

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۱ (از ۲)



آزمون ۴ آبان ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	حسابان ۲	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه
۲	هندسه ۳	۱۰	۲۱	۳۰	۱۵ دقیقه
۳	ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۵ دقیقه
۴	هندسه ۱	۱۰	۴۱	۵۰	۱۵ دقیقه
	هندسه ۲		۵۱	۶۰	

یک مزیت مهم آزمون‌های کانون: حضوری بودن

امتحانات مدرسه یا نهایی حضوری برگزار می‌شود. آزمون ورودی مدارس تیزهوشان و نمونه دولتی حضوری برگزار می‌شود. برای کنکور هم باید در جلسه کنکور حاضر شوید. حضوری بودن آزمون‌های برنامه‌ای کانون یک ویژگی بسیار مهم است و باعث می‌شود آمادگی شما برای آزمون‌های اصلی که هدف شما هستند بیشتر شود. به نظر شما غیر از حضوری بودن، آزمون‌های کانون چه ویژگی‌های دیگری دارند؟



آزمون «۴ آبان ۱۴۰۳» اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفتر قلم چی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
حسابان ۲	۲۰	۱-۲۰	۳۰'
هندسه ۳	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
زوج کتاب	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵'
		۵۱-۶۰	
جمع کل	۵۰	۱-۶۰	۷۵'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲	کاظم اجلائی-شیوا امین-دانیال آرکیش-علی آزاد-داود بوالحسنی-هادی پولادی-محمدابراهیم تونزنده‌جانی-مهدی حاجی‌زاده-داود حسین‌پور-افشین خاصه‌خان-احسان سیفی‌سلسله-حامد معنوی-جهانبخش نیکنام
هندسه	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-فاطمه برزویی-جواد ترکمن-آرین تفضلی‌زاده-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش-کیوان دارابی-سوگند روشنی-هومن عقیلی-احمدرضا فلاح-مجتبی‌مظاهری‌فرد-مهرداد ملوندی-نیما مهندس
ریاضیات گسسته	آرین تفضلی‌زاده-کیوان دارابی-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-علیرضا شریف‌خطیبی-نیلوفر مهدوی-نیما مهندس

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته
گزینشگر	کاظم اجلائی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب سهیل تقی‌زاده	امیرحسین ابومحبوب مهدی خالئی امیرمحمد کریمی	امیرحسین ابومحبوب مهدی خالئی امیرمحمد کریمی
ویراستاری رتبه‌های برتر	امیرحسین ملازینل سپهر متولیان سیدماهد عبدی‌کوهی	امیرحسین ربیعان امیرحسین ملازینل	امیرحسین ربیعان امیرحسین ملازینل
بازنویسی آزمون	-----	امیرحسین ملازینل	امیرحسین ملازینل
مسئول درس	عادل حسینی	سرژ یقیا‌زاریان تبریزی	سرژ یقیا‌زاریان تبریزی
مستند سازی	سمیه اسکندری	عادل حسینی	الهه شهبازی
ویراستاران (مستندسازی)	احسان صادقی-سجاد سلیمی-علیرضا عباسی‌زاهد		

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

حسابان ۲: تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۸ / حسابان ۱: صفحه‌های ۵۴ تا ۷۰

۱- توابع $f = \{(1, 2), (3, 1), (4, 3)\}$ و $g = \{(2, 3), (3, 5), (1, 1)\}$ مفروض‌اند. مجموع اعضای برد تابع $g + f^{-1}$ کدام است؟

(۲) ۱۸

(۱) ۱۳

(۴) ۱۷

(۳) ۱۲

۲- نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 1$ را ۲ واحد به سمت راست می‌بریم و سپس نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم. نمودار حاصل از

کدام ناحیه دستگاه مختصات عبور نمی‌کند؟

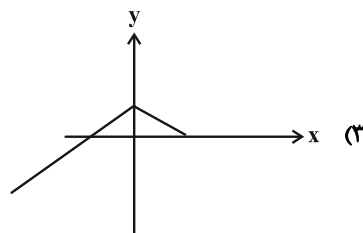
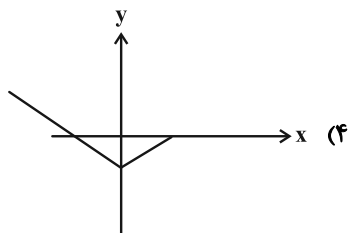
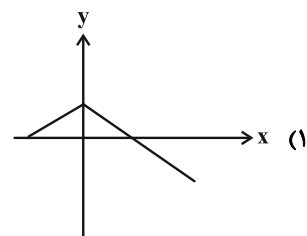
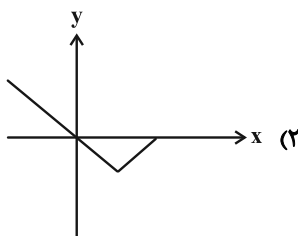
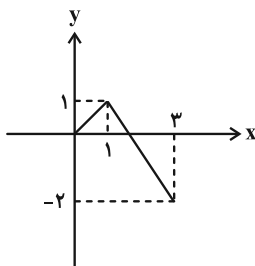
(۲) ناحیه دوم

(۱) ناحیه اول

(۴) ناحیه چهارم

(۳) ناحیه سوم

۳- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = -f(1 - \frac{x}{2})$ کدام است؟ 



۴- اگر تابع $f(x) = (x-1)^2 + mx^2 + (n-1)x + 1$ هم صعودی و هم نزولی باشد، حاصل $5m - 2n$ کدام است؟ 

(۲) -۲

(۱) ۹

(۴) ۴

(۳) -۱۱

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.



۵- دو تابع $f(x) = \sqrt{6-x}$ و $g = \{(a, 5), (-1, 4), (b, -3), (-3, 2), (0, c)\}$ مفروض اند. اگر $\text{fogof} = \{(5, 3), (2, 1), (6, 4)\}$

باشد، حاصل $a+b+c$ برابر کدام است؟

(۱) -۷ (۲) -۸

(۳) -۱۲ (۴) -۱۳

۶- تابع f با دامنه $\mathbb{R}$ اکیداً یکنواست. اگر $f(1) = 3$ و $f(2) = 1$ باشد، در کدام بازه نمودار تابع fof زیر خط $y = 3$ قرار می گیرد؟

(۱) $(-\infty, 2)$ (۲) $(-\infty, 1)$

(۳) $(1, +\infty)$ (۴) $(2, +\infty)$

۷- تابع $r = \{(6, 7), (4, a), (a, 5)\}$ اکیداً صعودی است. مقدار $|a|$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۳ (۲) ۴

(۳) ۵ (۴) ۶

۸- اگر $f(x) = x^3 - x^2$ و $g(x) = \sqrt{x^2}$ باشد، تابع $\frac{f}{g}$ روی کدام بازه نزولی است؟

(۱) $(-\frac{1}{2}, 0)$ (۲) $(\frac{1}{2}, 1)$

(۳) $(0, \frac{1}{2})$ (۴) $(0, 1)$

۹- توابع $f(x) = x + m|x-1|$ و $g(x) = (\frac{1}{2})^x$ مفروض اند. اگر تابع gof اکیداً یکنوا باشد؛ مجموعه مقادیر ممکن m کدام است؟

(۱) $\mathbb{R} - [-1, 1]$ (۲) $\{1\} - [0, +\infty)$

(۳) $(-1, 1)$ (۴) $\mathbb{R}$

۱۰- به ازای چند مقدار صحیح m تابع $f(x) = (4-m)\sqrt{(m-2)x+2}$ اکیداً صعودی است؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳



۱۱- تابع $f(x) = \begin{cases} ax+b & ; |x|=1 \\ 2\sqrt[3]{13x+14} & ; |x| \neq 1 \end{cases}$ یک به یک است. حاصل $\frac{b}{a}$ کدام است؟

۱ (۲)

۲ (۱)

±۱ (۴)

±۲ (۳)

۱۲- توابع $f(x) = \frac{x}{2} - a$ و $g = \{(1, 5), (2, 3), (3, 4), (4, 2), (13, 6)\}$ مفروض اند. اگر $(f \circ g^{-1})(5) + (f \circ g^{-1})(6) = 6$ باشد،

مقدار $(f^{-1} \circ g)(4a)$ کدام است؟

۱ (۲)

۱۳ (۱)

۷ (۴)

۵ (۳)

۱۳- اگر $f(x) = \sqrt{x-2}$ و $g(x) = \sqrt{5-x}$ باشد، دامنه تابع $(f+g) \circ f$ بازه $[a, b]$ خواهد شد. حاصل $a+b$ کدام است؟

۳۳ (۲)

۲۷ (۱)

۳۱ (۴)

۲۹ (۳)

۱۴- اگر $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ معادله $f^{-1}(x) + \frac{x}{f(x)} = 0$ چند جواب دارد؟

۲ (۲)

۱ (۱)

صفر (۴)

۳ (۳)

۱۵- ضابطه وارون تابع $f(x) = \frac{x^2 - 4x - 32}{\sqrt{x+1} + 3}$ به صورت $f^{-1}(x) = (\sqrt[3]{x+a} + b)^2 + c$ است. حاصل $a+b-c$ کدام است؟

۸ (۲)

صفر (۱)

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)



۱۶- نقطه $A(-3, 2)$ روی نمودار تابع $y = 2f(-x+3) - 5$ و نقطه $A'(m, n)$ روی نمودار تابع $y = 2f^{-1}(2x+1) - 3$ متناظرند.

حاصل $4m - n$ کدام است؟

(۱) -14 (۲) -5

(۳) -4 (۴) 11

۱۷- نقاط $A(1, -5)$ و $B(-1, 4)$ روی نمودار تابع $y = 3f(2x-1) + 1$ قرار دارند. اگر نقاط A' و B' روی نمودار تابع

$y = f(-kx) + k$ به ترتیب متناظر نقاط A و B باشد، مقدار k کدام باشد تا پاره‌خط‌های AB و $A'B'$ موازی باشند؟

(۱) $-\frac{8}{27}$ (۲) $-\frac{2}{3}$

(۳) -4 (۴) -6

۱۸- تابع $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & ; -1 \leq x < 0 \\ \sqrt{1-x} & ; 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$ مفروض است. اگر تابع $f \circ f$ روی بازه $[a, b]$ اکیداً نزولی باشد، بیشترین مقدار $b-a$

کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$

(۳) 1 (۴) 2

۱۹- به ازای چند مقدار متمایز P ، نقطه $M(P, -P+4)$ روی نمودار وارون تابع $f(x) = (x-1)^3 + 3x^2 - x - 71$ قرار دارد؟

(۱) 4 (۲) 3

(۳) 2 (۴) 1

۲۰- معادله $(3x-2)^3 - x^3 = \sqrt[3]{x+2} - \sqrt[3]{3x}$ چند جواب دارد؟

(۱) 3 (۲) 2

(۳) 1 (۴) صفر

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها (تا سر حل دستگاه معادلات): صفحه‌های ۹ تا ۲۳

۲۱- جواب‌های معادله $\begin{bmatrix} x-1 & 1-x \\ 1 & 1 \\ 3 & \frac{x}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = 0$ کدام است؟

(۱) -2 و $-\frac{1}{4}$

(۲) 2 و $\frac{1}{4}$

(۳) -2 و $\frac{1}{4}$

(۴) 2 و $-\frac{1}{4}$

۲۲- اگر A یک ماتریس مربعی و $\bar{O} = A^3 - 5A^2 + A + 3I$ باشد، وارون ماتریس A کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{3}(A^2 - 5A + I)$

(۲) $-\frac{1}{3}A^2 - 5I$

(۳) $-\frac{1}{3}A^2 - 3I$

(۴) $-\frac{1}{3}A^2 + 5A + I$

۲۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $A^{100} + A^{99} + A^{98} + \dots + A^{101} + A^{100}$ کدام است؟

(۱) A

(۲) $2A$

(۳) I

(۴) $\bar{O}$

۲۴- اگر A ماتریسی مربعی و غیرصفر از مرتبه ۲ و $A^2 = A$ باشد، آنگاه وارون ماتریس $I - 5A$ کدام است؟

(۱) $I + \frac{5}{4}A$

(۲) $I + \frac{3}{4}A$

(۳) $I - \frac{3}{4}A$

(۴) $I - \frac{5}{4}A$

۲۵- ماتریس وارون‌پذیر A در رابطه $\bar{O} = 2A^2 - 4A + 5I$ صدق می‌کند. اگر $A^{-1} = \alpha A + \beta I$ باشد، حاصل $\alpha\beta$ کدام است؟ ($\alpha, \beta \in \mathbb{R}$)

(۱) $\frac{8}{25}$

(۲) $-\frac{8}{25}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $-\frac{1}{2}$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۲۶- اگر A ، B و C ماتریس‌های مربعی از مرتبه ۲ باشند، کدام یک از ماتریس‌های زیر مثال نقضی برای حکم کلی «به ازای هر

ماتریس دلخواه A ، از رابطه $AB = AC$ نتیجه می‌شود $B = C$ است؟

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \quad (1) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -6 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (3) \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

۲۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ و $A(A+B)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس B کدام است؟

$$1 \quad (2) \quad 2 \quad (1)$$

$$-1 \quad (3) \quad -2 \quad (4)$$

۲۸- اگر $A = \begin{bmatrix} x^2 & y^2 - 4 \\ 3y^2 + 6y & 4 - 3x \end{bmatrix}$ ماتریس اسکالر و غیرهمانی باشد، آن‌گاه به ازای کدام مقادیر z ، ماتریس $B = \begin{bmatrix} x+z & x-y \\ 2(x+y) & y+z \end{bmatrix}$

وارون پذیر نیست؟

$$8 \text{ و } -2 \quad (1) \quad -8 \text{ و } -2 \quad (2)$$

$$8 \text{ و } 2 \quad (3) \quad 8 \text{ و } 2 \quad (4)$$

۲۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$ باشند، کمترین اختلاف بین دو درایه از قطر فرعی ماتریس C^2

کدام است؟

$$1 \quad (2) \quad \text{صفر} \quad (1)$$

$$4 \quad (4) \quad 2 \quad (3)$$

۳۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ باشند، کدام رابطه زیر برقرار است؟

$$AB^2 = B^2A \quad (1) \quad AB^3 = B^3A \quad (2)$$

$$BA^2 = A^2B \quad (3) \quad BA^3 = A^3B \quad (4)$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد (تا پایان ب. م. و ک. م. م.): صفحه‌های ۱ تا ۱۴

۳۱- کدام عدد n مثال نقضی برای گزاره «باقی‌مانده 2^n بر ۷ همواره مربع کامل است» می‌باشد؟

۶ (۲)

۵ (۱)

۸ (۴)

۷ (۳)

۳۲- ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر با بقیه متفاوت است؟

(۱) اگر p عددی اول و a عددی صحیح باشند به‌طوری که $p \mid a-p$ ، آن‌گاه $(p, a) = 1$ است.

(۲) می‌توان ۱۰۰ عدد طبیعی و متوالی یافت به‌طوری که هیچ کدام اول نباشند.

(۳) میانگین هر تعداد فردی از جملات متوالی یک دنباله حسابی، همان جمله وسطی آن‌ها است.

(۴) اگر α و β دو عدد گنگ باشند به‌طوری که $\alpha\beta$ گویا باشد، آن‌گاه مقدار $\frac{1}{\beta} + \frac{1}{\alpha}$ لزوماً عددی گنگ است.

۳۳- چه تعداد از گزاره‌های زیر را نمی‌توان با مثال نقض رد کرد؟

(الف) تفاضل مکعب‌های دو عدد صحیح و متوالی، عددی فرد است.

(ب) میانگین هندسی دو عدد نامنفی از میانگین حسابی آن‌ها کمتر نیست.

(پ) تفاضل مجذورهای هر دو عدد فرد دلخواه مضرب ۸ است.

۲ (۲)

۳ (۱)

صفر (۴)

۱ (۳)

۳۴- اگر x و y اعداد حقیقی باشند، برای اثبات نامساوی $5x^2 + 13y^2 \geq 2(-x + 5y - 2) + 3xy$ به روش بازگشتی، به کدام رابطه

همواره درست می‌رسیم؟

(۲) $(x-2)^2 + (y-3x)^2 + (5y+2)^2 \geq 0$

(۱) $(5y-2)^2 + (x-2)^2 + (3x+y)^2 \geq 0$

(۴) $(5y-2)^2 + (3y+x)^2 + (x+2)^2 \geq 0$

(۳) $(x+2)^2 + (y-3x)^2 + (5y-2)^2 \geq 0$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۳۵- به ازای چند مقدار طبیعی n ، رابطه $n^2 + 6 \mid 5n$ برقرار است؟

۲ (۲)

۳ (۱)

صفر (۴)

۱ (۳)

۳۶- به ازای برخی مقادیر صحیح a و b که مضرب ۷ نیستند، اگر $7 \mid 2a + 3b$ آن گاه $7 \mid ma + b$ حداقل مقدار طبیعی m چقدر است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۳۷- اگر ۵ برابر یک عدد طبیعی را با ۷ برابر عدد طبیعی دیگری جمع کنیم، حاصل این جمع از حاصل ضربشان ۲ واحد کمتر می شود. 

