konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

دفترچهٔ سؤال

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آزمون تابستان «۳۱ مرداد ۱۴۰۵»

دفترچهٔ اول اختصاصی دوازدهم ریاضی

(ریاضیات)

مدت زمان کل پاسخ‌گویی سوالات: ۱۱۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۸۰ سؤال

(۳۰ سوال اجباری+۵۰ سوال اختیاری)

	نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخگویی
اجباری	حسابان ۱	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
اختیاری	ریاضی ۱	۱۰	۱۱-۲۰	۱۲'
اختیاری	حسابان ۲	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
اجباری	هندسه ۲	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
اختیاری	هندسه ۱	۱۰	۴۱-۵۰	۱۳'
اختیاری	هندسه ۳	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵'
اجباری	آمارواحتمال	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵'
اختیاری	ریاضیات گسسته	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
جمع کل		۸۰	۱-۸۰	۱۱۵'

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	ریاضی‌پایه و حسابان ۲	محمدمصطفی ابراهیمی-کاظم اجلالی-سعید اکبرزاده-امیرمحمد باقری‌نصرآبادی-مسعود برملا-شاهین پروازی سهیل حسن‌خان‌پور-عادل حسینی-افشین خاصه‌خان-طاهر دادستانی-علی ساوجی-یاسین سپهر-رضا سیدنجفی علی شهرابی-جمشید عباسی-علی کردی-افشین گلستانی-سیدسپهر متولیان-مجتبی مجاهدی-امیر محمودیان-لیلا مرادی مهرداد ملوندی-حمیدرضا نوشکاران-جهانبخش نیکنام
	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-حنانه اتفاقی-اسحاق اسفندیار-معصومه اکبری‌صحت-علی ایمانی-محبوبه بهادری-محسن بهرام‌پور فرزاد جوادی-جواد حاتمی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-کیوان دارابی-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-رضا سیدنجفی محمد صحت‌کار-شایان عباچی-هومن عقیلی-فرشاد فرامرزی-احمدرضا فلاح-مرتضی فهیم‌علوی-سیدسروش کریمی‌مداحی امیر مالمیر-امیرحسین ملازینل-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی-امیر وفائی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی‌پایه و حسابان ۲	هندسه	آمارو احتمال و ریاضیات گسسته
گزینشگر	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	امیرحسین ملازینل
گروه ویراستاری	سینا صالحی آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	امیرحسین ملازینل
مستند سازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی
ویراستاران (مستندسازی)	معصومه صنعت‌کار-امیرمحمد علیپور-مهسا محمدنیا-فرشته کمبرانی		

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: علیرضا همایون‌خواه
حروف‌نگار	فرزانه فتح الهزاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

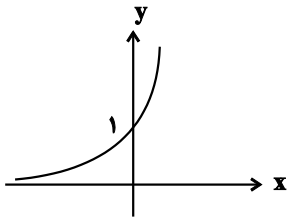
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

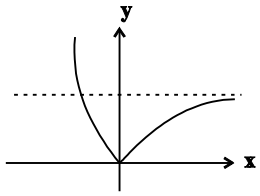
konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

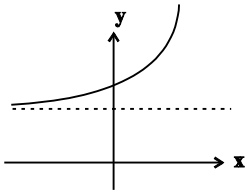
حسابان ۱: توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۱ تا ۹۰ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

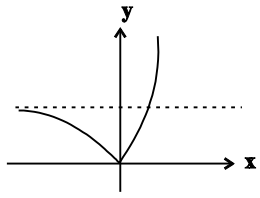
پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اجباری است.

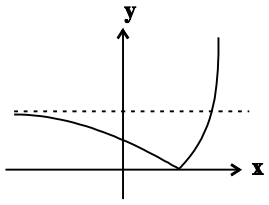
۱- اگر نمودار تابع نمایی $y=(3m-2)^x$ به‌صورت مقابل باشد، نمودار تابع $f(x)=|1-m^x|$ کدام است؟



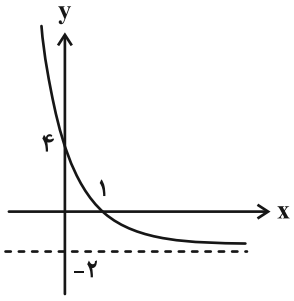
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۲- اگر نمودار تابع $y=a(b)^x+c$ به‌صورت زیر باشد، حاصل $\frac{ac}{b}$ کدام است؟



۱) ۱-

۲) ۱۲-

۳) ۳۶-

۴) ۹۶-

۳- نیمه‌عمر یک نوع ماده هسته‌ای ۱۸ سال است. اگر جرم نمونه‌ای از این ماده ۱۰۰ میلی‌گرم باشد، پس از چند سال ۸۷/۵ میلی‌گرم از آن به انرژی تبدیل می‌شود؟

۱) ۵۴ ۲) ۳۶ ۳) ۱۸ ۴) ۶

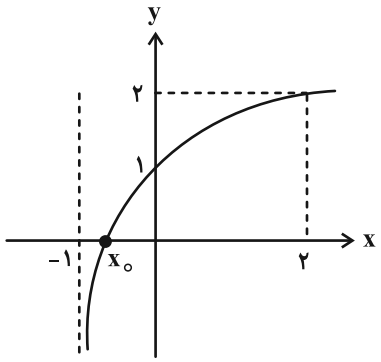
۴- تابع $f(x)=\log_{a+1}^{(3x+2b)}$ فقط به‌ازای $x\in(2,+\infty)$ تعریف شده است. اگر $f(11)=3$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) ۱- ۲) ۵- ۳) ۱ ۴) ۵

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۵- نمودار تابع $f(x)=\log_c(ax+b)$ در شکل زیر رسم شده‌است. مقدار x_0 کدام است؟



۱) $-\frac{۱}{۳}$

۲) $-\frac{۱}{۲}$

۳) $-\frac{۲}{۳}$

۴) $-\frac{۳}{۴}$

۶- در دستگاه تصفیهٔ آب، لایه‌ای نازک از فیلتر داریم که ۲ درصد از ناخالصی‌ها را حذف می‌کند. حداقل چند لایه را پشت هم قرار دهیم تا آب حداقل ۳۰ درصد خالص شود؟ $(\log ۲ \simeq ۰/۳۰۱ \ , \ \log ۷ \simeq ۰/۸۴۵)$

۱) ۱۷

۲) ۱۸

۳) ۱۹

۴) ۲۰

۷- اگر $\log_{۲}^{۳}=a$ باشد، حاصل $\log_{۱۲}^{۳۶}$ کدام است؟

۱) $\frac{۲+۲a}{۱+۲a}$

۲) $\frac{۲+۲a}{۲+a}$

۳) $\frac{۲}{۱+۲a}$

۴) $\frac{a}{a+۲}$

۸- اگر a و b ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم $\frac{۱}{۵}x^{۲}-۴x+۱۵=۰$ باشند، حاصل $\log(۳a+۵)+\log(۳b+۵)$ کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۹- جزء صحیح جواب بزرگ‌تر معادلهٔ $\log(۲^{x}-۱)+۳=\log ۸^{x}+۵\log ۲$ کدام است؟

۱) ۱-

۲) صفر

۳) ۱

۴) ۲

۱۰- اختلاف جواب‌های معادلهٔ $\log_{۲}^{(۲x+۱)}-\log_{(۲x+۱)}^{۸}=۲$ کدام است؟

۱) ۴

۲) $\frac{۱۵}{۴}$

۳) ۳

۴) $\frac{۱۱}{۴}$

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

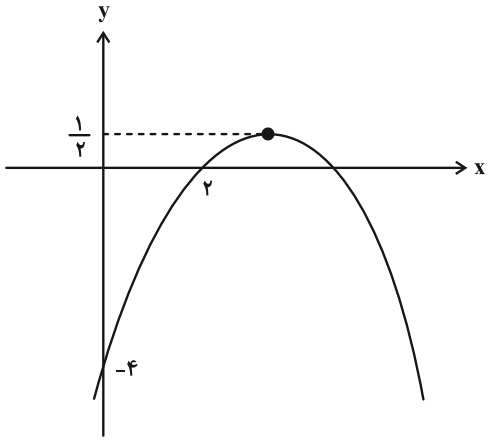
ریاضی ۱: معادله‌ها و نامعادله‌ها + تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۱۰۸ | وقت پیشنهادی: **۱۲ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۱- چند مربع وجود دارد که اندازهٔ مساحت از اندازهٔ محیط آن، ۳ واحد کمتر باشد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۲- نمودار زیر مربوط به سهمی $y = ax^2 + bx + c$ است. مقدار b کدام است؟



