گاز اوزون مثبت بوده و

واکنش مورد نظر گرماگیر است، پس گاز اکسیژن پایدارتر از گاز اوزون است.

عبارت سوم: هر چه مجموع آنتالپی پیوندهای اشتراکی ماده گازی بیشتر

باشد، شکستن پیوندهای آن ماده سخت‌تر بوده و واکنش‌پذیری آن ماده

کمتر و پایداری آن بیشتر می‌شود.

عبارت چهارم: فرایندهای چگالش و انجماد گرماده هستند و تبخیر فرایندی

گرماگیر است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

۴۸- گزینه «۴»

(مضیب سروسنایی)

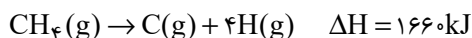
کمیت‌های دما، گرمای ویژه و آنتالپی پیوند به مقدار و جرم ماده بستگی

ندارند و انرژی گرمایی و آنتالپی واکنش به مقدار و جرم ماده بستگی دارند.

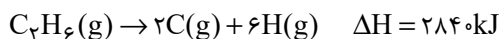
(شیمی ۲- صفحه‌های ۵۶ تا ۶۸)

۴۹- گزینه «۱»

(مضیب سروسنایی)

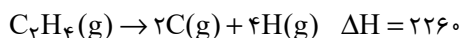


$$\Rightarrow \Delta H_{C-H} = \frac{1660}{4} = 415 \text{ kJ}$$



$$\Delta H = 6\Delta H_{C-H} + \Delta H_{C-C} = 2840 \text{ kJ}$$

$$6 \times 415 + \Delta H_{C-C} = 2840 \text{ kJ} \Rightarrow \Delta H_{C-C} = 350 \text{ kJ}$$



$$\Delta H = \Delta H_{C=C} + 4\Delta H_{C-H} \Rightarrow \Delta H_{C=C} + 4 \times 415 = 2260$$

$$\Rightarrow \Delta H_{C=C} = 600 \text{ kJ}$$

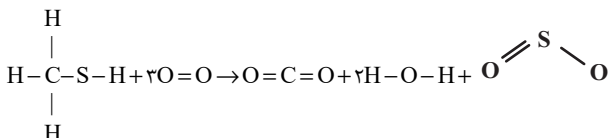
$$\Delta H_{C=C} - \Delta H_{C-C} = 600 - 350 = 250 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۵۰- گزینه «۱»

(مضیب سروسنایی)

ابتدا آنتالپی سوختن واکنش محاسبه می‌شود:



$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [3 \times 415 + 250 + 350 + 3 \times 495]$$

$$- [2 \times 800 + 4 \times 460 + 400 + 250] = -760 \text{ kJ}$$

$$? \text{ kJ} = 2 / 4g CH_3SH \times \frac{1 \text{ mol } CH_3SH}{48g CH_3SH}$$

$$\times \frac{760 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } CH_3SH} = 38 \text{ kJ}$$

در فشار یک اتمسفر، دمای اتاق $25^\circ C$ و نقطه جوش آب $100^\circ C$ است:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow m = \frac{38 \times 10^3 J}{4 / 2 \times (100 - 25)} \approx 120 / 6g H_2O$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰ و ۶۷ تا ۷۰)