مجموع این دو عدد طبیعی چقدر است؟

۴۰ (۲)

۳۵ (۱)

۵۰ (۴)

۴۵ (۳)

۳۸- کدام یک از اعداد زیر، به ازای بعضی مقادیر a ، هر دو عدد $3a + 5$ و $3a^2 - 2a + 6$ را می شمارد؟ ($a \in \mathbb{Z}$)

۴۷ (۲)

۲۳ (۱)

۵۹ (۴)

۵۳ (۳)

۳۹- اگر $4 = (16, a^6 - 1)$ باشد، a چند مقدار صحیح دو رقمی می تواند اختیار کند؟

۶ (۲)

صفر (۱)

۲۴ (۴)

۱۲ (۳)

۴۰- اگر $a = 360$ باشد، چند عدد طبیعی b کمتر از ۳۰۰ وجود دارد که $(a, b), a^2 + 2b = 40$ برقرار باشد؟ 

۶ (۲)

۵ (۱)

۳ (۴)

۴ (۳)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن + چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۳۸ تا ۶۴

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال هندسه ۱ (۴۱ تا ۵۰) و هندسه ۲ (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۴۱- در مثلث متساوی الساقین ABC با زاویه رأس $\hat{A} = 30^\circ$ ، ارتفاع BH را رسم کرده‌ایم. فاصله رأس H از قاعده BC چه کسری از طول BC است؟

(۲) $\frac{1}{4}$

(۱) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{1}{6}$

(۳) $\frac{1}{5}$

۴۲- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، اگر فاصله نقطه M (وسط ضلع AB) از ضلع BC برابر ۶ و از رأس B برابر ۱۰ باشد، آن‌گاه فاصله نقطه M از رأس C کدام است؟

(۲) ۱۷

(۱) ۱۵

(۴) $5\sqrt{13}$

(۳) $12\sqrt{2}$

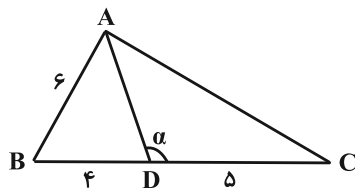
۴۳- در مثلث زیر، اندازه زاویه α کدام است؟

(۱) $\hat{A} + \hat{C}$

(۲) $\hat{B} + \hat{C}$

(۳) $90^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$

(۴) $180^\circ - \frac{\hat{A}}{2}$



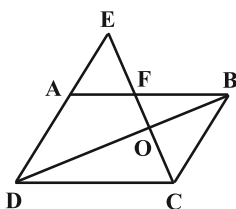
۴۴- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر امتداد DA و CO یکدیگر را در نقطه E قطع کرده‌اند. اگر $CO = 2OF = 4$ باشد، اندازه EF کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۸

(۳) ۴

(۴) ۱۲



۴۵- مجموع زوایای یک n ضلعی محدب، دو برابر مجموع زوایای یک m ضلعی محدب و تعداد قطرهای این n ضلعی محدب، چهار برابر

تعداد قطرهای m ضلعی محدب است. حاصل $n - m$ کدام است؟

(۲) ۴

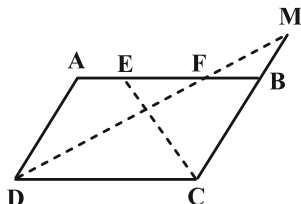
(۱) ۳

(۴) ۶

(۳) ۵

۴۶- در شکل زیر CE و DF نیمسازهای زوایای C و D از متوازی الاضلاع $ABCD$ هستند. اگر $BC = ۵$ و $AB = ۸$ باشد، طول

پاره خط BM چند برابر طول پاره خط EF است؟



$$\frac{3}{4} \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱)$$

$$\frac{۵}{۶} \quad (۴)$$

$$\frac{۳}{۲} \quad (۳)$$

۴۷- در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = ۹۰^\circ$)، $AB = ۶$ و $AC = ۲$ است. اگر H پای ارتفاع وارد بر وتر باشد، آن گاه مجموع فواصل نقطه

H از دو ضلع قائمه مثلث ABC کدام است؟

$$۲/۴ \quad (۲)$$

$$۲ \quad (۱)$$

$$۳ \quad (۴)$$

$$۲/۵ \quad (۳)$$

۴۸- در متوازی الاضلاع $ABCD$ ، نیمساز زوایای $\hat{C}$ و $\hat{D}$ در نقطه O یکدیگر را قطع کرده اند. اگر $\hat{A} = ۱۲۰^\circ$ و مساحت مثلث COD برابر

$۸\sqrt{3}$ باشد، فاصله نقطه O از وسط ضلع CD چقدر است؟

$$۶ \quad (۲)$$

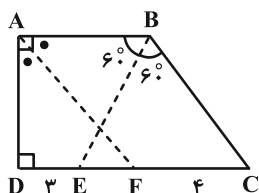
$$۸ \quad (۱)$$

$$۴ \quad (۴)$$

$$۴/۸ \quad (۳)$$

۴۹- در دوزنقه قائم الزاویه شکل زیر، نیمسازهای داخلی هر دو زاویه مجاور به قاعده کوچک، رسم شده اند. با توجه به اندازه های داده

شده، اندازه قاعده کوچک این دوزنقه، چند واحد بیشتر از $\sqrt{3}$ است؟



$$۴ \quad (۱)$$

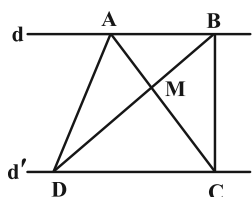
$$۴/۵ \quad (۲)$$

$$۵/۳ \quad (۳)$$

$$۵ \quad (۴)$$

۵۰- در شکل زیر، $AB = ۳$ ، $CD = ۴$ و دو خط d و d' با هم موازی اند. دو پاره خط AC و BD در نقطه M متقاطع اند طوری که

$S_{ABM} = ۴/۵$ ؛ مساحت مثلث ADM چقدر است؟



$$۷/۵ \quad (۱)$$

$$۶/۵ \quad (۲)$$

$$۶ \quad (۳)$$

$$۵ \quad (۴)$$



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۱ تا ۵۴

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال هندسه ۱ (۴۱ تا ۵۰) و هندسه ۲ (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۵۱- نقطه O مرکز دایره محاطی داخلی مثلث متساوی‌الاضلاع ABC را نسبت به خط شامل AB بازتاب داده و O' می‌نامیم. سپس O' را نسبت به خط شامل BC بازتاب داده و O'' می‌نامیم. طول پاره خط OO'' چند برابر طول ضلع مثلث است؟

$$(۱) \quad ۱ \qquad (۲) \quad \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(۳) \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad (۴) \quad \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۵۲- دو دایره $(O, ۵)$ و $(O', ۳)$ مماس خارجند. فاصله مرکز تجانس مستقیم دو دایره از مرکز تجانس معکوس دو دایره کدام است؟

$$(۱) \quad ۱۲ \qquad (۲) \quad ۱۰$$

$$(۳) \quad ۹ \qquad (۴) \quad ۱۵$$

۵۳- اگر بدانیم مثلث $A'B'C'$ دوران یافته مثلث ABC است. با کدام روش می‌توان مرکز دوران را مشخص نمود؟(۱) رسم نیمسازهای $\hat{A}$ ، $\hat{A}'$ و تعیین نقطه برخورد آنها(۲) رسم عمودمنصف‌های AA' و BB' و تعیین نقطه برخورد آنها(۳) امتداد اضلاع AB و $A'B'$ و تعیین نقطه برخورد آنها(۴) رسم میانه‌های وارد بر اضلاع AB و $A'B'$ و تعیین نقطه برخورد آنها

۵۴- n ضلعی منتظمی حول مرکزش در دو دوران با هر یک از زاویه‌های 24° و 36° بر خودش منطبق می‌شود. این n ضلعی منتظم

حداقل چند ضلع دارد؟

(۲) ۱۸

(۱) ۱۵

(۴) ۳۶

(۳) ۳۰

۵۵- از بین همه دوزنقه‌هایی با قاعده‌های به طول ۶ و ۳ که در قاعده به طول ۶ مشترک هستند و دارای مساحت ۹ می‌باشند

کمترین محیط ممکن کدام است؟

(۲) ۱۴

(۱) $9 + 2\sqrt{5}$

(۴) $9 + 4\sqrt{3}$

(۳) ۱۶

۵۶- مربع $ABCD$ به طول ضلع ۲ واحد را در جهت $\overrightarrow{AC}$ به اندازه ضلع آن انتقال می‌دهیم. مساحت ناحیه مشترک دو مربع کدام است؟

(۲) $8 - 4\sqrt{2}$

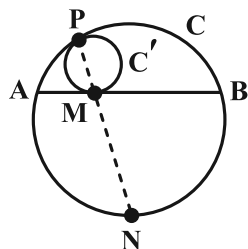
(۱) $2\sqrt{2}$

(۴) $\frac{3}{2} + \sqrt{2}$

(۳) $6 - 4\sqrt{2}$

۵۷- دایره C' در نقطه P بر دایره C مماس داخل است. وتر AB از دایره C در نقطه M بر دایره C' مماس شده است. امتداد خط

PM دایره C را در نقطه N قطع می‌کند. حاصل $\frac{AN^2}{BN}$ کدام است؟



(۱) ۱

(۲) $\frac{AN}{2}$

(۳) AN

(۴) $2AN$

۵۸- در مثلث ABC ، AA' ، BB' و CC' سه میانه و G مرکز ثقل است. هر میانه را از سمت پای میانه، به اندازه دو برابر اندازه آن

میانه امتداد می‌دهیم تا مثلث $A''B''C''$ به وجود آید. مثلث $A''B''C''$ مجانس مثلث ABC به مرکز G و نسبت تجانس k

است. در این صورت K کدام است؟

(۱) ۲- (۲) ۳-

(۳) ۵/۳- (۴) ۵/۴-

۵۹- دو نقطه A و B در یک طرف خط d و به ترتیب به فاصله ۴ و a از این خط واقع‌اند. نقاط A' و B' بازتاب نقاط A و B

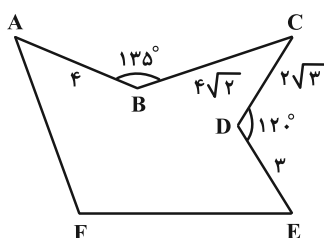
نسبت به خط d هستند. به طوری که چهارضلعی $AA'B'B$ یک چهارضلعی محیطی است. اگر وسط‌های دو پاره‌خط AA' و

BB' ، ۱۲ واحد از یکدیگر فاصله داشته باشند، مقدار a کدام است؟

(۱) ۷ (۲) ۹

(۳) ۱۱ (۴) ۱۳

۶۰- مساحت زمینی مطابق شکل زیر را بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع آن تا حد امکان افزایش داده‌ایم. اگر بعد از این افزایش،



مساحت زمین $1/5$ برابر شده باشد، مساحت اولیه آن کدام است؟

(۱) ۵۰

(۲) ۶۰

(۳) ۷۵

(۴) ۱۰۰

دفترچه اختصاصی - ۲

علوم
ریاضی
وفنی

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۲ (از ۲)



آزمون ۴ آبان ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	فیزیک ۳	۲۰	۶۱	۸۰	۳۰ دقیقه
۲	فیزیک ۱	۱۰	۸۱	۹۰	۱۵ دقیقه
	فیزیک ۲		۹۱	۱۰۰	
۳	شیمی ۳	۱۰	۱۰۱	۱۱۰	۱۰ دقیقه
۴	شیمی ۱	۱۰	۱۱۱	۱۲۰	۱۰ دقیقه
	شیمی ۲		۱۲۱	۱۳۰	



آزمون «۴ آبان ۱۴۰۳» اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفتر علمی

مدت پاسخ‌گویی: ۶۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
فیزیک ۳	۲۰	۶۱-۸۰	۳۰'
زوج کتاب	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
		۹۱-۱۰۰	
شیمی ۳	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۰'
زوج کتاب	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
		۱۲۱-۱۳۰	
جمع کل	۵۰	۶۱-۱۳۰	۶۵'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
فیزیک	کامران ابراهیمی-مهران اسماعیلی-حسین الهی-بهزاد آزادفر-زهره آقامحمدی-علیرضا جباری-مهدی حاجی‌زاده-ویدا حیدری مسعود خندانی-محسن سلماسی‌وند-معصومه شریعت‌ناصری-مهدی شریفی-نگار صفری-متین فرخی-مصطفی کیانی-محمد مقدم محمد کاظم منشادی-سیدمحمدعلی موسوی-امیراحمد میرسعید-مجتبی نکوئیان
شیمی	علیرضا بیانی-محبوبه بیک‌محمدی-محمدرضا پورجاوید-زینب تباپی-امیرحسین حسن‌نژاد-پیمان خواجوی‌مجد-حمید ذبحی یاسر راش-روزبه رضوانی-هانی سوری-امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان‌زواره-امیرمحمد کنگرانی-محسن مجنونی-کیارش معدنی هادی مهدی‌زاده

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	مصطفی کیانی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	بهنام شاهی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم احسان پنجه‌شاهی امیرحسین کمره ای
ویراستاری رتبه های برتر	سینا صالحی	آرمان قنواتی امیرحسین ملازینل
بازنویسی آزمون	سینا صالحی	-----
مسئول درس	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستند سازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	سیدسجاد رضایی معصومه صنعت‌کار ابراهیم نوری محمد زنگنه	ملینا ملائی سجاد رضایی محمدصدرا وطنی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست (تا پایان حرکت با سرعت ثابت): صفحه‌های ۱ تا ۱۵

۶۱- چه تعداد از جملات زیر صحیح است؟

- (الف) در حرکت بر روی خط راست، همواره مسافت طی شده و اندازه جابه‌جایی برابرند.
- (ب) بردار سرعت متوسط و جابه‌جایی یک جسم همواره هم‌جهت‌اند.
- (پ) در یک بازه زمانی مشخص، همواره تندی متوسط متحرک برابر با اندازه سرعت متوسط آن است.
- (ت) ممکن است اندازه جابه‌جایی متحرک از مسافت طی شده توسط آن در یک بازه زمانی معین بیشتر باشد.
- (ث) اگر متحرک دارای سرعت مثبت باشد، همواره اندازه بردار مکان متحرک در حال افزایش است.

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۶۲- خودرویی با تندی ثابت $3 \frac{m}{s}$ ، روی محیط دایره‌ای به قطر $40m$ حرکت می‌کند. با گذشت $1/5$ دقیقه، اندازه سرعت متوسطخودرو چند متر بر ثانیه است؟ ($\pi = 3$)(۱) $10\sqrt{2}$

(۲) ۲۰

(۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2\sqrt{2}}{9}$

۶۳- متحرکی در لحظه t_1 از مکان $x_1 = -18m$ در جهت محور x شروع به حرکت می‌کند و در لحظه t_2 به مکان $x_2 = 12m$ می‌رسد. اگر در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، تندی متوسط متحرک، ۴۰ درصد بیشتر از سرعت متوسط آن باشد، چند مورد از عبارات زیر در مورد حرکت این متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 الزاماً صحیح است؟ (متحرک دو بار تغییر جهت می‌دهد و اولین تغییر جهت در مکان‌های مثبت است.)

(الف) متحرک در لحظه t_2 در حال دور شدن از مبدأ مکان است.

(ب) جهت بردار مکان متحرک، حداکثر دو بار تغییر می‌کند.

(پ) فاصله دو نقطه‌ای که متحرک در آن‌ها تغییر جهت می‌دهد، $6m$ است.(ت) در دومین تغییر جهت، فاصله متحرک از مکان x_2 کمتر از $18m$ است.

(۱) ۱

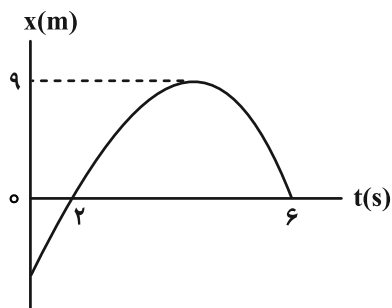
(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۶۴- در نمودار مکان- زمان شکل زیر، تندی متوسط متحرک در مدت زمان حرکت برابر ۵ متر بر ثانیه است. سرعت متوسط آن در این



بازه زمانی چند متر بر ثانیه است؟

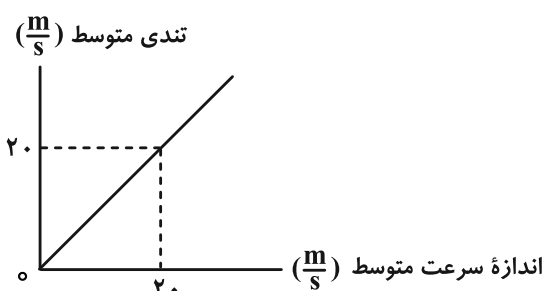
(۱) ۲/۵

(۲) ۴

(۳) ۴/۵

(۴) ۲

۶۵- نمودار تندی متوسط بر حسب اندازه سرعت متوسط یک متحرک که بر روی خط راستی در حال حرکت است، به صورت شکل زیر



است. کدام گزینه در مورد این متحرک الزاماً صحیح است؟ (نمودار به صورت خط راست است.)

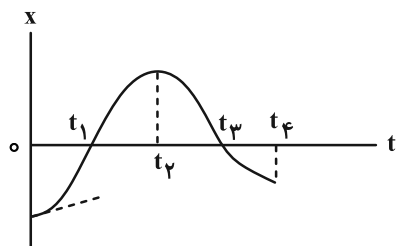
(۱) حرکت متحرک شتابدار است.

(۲) حرکت متحرک یکنواخت است.

(۳) جهت بردار سرعت آن ثابت است.

(۴) متحرک تغییر جهت داده است.

۶۶- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. چه تعداد از جملات زیر در مورد این



متحرک در بازه زمانی صفر تا t_4 درست است؟

الف) متحرک ۲ بار از مبدأ مکان عبور می کند.

ب) متحرک یک بار تغییر جهت داده است.

پ) بردار سرعت متوسط متحرک در بازه صفر تا t_4 ، در خلاف جهت محور x است.

ت) جهت بردار مکان متحرک یک بار تغییر می کند.

ث) در مبدأ زمان، متحرک در خلاف جهت محور x شروع به حرکت کرده است.

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

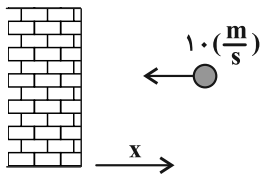
(۱) ۲

۶۷- کدام یک از گزینه‌های زیر برای متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، الزاماً صحیح است؟

- (۱) اگر شتاب متحرکی منفی باشد، الزاماً تندی متحرک کاهش می‌یابد.
- (۲) شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان بیانگر تندی در آن لحظه است.
- (۳) اگر سرعت متحرکی منفی و شتاب آن مثبت باشد، این متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ محور مکان است.
- (۴) اگر تندی متوسط متحرک در یک بازه زمانی برابر صفر باشد، بردار مکان متحرک در این بازه زمانی تغییر نکرده است.

۶۸- گلوله‌ای مطابق شکل زیر، با تندی اولیه $10 \frac{m}{s}$ به دیوار برخورد کرده و با تندی $5 \frac{m}{s}$ در همان راستای اولیه برمی‌گردد. بردار شتاب

متوسط گلوله در صورتی که تغییرات سرعت $0.5/s$ طول بکشد در SI کدام است؟ (گلوله از مسیر افقی منحرف نمی‌شود).



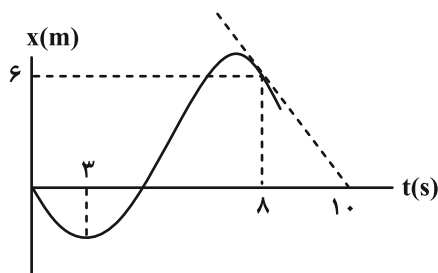
(۱) $-30 \vec{i}$

(۲) $30 \vec{i}$

(۳) $10 \vec{i}$

(۴) $-10 \vec{i}$

۶۹- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی



$t_1 = 3s$ تا $t_2 = 8s$ چند متر بر ثانیه است؟

(۱) 0.6

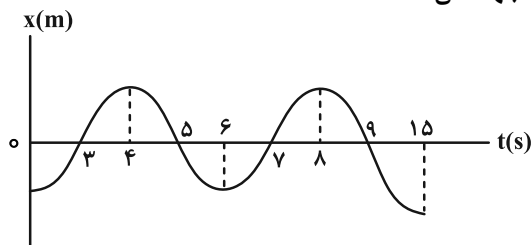
(۲) -0.6

(۳) 0.4

(۴) -0.4

۷۰- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل زیر می‌باشد. در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 15s$ ،

چند ثانیه بردار مکان و بردار سرعت هم‌جهت و بردار شتاب در خلاف جهت آن‌ها است؟



(۱) ۷

(۲) ۸

(۳) ۹

(۴) ۱۰

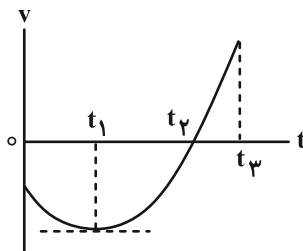
۷۱- متحرکی از حال سکون روی محور x شروع به حرکت می‌کند. اگر بردار شتاب متوسط در بازه زمانی $t_1 = 5s$ تا $t_2 = 10s$ در SI

برابر $8\vec{i}$ و در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 10s$ در SI برابر $-2\vec{i}$ باشد، بردار سرعت متحرک در $t = 5s$ چند متر بر ثانیه است؟

(۱) $-60\vec{i}$ (۲) $+20\vec{i}$

(۳) $+60\vec{i}$ (۴) $-20\vec{i}$

۷۲- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام موارد زیر درست است؟



(الف) در لحظه t_1 جهت حرکت عوض شده است.

(ب) در بازه زمانی صفر تا t_3 ، بردار شتاب متحرک همواره در جهت محور x است.

(پ) در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، تندی در حال کاهش است.

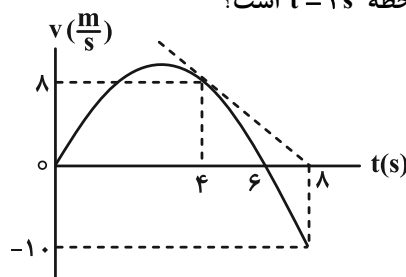
(ت) در بازه زمانی صفر تا t_2 ، بزرگی سرعت متوسط و تندی متوسط با هم برابر است.