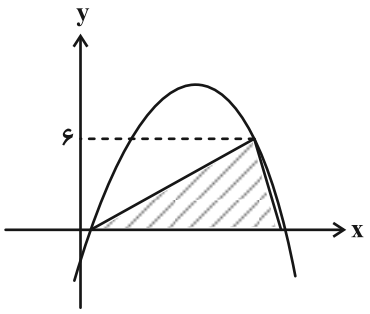
۱) ۶

۲) ۵

۳) ۴

۴) ۳

۱۳- نمودار سهمی $y = ax^2 + 10x + c$ با شرط $ac = 8$، در شکل زیر رسم شده‌است. اگر مساحت مثلث هاشورخورده برابر با $6\sqrt{17}$ باشد، مقدار $a + c$ کدام است؟



۱) ۹-

۲) ۸-

۳) ۶-

۴) ۵-

۱۴- جدول تعیین علامت عبارت $p(x) = \dfrac{x^2 - ax + b}{ax - b}$ به صورت زیر است. مقدار $p(2c)$ کدام است؟

x		۱		c	
p(x)	−		+		+

۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{1}{3}$

۳) ۱ ۴) ۲

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۱۵- جمع بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مقادیر x که در نامعادلهٔ $\left|x^{۲}-۴x\right| \leq ۲$ صدق می‌کنند، کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۲}$ ۲) ۴ ۳) $۲\sqrt{۶}$ ۴) $\sqrt{۶}-\sqrt{۲}$

۱۶- چند عدد طبیعی در مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ $۳x-|۲x-۱| \geq ۵$ قرار نمی‌گیرد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۷- رابطهٔ $f=\{(x+۲,x^{۳}),(-x,x^{۲}),(x+۲,x^{۲}+۲x),(۲-۲x,x)\}$ به ازای چند مقدار x تابع است؟

۱) هیچ مقدار ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۸- تابع $f(x)=\begin{cases} mx-x^{۲} & ;x \leq ۲ \\ x^{۳}-\frac{m}{۲}x & ;x \geq ۲ \end{cases}$ مفروض است. مقدار $f(۲-\sqrt{۳})$ کدام است؟

۱) ۱- ۲) ۳- ۳) ۱ ۴) ۳

۱۹- تابع ناتهی f را از مجموعهٔ A به $B=\{۱,۵,۱۰\}$ با نمایش جبری $f(x)=x^{۲}-۲x+۲$، تعریف می‌کنیم. چند مجموعه برای A می‌توانیم پیدا کنیم؟

۱) ۱۲۷ ۲) ۶۳ ۳) ۳۱ ۴) ۱۵

۲۰- برای تابع خطی f، رابطهٔ $f(x-۲)+f(x+۱)=۴x-۸$ برقرار است، مقدار $f(۲)$ کدام است؟

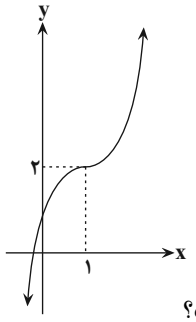
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

حسابان ۲: تابع: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۲ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اختیاری است.



۲۱- نمودار تابع با ضابطهٔ $y=(x+a)^{۳}-b$ به‌صورت روبه‌رو است. حاصل $a.b$ کدام است؟

۱) ۲
۲) ۲-
۳) ۳
۴) ۳-

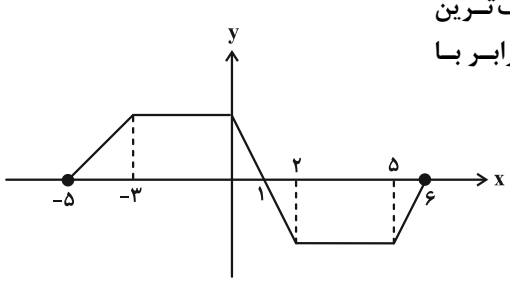
۲۲- تابع f نزولی و همواره مثبت و تابع g نزولی و همواره منفی است. وضعیت یکنوایی تابع $\frac{۱}{f}-g$ کدام است؟

۱) صعودی ۲) نزولی ۳) غیریکنوا ۴) نامشخص

۲۳- اگر $f(x)=۱-x^{۳}$ و $g(x)=-۳x(x-۱)$ باشد، تابع $|f-g|$ روی کدام بازه یکنوا است؟

۱) $\mathbb{R}$ ۲) $(۰,۲)$ ۳) $[۱,+\infty)$ ۴) $\mathbb{R}-[۰,۱]$

۲۴- شکل زیر نمودار تابع f را نشان می‌دهد. اگر a و b به ترتیب طول بزرگ‌ترین بازه‌هایی باشند که تابع در آن‌ها صعودی و نزولی است، حاصل $|a-b|$ برابر با کدام است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۲۵- تابع $f(x)=\sqrt{x-۲}-\sqrt{۶-x}$ مفروض است. مجموع اعداد صحیحی که در نامعادلهٔ $f(f(x)+۴)\le ۰$ صدق می‌کنند، کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۹ ۳) ۱۴ ۴) ۲۰

۲۶- اگر تابع پیوستهٔ $y=f(x)$ با دامنهٔ $\mathbb{R}$ اکیداً نزولی باشد و داشته باشیم: $f(۳)=۰$؛ دامنهٔ $g(x)=\sqrt[۴]{(x-۳)^{۲}f(۲-x)}$ کدام است؟

۱) $(-۱,+\infty)$ ۲) $[۳,+\infty)$ ۳) $(۳,+\infty)$ ۴) $[-۱,+\infty)$

۲۷- اگر مجموعه جواب نامعادلهٔ $(\sqrt{۲}+۱)^{x^{۲}-۳x+۲}<۳+۲\sqrt{۲}$ به‌صورت بازهٔ (a,b) باشد، حاصل $۲b-۳a$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) صفر

۲۸- اگر چندجمله‌ای $p(x+۲)$ بر $x-۳$ بخش‌پذیر باشد، چندجمله‌ای $p(۱-۲x)$ بر کدام چندجمله‌ای الزاماً بخش‌پذیر است؟

۱) $x+۱$ ۲) $۳-۲x$ ۳) $۵-۲x$ ۴) $x+۲$

۲۹- اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x+۴$ برابر با ۲ باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $x^{۳}p(۲x)-۴x$ بر $x+۲$ کدام است؟

۱) ۲- ۲) ۴- ۳) ۶- ۴) ۸-

۳۰- باقیماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x^{۲}+۴x-۵$، برابر با $x-۶$ است. باقیمانده تقسیم $f(f(x))$ بر $x-۱$ کدام است؟

۱) ۱- ۲) ۵ ۳) ۴- ۴) ۱۱-

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

هندسه ۲ : تبدیل‌های هندسی و کاربردها (تا انتهای دوران): صفحه‌های ۳۱ تا ۴۳ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- کدام یک از توابع زیر در صفحهٔ شامل محورهای مختصات، یک تبدیل نیست؟

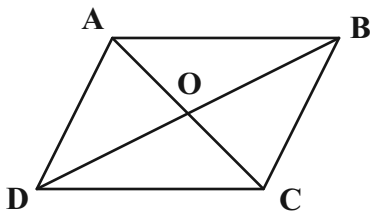
۱) تابعی که هر نقطه را بر روی قرینهٔ آن نسبت به محور yها تصویر می‌کند.

۲) تابعی که هر نقطه را ۲ واحد در راستای افقی به طرف چپ منتقل می‌کند.