(۱) الف و ب (۲) پ و ت

(۳) الف، ب و پ (۴) ب، پ و ت

۷۳- نمودار سرعت- زمان متحرکی که بر روی مسیری مستقیم در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط این

متحرک در بازه زمانی که سرعت متحرک منفی است، چند برابر شتاب متحرک در لحظه $t = 4s$ است؟



(۱) ۱

(۲) -۱

(۳) ۲/۵

(۴) -۲/۵

۷۴- متحرکی روی خط راست حرکت می‌کند و در ۸ ثانیه ابتدایی حرکتش با سرعت ثابت $15 \frac{m}{s}$ حرکت می‌کند. در ادامه به مدت

$20s$ با سرعت ثابت $7 \frac{m}{s}$ حرکت می‌کند و در نهایت تغییر جهت داده و به مدت $12s$ با تندی ثابت $5 \frac{m}{s}$ حرکت می‌کند. در

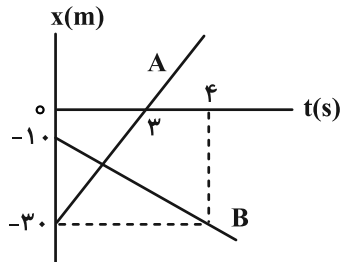
این بازه زمانی، نسبت تندی متوسط به سرعت متوسط برای این متحرک کدام است؟

(۱) $0/625$ (۲) $1/6$

(۳) $1/4$ (۴) $1/8$

۷۵- شکل زیر، نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد که بر روی مسیری مستقیم در حال حرکت‌اند. در چه مکانی برحسب

متر، دو متحرک از کنار یکدیگر عبور می‌کنند؟



(۱) ۱۵-

(۲) $-\frac{50}{3}$

(۳) ۱۷

(۴) $\frac{49}{3}$

۷۶- متحرکی در یک مسیر مستقیم، فاصله بین دو نقطه مشخص را بدون تغییر جهت طی می‌کند و تندی متوسط متحرک در $\frac{1}{3}$

ابتدای مسیر، $20 \frac{m}{s}$ است. اگر تندی متوسط این متحرک در $\frac{1}{4}$ از زمان باقی‌مانده ۷، در بقیه مسیر ۳۷ و در کل مسیر $30 \frac{m}{s}$

باشد، ۷ چند متر بر ثانیه است؟

(۲) ۳۲

(۱) ۴۰

(۴) ۱۶

(۳) ۲۰

۷۷- معادله مکان-زمان دو متحرک که بر روی محور x حرکت می‌کنند، در SI به صورت $x_A = 15t - 320$ و $x_B = -20t + 480$

است. فاصله زمانی دو لحظه‌ای که متحرک A و B در فاصله $52/5$ متری از یکدیگر قرار می‌گیرند، چند ثانیه است؟

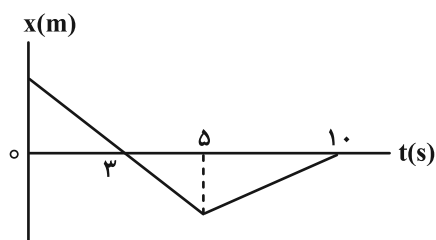
(۲) ۶

(۱) $10/5$ (۴) $1/5$

(۳) ۳

۷۸- متحرکی در امتداد محور x حرکت می‌کند و نمودار مکان- زمان آن به صورت زیر است. اگر در لحظه $t = ۱s$ تندی متحرک برابر

$\frac{3}{2} \frac{m}{s}$ باشد، بردار سرعت متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = ۱s$ تا $t_2 = ۶s$ چند متربرثانیه است؟



(۱) $-(0/10.8) \vec{i}$

(۲) $-(0/12) \vec{i}$

(۳) $-(1/0.8) \vec{i}$

(۴) $-(1/2) \vec{i}$

۷۹- قطاری به طول $۲۰۰m$ با سرعت ثابت در مسیری مستقیم در حال حرکت است. این قطار به پلی به طول ۳۵۰ متر می‌رسد و از

آن عبور می‌کند. اگر در حین حرکت به مدت $۵s$ تمام قطار به‌طور کامل روی پل قرار داشته باشد، بزرگی سرعت حرکت قطار

چند متربرثانیه است؟

(۲) ۱۵

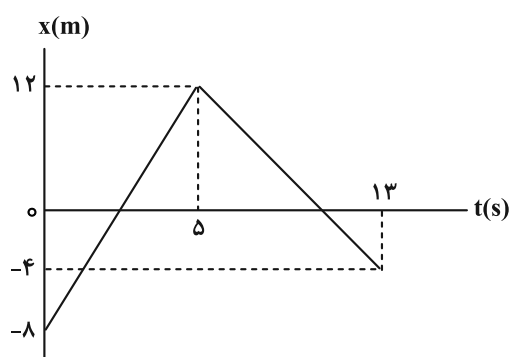
(۱) ۳۰

(۴) ۴۰

(۳) ۱۰

۸۰- نمودار مکان- زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در این حرکت، فاصله زمانی بین دو

لحظه‌ای که جهت بردار مکان آن تغییر می‌کند، چند ثانیه است؟



(۱) ۱۰

(۲) ۹

(۳) ۸

(۴) ۷



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۲۳ تا ۵۲

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۸۱- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۱) وقتی مایعی به سرعت سرد شود، جامد بلورین تشکیل می‌شود.

(۲) جهت نیروی شناوری در شاره همواره رو به بالا است.

(۳) در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی شاره، فشار آن افزایش می‌یابد.

(۴) با قرار گرفتن چند لوله موئین شیشه‌ای تمیز در ظرف آب، سطح آب درون لوله‌ها از سطح آب درون ظرف، پایین‌تر قرار می‌گیرد.

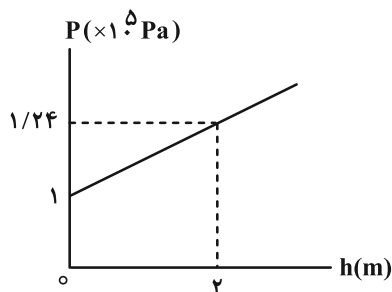
۸۲- استوانه‌ای توپُر به سطح مقطع 0.01 m^2 در راستای قائم و به‌طور کامل در مایعی به چگالی $\frac{g}{\text{cm}^3}$ قرار دارد. اگر اختلافاندازه نیروهای وارد از طرف مایع بر دو قاعده استوانه، 60 N باشد، ارتفاع استوانه چند سانتی‌متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۲) ۵۰

(۱) ۳۰

(۴) ۶۰

(۳) ۴۰

۸۳- نمودار فشار برحسب عمق مایعی مطابق شکل زیر است. چگالی مایع در SI و فشار پیمانه‌ای در عمق 1 m این مایع برحسبپاسکال، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) ۱۲۰۰ و ۱۲۰۰۰

(۲) ۱۲۰ و ۱۲۰۰

(۳) ۲۴۰۰ و ۲۴۰۰۰

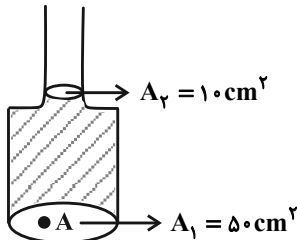
(۴) ۲۴۰۰ و ۱۲۰۰۰

محل انجام محاسبات

۸۴- در شکل زیر، مایعی داخل یک ظرف قرار دارد. اگر بر روی آن، $۱۰\text{cm}^۳$ از مایعی با چگالی $۴\frac{\text{g}}{\text{cm}^۳}$ بریزیم، نیروی وارد بر نقطه A

واقع در کف ظرف نسبت به قبل چند نیوتون افزایش می‌یابد؟ (دو مایع اختلاط‌ناپذیر بوده و مایعی از ظرف بیرون ریخته

نمی‌شود و $g = ۱۰\frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



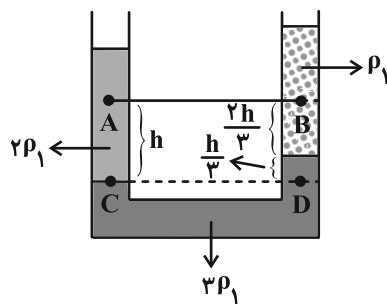
(۱) ۰/۰۴

(۲) ۰/۰۸

(۳) ۰/۴

(۴) ۲

۸۵- در شکل زیر، سه مایع مختلف درون لوله U شکل قرار دارند. اندازه اختلاف فشار دو نقطه A و B کدام گزینه است؟

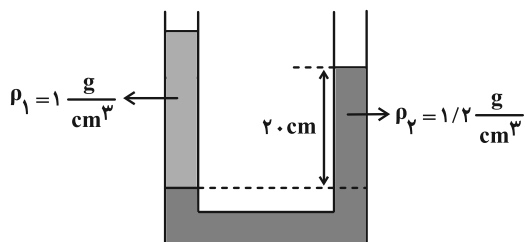
(۱) $\frac{1}{۲}\rho_1gh$ (۲) $\frac{1}{۳}\rho_1gh$

(۳) صفر

(۴) $\frac{۱۱}{۳}\rho_1gh$

۸۶- در شکل زیر، سطح مقطع لوله در دو طرف آن، $۲\text{cm}^۲$ است. در سمت راست لوله چند گرم مایع مخلوط نشدنی به چگالی

$۰/۶\frac{\text{g}}{\text{cm}^۳}$ بریزیم تا سطح آزاد مایع‌ها در دو طرف لوله، در یک سطح قرار بگیرند؟



(۱) ۸

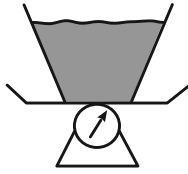
(۲) ۹/۶

(۳) ۱۶

(۴) ۱۹/۲

۸۷- مایعی به جرم 12 kg را درون ظرفی ریخته‌ایم و بر روی یک نیروسنج قرار می‌دهیم. اگر جرم ظرف 2 kg باشد، نیروسنج چه

عددی را نشان می‌دهد؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۲) بیشتر از 140 N

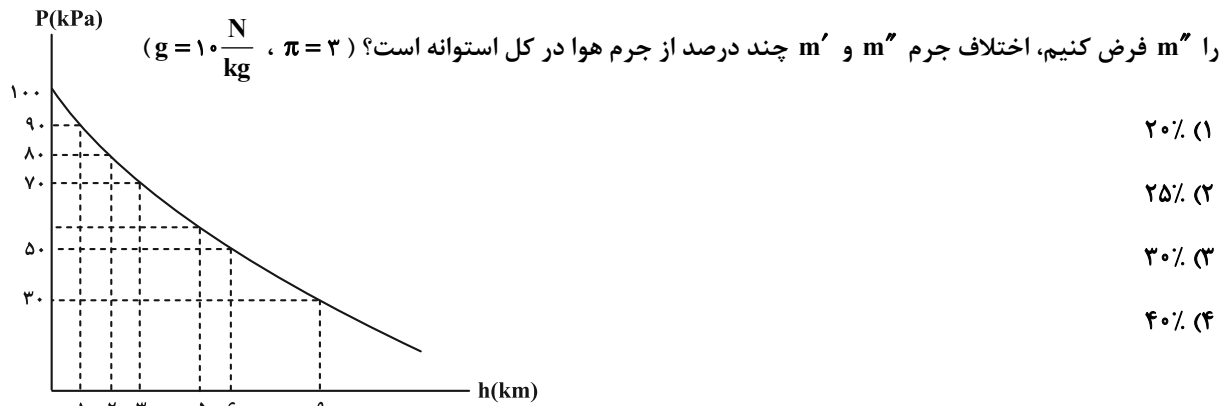
(۱) کمتر از 140 N

(۴) چگالی مایع باید مشخص باشد.

(۳) 140 N

۸۸- یک ستون استوانه‌ای شکل را که با شعاع سطح مقطع آن $m \frac{1}{\sqrt{6}}$ است، در نظر بگیرید که از سطح دریای آزاد تا بالاترین بخش

جو زمین ادامه می‌یابد. اگر جرم هوای موجود در استوانه تا ارتفاع 6 km را m' و جرم هوای موجود در استوانه تا ارتفاع 9 km



(۱) ۲۰٪

(۲) ۲۵٪

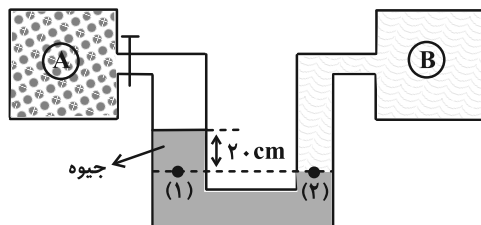
(۳) ۳۰٪

(۴) ۴۰٪

۸۹- مطابق شکل زیر، درون مخزن‌های A و B گاز وجود دارد و شیر مخزن A بسته و شیر مخزن B باز است. قطر مقطع شاخه سمت

چپ دو برابر قطر مقطع شاخه سمت راست و فشار گاز درون مخزن A، 65 cmHg است. اگر شیر A را نیز باز کنیم، ارتفاع مایع

در شاخه سمت راست چند سانتی‌متر تغییر می‌کند؟ (فشار ابتدایی در فضای خالی لوله سمت چپ را صفر در نظر بگیرید.)



(۱) ۱۳

(۲) ۲۶

(۳) ۴۵

(۴) ۵۲

۹۰- جریانی از یک شاره تراکم‌ناپذیر با تندی ثابت درون لوله افقی و استوانه‌ای شکل به شعاع مقطع 5 cm جاری است. اگر در مدت

زمان ۲۰ دقیقه، 5400 مترمکعب شاره از طریق دهانه خروجی این لوله تخلیه شود، تندی شاره چند واحد SI است؟ ($\pi = 3$)

(۴) ۶۰۰

(۳) ۳۰۰

(۲) ۱۵۰

(۱) ۷۵

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: الکتریسته ساکن + جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۲ تا ۶۱

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۹۱- مساحت سطح مشترک صفحات یک خازن تخت را که بین صفحات آن هواست، ۲۰ درصد افزایش داده و فاصله بین صفحات را

نصف می‌کنیم. اگر عایقی به ثابت دی‌الکتریک ۶ بین صفحات خازن قرار دهیم، ظرفیت خازن $67\mu\text{F}$ تغییر می‌کند. ظرفیت اولیه

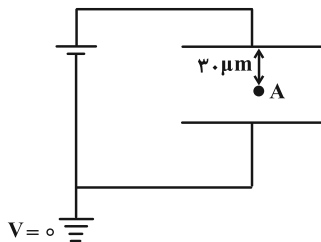
خازن چند میکروفراد بوده است؟

(۲) ۵

(۱) ۳

(۴) ۱۰

(۳) ۶

۹۲- در شکل زیر، اگر مساحت هر یک از صفحات خازن تخت، برابر با 5cm^2 و بار ذخیره شده درخازن 6pC باشد، فاصله بینصفحات خازن چند میکرومتر باشد تا پتانسیل الکتریکی نقطه A، $\frac{\lambda}{3}$ ولت باشد؟(بین صفحات خازن هواست و $\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N.m}^2}$)

(۱) ۱۷۰

(۲) ۳۰۰

(۳) ۲۳۰

(۴) ۲۶۰

۹۳- خازن تختی را که بین صفحات آن هواست، به یک باتری وصل کرده و بین صفحات آن ماده عایقی قرار می‌دهیم. کدام یک از

موارد زیر درست است؟

(۲) میدان الکتریکی بین صفحات آن افزایش می‌یابد.

(۱) ظرفیت خازن کاهش می‌یابد.

(۴) انرژی ذخیره شده در آن افزایش می‌یابد.

(۳) بار ذخیره شده در آن ثابت می‌ماند.

۹۴- خازنی به اختلاف پتانسیل $20V$ وصل شده است. پس از پر شدن خازن، آن را از باتری جدا کرده و سپس فاصله بین صفحات آن

را نصف می‌کنیم. اگر انرژی ذخیره شده در خازن $2/5 mJ$ کاهش یابد، بار ذخیره شده در خازن چند میلی‌کولن است؟

(۱) ۲۵ (۲) ۵

(۳) $2/5$ (۴) $0/5$

۹۵- اختلاف پتانسیل دو سر خازنی به ظرفیت $16 \mu F$ ، $\frac{5}{3}$ برابر شده و در اثر آن، انرژی ذخیره شده در خازن $8 \mu J$ تغییر می‌کند. در

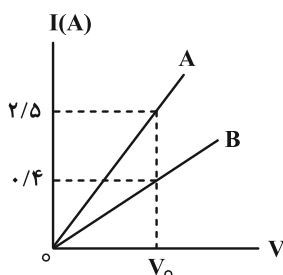
این صورت بار ذخیره شده در خازن چند میکروکولن تغییر می‌کند؟

(۱) ۸ (۲) ۱۲

(۳) ۱۶ (۴) ۲۰

۹۶- نمودار جریان الکتریکی بر حسب اختلاف پتانسیل برای دو سیم مسی با جرم یکسان، مطابق شکل زیر است. طول سیم A چند

برابر طول سیم B است؟



(۱) $2/5$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) ۴

(۴) $0/4$

۹۷- در دمای ثابت، سیمی را می‌کشیم تا طول آن بدون تغییر جرم، ۳ برابر شود. اگر اختلاف پتانسیل دو سر آن را نصف کنیم، جریان

عبوری از آن چند برابر خواهد شد؟

(۱) $\frac{9}{2}$ (۲) $\frac{2}{9}$

(۳) $\frac{1}{18}$ (۴) ۱۸

۹۸- مقاومت الکتریکی یک سیم مسی در دمای 20°C برابر با 40Ω است. اگر دمای این سیم را به 45°C رسانده و دو سر آن را به

اختلاف پتانسیل ۱۰۰ ولت متصل کنیم، در مدت زمان ۴۶۸ ثانیه، چند الکترون از این سیم عبور خواهد کرد؟

$$(e = 1/6 \times 10^{-19} \text{C} \text{ و } \alpha_{\text{مس}} = 68 \times 10^{-4} \text{K}^{-1})$$

$$(2) \quad 6/25 \times 10^{21}$$

$$(1) \quad 6/25 \times 10^{19}$$

$$(4) \quad 12/5 \times 10^{19}$$

$$(3) \quad 12/5 \times 10^{21}$$

۹۹- چه تعداد از عبارات زیر درست می باشد؟

الف) در یک رسانای فلزی با افزایش دما تعداد حامل های بار افزایش می یابد.

ب) یکای مقاومت ویژه برابر متر $\times \frac{\text{ولت}}{\text{آمپر}}$ است.

پ) به ازای اختلاف پتانسیل معینی که به دو سر یک نیم رسانا می بندیم، با افزایش دما، جریان الکتریکی کاهش می یابد.

ت) اغلب از یک پتانسیومتر به عنوان حسگر دما در مدارهای حساس به دما استفاده می شود.

ث) با افزایش شدت نور تابیده شده به مقاومت LDR در یک مدار، نور لامپ LED که در این مدار قرار دارد، کمتر خواهد شد.

$$(2) \quad 2$$

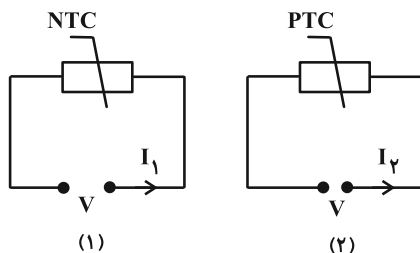
$$(1) \quad 1$$

$$(4) \quad 4$$

$$(3) \quad 3$$

۱۰۰- مطابق شکل زیر، دو ترمیستور به باتری هایی متصل شده اند و جریان های هم اندازه I_1 و I_2 از آن ها عبور می کند. اگر هر دو

ترمیستور را به یک اندازه گرم کنیم، نسبت $\frac{I_2}{I_1}$ کدام است؟ (دمای اولیه ترمیستورها و اندازه مقاومت آن ها نیز یکسان است و



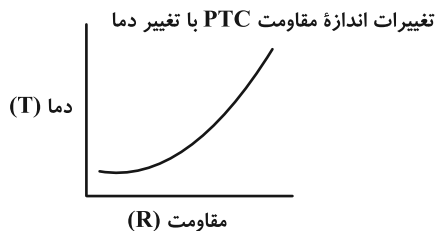
رابطه آن ها با تغییر دما عکس یکدیگر است.)

(۱) کوچک تر از یک

(۲) بزرگ تر از یک

(۳) برابر یک

(۴) گزینه های «۲» و «۳» می توانند درست باشند.