۳) تابعی که هر نقطه را بر روی قرینهٔ آن نقطه نسبت به مبدأ مختصات تصویر می‌کند.

۴) تابعی که هر نقطه را بر روی پای عمود رسم شده از آن نقطه بر محور xها تصویر می‌کند.

۳۲- متوازی‌الاضلاع ABCD در شکل زیر را ابتدا با بردار $\overrightarrow{AO}$ و سپس با بردار $\overrightarrow{BO}$ منتقل می‌کنیم تا چهارضلعی $A'B'C'D'$ حاصل شود. چهارضلعی $A'B'C'D'$ با انتقال با کدام یک از بردارهای زیر بر چهارضلعی ABCD منطبق می‌شود؟



۱) $\overrightarrow{CD}$

۲) $\overrightarrow{BD}$

۳) $\overrightarrow{CB}$

۴) $\overrightarrow{CA}$

۳۳- دایرهٔ $C'(O',R')$ انتقال یافتهٔ دایرهٔ $C(O,۲)$ با بردار $\vec{v}$ به طول ۵ است. وضعیت نسبی این دو دایره کدام است؟

۱) مماس خارج ۲) متخارج ۳) متقاطع ۴) نامعلوم

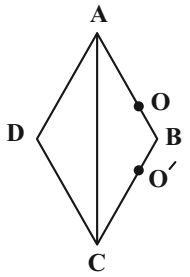
۳۴- مستطیل ABCD به طول اضلاع $AB = ۱/۵$ و $BC = ۴$ مفروض است. در انتقال‌های $T_۱$ و $T_۲$، به ترتیب با بردارهای $\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{BC}$، اگر $T_۲(T_۱(A)) = A'$ باشد، طول پاره‌خط $A'B$ چقدر است؟

۱) $۲\sqrt{۱۰}$ ۲) ۶ ۳) $\frac{\sqrt{۷۳}}{۲}$ ۴) ۵

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۳۵- لوزی ABCD به طول ضلع ۱۰ و قطر بزرگ ۱۶ را نسبت به خط گذرنده از نقاط O و O'، بازتاب می‌دهیم. اگر $OB = O'B = ۳$ باشد، مساحت ناحیهٔ مشترک بین لوزی ABCD و بازتاب یافتهٔ آن کدام است؟



۱) ۸/۶۴

۲) ۷/۶۸

۳) ۶/۴۸

۴) ۵/۴۴

۳۶- مساحت ذوزنقهٔ ABCD برابر ۵۶ و طول قاعده‌های آن $AB = ۷$ و $CD = ۹$ است. نیمسازهای دو زاویهٔ A و B، یکدیگر را در نقطهٔ M درون ذوزنقه قطع می‌کنند. اگر M' بازتاب M نسبت به AB و M'' بازتاب M' نسبت به CD باشد، طول پاره‌خط MM'' کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۴ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

۳۷- نقطهٔ O مرکز دایرهٔ محاطی داخلی مثلث متساوی‌الاضلاع ABC را نسبت به خط شامل AB بازتاب داده و O' می‌نامیم. سپس O' را نسبت به خط شامل BC بازتاب داده و O'' می‌نامیم. طول پاره‌خط OO'' چند برابر طول ضلع مثلث است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۳۸- مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC $(\hat{A} = ۹۰^\circ)$ را که در آن طول اضلاع قائمه برابر ۳ و ۱ است، به مرکز C و به اندازهٔ ۹۰° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌دهیم. اگر B' تصویر نقطهٔ B در این دوران باشد، طول BB' کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۵}$ ۲) $۵\sqrt{۲}$ ۳) $۲\sqrt{۱۰}$ ۴) ۵

۳۹- کدام یک از چندضلعی‌های زیر با دوران ۱۲۰° حول مرکز تقارن آن، بر خودش منطبق می‌شود؟

۱) مربع ۲) شش ضلعی منتظم

۳) هشت ضلعی منتظم ۴) ده ضلعی منتظم

۴۰- نقاط $A(-۲,\sqrt{۲})$ و $B(۱,-۱)$ در صفحه مفروض‌اند. نقطهٔ B را با برداری موازی نیمساز ربع اول به نقطهٔ B' انتقال داده‌ایم. اگر B' دوران یافتهٔ نقطهٔ A به مرکز مبدأ مختصات و زاویهٔ θ باشد، طول بردار انتقال کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $۲\sqrt{۲}$

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

هندسه ۱ : قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن + چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۴۵ تا ۶۴ | وقت پیشنهادی: **۱۳ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اختیاری است.

۴۱- مساحت یک شش ضلعی منتظم $\frac{۹}{۱۶}$ مساحت شش ضلعی منتظم دیگری است. اگر محیط شش ضلعی بزرگ‌تر برابر ۴۵ باشد، محیط شش‌ضلعی دیگر کدام است؟

۱) ۳۰ ۲) ۳۲/۲۵ ۳) ۳۳ ۴) ۳۳/۷۵

۴۲- مثلث ABC به اضلاع ۱۰، ۱۳ و ۱۳ با مثلث $A'B'C'$ متشابه است. اگر محیط مثلث $A'B'C'$ برابر ۴۸ باشد، اندازهٔ بلندترین ارتفاع آن کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۸ ۳) ۲۰ ۴) ۲۱

۴۳- مثلثی به طول اضلاع ۴، ۸ و $۴\sqrt{۳}$ با مثلثی که طول یکی از اضلاع آن $۳\sqrt{۳}$ است، متشابه می‌باشد. بیشترین مقدار برای مساحت مثلث دوم کدام است؟

۱) $۱۲/۵\sqrt{۳}$ ۲) $۱۳/۵\sqrt{۳}$ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

۴۴- مجموع تعداد قطرهای سه رأس دوبه‌دو غیرمجاور در یک n ضلعی محدب برابر ۱۵ است. با رسم قطرهای گذرنده از یک رأس این n ضلعی، سطح آن به چند مثلث متمایز تقسیم می‌شود؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

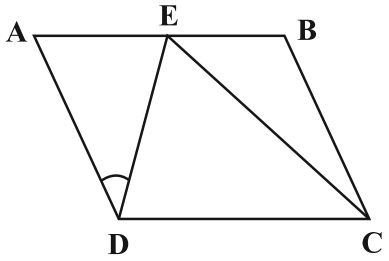
۴۵- در متوازی‌الاضلاع $ABCD$، نقطهٔ O محل تلاقی قطرها است. اگر محیط متوازی‌الاضلاع و مثلث‌های OAB و OBC، به ترتیب ۲۴، ۱۶ و ۱۴ باشند، مجموع اندازه‌های دو قطر متوازی‌الاضلاع کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۴ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۴۶- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، $CE = CD$ ، $BE = AD$ و $A\hat{D}E = ۳۰^\circ$ است. اندازهٔ زاویهٔ A چند درجه است؟



۱) ۸۰

۲) ۷۵

۳) ۷۰

۴) ۶۵

۴۷- در ذوزنقه‌ای با قاعده‌های به طول ۴ و ۹ و ساق‌های به طول ۳ و ۴، اندازهٔ پاره‌خطی که وسط‌های دو قاعدهٔ ذوزنقه را به هم وصل می‌کند، چقدر است؟

۱) ۳/۵ ۲) ۳ ۳) ۲/۵ ۴) ۲

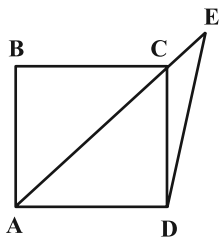
۴۸- در ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین $ABCD$ ، $AB = ۶$ و $CD = ۱۲$ دو قاعدهٔ ذوزنقه هستند و قطر BD نیمساز زاویهٔ D است. طول قطر BD چقدر است؟

۱) $۱۰\sqrt{۲}$ ۲) $۴\sqrt{۵}$ ۳) $۸\sqrt{۲}$ ۴) $۶\sqrt{۳}$

۴۹- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یک زاویهٔ حادهٔ آن برابر ۶۷/۵ درجه و طول وتر آن برابر ۴ است، طول ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۲) $\sqrt{۳}$ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۵۰- در شکل زیر $ABCD$ مربع، $C\hat{D}E = ۱۵^\circ$ و $AB = ۴$ است. طول DE کدام است؟



۱) ۴

۲) $۲\sqrt{۲}$

۳) $۴\sqrt{۲}$

۴) ۶

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها (تا انتهای وارون ماتریس‌ها): صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳ — وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اختیاری است.

۵۱- اگر A یک ماتریس ۲×۲ و $B=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$ باشد، آن‌گاه کدام یک از روابط زیر لزوماً درست نیست؟

۱) $A\times B=B\times A$ ۲) $B^2\times A=I$ ۳) $A\times B^2=B^2\times A$ ۴) $A\times B^2=A$

۵۲- اگر $A=\begin{bmatrix}1&-2&3\\-1&1&2\\2&0&-1\end{bmatrix}$ باشد، آن‌گاه درایهٔ سطر دوم و ستون سوم ماتریس A^3 کدام است؟

۱) ۱۳ ۲) ۱۵ ۳) ۱۷ ۴) ۱۹

۵۳- اگر A یک ماتریس مربعی و $A^3=\bar{O}$ باشد، حاصل عبارت $(A^2+5A+2I)(2A^2-A+I)$ برابر کدام است؟

۱) $3A+2I$ ۲) $2A^2+3A+2I$ ۳) $7A+2I$ ۴) $-2A^2+7A+2I$

۵۴- اگر $A^2=\begin{bmatrix}11&8\\20&19\end{bmatrix}$، $B^2=\begin{bmatrix}5&-4\\-1&4\end{bmatrix}$ و $A-B=\begin{bmatrix}2&-2\\4&3\end{bmatrix}$ باشند، آن‌گاه حاصل $AB+BA$ کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix}20&12\\1&24\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}20&24\\-1&14\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}20&14\\-1&22\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}20&14\\-1&24\end{bmatrix}$

۵۵- اگر $A=\begin{bmatrix}1&-2\\m&3\end{bmatrix}$ و $A^2=\begin{bmatrix}a&b\\4&c\end{bmatrix}$ باشد، حاصل $a+b+c$ کدام است؟

۱) ۲- ۲) ۱- ۳) ۱ ۴) ۲

۵۶- اگر $A=\begin{bmatrix}0&\log_2^5\\\log_5^2&0\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}0&\tan\theta\\\cot\theta&0\end{bmatrix}$ باشند، حاصل $A^{19}+B^{20}$ کدام است؟

۱) $39I$ ۲) $A+B$ ۳) $A+I$ ۴) $B+I$

۵۷- اگر $A=\begin{bmatrix}-a&a\\a&-a\end{bmatrix}$ و $A^{2n}=2^{2n-1}A$ باشد، مقدار غیرصفر a کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱- ۳) ۲ ۴) ۲-

۵۸- اگر A یک ماتریس مربعی مرتبهٔ ۲ بوده و دو ماتریس A و $3I-A$ وارون یکدیگر باشند، مجموع درایه‌های ماتریس $A+A^{-1}$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۹ ۳) ۱۸ ۴) ۳۶

۵۹- اگر $AB=\begin{bmatrix}2\\-1\end{bmatrix}$، $B=\begin{bmatrix}3\\2\end{bmatrix}$ و $A^2=3A-I$ باشد، آن‌گاه ماتریس $A^{-1}B$ کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix}5\\-1\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}-2\\6\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}7\\7\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}0\\4\end{bmatrix}$

۶۰- ماتریس $A+2I=\begin{bmatrix}|A|&|A|+2\\|A|-1&|A|+5\end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. مجموع درایه‌های وارون ماتریس A کدام است؟

۱) $-\frac{10}{9}$ ۲) $\frac{2}{9}$ ۳) $-\frac{2}{9}$ ۴) صفر

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

آمار و احتمال: احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۶۸ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اجباری است.

۶۱- ۶ کتاب درسی متمایز را در کتابخانه‌ای از چپ به راست به گونه‌ای قرار می‌دهیم که کتاب ریاضی بعد از کتاب فیزیک قرار گیرد.

با کدام احتمال، این دو کتاب کنار هم قرار گرفته‌اند؟

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۵}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۶۲- اگر گزارهٔ . . . . درست باشد، آنگاه احتمال آنکه p و q هر دو درست باشند، برابر . . . . است.

۱) $p \Rightarrow q$، $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\sim p \vee q$، $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\sim p \Leftrightarrow q$، $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\sim p \wedge q$، $\frac{۱}{۳}$

۶۳- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه باشند به طوری که $B \subseteq A$ ، $P(A)=\frac{۳}{۴}$ و $P(B)=\frac{۱}{۲}$، حاصل $\frac{P(A|B')}{P(A \cup B)}$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۹}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۶۴- احتمال آن‌که علی دوچرخه بخرد ۰/۴۵، احتمال آن که رایانه بخرد ۰/۴ و احتمال آن‌که هر دو را بخرد ۰/۱ می‌باشد. اگر علی دوچرخه نخرد، احتمال آن‌که رایانه نیز نخرد چقدر است؟

۱) $\frac{۵}{۱۱}$ ۲) $\frac{۵}{۹}$ ۳) $\frac{۵}{۸}$ ۴) $\frac{۵}{۱۴}$

۶۵- از جعبه‌ای که شامل ۵ مهرهٔ سفید و ۳ مهرهٔ سیاه است، سه مهره به صورت پی‌درپی و بدون جایگذاری بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال رنگ مهره‌های اول و سوم یکسان و با مهرهٔ دوم متفاوت است؟

۱) $\frac{۲}{۷}$ ۲) $\frac{۳}{۱۴}$ ۳) $\frac{۵}{۲۸}$ ۴) $\frac{۱۵}{۵۶}$

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۶۶- در جعبه‌ای ۳ توپ قرمز و ۶ توپ آبی وجود دارد. اگر به تصادف به طور متوالی و بدون جایگذاری، ۳ توپ از این جعبه خارج کنیم، با کدام احتمال حداقل یکی از توپ‌های انتخابی قرمز است؟

۱) $\frac{۱۶}{۲۱}$ ۲) $\frac{۷}{۱۰}$ ۳) $\frac{۲۷}{۴۰}$ ۴) $\frac{۱۷}{۲۴}$

۶۷- از یک جعبه که شامل ۳ مهرهٔ قرمز، ۳ مهرهٔ آبی و ۲ مهرهٔ سفید است، دو مهره را به تصادف و به صورت متوالی و با جای‌گذاری بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال این دو مهره همرنگ نیستند؟

۱) $\frac{۹}{۳۲}$ ۲) $\frac{۱۱}{۳۲}$ ۳) $\frac{۲۱}{۳۲}$ ۴) $\frac{۲۳}{۳۲}$

۶۸- در دو ظرف A و B به ترتیب ۸ و ۱۰ لامپ داریم که در ظرف A، ۳ لامپ معیوب و در ظرف B، ۵ لامپ معیوب است. اگر از ظرف A، ۴ لامپ و از ظرف B، ۶ لامپ به تصادف خارج کرده و در ظرف C بگذاریم و سپس از ظرف C یک لامپ را انتخاب کنیم، با کدام احتمال لامپ انتخابی سالم است؟

۱) ۰/۵۵ ۲) ۰/۵۸ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۶۴

۶۹- دو ظرف داریم که ظرف اول دارای ۳ مهرهٔ آبی و ۵ مهرهٔ قرمز و ظرف دوم دارای ۳ مهرهٔ آبی و ۲ مهرهٔ قرمز است. یک مهره از ظرف اول به تصادف برداشته و در ظرف دوم قرار می‌دهیم و سپس از ظرف دوم، یک مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر مهرهٔ خارج شده از ظرف دوم آبی باشند، با کدام احتمال مهرهٔ خارج شده از ظرف اول نیز آبی بوده است؟

۱) $\frac{۴}{۱۵}$ ۲) $\frac{۶}{۱۵}$ ۳) $\frac{۱۲}{۲۷}$ ۴) $\frac{۱۵}{۲۷}$

۷۰- اگر A و B دو پیشامد مستقل از یکدیگر، $P(A|B)=\frac{۱}{۳}$ و $P(A\cup B)=\frac{۲}{۵}$ باشد، آنگاه $P(B)$ کدام است؟

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۱۵ ۴) ۰/۱

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد (تا انتهای ویژگی ۷ هم‌نهشتی): صفحه‌های ۹ تا ۲۲ — وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اختیاری است.