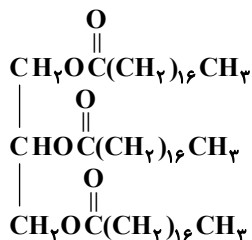


وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی (تا انتهای pH مقیاسی برای تعیین میزان اسیدی بودن): صفحه‌های ۱ تا ۲۸

شیمی ۱: صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ + شیمی ۲: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ و ۸۵ تا ۹۳

۱۰۱- با توجه به ساختار زیر چند مورد از مطالب زیر درست است؟

(آ) فرمول مولکولی آن به صورت $\text{C}_{87}\text{H}_{110}\text{O}_6$ است و برخلاف اتیلن گلیکول در آب نامحلول است.(ب) در ساختار مولکول آن ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی و ۶ پیوند $\text{C}-\text{O}$ وجود دارد.(پ) از واکنش آن با سدیم هیدروکسید می‌توان صابون جامد با فرمول $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_{16}\text{COO}^-\text{Na}^+$ تهیه کرد.

(ت) این ترکیب یک کربوکسیلیک اسید با زنجیر بلندکربنی است و نیروی غالب بین مولکول‌های آن از نوع وان‌دروالسی می‌باشد.

۳ (۴)

۱ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۱۰۲- با توجه به مطالب و شکل کتاب درسی، از میان مخلوط‌های زیر، چند مورد را می‌توان به مخلوط (۱) نسبت داد و مخلوط‌های (۱) و



(۲) در کدام ویژگی مشابهند؟

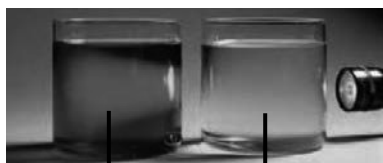
«شیر- شربت خاک‌شیر- مخلوط آب و نمک- ژله- رنگ پوششی- شربت معده- آب گل‌آلود»

(۱) ۳- پایدار بودن

(۲) ۳- همگن بودن

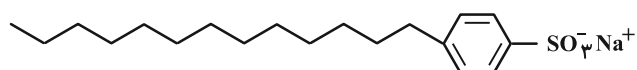
(۳) ۴- پایدار بودن

(۴) ۴- همگن بودن



مخلوط (۱)

مخلوط (۲)

۱۰۳- چند مورد از عبارت‌های زیر در مورد ترکیبی با ساختار داده شده درست است؟ ($\text{H} = 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

• بخش آبگریز آن شامل ۲۷ اتم هیدروژن می‌باشد.

• تعداد عنصرهای تشکیل‌دهنده آن با تعداد عنصرهای

سازنده یک صابون جامد برابر است.

• هر مول از این ترکیب با ۳ گرم گاز هیدروژن به‌طور کامل واکنش داده و به ترکیبی سیرشده تبدیل می‌شود.

• نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شمار اتم‌های کربن در ساختار آن کمتر از ۲ خواهد بود.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۱۰۴- چند مورد از موارد زیر طبق مدل آرنیوس قابل توجیه است؟

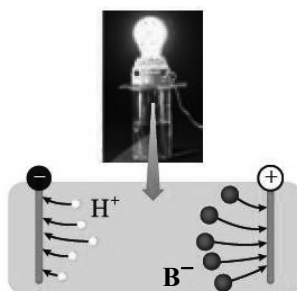
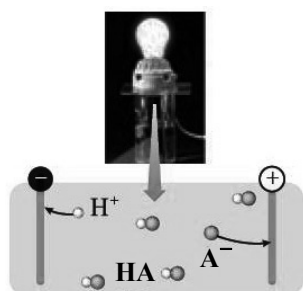
- (آ) نیتریک اسید با انحلال در آب غلظت یون هیدرونیوم را افزایش می‌دهد.
 (ب) در شرایط و غلظت‌های برابر غلظت یون هیدرونیوم در محلول کربنیک اسید نسبت به نیتریک اسید کمتر است.
 (پ) در شرایط یکسان، غلظت یون هیدروکسید در محلول آبی سودسوزآور نسبت به محلول آبی آمونیاک بیشتر است.
 (ت) در شرایط یکسان، در محلول آبی SO_3 نسبت به محلول آبی Li_2O غلظت یون هیدرونیوم بیشتر است.

- ۱ (۱)
 ۲ (۲)
 ۳ (۳)
 ۴ (۴)

۱۰۵- با توجه به عبارت زیر که توصیفی از محلول اسید HA است، عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟

- «در ۵ لیتر محلول اسید HA با غلظت $4 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ، مجموع شمار یون‌های موجود برابر 4×10^{23} است.»
 (۱) به کمک مدل آرنیوس نمی‌توان دریافت که HA یک اسید ضعیف است و در آب به‌طور جزئی یونیده می‌شود.
 (۲) درجه یونش این اسید برابر $0/2$ است و اغلب اسیدها همانند HA دارای درجه یونش کوچک‌تر از یک هستند.
 (۳) غلظت مولکول‌های یونیده نشده اسید موجود در محلول برابر $0/32$ مولار است.
 (۴) در دمای یکسان، رسانایی الکتریکی محلول این اسید از یک محلول 10^{-3} مولار هیدروکلریک اسید کمتر است.

۱۰۶- با توجه به شکل زیر که رسانایی الکتریکی دو اسید را نشان می‌دهد، کدام گزینه درست است؟



- (۱) در دمای یکسان، رسانایی الکتریکی محلول $0/2$ مولار HA بیشتر از رسانایی الکتریکی محلول $0/1$ مولار HB است.
 (۲) اسیدهای HA و HB را می‌توان به ترتیب به اسیدهای هیدروسیانیک اسید و نیترواسید نسبت داد.

(۳) HB یک ماده الکترولیت قوی و HA یک ماده غیرالکترولیت است.

(۴) هر دو ماده در نوع رسانایی الکتریکی ایجاد شده مشترک‌اند.

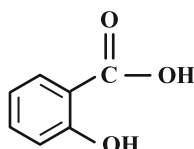
۱۰۷- در چند مورد از محلول‌های زیر، یونش ماده حل‌شونده برگشت‌پذیر بوده و غلظت ترکیب مولکولی بیشتر از یون‌های آب پوشیده است؟

«سرکه، محلول شیشه پاک‌کن، محلول دارای اسید موجود در ریواس، محلول حاصل از حل شدن گوگرد تری اکسید در آب»

- ۳ (۱)
 ۴ (۲)
 ۲ (۳)
 ۱ (۴)

۱۰۸- سالیسیلیک اسید ماده‌ای است که برای درمان موضعی عفونت‌های پوستی و کاهش شوره سر کاربرد دارد. با توجه به ساختار این

ماده، اگر 0.414 گرم از این ماده در 500 mL محلول آن حل شده باشد، غلظت یون هیدرونیوم در محلول چند mol.L^{-1}



است؟ (ثابت یونش این اسید را 10^{-3} در نظر بگیرید.)

$$(H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1})$$

$$0.0001 \text{ (2)}$$

$$0.001 \text{ (1)}$$

$$0.0002 \text{ (4)}$$

$$0.002 \text{ (3)}$$

۱۰۹- چند مورد از عبارت‌های زیر همواره صحیح است؟ ($\log 2 \approx 0.3$, $\log 3 \approx 0.5$)

• گستره تغییر pH در محلول‌های آبی از صفر تا ۱۴ است و pH محلول‌های خنثی نیز برابر ۷ است.

• با افزایش غلظت یون H^+ در محلول‌های آبی و در دمای معین، غلظت نوعی آنیون کاهش خواهد یافت.

• در اثر حل کردن $6/72$ لیتر گاز هیدروژن کلرید در شرایط STP در 2 L آب خالص در دمای اتاق، pH آن 0.8 واحد تغییر می‌کند.

• در محلول دو اسید HA و HB در دما و غلظت یکسان، pH و شمار یون‌های موجود در محلول اسید دارای درجه یونش بزرگ‌تر، به

ترتیب کمتر و بیشتر است.

$$2 \text{ (2)}$$

$$1 \text{ (1)}$$

$$4 \text{ (4)}$$

$$3 \text{ (3)}$$

۱۱۰- مقدار m گرم پتاسیم اکسید را در آب با دمای 25°C حل کرده و با افزودن آب مقطر حجم محلول حاصل را به 500 میلی‌لیتر

رسانده‌ایم. اگر pH این محلول برابر $13/7$ باشد مقدار m کدام است و تفاوت pH این محلول با محلول 0.02 مولار اسید

ضعیف HA با درصد یونش ۴ در دمای 25°C کدام است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

$$(H = 1, O = 16, K = 39 : g.mol^{-1}, \log 2 \approx 0.3, \log 3 \approx 0.5)$$

$$11/6, 23/5 \text{ (2)}$$

$$10/6, 11/75 \text{ (1)}$$

$$10/6, 23/5 \text{ (4)}$$

$$11/6, 11/75 \text{ (3)}$$

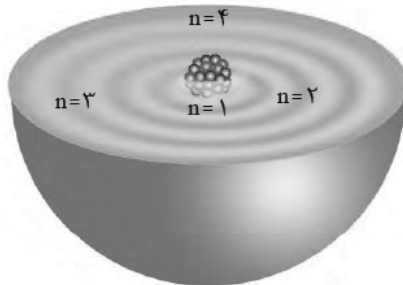
وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: کیهان زادگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۴۴

توجه:

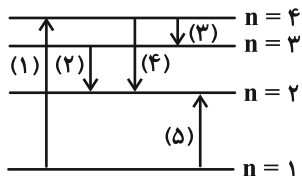
دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۱ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۱۱- چند مورد از عبارت‌های زیر صحیح است؟



- شکل مقابل ساختار لایه‌ای را برای اتم نشان می‌دهد که براساس آن الکترون در همه

نقاط پیرامون هسته می‌تواند حضور یابد.



- با توجه به شکل می‌توان دریافت میزان انرژی آزاد شده در حالت‌های (۱) و (۳) به

ترتیب دارای بیشترین و کمترین مقدار در میان سایر حالات است.

- الکترون‌ها میان دو لایه الکترونی، انرژی معین و تعریف شده‌ای ندارند و از این‌رو داد و ستد انرژی در اتم به صورت کوانتومی است.

- در طیف نشری خطی هیدروژن در ناحیه مرئی، با افزایش انرژی خطوط، فاصله میان آن‌ها نیز افزایش می‌یابد.

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۱۱۲- همه عبارت‌های زیر درست‌اند به جز:

(۱) اتم ساختار لایه‌ای دارد و الکترون‌ها در لایه‌های پیرامون هسته با نظم ویژه‌ای حضور دارند.

(۲) در مدل کوانتومی اتم به هر نوع زیرلایه یک عدد کوانتومی نسبت می‌دهند و نماد عدد کوانتومی فرعی l می‌باشد.

(۳) پنجمین نوع زیرلایه یک اتم ظرفیت پذیرش حداکثر ۲۲ الکترون را دارد.

(۴) اتم را می‌توان کره‌ای در نظر گرفت که هسته بسیار کوچک و سنگینی در مرکز آن جای دارد و محل تجمع پروتون‌ها و نوترون‌هاست.

۱۱۳- اگر تفاوت شمار الکترون‌های با $I=1$ و $I=2$ در عنصر A برابر ۷ باشد، چند مورد از عبارت‌های زیر دربارهٔ این عنصر به یقین درست است؟ (A عنصری در دورهٔ چهارم جدول دوره‌ای قرار دارد.)

- شمار الکترون‌های ظرفیتی آن برابر ۷ می‌باشد.
- حالت فیزیکی آن با سایر عنصرهای هم‌گروه خود متفاوت است.
- دومین عنصری است که در لایهٔ سوم خود ۱۳ الکترون دارد.
- با نخستین عنصر ساخت بشر هم‌گروه است.
- مجموع عددهای کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های لایهٔ ظرفیت آن برابر ۳۳ است.

- (۱) صفر
(۲) یک
(۳) دو
(۴) سه

۱۱۴- در یون فلزی $^{58}\text{X}^{2+}$ تفاوت شمار الکترون و نوترون‌ها برابر با ۴ است. کدام موارد از مطالب زیر دربارهٔ عنصر X درست هستند؟
الف) اتم آن دارای ۷ الکترون با عدد کوانتومی $I=0$ است.

- ب) شمار الکترون‌های با $I=2$ در اتم آن $\frac{2}{3}$ برابر شمار الکترون‌های با $I=1$ است.
پ) عدد اتمی این عنصر ۲۹ است و در گروه یازدهم و دورهٔ چهارم جدول تناوبی قرار دارد.
ت) ترکیب حاصل از X و N به صورت X_3N_2 می‌باشد.

- (۱) ب و پ
(۲) الف و ت
(۳) الف و پ
(۴) ب و ت

۱۱۵- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) کرین در گروهی از جدول تناوبی قرار دارد که در آرایش الکترون نقطه‌ای عناصر آن بیشترین الکترون جفت نشده وجود دارد.
(۲) با توجه به این که آرایش الکترونی فلزهای قلیایی خاکی به زیرلایهٔ ns^2 ختم می‌شود، پس آرایش الکترون - نقطه‌ای آن‌ها همانند He به صورت X: است.

(۳) اتم‌ها با از دست دادن یا گرفتن الکترون و نیز به اشتراک گذاشتن آن، سعی دارند تا به آرایش پایدار برسند.

(۴) در دورهٔ دوم جدول تناوبی چهار عنصر وجود دارند که می‌توانند با گرفتن یا از دست دادن الکترون یون پایدار تشکیل دهند.

۱۱۶- اگر آرایش الکترونی فشردهٔ اتم X به صورت $[\text{Ar}]\text{Ne} 3s^2 3p^1$ باشد این عنصر متعلق به کدام گروه است و فرمول ترکیب آن با اکسیژن کدام است؟

- (۱) گروه ۱۳ - XO
(۲) گروه ۳ - XO
(۳) گروه ۱۳ - X_2O_3
(۴) گروه ۳ - X_2O_3

۱۱۷- کدام گزینه درست است؟

- (۱) MgBr_2 یک ترکیب یونی سه‌تایی و آلومینیم اکسید یک ترکیب یونی پنج تایی است.
(۲) در ساختار ترکیب‌های یونی، مولکول‌هایی وجود دارند که از چند یون تشکیل شده‌اند.
(۳) نسبت شمار آنیون به کاتیون در سدیم نیتريد برابر با نسبت شمار کاتیون به آنیون در آلومینیم فلوئورید است.
(۴) از دست دادن یا گرفتن الکترون، نشانه‌ای از رفتار فیزیکی مولکول‌ها است.

۱۱۸- عبارت بیان شده در کدام گزینه در ارتباط با ترکیب یونی حاصل از واکنش میان دومین عنصر گروه ۱۳ و نخستین عنصر گروه ۱۷

جدول تناوبی نادرست است؟

(۱) یک ترکیب یونی دوتایی است که کاتیون و آنیون سازنده آن هر دو به آرایش الکترونی دومین گاز نجیب جدول تناوبی دست یافته‌اند.

(۲) شمار یون‌ها در هر واحد فرمولی از این ترکیب و ترکیب یونی حاصل از واکنش میان فلز سدیم و گاز نیتروژن برابر است.

(۳) در اثر تشکیل $\frac{5}{100}$ مول از این ترکیب، $10^{23} \times 0.4 \times 12$ الکترون میان فلز و نافلز مبادله می‌شود.

(۴) این ترکیب نیز همانند سایر ترکیب‌های یونی از نظر بار الکتریکی خنثی است.

۱۱۹- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- جرم مولی هر ماده برابر مجموع جرم مولی عنصرهای سازنده آن است.
- همواره فرمول شیمیایی یک ماده، هم نوع عنصرهای سازنده و هم شمار اتم‌های آن را نشان می‌دهد.
- جفت الکترون اشتراکی بین دو اتم در یک مولکول، نشانگر یک پیوند کووالانسی است.
- ترکیب مولکولی را می‌توان حاصل از پیوند کووالانسی میان نافلزها در شرایط مناسب دانست.
- مدل فضاپرکن مولکول H_2O و CO_2 مشابه یکدیگرند.

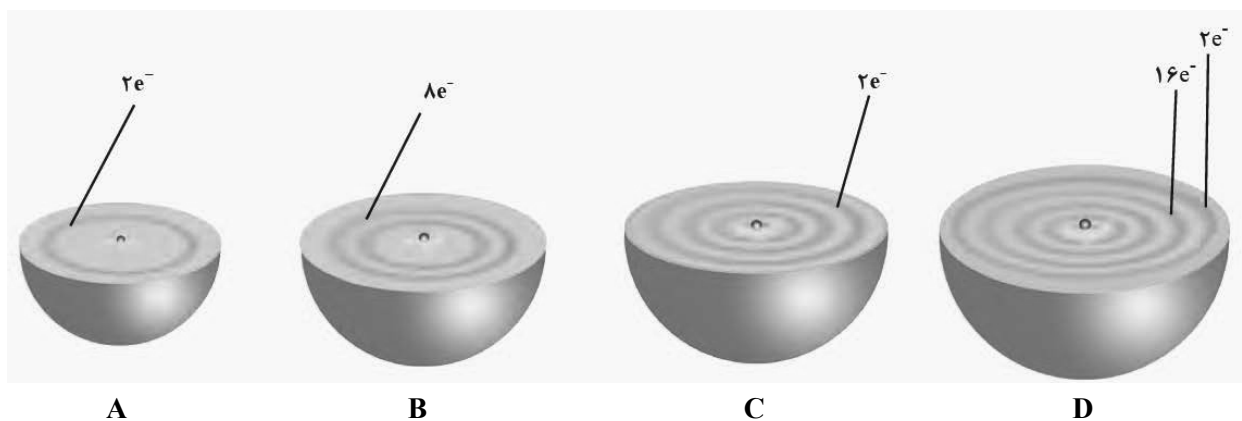
(۱) ۵

(۲) ۴

(۳) ۳

(۴) ۲

۱۲۰- با توجه به عناصر داده شده، کدام موارد از عبارت‌های زیر نادرست است؟



الف) شکل‌ها نشان‌دهنده مدل اتمی بور هستند و تعداد الکترون‌های ظرفیتی عناصر B و D با یکدیگر برابر است.

ب) عنصر A از دسته s جدول تناوبی بوده و همانند عنصر D تمایلی به انجام واکنش ندارد.

پ) عنصر B در دوره ۲ و گروه ۱۸ جدول دوره‌ای جای داشته و به شکل مولکول‌های تک اتمی در طبیعت یافت می‌شود.

ت) عنصر C در واکنش با اکسیژن الکترون از دست داده و به آرایش الکترونی عنصر B می‌رسد.

(۱) الف و ب

(۲) پ و ت

(۳) ب و پ

(۴) الف و ت

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۲۵ تا ۵۰

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۱ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- الف) در استخراج m کیلوگرم آهن تقریباً $2m$ کیلوگرم سنگ معدن آهن و m کیلوگرم از منابع معدنی دیگر استفاده می‌شود.
- ب) با استفاده از انرژی صرفه‌جویی شده در بازیافت هفت قوطی فولادی می‌توان یک لامپ 60 واتی را در حدود 25 ساعت روشن نگه داشت.
- پ) بازیافت فلزها از جمله آهن، ردپای CO_2 و سرعت گرمایش جهانی را کاهش می‌دهد.
- ت) فلزها منابعی تجدیدناپذیرند و پسماند سرانه سالانه فولاد 40 کیلوگرم می‌باشد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۲۲- کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) حدود نیمی از نفت خامی که از چاه‌های نفت بیرون کشیده می‌شود به عنوان سوخت در وسایل نقلیه کاربرد دارد.
- ۲) کمتر از ده درصد از نفت خام مصرفی در دنیا برای تولید الیاف و پارچه، شوینده‌ها و مواد آرایشی و بهداشتی به کار می‌رود.
- ۳) ترکیب‌های شناخته شده از اولین عنصر گروه 14 از مجموع ترکیب‌های شناخته شده از دیگر عنصرهای جدول دوره‌ای کمتر است.
- ۴) هیدروژن سیانید همانند اتین در ساختار خود پیوند سه‌گانه دارد.

۱۲۳- چند مورد از موارد بیان شده، جمله زیر را به درستی کامل می‌کند؟

» ساده‌ترین آلکان ، به صورت می‌باشد.

الف) مدل فضاپرکن - دارای گروه CH_3 -

ب) نام‌گذاری آیوپاک - دارای شاخه فرعی - ۲ - متیل پروپان

پ) مدل پیوند-خط - راست زنجیر که دارای همپار می‌باشد -

ت) فرمول ساختاری - دارای شاخه فرعی اتیل - $CH_3 - CH - CH_2 - CH_3$
 $\begin{array}{c} C_2H_5 \\ | \end{array}$

ث) فرمول مولکولی - راست زنجیر که در دمای $22^\circ C$ به صورت مایع وجود دارد - C_5H_{12}

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۲۴- چند مورد از موارد زیر در آلکان‌ها با افزایش درصد جرمی هیدروژن، روند کاهش دارد؟ ($C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

• گرانروی

• فراریت

• تفاوت نقطه جوش دو آلکان متوالی

• قدرت نیروهای جاذبه وان دروالسی

• تفاوت مول CO_2 و H_2O تولید شده در واکنش سوختن کامل یک مول از آلکان

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۲۵- در فرمول ساختاری کدام ترکیب زیر فقط ۲ اتم کربن وجود دارد که به آن‌ها تنها یک اتم هیدروژن متصل است؟

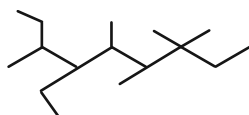
(۲) ۳- اتیل-۳، ۴- دی متیل هگزان

(۱) ۲- برمو-۳، ۳- دی متیل هگزان

(۴) ۴- اتیل-۲، ۴، ۶- تری متیل هپتان

(۳) ۲، ۲- دی متیل پنتان

۱۲۶- نام ترکیب زیر چیست و اگر به جای تمام اتم‌های هیدروژن در بوتان، گروه متیل قرار داده شود؛ اختلاف جرم مولی آن با ترکیب زیر چقدر است؟



($C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

(۱) ۴- اتیل ۳، ۵، ۶، ۷- پنتا متیل نونان- ۲۸

(۲) ۴- اتیل ۳، ۵، ۶، ۷- پنتا متیل نونان- ۱۴

(۳) ۶- اتیل ۳، ۳، ۴، ۵، ۷- پنتا متیل نونان- ۲۸

(۴) ۶- اتیل ۳، ۳، ۴، ۵، ۷- پنتا متیل نونان- ۱۴

۱۲۷- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) با استفاده از واکنش پلیمری شدن آلکن‌ها می‌توان انواع لاستیک‌ها، پلاستیک‌ها، الیاف و پلیمرهای سودمند را تهیه کرد.

(۲) گازی که به عنوان عمل‌آورنده در کشاورزی استفاده می‌شود، می‌تواند با آب در حضور اسید واکنش دهد و محصولی تولید کند که در

بیمارستان‌ها برای ضد عفونی کردن استفاده می‌شود.

(۳) آلکان‌ها برخلاف آلکن‌ها واکنش‌پذیری زیادی ندارند.

(۴) ترکیب ۱، ۲- دی برمواتان را می‌توان از واکنش برم با گاز اتین که سنگ بنای صنایع پتروشیمیایی است تولید کرد.

۱۲۸- ۱۰ درصد از جرم هیدروکربنی ۳ کربنه و بدون حلقه را اتم‌های هیدروژن تشکیل می‌دهند. کدام موارد از عبارت‌های زیر در

ارتباط با این خانواده از هیدروکربن‌ها نادرست است؟

$$(Br = ۸۰, C = ۱۲, H = ۱: g.mol^{-1})$$

الف) این هیدروکربن‌ها واکنش‌پذیری زیادی دارند و با مواد شیمیایی مختلفی واکنش می‌دهند.

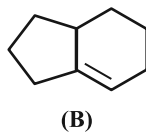
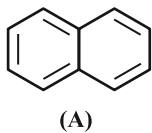
ب) نخستین عضو این خانواده در گذشته اتیلن نام داشته و در جوشکاری کاربردی به کار می‌رفته است.

پ) در میان هیدروکربن‌های دارای دو اتم کربن، ترکیبی که کمترین جرم مولی را دارد، متعلق به این خانواده است.

ت) برای تبدیل ۲/۷ گرم از سومین عضو این خانواده به ترکیبی سیرشده، ۸ گرم برم مایع نیاز است.

(۱) الف و پ (۲) ب، پ و ت (۳) فقط الف (۴) ب و ت

۱۲۹- چند مورد از عبارت‌های زیر مطابق شکل‌های داده شده درست است؟ ($Br = ۸۰ g.mol^{-1}$)



• هر دو آروماتیک هستند.

• ساختار A، ماده‌ای است که مدت‌ها به عنوان ضد بید برای نگهداری فرش و لباس کاربرد

داشته است.

• شمار اتم‌های هیدروژن ترکیب B با عدد اتمی اولین شبه‌فلز گروه ۱۴ جدول تناوبی برابر است.

• در مجموع دو ترکیب با ۱۰ اتم برم می‌توانند سیر شوند.

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۳

۱۳۰- چند مورد به درستی بیان شده است؟

• مقدار گرانروی اجزای نفت خام با درصد آن جزء در نفت برنت دریای شمال، رابطه مستقیم دارد.

• شکل روبه‌رو می‌تواند نحوه قرارگیری بنزین و خوراک پتروشیمی و سوخت در یک

بشکه نفت خام را نشان دهد.

• طول عمر منابع زغال سنگ بیش از نفت خام است.

• حدود $\frac{۲}{۳}$ نفت خامی که از چاه‌ها بیرون کشیده می‌شود از طریق خطوط لوله منتقل می‌شود.

• سوخت هواپیما به‌طور عمده شامل آلکان‌هایی از پنج تا پانزده کربن است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴





دفترچه سؤال

آزمون هوش و استعداد
(دوره دوم)
۴ آبان

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ، حمیدرضا رحیم خانلو	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، سجاد محمدنژاد، فاطمه راسخ، حمید گنجی، امیرمحمد علیدادی، فرزاد شیرمحمدلی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

برای مشاهده پاسخ‌ها، به صفحه شخصی خود در سایت کانون مراجعه کنید.

استعداد تحلیلی

* بر اساس متن زیر به شش پرسشی که در پی می‌آید پاسخ دهید. متن از کتاب «چهار سیمای اسطوره‌ای» نوشته‌ی جلال ستاری با تلخیص و اندکی تغییر انتخاب شده است.

داستان فرانکشتاین، داستان ترسناک هیولایی بی‌نام‌ونشان است که به دست مرد دانشمندی جوان به همین نام، با علم پیشرفته‌ی روز و از استخوان‌های مردگان، جان می‌یابد، اما با وجود خرد سرشار، به دلیل ظاهر زشت خود، از سوی آدمیان طرد می‌شود. پس به سوی فرانکشتاین می‌رود و از او می‌خواهد همتایی برایش بیافریند و چون پاسخ منفی می‌شنود، برمی‌آشوبد و سوگند می‌خورد جان عزیزان فرانکشتاین را بگیرد. پس چنین می‌کند و پس از قتل اطرافیان فرانکشتاین، حتی نوعروس او را نیز در شب ازدواجش از بین می‌برد و می‌گریزد. فرانکشتاین عزم خود را جزم می‌کند که هیولا را از بین ببرد، پس به دنبال او تا مناطقی صعب‌العبور می‌رود، اما ناگاه در کشتی‌ای به دست هیولا کشته می‌شود. اوج داستان همین است که با همین غیبت دهشت‌انگیز پایان می‌گیرد.

طرفه آن‌که رمان اصلی با نیتی اخلاقی نوشته شده است، یعنی داستان دانشمند با کبر و نخوتی است که خود را منجی عالم بشریت می‌پندارد، ولی در تلاشش برای خلق موجود فرمانبرداری که جهانیان را از درد بینوایی برهاند، شکست می‌خورد، اما خوانندگان استنباط دیگری داشتند و فرانکشتاین را دانشمند دیوانه‌ای پنداشتند که با غرور و رعونت نفس می‌خواهد فرعون‌وار دعوی خدایی کند و سرانجام به دست آن آدم مصنوعی که خود ساخته است، کشته می‌شود.



جمله‌ی «من شرور و خبیثم، چون بدبختم» جمله‌ای است که در برخی روایت‌های داستان از زبان هیولا بیان می‌شود. این جمله به نوعی توجیه علت رفتارهای هیولاست. اما علت آفرینش این اثر چیست؟ «پاتریس دیدیه» منتقد مشهور ادبی در پاسخ به کسانی که رمان فرانکشتاین را ساخته و پرداخته‌ی همسر «مری شلی» می‌دانند و نه خود او، چنین استدلال می‌کند: «مری شلی با خلق اسطوره‌ی بلندآوازه‌ای چون فرانکشتاین، ممکن است نیازش به فرزند زادن را برآورده باشد، چون داستان فرانکشتاین در شرح این معنی است که چگونه می‌توان آدم ساخت.» در واقع «قلمزنی زن، مربوط به شرح و وصف درون است: درون خانه، درون پیکر، بازگشت به خود. این نگارش زنانه طبیعتاً اسطوره‌ی پیشرفت فنی و ایمان به آینده را که اسطوره‌ای نرینه است نفی می‌کند.»

رمان مری شلی را که سرچشمه‌ی تقلید دیگر رمان‌نویسان نیز بوده است، به شکلی دیگر نیز تفسیر کرده‌اند: «آدمی قادر به برابری با خدای خالق کائنات نیست و اگر بیش از اندازه‌ی گلیم خویش پای کشد و لاف زند که ربّ اعلی است و می‌تواند خالق هم شأن او باشد از پای درمی‌آید. به سان آن ضرب‌المثل مشهور که ...

۲۵۱- بر اساس متن بالا، عبارت گزینیه‌ی ... درست نیست.

- (۱) برداشت مخاطبان یک اثر هنری لزوماً با آنچه مقصود خالق آن بوده است یکسان نیست.
- (۲) داستان‌نویسان و راویان، هرگز به توجیه رفتارهای شخصیت‌های داستان‌ها نمی‌پردازند.
- (۳) هراس‌افکنی یک اثر ترسناک هنری، ممکن است به دلیل ناتمام‌ماندن آن از نظر مخاطب باشد.
- (۴) پردشدن شخص از سوی جمع، ممکن است به رفتارهای پرخاشگرانه‌ی آن شخص بینجامد.

۲۵۲- متن، پاسخ به کدام پرسش(ها) را در خود دارد؟

(الف) علت انتساب نگارش بخش‌هایی از رمان فرانکشتاین به همسر «مری شلی» چیست؟

(ب) هیولای داستان فرانکشتاین، خبثت خود را ناشی از چه می‌داند؟

(ج) اسلوب مری شلی را در خلق داستان‌های ترسناک، چه کسانی پس از او پی گرفتند؟

(۲) فقط «ب»

(۱) فقط «الف» و «ب»

(۴) فقط «ج»

(۳) فقط «الف» و «ج»

۲۵۳- متن با کدام عبارت تکمیل می‌شود؟

- (۱) کوزه‌گر از کوزه‌ی شکسته آب می‌خورد.
- (۲) بزگر از سر چشمه آب می‌خورد.
- (۳) برادری به جای خود، بزغاله یکی هفت صتار.
- (۴) فوت کوزه‌گری را نیاموخته است.

۲۵۴- عبارت گزینهِی... در استدلال‌های پایانی متن، از پیش مفروض است.

- (۱) فرعون سرشتی نیک داشته است اما قدرت، او را از خود به‌در کرده است.
- (۲) منجی عالم بشریت، جنسیت زنانه خواهد داشت.
- (۳) جرم شخصی است، یعنی تنبیه مجرم به دیگر اشخاص مربوط نمی‌شود.
- (۴) پیشرفت‌های فنی، از اسطوره‌های مردانگی است.

۲۵۵- ساختمان کدام واژه به ساختمان واژه‌ی «قلمزنی» در متن نزدیکتر است؟

- (۱) کم‌پیدایی
- (۲) هواگیری
- (۳) ناجوانمردی
- (۴) آهنگری

۲۵۶- نوع «ی» پایانی در کدام یک از کلمات مشخص‌شده در عبارت «رمان اصلی با نیتی اخلاقی نوشته شده است، ولی دانشمند در تلاشش برای خلق موجود فرمانبرداری که جهانیان را از درد بینوایی برهاند، شکست می‌خورد» با نوع «ی» در «نتیتی» در ابتدای همین متن شباهت بیشتری دارد؟

- (۱) اصلی
- (۲) اخلاقی
- (۳) فرمانبرداری
- (۴) بینوایی

۲۵۷- اگر «الف‌ها همه «ب» باشند و هیچ «ب» نباشد که همزمان «ج» و «د» باشد، می‌توان با قطعیت گفت...

- (۱) «ج» و «د» عضو مشترک ندارند.
- (۲) هیچ «الف» نیست که همزمان هم «ج» باشد و هم «د».
- (۳) «ج» و «د» عضو مشترک دارند.
- (۴) نه هیچ «ب» هست که همزمان هم «الف» باشد و هم «ج»، و نه هیچ «ب» هست که همزمان هم «الف» باشد و هم «د».

۲۵۸- متن‌های زیر، بخشی از متن‌هایی است که روی چهار مدرک تحصیلی مختلف نوشته شده است، ولی می‌دانیم یکی از این مدارک جعلی است. آن مدرک کدام است؟

- (۱) به موجب یکصدمین جلسه مورخ ۱۳۷۶/۹/۸ شورای عالی انقلاب فرهنگی، این دانشنامه به آقای محمود ایلامی فرزند مجتبی که دوره‌ی کارشناسی رشته‌ی بهداشت و ایمنی محیط زیست را به پایان رسانده است، در تاریخ ۱۳۹۸/۱۰/۳۱ اعطا می‌شود. امید است ایشان در توأم نمودن علم با عمل و خدمت به جامعه توفیق یابند.
- (۲) بدین وسیله گواهی می‌شود خانم المیرا الموتی فرزند جعفر از طریق آزمون سراسری سال ۱۳۸۸ در این واحد دانشگاهی پذیرفته شده و تعداد ۱۴۴ واحد درسی را در رشته‌ی مهندسی خودرو مقطع کارشناسی پیوسته در نظام آموزشی تمام وقت گذرانیده و در تاریخ ۱۳۹۲/۰۶/۲۸ طبق ضوابط این دانشگاه به اخذ مدرک کارشناسی نائل آمده است.
- (۳) به موجب مصوبه‌ی مورخ شهریور ماه سال یکهزار و سیصد و هشتاد و چهار شورای گسترش آموزش عالی، نظر به این که خانم شبنم شبانی فرزند مصطفی در تاریخ ۱۳۹۰/۰۶/۰۹ دوره‌ی تحصیلات خود را به صورت مجازی به پایان رسانده است، این دانشنامه با درجه‌ی کارشناسی ارشد در رشته‌ی مهندسی برق به ایشان اعطا می‌شود.
- (۴) به موجب اساسنامه‌های مصوب شورای مرکزی دانشگاه‌ها، چون آقای امیر هوشنگ چنگیان فرزند صفدر در تاریخ شهریور ماه ۱۳۷۵ دوره‌ی تحصیلات دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر را با موفقیت به پایان رسانیده، لذا این دانشنامه با درجه‌ی کارشناسی ارشد رشته‌ی مهندسی کامپیوتر به وی اعطا می‌شود.

۲۵۹- در یک دوره از مسابقات پرش خرک حلقه در ورزش ژیمناستیک، پنج ورزشکار از کشورهای عراق، سوئد، سوریه، دانمارک و برزیل - نه لزوماً به ترتیب - اول تا پنجم شدند. درباره‌ی رتبه‌بندی آن‌ها، فقط می‌دانیم بین ورزشکار سوری و ورزشکار برزیلی، دقیقاً دو ورزشکار دیگر قرار گرفته‌اند.

کدام گزینه ناممکن نیست؟

(۱) ورزشکار عراقی اول، ورزشکار دانمارکی دوم و ورزشکار سوری سوم شده باشد.

(۲) ورزشکار سوری اول، ورزشکار عراقی سوم و ورزشکار برزیلی پنجم شده باشد.

(۳) ورزشکار دانمارکی اول، ورزشکار سوری دوم و ورزشکار سوئدی سوم شده باشد.

(۴) ورزشکار سوئدی اول، ورزشکار برزیلی دوم و ورزشکار سوری چهارم شده باشد.

۲۶۰- می‌دانیم از بین مینا و مونا و سمیرا و سیما، یکی شیشه را شکسته است. مینا می‌گوید سیما شیشه را شکسته است. مونا می‌گوید مینا درست گفته است. سمیرا می‌گوید کار، کار سیما است و سیما می‌گوید آن که شیشه را شکسته است، سمیرا است. می‌دانیم از این چهار نفر، یکی دروغ می‌گوید.

آن شخص کیست؟

(۱) مینا

(۲) مونا

(۳) سمیرا

(۴) سیما

۲۶۱- حسین، محمد و رضا مجموعاً ۱۳ کتاب خریده‌اند، به شکلی که تعداد کتاب‌های محمد از همه کمتر و عدد تعداد کتاب‌های رضا و حسین عددی زوج است. مجموع تعداد کتاب‌های محمد و حسین، قطعاً کدام عدد نیست؟

(۱) سه

(۲) هفت

(۳) هشت

(۴) نه

۲۶۲- کدام سال شمسی قطعاً کبیسه است؟

(۱) سالی که بهار آن با دوشنبه آغاز شود و زمستانش با دوشنبه پایان گیرد.

(۲) سالی که تابستان آن با پنج‌شنبه آغاز شود و زمستانش با سه‌شنبه پایان گیرد.

(۳) سالی که پاییز آن با جمعه آغاز شود و زمستانش با دوشنبه پایان گیرد.

(۴) سالی که زمستان آن با یکشنبه آغاز شود و زمستانش با جمعه پایان گیرد.

۲۶۳- هفده ساعت و بیست و چهار دقیقه پس از سه ساعت و دو دقیقه قبل از ساعت پنج و چهل و چهار دقیقه عصر فردا، چند ساعت و چند دقیقه بعد از

چهار ساعت و پنج دقیقه بعد از سیزده دقیقه قبل از ساعت نه و ده دقیقه فردا شب است؟

(۱) ۷:۰۳'

(۲) ۷:۰۴'

(۳) ۷:۰۵'

(۴) ۷:۰۶'

۲۶۴- تفاوت تقویم‌های هجری شمسی و هجری قمری نه در مبدأ که در تعداد روزهای هر سال است. اگر تقویم فرضی دیگری بسازیم که سال‌های آن ۳۵۰ روزه باشند، سال ۱۴۰۰ هجری شمسی معادل کدام سال هجری فرضی خواهد بود؟ فرض کنید سال کبیسه نداریم. سایر شرایط نیز یکسان است.