۷۱- چند عدد طبیعی فرد پنج یا شش رقمی وجود دارد به طوری که مربع کامل و مضرب ۵ باشد؟

۱) ۸۹ ۲) ۹۰ ۳) ۱۷۹ ۴) ۱۸۰

۷۲- اگر برای عدد طبیعی b داشته باشیم $5 \mid b+1$ و $7 \mid b-1$، آن‌گاه میانگین کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین مقادیر دورقمی برای b کدام است؟

۱) ۶۴ ۲) ۶۶ ۳) ۶۸ ۴) ۷۲

۷۳- چه تعداد از گزاره‌های زیر مثال نقض دارند؟

الف) $a \mid b \Rightarrow b \nmid a$

ب) $a \mid b \Rightarrow |a| \le |b|$

ج) $a \mid b-c \Rightarrow a \mid b \wedge a \mid c$

د) هر عدد اول نسبت به همهٔ اعداد طبیعی کوچک‌تر از خودش، اول است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷۴- اگر $(a , b) = d$ و $[a , b] = c$ باشد، حاصل $((a , d) , [b , c])$ کدام است؟

۱) $|a+b|$ ۲) $|ab|$ ۳) c ۴) d

۷۵- تفاضل بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد دو رقمی مرکب که نسبت به هر سه عدد ۶۴، ۸۱ و ۱۲۵ اول باشد، کدام است؟

۱) ۵۶ ۲) ۸۶ ۳) ۳۲ ۴) ۴۲

۷۶- چند عدد طبیعی وجود دارد که باقی‌ماندهٔ تقسیم ۹۶ بر هر یک از آنها، برابر ۶ باشد؟

۱) ۱۲ ۲) ۸ ۳) ۷ ۴) ۶

۷۷- با در نظر گرفتن همهٔ حالات، به ازای تمام مقادیر طبیعی n، عبارت n^2+1 در تقسیم بر ۶ چند باقی‌ماندهٔ متمایز می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۷۸- باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد 4^{79} بر ۲۱ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۱۰ ۴) ۱۶

۷۹- اگر دو عدد ۴۵ و ۲۴ در یک دستهٔ هم‌نهشتی به پیمانهٔ a باشند و $(a , 3) = 1$، باقی ماندهٔ تقسیم a^{121} بر ۱۶ کدام است؟ $(a \neq 1)$

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۹

۸۰- اگر a، باقیماندهٔ تقسیم عدد $2! + 4! + \dots + 1402!$ بر عدد ۲۴ باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم a^{1401} بر ۴۴ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۳۶ ۴) ۴۰

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

دفترچهٔ سؤال

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آزمون تابستان «۳۱ مرداد ۱۴۰۵»
دفترچهٔ دوم اختصاصی دوازدهم ریاضی
(فیزیک و شیمی)

مدت زمان کل پاسخ‌گویی سوالات: ۷۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۶۰ سؤال

(۲۰ سوال اجباری+۴۰ سوال اختیاری)

نام درس		تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخگویی
اجباری	فیزیک۲	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
اختیاری	فیزیک ۱	۱۰	۹۱-۱۰۰	۱۰'
اختیاری	فیزیک ۳	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۵'
اجباری	شیمی۲	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
اختیاری	شیمی ۱	۱۰	۱۲۱-۱۳۰	۱۰'
اختیاری	شیمی ۳	۱۰	۱۳۱-۱۴۰	۱۰'
جمع کل		۶۰	۸۱-۱۴۰	۷۰'

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد-مهران اسماعیلی-محمد اکبری-حسین الهی-زهره آقامحمدی-امیرمسعود حاجی‌مرادی فرشید رسولی-محمدجواد سورچی-معصومه شریعت‌ناصری-مسعود قره‌خانی-محسن قندچلر-مصطفی کیانی علیرضا گونه- احسان محمدی-حسین مخدومی-محمدکاظم منشادی-امیراحمد میرسعید-حسام نادری-مجتبی نکوئیان
	شیمی	احمدرضا جعفری-مسعود جعفری-امیر حاتمیان-امین خوشنویسان-صادق درتومیان-حمید ذبحی روزبه رضوانی-سیدرضا رضوی-هانی سوری-میلاد شیخ‌الاسلامی‌خیاوی-سهراب صادقی‌زاده-آترین صبا-رسول عابدینی‌زواره سیدصدرا عادل-آرمین عظیمی-امیر قاسمی-میثم کیانی-مجتبی محجوب-کارو محمدی-سالار ملکی-نوید نقاشان امین نوروزی-اکبر هنرمند

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسین الهی	مجتبی محجوب
گروه ویراستاری	سینا صالحی حسین بصیرترکمبور زهره آقامحمدی	احسان پنجه‌شاهی آترین صبا امیرحسین توحیدی
مسئول درس	حسین الهی	مجتبی محجوب
مستند سازی	ابراهیم نوری	علیرضا نجفی
ویراستاران (مستندسازی)	امیرعباس محمدی	فاطمه الهی محسن دستجردی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: علیرضا همایون‌خواه
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

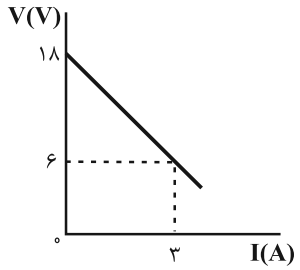
گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

فیزیک ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۸۲ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اجباری است.

۸۱- نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک باتری برحسب جریان الکتریکی عبوری از آن، مطابق شکل زیر است. به ازای جریان ۲A اختلاف پتانسیل دو سر باتری چند ولت است؟



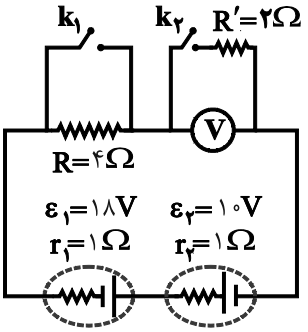
۱) ۶

۲) ۸

۳) ۱۰

۴) ۱۸

۸۲- در مدار شکل زیر، در حالی که هر دو کلید باز هستند، ولت‌سنج آرمانی مقدار V_1 را نشان می‌دهد. پس از بسته شدن کلیدهای k_1 و k_2، ولت‌سنج آرمانی مقدار V_2 را نشان می‌دهد. $(V_2 - V_1)$ برحسب ولت کدام است؟



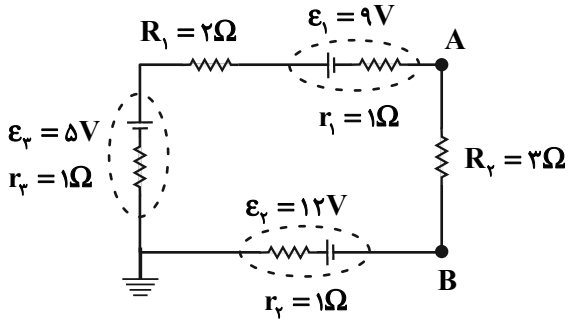
۱) ۴

۲) -۴

۳) ۸

۴) -۸

۸۳- در مدار شکل زیر پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A، چند برابر پتانسیل الکتریکی نقطهٔ B است؟