(۲) ۱۴۶۵

(۱) ۱۴۶۰

(۴) ۱۴۷۵

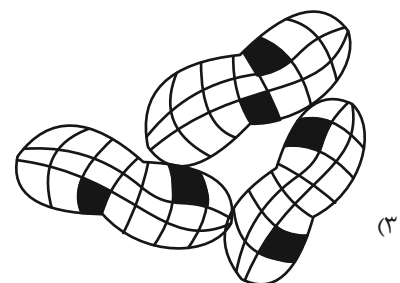
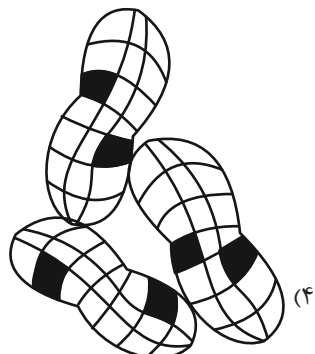
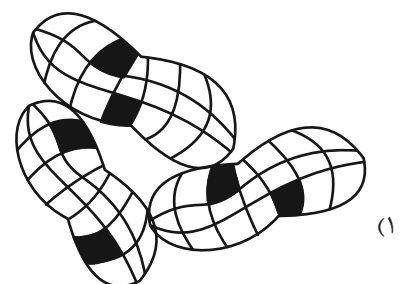
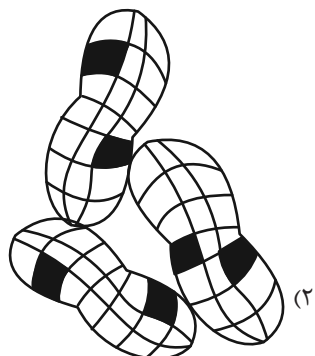
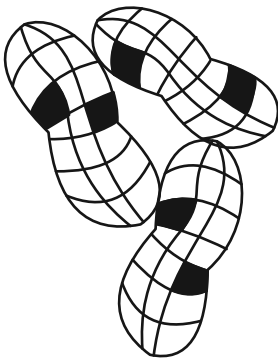
(۳) ۱۴۷۰

۲۶۵- زاویه تند بین عقربه‌های ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار را در یک ساعت معمولی رأس ساعت a ، $x(a)$ می‌نامیم. حاصل $|x(۶:۴۰') - x(۵:۲۰')|$

کدام است؟

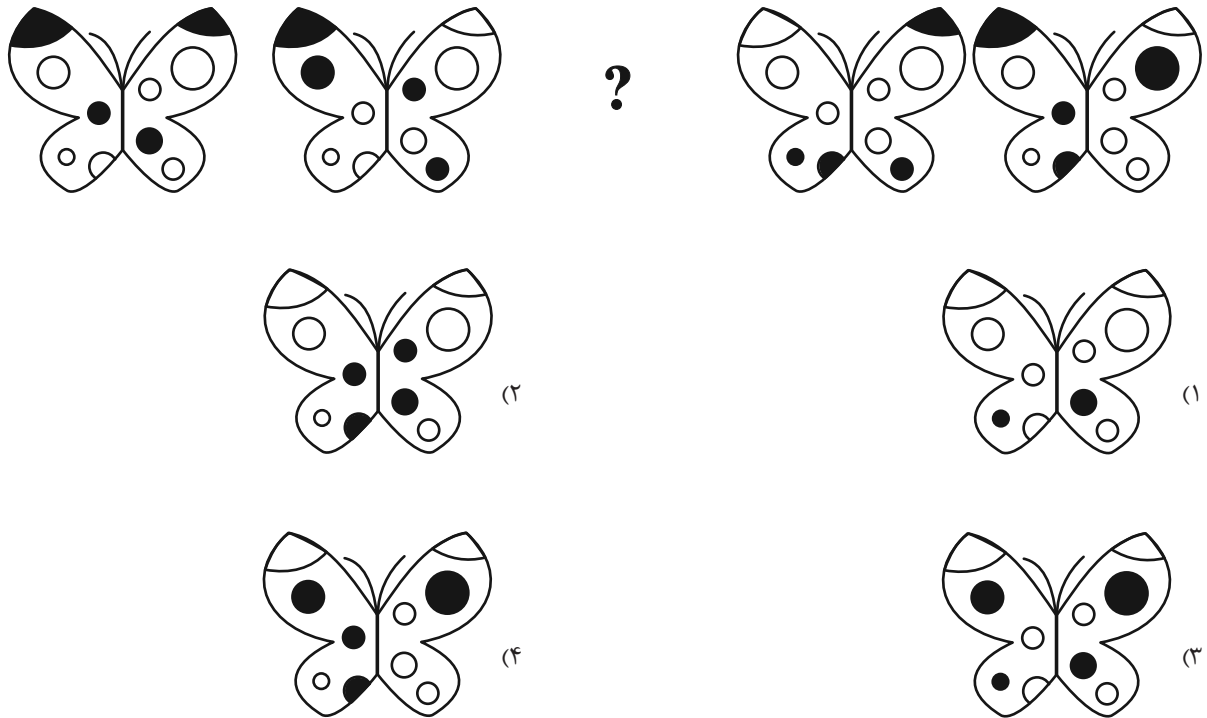
(۲) ۵° (۱) ۰° (۴) ۱۵° (۳) ۱۰°

۲۶۶- کدام شکل دوران یافته شکل زیر است؟

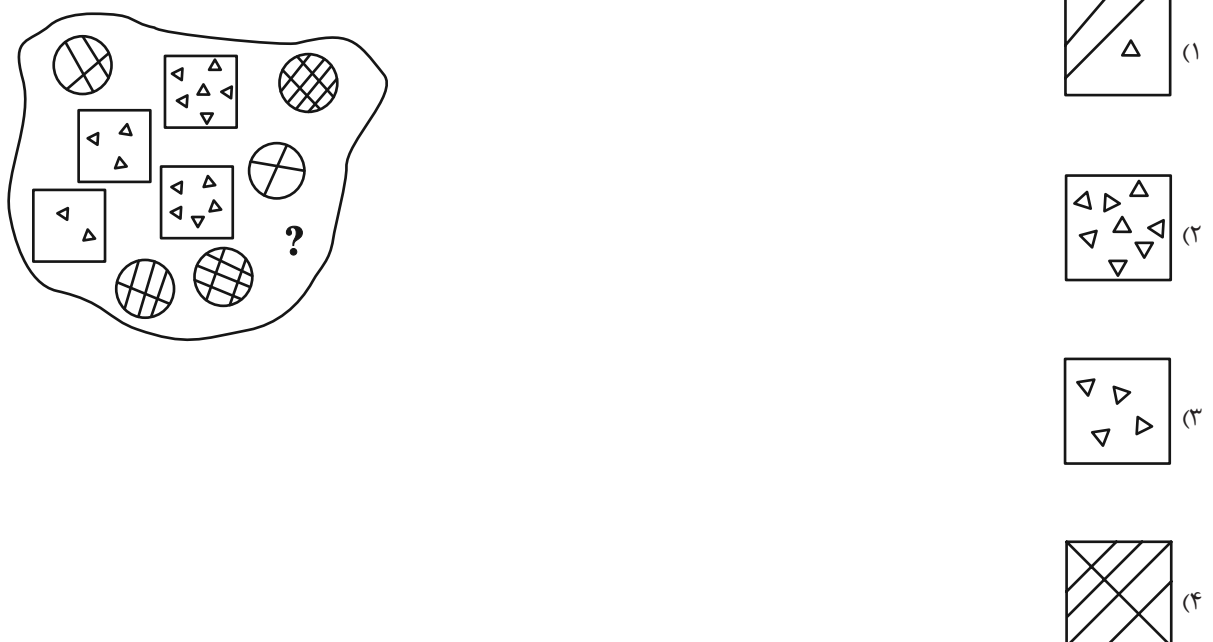


* در چهار پرسش بعدی، شکل جایگزین علامت سؤال را در الگو تعیین کنید.

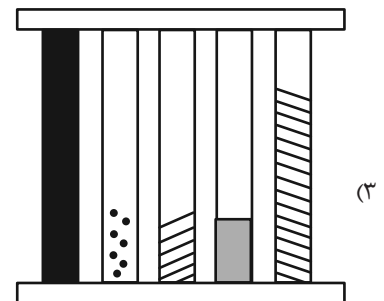
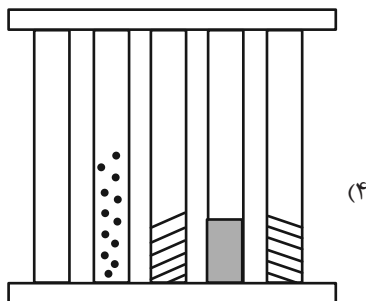
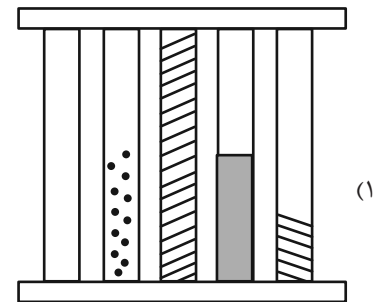
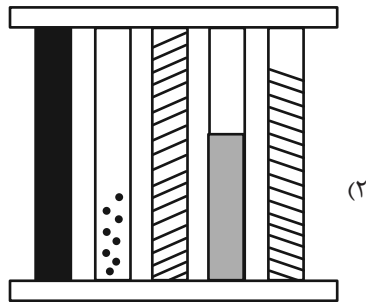
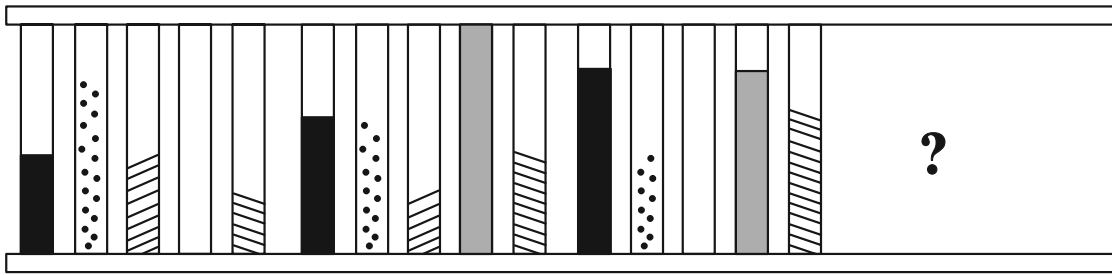
۲۶۷-



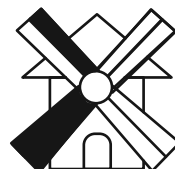
۲۶۸-



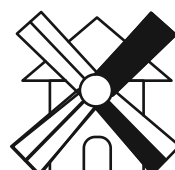
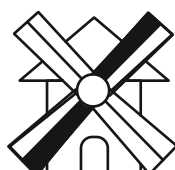
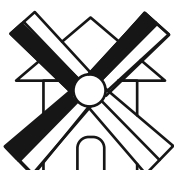
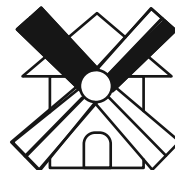
-۲۶۹



-۲۷۰



?



خودارزیابی توجه و تمرکز

آزمون ۴ آبان ۱۴۰۳

دانش آموز عزیز!

توجه و تمرکز برای یادگیری، مطالعه و دستیابی به موفقیت تحصیلی بسیار مهم است. این مهارت‌های شناختی دانش‌آموزان را قادر می‌سازد تا اطلاعات را دریافت کنند، روی کارها و تکالیف متمرکز بمانند و به طور موثر زمان و منابع خود را مدیریت کنند. بهبود توجه و تمرکز می‌تواند منجر به درک بهتر مطالب، نمرات بالاتر و به طور کلی تجربه یادگیری موثرتر شود. برای کمک به ارزیابی ظرفیت‌های توجه خود، از شما دعوت می‌کنیم با سوالات زیر خود را ارزیابی کنید. مهم است که به هر سؤال صادقانه پاسخ دهید. با درک نقاط قوت و زمینه‌های پیشرفت، می‌توانید برای ارتقای عملکرد تحصیلی خود قدم بردارید.

سوالات را به دقت بخوانید و نزدیکترین پاسخ مرتبط با خود را انتخاب و در پاسخبرگ علامت بزنید. دقت داشته باشید که سوالات از شماره ۲۷۱ شروع شده است.

۲۷۱. من می‌توانم از ابتدا تا انتها روی یک سخنرانی و صحبت‌های معلم در کلاس متمرکز باشم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۲. من می‌توانم یک پازل یا بازی را بدون حواسپرتی کامل کنم و به انجام برسانم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۳. می‌توانم بدون از دست دادن تمرکز به یک سخنرانی یا کلاس طولانی توجه کنم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۴. من می‌توانم به کار روی یک تکلیف ادامه دهم حتی اگر تکمیل آن زمان زیادی طول بکشد.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۵. هنگام کار روی یک تکلیف، صداها یا جزئی حواس من را پرت نمی‌کنند.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۶. حتی اگر تلویزیون در محیط روشن باشد، می‌توانم روی تکالیف مدرسه‌ام متمرکز بمانم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۷. من می‌توانم در طول بحث‌های گروهی توجه خود را از یک موضوع به موضوع دیگر تغییر دهم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۸. وقتی معلم موضوع تدریس را تغییر می‌دهد، می‌توانم به سرعت تمرکزم را تغییر دهم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۹. من می‌توانم در یک بحث گروهی شرکت کنم و در عین حال یادداشت برداری کنم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۸۰. من می‌توانم چندین کار را هم زمان و بدون از دست دادن تمرکز، مدیریت کنم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه



آزمون ۴ آبان ۱۴۰۳

اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲	کاظم اجلالی-شیوا امین-دانیال آرکیش-علی آزاد-داود بوالحسنی-هادی پولادی-محمدابراهیم توزنده-جانی-مهدی حاجی‌زاده-داود حسین‌پور-افشین خاصه‌خان-احسان سیفی‌سلسله-حامد معنوی-جهانبخش نیکنام
هندسه	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-فاطمه برزویی-جواد ترکمن-آرین تفضلی‌زاده-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش-کیوان دارابی-سوگند روشنی-هومن عقیلی-احمدرضا فلاح-مجتبی مظاهری‌فرد-مهرداد ملوندی-نیما مهندس
ریاضیات گسسته	آرین تفضلی‌زاده-کیوان دارابی-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-علیرضا شریف‌خطیبی-نیلوفر مهدوی-نیما مهندس
فیزیک	کامران ابراهیمی-مهران اسماعیلی-حسین الهی-بهزاد آزادفر-زهره آقامحمدی-علیرضا جباری-مهدی حاجی‌زاده-ویدا حیدری-مسعود خندانی-محسن سلماسی‌وند-معصومه شریعت‌ناصری-مهدی شریفی-نگار صفری-متین فرخی-مصطفی کیانی-محمد مقدم-محمد کاظم منشادی-سیدمحمدعلی موسوی-امیراحمد میرسعید-مجتبی نکوئیان
شیمی	علیرضا بیانی-محبوبه بیک‌محمدی-محمدرضا پورجاوید-زینب تبائی-امیرحسین حسن‌نژاد-پیمان خواجه‌ی‌مجد-حمید ذبحی-یاسر راش-روزبه رضوانی-هانی سوری-امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان‌زواره-امیرمحمد کنگرانی-محسن مجنونی-کیارش معدنی-هادی مهدی‌زاده

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب سهیل تقی‌زاده	امیرحسین ابومحبوب مهدی خالقی امیرمحمد کریمی	امیرحسین ابومحبوب مهدی خالقی امیرمحمد کریمی	بهنام شاهانی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم احسان پنجه‌شاهی امیرحسین کمره‌ای
ویراستاری رتبه‌های برتر	امیرحسین ملازینل سپهر متولیان سیدماهد عیدی‌کوهی	امیرحسین ربیعان امیرحسین ملازینل	امیرحسین ربیعان امیرحسین ملازینل	سینا صالحی	آرمان قنواتی امیرحسین ملازینل
بازنویسی آزمون	-----	امیرحسین ملازینل	امیرحسین ملازینل	سینا صالحی	-----
مسئول درس	عادل حسینی	سرژ یقیا‌زاریان تبریزی	سرژ یقیا‌زاریان تبریزی	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	عادل حسینی	الهه شهبازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	احسان صادقی-سجاد سلیمی-علیرضا عباسی‌زاهد			سیدسجاد رضایی معصومه صنعت‌کار ابراهیم توری محمد زنگنه	ملینا ملانی سجاد رضایی محمدصدرا وطنی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳۰۲۱



حسابان ۲

۱- گزینه «۱»

(مهری شایب زاده)

ابتدا تابع f^{-1} را با تعویض مؤلفه‌های اول و دوم در زوج مرتب‌های f به

دست می‌آوریم: $f^{-1} = \{(1, 3), (2, 1), (3, 4)\}$

دامنه هر دو تابع f^{-1} و g مجموعه $\{1, 2, 3\}$ است، پس داریم:

$$f^{-1} + g = \{(1, 4), (2, 4), (3, 9)\}$$

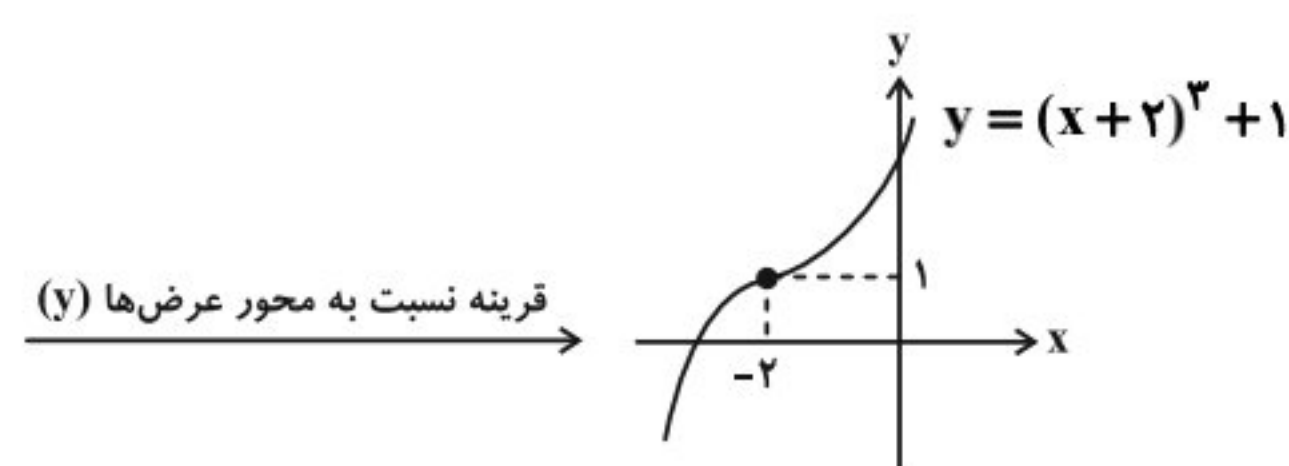
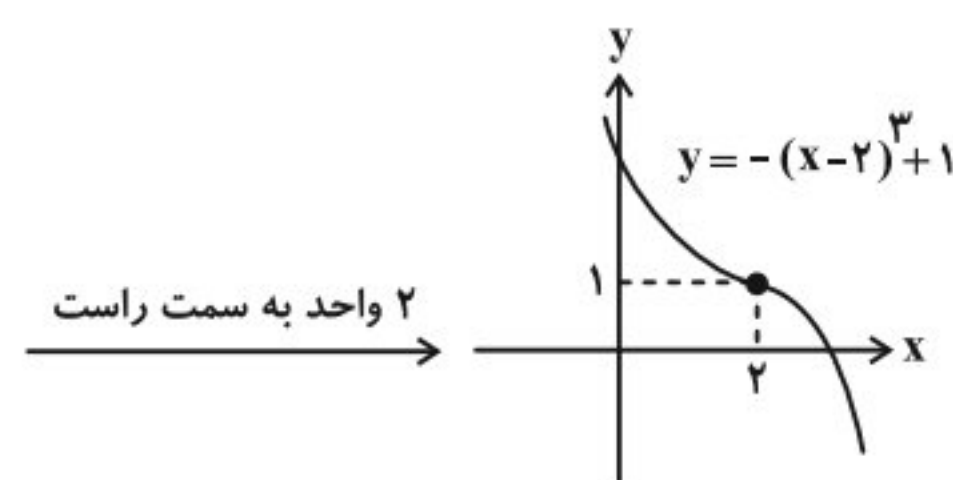
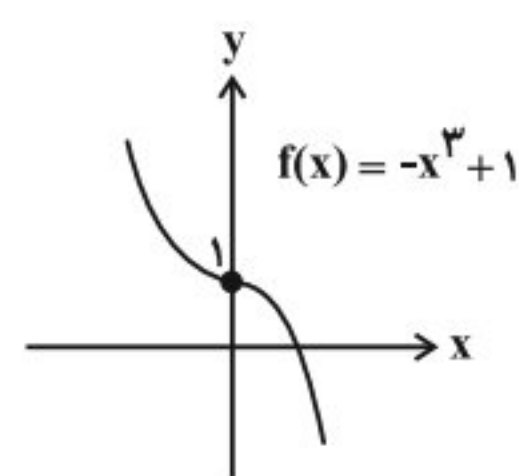
برد این تابع مجموعه $\{4, 9\}$ است که مجموع اعضای آن برابر ۱۳ است.

(مسابان ۱- صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

۲- گزینه «۴»

(دانیال آرکیش)

باید نمودار را رسم کنیم:



نمودار حاصل از ناحیه چهارم دستگاه مختصات عبور نمی‌کند.

(مسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۳- گزینه «۴»

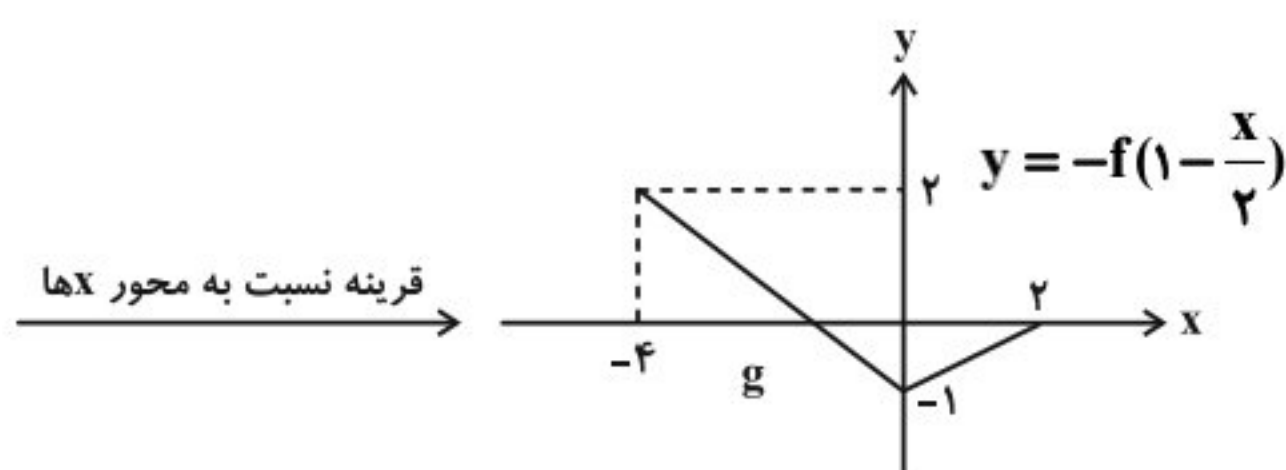
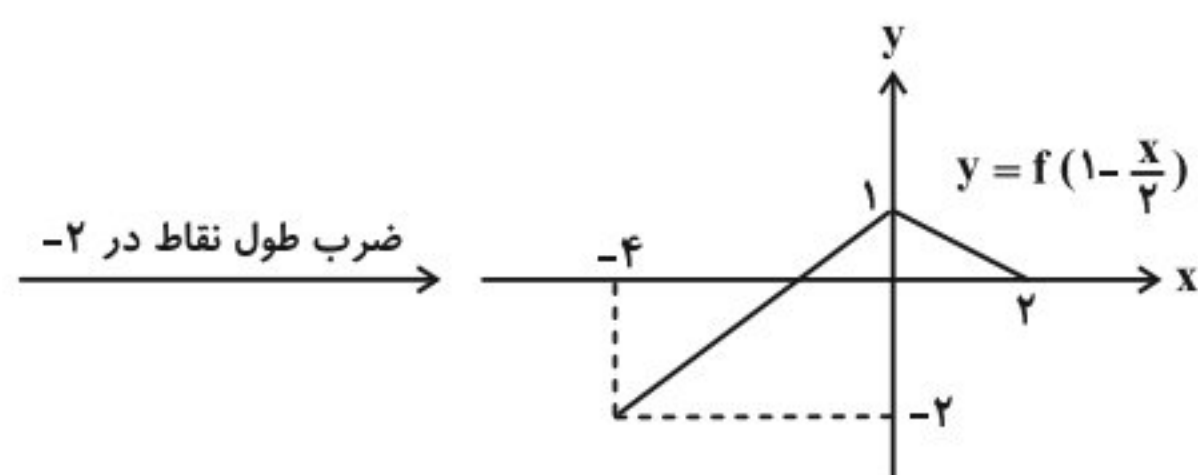
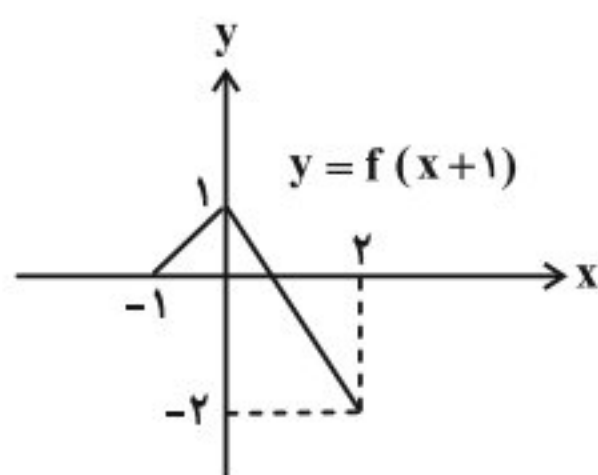
(داود مسین‌پور)

برای رسم نمودار تابع g ، نمودار تابع f را یک واحد به چپ می‌بریم

$(y = f(x+1))$ ، سپس طول نقاط روی نمودار حاصل را در ۲- ضرب

می‌کنیم $\left(y = f\left(1 - \frac{x}{2}\right)\right)$ و در نهایت نمودار را نسبت به محور x ها

قرینه می‌کنیم.



(مسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۴- گزینه «۳»

(هادی پولادی)

$$f(x) = x^2 - 2x + 1 + mx^2 + (n-1)x + 1$$

$$= (1+m)x^2 + (n-3)x + 2$$

تنها تابعی که هم صعودی و هم نزولی است، تابع ثابت است. بنابراین:

$$\begin{cases} 1+m=0 \Rightarrow m=-1 \\ n-3=0 \Rightarrow n=3 \end{cases} \Rightarrow \Delta m - 2n = -5 - 6 = -11$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

۵- گزینه «۱»

(افشین فاضله‌شان)

نقطه $(6, 4)$ روی نمودار تابع $f \circ g \circ f$ قرار گرفته است. پس داریم:

$$f(g(f(6))) = 4 \xrightarrow{f(6)=0} f(g(0)) = 4$$

$$\xrightarrow{g(0)=c} f(c) = 4 \Rightarrow \sqrt{6-c} = 4 \Rightarrow 6-c = 16 \Rightarrow c = -10$$

به‌طور مشابه، مختصات دو نقطه $(5, 3)$ و $(2, 1)$ را در تابع $f \circ g \circ f$

$$f(g(f(5))) = 3 \xrightarrow{f(5)=1} f(g(1)) = 3$$

$$\xrightarrow{f(-2)=3} g(1) = -3 \xrightarrow{(b, -3) \in g} b = 1$$

$$f(g(f(2))) = 1 \xrightarrow{f(2)=2} f(g(2)) = 1$$

$$\xrightarrow{f(5)=1} g(2) = 5 \xrightarrow{(a, 5) \in g} a = 2$$

$$a + b + c = 2 + 1 - 10 = -7$$

در نتیجه داریم:

(مسابان ۱- صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)



گزینه «۱» - ۶

(افسان سیفی سلسله)

تابع f اکیداً یکنواست و چون $f(2) < f(1)$ است، تابع اکیداً نزولی است. حال باید نامعادله $f(f(x)) < 3$ را حل کنیم. چون $f(1) = 3$ است، پس نامعادله به صورت $f(f(x)) < f(1)$ تغییر می‌کند و چون تابع f اکیداً نزولی است داریم:

$$f(x) > 1 \xrightarrow{f(2)=1} f(x) > f(2) \xrightarrow{f \text{ اکیداً نزولی}} x < 2$$

(مسایان ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

گزینه «۲» - ۷

(محمدابراهیم توزنده‌بانی)

با توجه به حضور زوج‌های مرتب $(4, a)$ و $(6, 7)$ این نتیجه حاصل می‌شود که $a < 7$ است. همچنین با توجه به زوج‌های مرتب $(a, 5)$ و $(6, 7)$ نتیجه می‌گیریم که $a < 6$ است. حال در دو حالت زیر وضعیت تابع را بررسی می‌کنیم:

$$\text{الف) } a < 4: r = \{(a, 5), (4, a), (6, 7)\}$$

که این تابع با شرط $a < 4$ غیر یکنواست.

$$\text{ب) } 4 < a < 6: r = \{(4, a), (a, 5), (6, 7)\}$$

که برای اکیداً صعودی بودن تابع لازم است که $a < 5$ باشد.

$$\Rightarrow 4 < a < 5 \Rightarrow [a] = 4$$

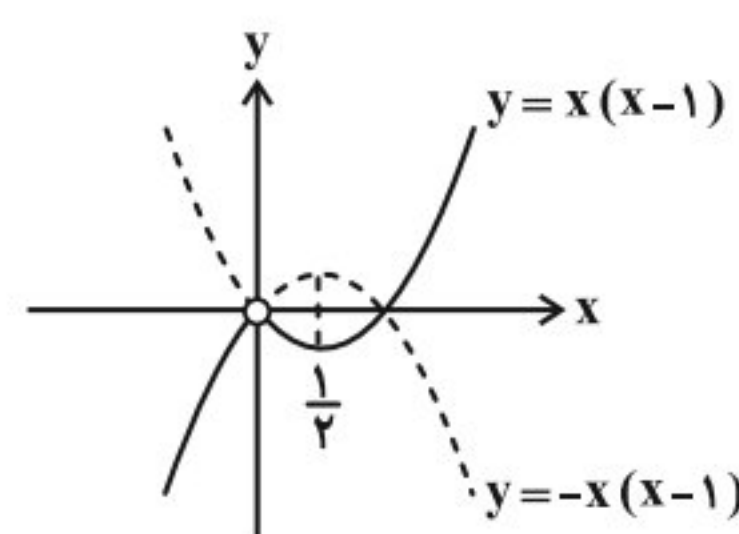
(مسایان ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

گزینه «۳» - ۸

(شیوا امین)

ابتدا $\frac{f}{g}$ را تشکیل می‌دهیم:

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{x^2 - x^2}{\sqrt{x^2}} = \frac{x^2(x-1)}{|x|} = \begin{cases} x(x-1) & ; x > 0 \\ -x(x-1) & ; x < 0 \end{cases}$$

نمودار $\frac{f}{g}$ را رسم می‌کنیم.این تابع روی بازه $(0, \frac{1}{2})$ و هر زیرمجموعه از آن نزولی است.

(مسایان ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

گزینه «۳» - ۹

(لاظم ابلالی)

ضابطه تابع f را می‌توانیم به صورت یک تابع دو ضابطه‌ای به صورت زیر بنویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} (1-m)x+m & ; x \leq 1 \\ (1+m)x-m & ; x \geq 1 \end{cases}$$

و در نتیجه ضابطه‌های تابع $g \circ f$ به صورت زیر است:

$$(g \circ f)(x) = \begin{cases} (\frac{1}{2})^{(1-m)x+m} & ; x \leq 1 \\ (\frac{1}{2})^{(1+m)x-m} & ; x \geq 1 \end{cases}$$

تابع $g \circ f$ در $\mathbb{R}$ پیوسته است، پس برای اکیداً یکنوایی آن کافی است

$$y = (\frac{1}{2})^{(1+m)x-m} \text{ و } y = (\frac{1}{2})^{(1-m)x+m}$$

مثل هم باشد.

در نتیجه $1-m$ و $1+m$ باید هم‌علامت باشند.

$$\Rightarrow (1-m)(1+m) > 0 \Rightarrow (m-1)(m+1) < 0 \Rightarrow -1 < m < 1$$

(مسایان ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

گزینه «۲» - ۱۰

(علی آزاد)

برای رسم نمودار تابع f از روی نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ به گونه زیر عمل می‌کنیم:
- ابتدا ۲ واحد به چپ انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع $y = \sqrt{x+2}$ به دست آید.

- سپس طول نقاط را بر $m-2$ تقسیم و عرض نقاط را در $4-m$ ضرب می‌کنیم تا نمودار تابع f به دست آید.

چون تابع $y = \sqrt{x+2}$ اکیداً صعودی است، برای این که تابع f هم اکیداً صعودی شود، کافی است علامت‌های $m-2$ و $4-m$ مثل هم باشند.

$$\Rightarrow (m-2)(4-m) > 0 \Rightarrow (m-2)(m-4) < 0 \Rightarrow 2 < m < 4$$

این بازه شامل فقط یک عدد صحیح است.

(مسایان ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

گزینه «۳» - ۱۱

(لاظم ابلالی)

تابع $y = 2\sqrt[3]{13x+14}$ در دامنه‌اش یک به یک است. پس برای این که تابع f در $\mathbb{R}$ یک به یک باشد، لازم است مقادیر دو تابع $y = ax+b$ و $y = 2\sqrt[3]{13x+14}$ در $x = \pm 1$ به حالت‌های زیر با هم برابر باشند:

$$\text{الف) } \begin{cases} a(1) + b = 2\sqrt[3]{13(1)+14} \Rightarrow a + b = 6 \\ a(-1) + b = 2\sqrt[3]{13(-1)+14} \Rightarrow -a + b = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = 4, a = 2 \Rightarrow \frac{b}{a} = 2$$



(لاطم ابلالی)

گزینه «۱» - ۱۴

ضابطه وارون تابع هموگرافیک $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ به صورت $y = \frac{-dx+b}{cx-a}$

است. پس در این سؤال $f^{-1}(x) = \frac{-2x-1}{x-1}$ است. حال معادله را تشکیل

می‌دهیم و حل می‌کنیم:

$$-f^{-1}(x) = \frac{x}{f(x)}$$

$$\Rightarrow \frac{2x+1}{x-1} = \frac{x}{\frac{x-1}{x+2}} \Rightarrow \left(\frac{2x+1}{x-1}\right)\left(\frac{x-1}{x+2}\right) = x$$

$$\xrightarrow{x \neq 1} \frac{2x+1}{x+2} = x \Rightarrow x^2 + 2x = 2x+1 \Rightarrow x^2 = 1$$

$$\xrightarrow{x \neq 1} x = -1$$

پس معادله مورد نظر فقط یک جواب دارد.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

(جوانبش نیکنام)

گزینه «۳» - ۱۵

ابتدا ضابطه تابع را از حالت کسری درمی‌آوریم و ساده‌تر می‌نویسیم:

$$f(x) = \frac{(x+4)(x-8)}{\sqrt{x+1}+3} \times \frac{\sqrt{x+1}-3}{\sqrt{x+1}-3} = \frac{(x+4)(x-8)(\sqrt{x+1}-3)}{x+1-9}$$

$$\Rightarrow f(x) = (x+4)(\sqrt{x+1}-3) = (x+1+3)(\sqrt{x+1}-3)$$

$$\left((\sqrt{x+1})^2 + 3\right)(\sqrt{x+1}-3) = (\sqrt{x+1})^3 - 3(\sqrt{x+1})^2 + 3\sqrt{x+1} - 9$$

$$= (\sqrt{x+1}-1)^3 - 8$$

و برای محاسبه ضابطه وارون این تابع داریم:

$$y = (\sqrt{x+1}-1)^3 - 8 \Rightarrow \sqrt{x+1}-1 = \sqrt[3]{y+8}$$

$$\Rightarrow x = (\sqrt[3]{y+8}+1)^2 - 1$$

با تعویض جای x و y ضابطه تابع f^{-1} به دست می‌آید:

$$f^{-1}(x) = (\sqrt[3]{x+8}+1)^2 - 1 \quad ; \quad x \geq -9$$

این یعنی $a=8$ ، $b=1$ و $c=-1$ و در نتیجه $a+b-c=10$ است.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۵۴ تا ۵۷)

(راور بوالحسنی)

گزینه «۳» - ۱۶

مختصات هر دو نقطه را در ضابطه مربوطه‌شان جای گذاری می‌کنیم:

$$(-3, 2) : 2 = 2f(3+2) - 5 \Rightarrow f(6) = \frac{7}{2} \quad (1)$$

$$A'(m, n) : n = 2f^{-1}(2m+1) - 3 \Rightarrow f^{-1}(2m+1) = \frac{n+3}{2}$$

$$f\left(\frac{n+3}{2}\right) = 2m+1 \quad (2) \quad \text{طبق ویژگی‌های وارون داریم:}$$

$$\begin{cases} a(1) + b = 2\sqrt[3]{13(-1)+14} \Rightarrow a+b=2 \\ a(-1) + b = 2\sqrt[3]{13(1)+14} \Rightarrow -a+b=6 \end{cases} \quad \text{ب)}$$

$$\Rightarrow b=4, \quad a=-2 \Rightarrow \frac{b}{a} = -2$$

پس $\frac{b}{a} = \pm 2$ است.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

(فامر معنوی)

گزینه «۴» - ۱۲

ابتدا تابع g^{-1} را می‌سازیم:

$$g^{-1} = \{(2, 4), (3, 2), (4, 3), (5, 1), (6, 13)\}$$

حال تساوی داده شده را می‌نویسیم:

$$(f \circ g^{-1})(5) + (f \circ g^{-1})(6) = f(g^{-1}(5)) + f(g^{-1}(6))$$

$$= f(1) + f(13) = 6 \xrightarrow{f(x) = \frac{x-a}{2}} \frac{1}{2} - a + \frac{13}{2} - a = 6$$

$$\Rightarrow 7 - 2a = 6 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

پس $f(x) = \frac{x-1}{2}$ و در نتیجه $f^{-1}(x) = 2x+1$ است. حال داریم:

$$f^{-1}(g(4a)) = f^{-1}(g(2)) = f^{-1}(3) = 7$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۵۷ تا ۷۰)

(علی آزاد)

گزینه «۲» - ۱۳

دامنه تابع f بازه $[2, +\infty)$ و دامنه تابع g بازه $(-\infty, 5]$ است. پس

دامنه تابع $f+g$ اشتراک این دو بازه یعنی بازه $[2, 5]$ خواهد بود. حال

براساس تعریف، دامنه تابع $(f+g) \circ f$ را حساب می‌کنیم:

$$D_{(f+g) \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_{f+g}\}$$

$$= \{x \geq 2 \mid 2 \leq \sqrt{x-2} \leq 5\} \quad (*)$$

نامعادله $2 \leq \sqrt{x-2} \leq 5$ را به صورت زیر حل می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 4 \leq x-2 \leq 25 \Rightarrow 6 \leq x \leq 27$$

$$\xrightarrow{(*)} D_{(f+g) \circ f} = \{x \geq 2 \mid 6 \leq x \leq 27\} = [6, 27]$$

این یعنی $a=6$ ، $b=27$ و در نتیجه $a+b=33$ است.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰)



دو تساوی (۱) و (۲) باید یکسان باشند:

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{n+3}{2} = 6 \Rightarrow n = 9 \\ 2m+1 = \frac{7}{2} \Rightarrow m = \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow 4m - n = -4$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۷- گزینه «۴»

(پویش نیلنام)

فرض می‌کنیم $g(x) = 3f(2x-1) + 1$ باشد، داریم:

$$g(1) = -5 \Rightarrow 3f(1) + 1 = -5 \Rightarrow f(1) = -2$$

$$g(-1) = 4 \Rightarrow 3f(-3) + 1 = 4 \Rightarrow f(-3) = 1$$

با توجه به تساوی‌های فوق A' و B' روی نمودار تابع

$$y = f(-kx) + k$$

$$A'(-\frac{1}{k}, k-2) \quad , \quad B'(\frac{3}{k}, k+1)$$

برای این که پاره‌خط‌های AB و $A'B'$ موازی باشند، باید شیب‌های دو

$$m_{AB} = -\frac{9}{2} \quad , \quad m_{A'B'} = \frac{3}{\frac{4}{k}} = \frac{3k}{4}$$

پاره‌خط یکسان باشند:

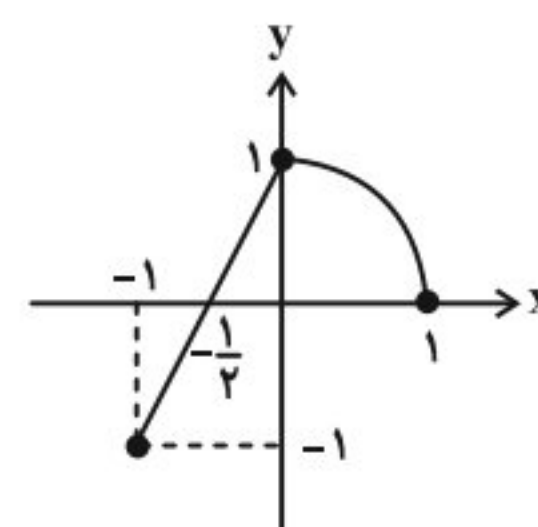
$$\xrightarrow{\text{برابری شیب‌ها}} -\frac{9}{2} = \frac{3k}{4} \Rightarrow k = -6$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۸- گزینه «۲»

(پویش نیلنام)

نمودار تابع f به صورت زیر است:



و برای تعیین وضعیت یکنوایی تابع $f \circ f$ ، لازم است که ضابطه (های) آن را به دست آوریم:

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = \begin{cases} 2f(x) + 1 & ; -1 \leq f(x) < 0 \\ \sqrt{1-f(x)} & ; 0 \leq f(x) \leq 1 \end{cases}$$

با توجه به نمودار تابع f مشخص است که در بازه $[-1, -\frac{1}{2}]$:

$$-1 \leq f(x) < 0 \quad \text{و در بازه } [-\frac{1}{2}, 1] \quad , \quad 0 \leq f(x) \leq 1 \quad \text{است.}$$

$$\Rightarrow (f \circ f)(x) = \begin{cases} 2(2x+1)+1 & ; -1 \leq x < -\frac{1}{2} \\ \sqrt{1-(2x+1)} & ; -\frac{1}{2} \leq x < 0 \\ \sqrt{1-\sqrt{1-x}} & ; 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f \circ f)(x) = \begin{cases} 4x+3 & ; -1 \leq x < -\frac{1}{2} \\ \sqrt{-2x} & ; -\frac{1}{2} \leq x \leq 0 \\ \sqrt{1-\sqrt{1-x}} & ; 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع f روی آن اکیداً نزولی است، بازه $[-\frac{1}{2}, 0]$

است. در نتیجه بیشترین مقدار $b-a$ برابر $\frac{1}{2}$ است.