۱) $\frac{۱۱}{۸}$

۲) $\frac{۱۶}{۱۳}$

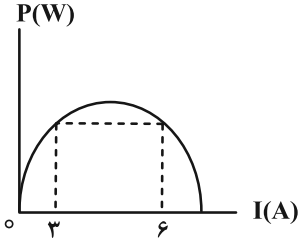
۳) $\frac{۸}{۱۱}$

۴) $\frac{۱۳}{۱۶}$

محل انجام محاسبات

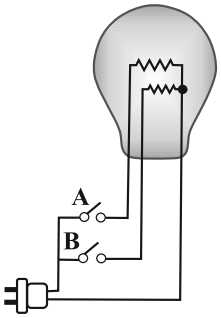
konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۸۴- نمودار توان خروجی یک باتری برحسب جریان الکتریکی عبوری از آن، به صورت سهمی نشان داده شده در شکل زیر است. اگر نیروی محرکهٔ این باتری ۱۸V باشد، مقاومت درونی آن چند اُهم است؟



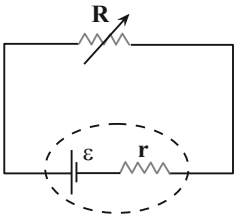
۱) ۰/۵
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۸۵- یک لامپ سه‌راههٔ ۲۴۰V که دو رشته دارد، مطابق شکل برای کار در سه توان مختلف ساخته شده است. اگر مقاومت رشته‌ها برابر با ۲۴۰Ω و ۹۶۰Ω باشد، به‌ترتیب از راست به چپ کمترین و بیشترین توان مصرفی این لامپ چند وات است؟



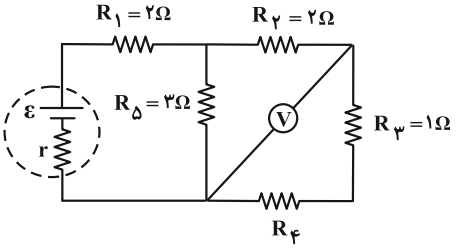
۱) ۶۰ و ۲۴۰
۲) ۱۲۰ و ۳۰۰
۳) ۱۲۰ و ۲۴۰
۴) ۶۰ و ۳۰۰

۸۶- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت متغیر R را روی مقادیر ۲Ω و ۱۲Ω تنظیم کنیم، توان خروجی باتری به ترتیب ۳۲W و ۲۷W خواهد شد، بیشینهٔ توان خروجی باتری چند وات است؟



۱) ۲۴
۲) ۳۰
۳) ۳۶
۴) ۱۸

۸۷- در مدار شکل زیر، اگر ولت‌سنج آرمانی ۴V را نشان دهد و توان مصرفی در مقاومت R_5 برابر با ۱۲W باشد، توان خروجی باتری چند وات است؟

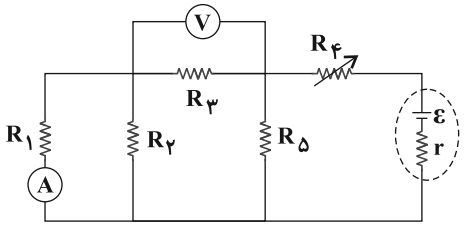


۱) ۲۴
۲) ۳۶
۳) ۳۰
۴) ۱۸

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۸۸- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت متغیر $R_۴$ افزایش یابد، عددهایی که آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهند، به‌ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟



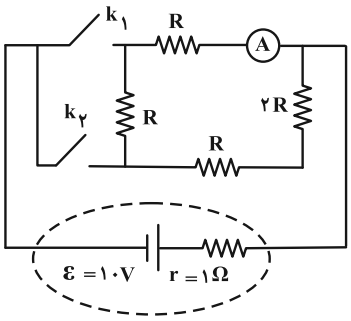
۱) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

۲) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

۳) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

۴) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

۸۹- در مدار زیر اگر هر دو کلید بسته باشند، آمپرسنج آرمانی ۶A را نشان می‌دهد. اگر فقط کلید $k_۱$ را باز کنیم، عددی که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد تقریباً چگونه تغییر می‌کند؟



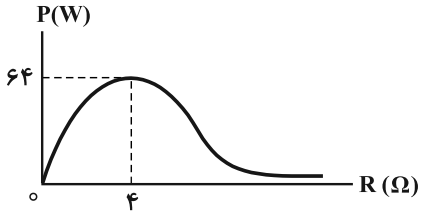
۱) ۲۹ درصد افزایش می‌یابد.

۲) ۲۹ درصد کاهش می‌یابد.

۳) ۷۱ درصد افزایش می‌یابد.

۴) ۷۱ درصد کاهش می‌یابد.

۹۰- مقاومت متغیری را به دو سر یک باتری وصل می‌کنیم و نمودار توان خروجی باتری بر حسب مقاومت متغیر مطابق شکل زیر می‌باشد. نیروی محرکهٔ باتری چند ولت است؟



۱) ۲۴

۲) ۳۲

۳) ۱۶

۴) ۴۸

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

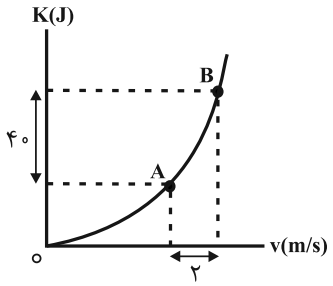
فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۳ تا ۸۲ | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اختیاری است.

۹۱- اگر تندی متحرکی $۶\frac{m}{s}$ افزایش یابد، انرژی جنبشی آن ۳۰۰ درصد افزایش خواهد یافت. تندی اولیهٔ متحرک چند متر بر ثانیه بوده است؟

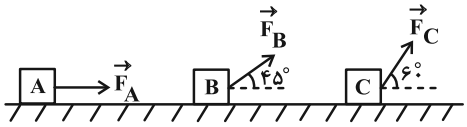
۱) ۳ ۲) ۱۲ ۳) ۶ ۴) ۱۸

۹۲- در شکل زیر، نمودار انرژی جنبشی برحسب تندی جسمی به جرم $m = ۴kg$ رسم شده است. در نقطهٔ B انرژی جنبشی جسم چند ژول است؟



۱) ۱۲۸
۲) ۴۸
۳) ۳۶
۴) ۷۲

۹۳- مطابق شکل زیر، سه جسم A، B و C روی سطح افقی بدون اصطکاکی از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند. در یک جابه‌جایی یکسان در راستای سطح افقی، اگر کار انجام شده توسط هر یک از این سه نیرو روی اجسام W_A، W_B و W_C باشد، کدام گزینه در مورد مقایسهٔ این سه کار صحیح است؟ $(|\vec{F}_A| = |\vec{F}_B| = |\vec{F}_C|)$



۱) $W_A > W_B > W_C$
۲) $W_A = W_B = W_C$
۳) $W_C > W_B > W_A$
۴) $W_A > W_C > W_B$

۹۴- اتومبیلی به جرم دو تن با سرعت $۳۶\frac{km}{h}$ در مسیری مستقیم و افقی در حال حرکت است. چه نیرویی در راستای افق برحسب نیوتون و در چه جهتی به اتومبیل وارد شود تا پس از ۴۰m جابه‌جایی، انرژی جنبشی اتومبیل به ۲۰kJ برسد؟ (از اصطکاک صرف‌نظر شود.)

۱) ۴۰۰۰ ، در جهت حرکت
۲) ۴۰۰۰ ، در خلاف جهت حرکت
۳) ۲۰۰۰ ، در جهت حرکت
۴) ۲۰۰۰ ، در خلاف جهت حرکت

۹۵- از یک سقف، آونگی به طول ۱۰m آویزان و در حال نوسان است. اگر تندی گلولهٔ این آونگ هنگام عبور از پایین‌ترین نقطهٔ مسیر $۱۰\frac{m}{s}$ باشد، کمترین زاویه‌ای که راستای نخ سبک آونگ با راستای افقی می‌سازد، چند درجه است؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ است.)

۱) ۳۰ ۲) ۶۰ ۳) ۴۵ ۴) ۹۰

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

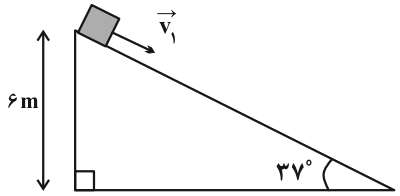
۹۶- گلوله‌ای بدون سرعت اولیه از ارتفاع h رها می‌شود و پس از طی Δh، انرژی جنبشی آن با $\frac{۳}{۲}$ انرژی پتانسیل گرانشی آن برابر می‌شود. نسبت $\frac{\Delta h}{h}$ کدام است؟ (مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی سطح زمین است و مقاومت هوا ناچیز فرض شود.)

۱) $\frac{۳}{۵}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۵}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

۹۷- ریزپرنده‌ای در ارتفاع h از سطح زمین قرار دارد و محموله‌ای به جرم نامشخص در اختیار دارد و در حالت سکون آن را رها می‌کند. سپس به صورت کاملاً افقی با سرعت $۸\sqrt{۱۰}\frac{m}{s}$ به سمت جلو حرکت می‌کند و در این حالت محمولهٔ دیگری را با همان جرم رها می‌کند تا به زمین برخورد کند. اگر اختلاف تندی دو محموله هنگام رسیدن به زمین $۸\frac{m}{s}$ باشد ارتفاع h در SI کدام است؟ ($g=۱۰\frac{N}{kg}$ و از مقاومت هوا صرف‌نظر شود.)

۱) ۶۸/۴ ۲) ۴۸/۶ ۳) ۶۴/۸ ۴) باید جرم محموله‌ها مشخص باشد.

۹۸- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم ۲kg را از بالای سطح شیبداری با تندی اولیه $(v_۱)$ به طرف پایین پرتاب می‌کنیم و جسم با تندی $۱۲\frac{m}{s}$ به پایین سطح شیبدار می‌رسد. اگر اندازهٔ نیروی اصطکاک در طول مسیر حرکت ۴N باشد، تندی اولیهٔ جسم $(v_۱)$ چند متر بر ثانیه بوده است؟ ($g=۱۰\frac{m}{s^۲}$ و $\cos ۳۷^\circ = ۰/۸$)

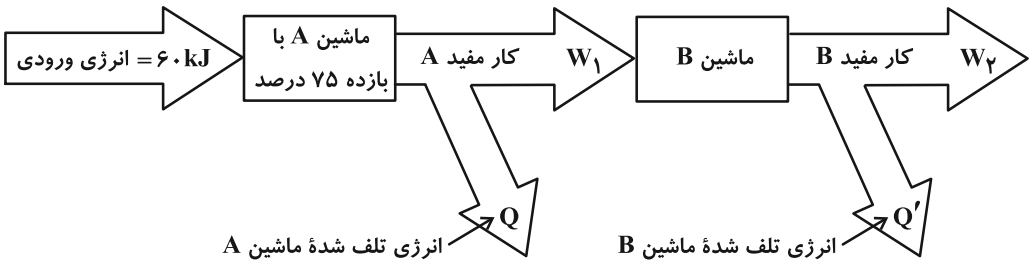


۱) ۸
۲) ۶
۳) ۱۰
۴) ۴

۹۹- یک تلمبهٔ برقی با توان مصرفی ۲kW، طی مدت ۱۰ ثانیه، ۱۰۰kg آب را در عمق ۵ متری از سطح زمین و از حال سکون به سطح زمین آورده و با تندی $۱۰\frac{m}{s}$ به بیرون پرتاب می‌کند. بازده این تلمبه چند درصد است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۴۲ ۲) ۵۰ ۳) ۶۰ ۴) ۷۵

۱۰۰- شکل زیر، طرح‌واره‌ای از دو ماشین A و B را نشان می‌دهد. اگر $Q-Q'=۶kJ$ باشد، بازدهٔ ماشین B چند درصد است؟



۱) ۷۰ ۲) ۷۵ ۳) ۸۰ ۴) ۸۵

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

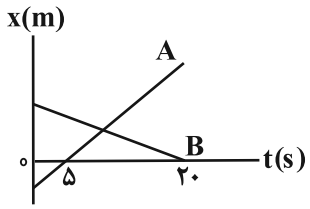
فیزیک ۳: حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۸ | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۰۱- اگر معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x = ۴t^۲ - ۱۲t + ۹$ باشد، بردار مکان این متحرک چند بار تغییر جهت می‌دهد؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) صفر

۱۰۲- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که در مسیری مستقیم حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متحرک A دو برابر تندی متحرک B بوده و در لحظهٔ $t = ۰$ فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر ۷۵ متر باشد، فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر در لحظهٔ $t = ۲۰s$ چند متر است؟



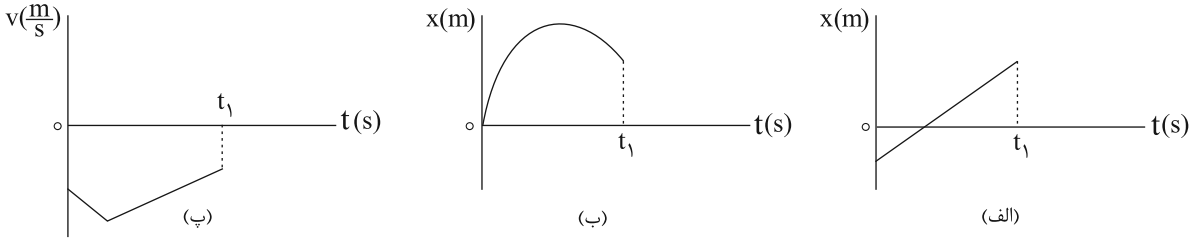
۱) ۱۵۰

۲) ۵۰

۳) ۷۵

۴) ۲۵

۱۰۳- متحرکی بر روی محور x در حال حرکت است. در چند مورد از نمودارهای زیر، در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۱$ مسافت طی شده با بزرگی جابه‌جایی برابر است؟



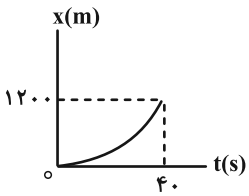
۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

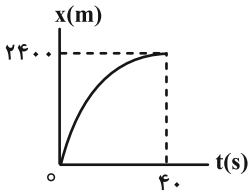
مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

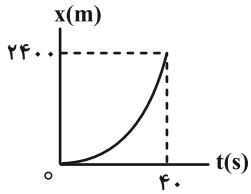
محل انجام محاسبات

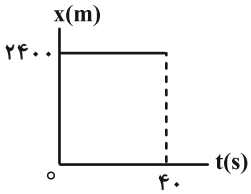
konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۱۰۴- هواپیمایی از مبدأ مکان با شتاب ثابت $۳\frac{m}{s^۲}$ بر روی مسیری مستقیم از حال سکون شروع به حرکت کرده و پس از ۴۰s از روی باند فرودگاه بلند می‌شود. نمودار مکان- زمان مربوط به این هواپیما از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ بلند شدن از روی باند فرودگاه کدام است؟

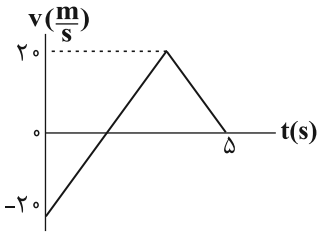
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۰۵- نمودار سرعت – زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. مسافت طی شده توسط متحرک در مدت زمان ۵ ثانیهٔ اول حرکت، چند متر است؟



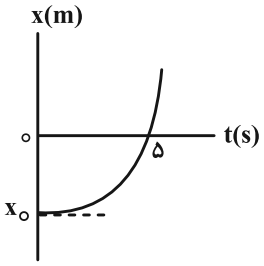
۱) ۵۰

۲) ۳۰

۳) ۸۰

۴) ۱۰۰

۱۰۶- شکل زیر، نمودار مکان- زمان متحرکی را نشان می‌دهد که با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ در امتداد محور x شروع به حرکت می‌کند. به ترتیب از راست به چپ مکان متحرک در لحظهٔ $t = ۰s$ چند متر و سرعت آن در لحظهٔ $t = ۵s$ چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۵-، ۱۰