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

۱۹- گزینه «۴»

(مهم‌ابراهیم توزنده‌جانی)

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 3x^2 - x - 71$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + 2x - 72$$

مختصات نقطه $(-P+4, P)$ را در این ضابطه قرار می‌دهیم:

$$f(-P+4) = (-P+4)^3 + 2(-P+4) - 72$$

$$\Rightarrow P = -P^3 + 6P^2 + 12P^2 - 48P - 2P + 8 - 72$$

$$-P^3 + 12P^2 - 50P = P \Rightarrow P^3 - 12P^2 + 51P = 0$$

$$P(P^2 - 12P + 51) = 0$$

از آنجا که Δ ی معادله $P^2 - 12P + 51 = 0$ منفی است، فقط مقدار $P = 0$ قابل قبول است.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۲۰- گزینه «۳»

(لاطم ابلالی)

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$(3x-2)^3 + \sqrt[3]{3x} = x^3 + \sqrt[3]{x+2}$$

با فرض $f(x) = x^3 + \sqrt[3]{x+2}$ معادله به صورت زیر است:

$$f(3x-2) = f(x)$$

چون توابع $y = x^3$ و $y = \sqrt[3]{x+2}$ اکیداً صعودی‌اند، تابع f هم که مجموع آن‌هاست، اکیداً صعودی است، بنابراین تابع f یک به یک است. در

$$\xrightarrow{f(3x-2)=f(x)} 3x-2 = x \Rightarrow x = 1$$

نتیجه داریم:

بنابراین معادله فقط یک جواب دارد.

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)



هندسه ۳

۲۱- گزینه «۲»

(مهرزاد ملونری)

$$[1 \ x \ -1] \begin{bmatrix} x-1 & 1-x \\ 1 & 1 \\ 3 & \frac{x}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow [2x-4 \ 1-\frac{x}{2}] \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow x(2x-4) + (1-\frac{x}{2}) \times 1 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 4x + 1 - \frac{x}{2} = 0 \Rightarrow 2x^2 - \frac{9x}{2} + 1 = 0 \Rightarrow 4x^2 - 9x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (4x-1)(x-2) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{4}, 2$$

(هندسه ۳؛ ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۲- گزینه «۱»

(آرین تفضلی‌زاده)

در تساوی داده شده $3I$ را به طرف راست منتقل کرده و سپس از ماتریس A در سمت چپ فاکتور می‌گیریم:

$$A^3 - 5A^2 + A = -3I \Rightarrow A(A^2 - 5A + I) = -3I$$

$$\xrightarrow{\times(-\frac{1}{3})} A \times (-\frac{1}{3})(A^2 - 5A + I) = I$$

می‌دانیم برای ماتریس وارون‌پذیر A ، $AA^{-1} = I$ است، پس با توجه به

$$A^{-1} = -\frac{1}{3}(A^2 - 5A + I)$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۳- گزینه «۲»

(اسحاق اسفندیار)

ابتدا ماتریس A^2 را به دست می‌آوریم:

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ -4 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ -4 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \bar{O}$$

بنابراین به ازای $A^n = \bar{O}$ ، $n \geq 2$ است و در نتیجه داریم:

$$A^{2!} = A^{3!} = \dots = A^{10!} = \bar{O} \Rightarrow A^{0!} + A^{1!} + \underbrace{A^{2!} + \dots + A^{10!}}_{\bar{O}}$$

$$= A + A = 2A$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۴- گزینه «۴»

(هومن عقیلی)

با توجه به گزینه‌ها داریم:

$$(I - 5A)^{-1} = I + mA$$

بنابراین با توجه به تعریف ماتریس وارون، می‌توان نوشت:

$$(I - 5A)(I + mA) = I \Rightarrow I + mA - 5A - 5mA \downarrow A = I$$

$$\Rightarrow I + (m - 5 - 5m)A = I \Rightarrow (-4m - 5)A = \bar{O}$$

چون ماتریس A غیر صفر است، پس ضریب A لزوماً باید صفر باشد، بنابراین:

$$-4m - 5 = 0 \Rightarrow m = -\frac{5}{4} \Rightarrow (I - 5A)^{-1} = I - \frac{5}{4}A$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۵- گزینه «۲»

(اسحاق اسفندیار)

طرفین رابطه را در ماتریس A^{-1} ضرب می‌کنیم:

$$2A^2 - 4A + 5I = \bar{O} \xrightarrow{\times A^{-1}} 2\underbrace{A^{-1}A}_I - 4\underbrace{A^{-1}A}_I + 5\underbrace{A^{-1}I}_{A^{-1}} = A^{-1} \times \bar{O}$$

$$\Rightarrow 2A - 4I + 5A^{-1} = \bar{O} \Rightarrow 5A^{-1} = -2A + 4I$$

$$\Rightarrow A^{-1} = -\frac{2}{5}A + \frac{4}{5}I \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -\frac{2}{5} \\ \beta = \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \alpha\beta = -\frac{8}{25}$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۶- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومصوب)

ماتریس مربعی A وارون‌پذیر است، هرگاه $|A| \neq 0$ باشد. در این صورت ماتریسی مانند A^{-1} وجود دارد به طوری که $AA^{-1} = A^{-1}A = I$ باشد. اگر A وارون‌پذیر باشد، آن‌گاه به ازای ماتریس‌های B و C داریم:

$$AB = AC \xrightarrow{A^{-1} \times} \underbrace{A^{-1}A}_I B = \underbrace{A^{-1}A}_I C \Rightarrow B = C$$

بنابراین در صورتی که A وارون‌پذیر باشد، قانون حذف برقرار است، یعنی از رابطه $AB = AC$ ، می‌توان نتیجه گرفت $B = C$.

در بین گزینه‌ها، تنها در گزینه «۴»، $|A| = 0$ و ماتریس A وارون‌پذیر

نیست. به عنوان مثال برای $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ و

$$C = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ داریم}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$AC = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود $AB = AC$ ، ولی $B \neq C$.

(هندسه ۳- صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۷- گزینه «۳»

(کیوان دارابی)

ابتدا وارون A را می‌یابیم:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{|A|=-1} A^{-1} = -1 \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$A(A+B)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{A^{-1} \times} \underbrace{A^{-1}A}_I (A+B)^{-1} = A^{-1} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$



$$d_{۳۳} = C \times \text{ستون سوم} = \begin{bmatrix} ۲ & ۱ & ۵ & ۰ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۳ \\ ۵ \\ ۱ \\ ۰ \end{bmatrix} = ۱۶$$

$$d_{۳۲} = C \times \text{ستون دوم} = \begin{bmatrix} -۱ & ۰ & ۱ & -۱ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -۱ \\ ۱ \\ ۰ \\ ۱ \end{bmatrix} = ۰$$

$$d_{۴۱} = C \times \text{ستون اول} = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ & ۰ & ۲ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۰ \\ ۲ \\ -۱ \\ ۱ \end{bmatrix} = ۴$$

بنابراین کمترین اختلاف دو درایه از قطر فرعی $C^۲$ برابر است با:

$$|d_{۱۴} - d_{۴۱}| = |۵ - ۴| = ۱$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۳- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

می‌دانیم هر ماتریس اسکالر از جمله ماتریس همانی (I) با هر ماتریس

هم مرتبه خود، تعویض پذیر است. حال ماتریس‌های $A^۲$ ، $A^۳$ ، $B^۲$ و

$B^۳$ را محاسبه می‌کنیم.

$$A^۲ = \begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ -۲ & ۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ -۲ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۵ & -۴ \\ -۴ & ۵ \end{bmatrix}$$

$$A^۳ = \begin{bmatrix} ۵ & -۴ \\ -۴ & ۵ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ -۲ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱۳ & -۱۴ \\ -۱۴ & ۱۳ \end{bmatrix}$$

$$B^۲ = \begin{bmatrix} -۲ & ۳ \\ -۱ & ۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -۲ & ۳ \\ -۱ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & -۳ \\ ۱ & -۲ \end{bmatrix}$$

$$B^۳ = \begin{bmatrix} ۱ & -۳ \\ ۱ & -۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -۲ & ۳ \\ -۱ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} = I$$

بنابراین ماتریس $B^۳$ با هر ماتریس هم مرتبه خود از جمله A تعویض پذیر

است، یعنی رابطه $AB^۳ = B^۳A$ برقرار است. نادرستی بقیه روابط را

خودتان بررسی کنید.

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

$$\xrightarrow{(۱)} (A+B)^{-۱} = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۲ & ۱ \\ ۱ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow ((A+B)^{-۱})^{-۱} = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix}^{-۱} = -۱ \begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ -۲ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱ & ۱ \\ ۲ & -۱ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A+B = \begin{bmatrix} -۱ & ۱ \\ ۲ & -۱ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} -۱ & ۱ \\ ۲ & -۱ \end{bmatrix} - A = \begin{bmatrix} -۱ & ۱ \\ ۲ & -۱ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} -۱ & ۰ \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix}$$

بنابراین جمع درایه‌های B برابر است با: $(-۱) + ۱ + (-۱) = -۱$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

۲۸- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومصوب)

ماتریس A اسکالر است، پس درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن صفر هستند و درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن برابر یکدیگرند.

$$\begin{cases} y^۲ - ۴ = 0 \Rightarrow (y-۲)(y+۲) = 0 \Rightarrow y = ۲, -۲ \\ ۳y^۲ + ۶y = 0 \Rightarrow ۳y(y+۲) = 0 \Rightarrow y = ۰, -۲ \end{cases} \Rightarrow y = -۲$$

$$x^۲ = ۴ - ۳x \Rightarrow x^۲ + ۳x - ۴ = 0 \Rightarrow (x+۴)(x-۱) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -۴ \\ x = ۱ \end{cases}$$

اما به ازای $x = ۱$ ، درایه‌های قطر اصلی A برابر یک می‌شوند و در نتیجه

A ماتریس همانی می‌شود، پس این مقدار طبق فرض سؤال غیرقابل قبول

است. با جای گذاری مقادیر $x = -۴$ و $y = -۲$ داریم:

$$B = \begin{bmatrix} z-۴ & -۲ \\ -۱۲ & z-۲ \end{bmatrix}$$

ماتریس B وارون پذیر نیست، پس دترمینان آن برابر صفر است:

$$|B| = 0 \Rightarrow (z-۴)(z-۲) - ۲۴ = 0 \Rightarrow z^۲ - ۶z - ۱۶ = 0$$

$$\Rightarrow (z-۸)(z+۲) = 0 \Rightarrow z = ۸, -۲$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۱۲، ۱۹، ۲۲ و ۲۳)

۲۹- گزینه «۲»

(نیما مهنرس)

$$C = \begin{bmatrix} ۰ & -۱ & ۳ & ۴ \\ ۲ & ۱ & ۵ & ۰ \\ -۱ & ۰ & ۱ & -۱ \\ ۱ & ۱ & ۰ & ۲ \end{bmatrix}$$

ماتریس C به صورت مقابل است:

با فرض $C^۲ = D$ ، درایه‌های قطر فرعی ماتریس $C^۲$ را محاسبه می‌کنیم:

$$d_{۱۴} = C \times \text{ستون چهارم} = \begin{bmatrix} ۰ & -۱ & ۳ & ۴ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۴ \\ ۰ \\ -۱ \\ ۲ \end{bmatrix} = ۵$$



ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۳»

(آرین تفضلی زاده)

مقادیر گزینه‌ها را در n جای گذاری می‌کنیم و بررسی می‌کنیم که آیا گزاره صحیح است یا خیر.

$$\begin{aligned} n=5 &\Rightarrow 2^n = 2^5 = 32 \Rightarrow 32 = 7 \times 4 + 4 \\ &\Rightarrow R = 4 = 2^2 \\ n=6 &\Rightarrow 2^n = 2^6 = 64 \Rightarrow 64 = 7 \times 9 + 1 \\ &\Rightarrow R = 1 = 1^2 \\ n=7 &\Rightarrow 2^n = 2^7 = 128 \Rightarrow 128 = 7 \times 18 + 2 \\ &\Rightarrow R = 2 \Rightarrow \text{مربع کامل نمی‌باشد.} \\ n=8 &\Rightarrow 2^n = 2^8 = 256 \Rightarrow 256 = 7 \times 36 + 4 \\ &\Rightarrow R = 4 = 2^2 \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲ و ۳)

۳۲- گزینه «۴»

(نیما مهندس)

گزینه «۴» نادرست است، زیرا دارای مثال نقض است:

$$\begin{aligned} \alpha &= \sqrt{2} + 1 \\ \beta &= -\sqrt{2} + 1 \\ \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} &= \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = \frac{2}{-1} = -2 \end{aligned}$$

بررسی درستی سایر گزینه‌ها:

(۱) چون $p \mid p$ و $p \mid a-p$ ، نتیجه می‌گیریم $p \mid a$. این گزاره دقیقاً بخش دوم کار در کلاس صفحه ۱۴ کتاب درسی است.

(۲) عدد $101!$ بر تمامی اعداد ۲ تا 101 بخش پذیر است و از این رو جمع $101!$ با هر یک از اعداد ۲ تا 101 نیز بر خود آن عدد بخش پذیر است. بنابراین اعداد $101!+2, 101!+3, \dots, 101!+101$ صد عدد متوالی و غیراول هستند.

(۳) چون این دنباله حسابی است و این اعداد متساوی الفاصله هستند، واسطه حسابی دو عددی که نسبت به جمله وسطی فاصله یکسانی دارند (یکی قبل و یکی بعد) همان عدد وسط است. با استفاده از این استدلال می‌توان درستی گزینه «۳» را اثبات کرد.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲، ۳ و ۹ تا ۱۲)

۳۳- گزینه «۲»

(نیلوفر مهری)

الف) اگر اعداد صحیح متوالی برابر n و $n+1$ باشند، داریم:

$$\begin{aligned} (n+1)^3 - n^3 &= (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3 \\ &= 3n^2 + 3n + 1 = 3n(n+1) + 1 \end{aligned}$$

عبارت $n(n+1)$ چون حاصل ضرب دو عدد صحیح متوالی است، عددی زوج می‌باشد.

$$\begin{aligned} 3n(n+1) + 1 &\xrightarrow{n(n+1)=2q} 3(2q) + 1 = 6q + 1 \\ &\xrightarrow{3q=q'} 2(3q) + 1 = 2q' + 1 \end{aligned}$$

 $2q' + 1$ عددی فرد است، پس این گزاره صحیح است.

(ب) این گزاره نادرست است و مثال نقض دارد:

$$a=1, b=4 \Rightarrow \underbrace{\sqrt{1 \times 4}}_2 < \underbrace{\frac{1+4}{2}}_{\frac{5}{2}}$$

(پ) می‌دانیم مربع هر عدد فرد به شکل $8q+1$ است، برای اعداد صحیح و فرد a و b داریم:

$$\begin{cases} a^2 = (2k+1)^2 \Rightarrow 4k^2 + 4k + 1 = 4k(k+1) + 1 = 8k' + 1 \\ b^2 = (2q+1)^2 \Rightarrow 4q^2 + 4q + 1 = 4q(q+1) + 1 = 8q' + 1 \end{cases}$$

$$a^2 - b^2 = (8k' + 1) - (8q' + 1) = 8k' - 8q' = 8(k' - q')$$

عبارت $8(k' - q')$ مضرب ۸ است و این گزاره درست است.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲، ۳ و ۷)

۳۴- گزینه «۳»

(نیلوفر مهری)

طبق روابط بازگشتی داریم:

$$\begin{aligned} 5x^2 + 13xy^2 &\geq 2(-x + 5y - 2) + 3xy \\ \Leftrightarrow 5x^2 + 13xy^2 &\geq -2x + 10y - 4 + 3xy \\ \Leftrightarrow 5x^2 + 13xy^2 + 2x - 10y - 3xy + 4 &\geq 0 \end{aligned}$$

(طرفین نامعادله را در ۲ ضرب می‌کنیم.)

$$\begin{aligned} \xrightarrow{\times 2} 10x^2 + 26xy^2 + 4x - 20y - 6xy + 8 &\geq 0 \\ \Leftrightarrow (x^2 + 4x + 4) + (y^2 - 6xy + 9x^2) + (25y^2 - 20y + 4) &\geq 0 \\ \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-3x)^2 + (5y-2)^2 &\geq 0 \quad (*) \end{aligned}$$

عبارت (*) حاصل جمع چند مربع کامل است و می‌دانیم که اعداد مربع کامل اعدادی بزرگ‌تر مساوی صفر می‌باشند. پس مجموع چند مربع کامل هم بزرگ‌تر مساوی صفر می‌باشد و عبارت (*) همواره درست است و از آنجا که تمامی عبارات با همدیگر هم‌ارز هستند، نامساوی اولیه و عبارت (*) هم‌ارز هستند.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۶ تا ۸)

۳۵- گزینه «۲»

(نیما مهندس)

$$n^2 + 6 \mid \Delta n \xrightarrow{\times n} n^2 + 6 \mid \Delta n^2 \quad (1)$$

طبق فرض می‌دانیم که:

از طرفی می‌دانیم که $n^2 + 6 \mid n^2 + 6$ و در نتیجه:

$$n^2 + 6 \mid n^2 + 6 \xrightarrow{\times 5} n^2 + 6 \mid \Delta n^2 + 30 \quad (2)$$

از تفاضل عبارت‌های ۱ و ۲ درمی‌یابیم که $n^2 + 6 \mid 30$. از آنجا که n عددی طبیعی است و $n > 0$ ، لذا می‌توان گفت که $n^2 + 6 > 6$ است. حال مقادیری را که $n^2 + 6$ می‌تواند اختیار کند را بررسی می‌کنیم:

$$n^2 + 6 = 10 \Rightarrow n^2 = 4 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 2 \Rightarrow 2^2 + 6 \mid 5 \times 2 \quad \checkmark$$

$$n^2 + 6 = 15 \Rightarrow n^2 = 9 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 3 \Rightarrow 3^2 + 6 \mid 5 \times 3 \quad \checkmark$$

* مقداری طبیعی برای n یافت نمی‌شود $\Rightarrow n^2 = 24 \Rightarrow n^2 + 6 = 30$ در مجموع ۲ مقدار طبیعی برای n وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۹ تا ۱۲)