۲) ۵-، ۵

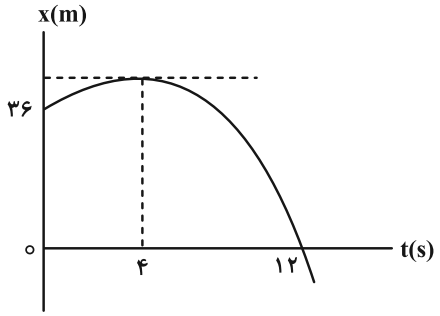
۳) ۲۵-، ۱۰

۴) ۲۵-، ۵

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۱۰۷- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، به صورت سهمی شکل زیر است. کمترین تندی متوسط متحرک در یک بازهٔ زمانی ۴ ثانیه‌ای چند $\frac{m}{s}$ است؟



۱) ۱

۲) ۰/۵

۳) ۲

۴) ۱/۵

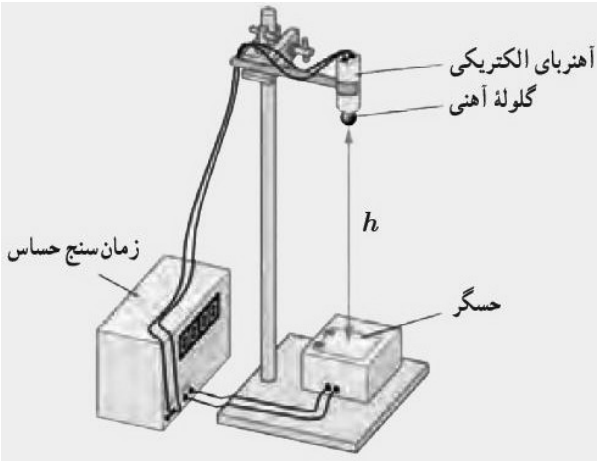
۱۰۸- در شرایط خلأ، سنگی را از ارتفاع ۲۰۰ متری سطح زمین رها می‌کنیم. مسافت طی شده توسط سنگ در ثانیهٔ پنجم چند برابر مسافت طی شده توسط آن در ۳ ثانیهٔ اول حرکت است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) $\frac{۷}{۹}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{۱۱}{۹}$ ۴) $\frac{۹}{۱۶}$

۱۰۹- از ارتفاع h از سطح زمین و در شرایط خلأ، دو گلوله با اختلاف زمانی چند ثانیه رها شوند به گونه‌ای که در لحظهٔ رسیدن گلولهٔ اول به زمین، جابه‌جایی آن ۴ برابر جابه‌جایی گلولهٔ دوم باشد و حداکثر فاصلهٔ دو گلوله در حین حرکت به ۱۳۵ متر برسد؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۱۰- شکل نشان داده شده یک وسیلهٔ آزمایشگاهی را نشان می‌دهد که به کمک آن می‌توان شتاب گرانشی زمین را در محل آزمایش اندازه گرفت. در یک آزمایش به ازای $h = ۲۰cm$، زمان سقوط گلولهٔ آهنی ۰/۲s اندازه‌گیری شده است. شتاب گرانشی زمین در محل آزمایش چند واحد SI است؟



۱) ۱۰

۲) ۱۱

۳) ۱۲

۴) ۸

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

شیمی ۲: در پی غذای سالم (تا انتهای جمع‌پذیری واکنش‌ها): صفحه‌های ۵۱ تا ۷۷ | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اجباری است.

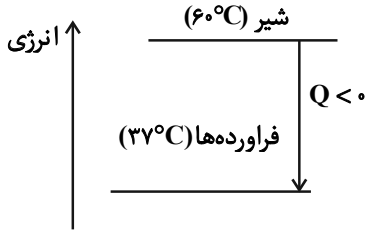
۱۱۱- کدام گزینه با توجه به کتاب درسی درست است؟

۱) بخش عمدهٔ انرژی موجود در شیر داغ، هنگام هم دما شدن با بدن، آزاد می‌شود.

۲) در فرایند هم دما شدن شیر داغ با بدن، همانند سایر فرایندهای گرماده، دمای سامانه (شیر) کاهش می‌یابد.

۳) الگوی نوشتاری هم دما شدن بستنی با بدن به صورت (بستنی $37°C$ ← گرما+ بستنی $0°C$) است.

۴) سوخت و ساز شیر در بدن از دیدگاه انرژی به صورت مقابل است.



۱۱۲- لیوانی دارای ۱۰۰ گرم آب با دمای $30^\circ C$ است. اگر برای ذوب کردن هر مول یخ و تبدیل آن به آب صفر درجهٔ سلسیوس، ۶ کیلوژول گرما نیاز باشد، چند گرم یخ صفر درجه به لیوان اضافه کنیم تا ذوب شود و دمای آب لیوان را به صفر درجه سلسیوس برساند؟

$(H_2O = 18 g.mol^{-1}, c_{آب} \simeq 4 J.g^{-1}.^\circ C^{-1})$

۱) ۴ ۲) ۳۶ ۳) ۶۴ ۴) ۷۲

۱۱۳- دو ظرف، اولی دارای ۲۰۰ گرم آب مقطر و دومی دارای ۲۵۰ گرم آب مقطر، هردو را در دمای $25^\circ C$ و فشار یکسان در نظر بگیرید، کدام گزینه دربارهٔ آن‌ها نادرست است؟

۱) گرمای ویژهٔ آب در دو ظرف، برابر است.

۲) میانگین انرژی جنبشی مولکول‌های آب در دو ظرف، یکسان است.

۳) ظرفیت گرمایی آب در ظرف ۲، کمتر از ظرفیت گرمایی آب در ظرف ۱، است.

۴) اگر گلولهٔ فلزی داغ مشابه با دمای یکسان را در هر ظرف وارد کنیم، دمای پایانی آب دو ظرف، متفاوت است.

۱۱۴- مخلوطی از $CaCO_3$ و $NaHCO_3$ را مطابق معادلهٔ واکنش‌های شیمیایی زیر، حرارت می‌دهیم. اگر با دادن ۴۳۲۰ ژول گرما به بخار آب حاصل از واکنش (I)، تغییر دما $10^\circ C$ و با دادن ۴۲۲۴ ژول گرما به کل CO_2 تولیدشده از دو واکنش، تغییر دما $15^\circ C$ شود، جرم مخلوط اولیه چند گرم بوده است؟

$(H = 1, C = 12, O = 16, Na = 23, Ca = 40 : g.mol^{-1})\ (c_{H_2O} \simeq 4 , c_{CO_2} = 0/8 : J.g^{-1}.K^{-1})$

$I)\ 2NaHCO_3(s) \xrightarrow{\Delta} Na_2CO_3(s) + CO_2(g) + H_2O(g)$

$II)\ CaCO_3(s) \xrightarrow{\Delta} CaO(s) + CO_2(g)$

۱) ۱۶۵۰ ۲) ۱۲۰۸ ۳) ۹۳۴ ۴) ۱۴۷۵

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۱۱۵- چه تعداد از فرایندهای زیر گرماگیر هستند؟

- انجماد آب
- تبخیر آب
- تصعید یخ خشک
- ذوب شدن بستنی

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۱۶- از سوختن یک گرم از کدام هیدروکربن در دمای $25^\circ C$، گرمای کمتری آزاد می‌شود؟ (آنتالپی سوختن C_2H_6، C_3H_6، C_2H_4 و C_2H_2 در دمای $25^\circ C$ را به‌ترتیب ۱۵۶۰- ، ۲۰۵۸- ، ۱۴۱۰- و ۱۳۰۰- کیلوژول بر مول در نظر بگیرید.)

$(C=12, H=1 : g.mol^{-1})$

۱) C_2H_6 ۲) C_3H_6 ۳) C_2H_4 ۴) C_2H_2

۱۱۷- با توجه به واکنش‌های گرماشیمیایی زیر ΔH واکنش $BCl_3(g)+3H_2O(l) \rightarrow H_3BO_3(s)+3HCl(g)$، برابر چند کیلوژول است و با آزاد شدن $45/4 kJ$ انرژی، چند مول $BCl_3(g)$ مصرف می‌شود؟ (گزینه‌ها به ترتیب از راست به چپ خوانده شود.)

$H_2(g)+Cl_2(g) \rightarrow 2HCl(g), \Delta H=-184/6 kJ$

$B_2H_6(g)+6Cl_2(g) \rightarrow 2BCl_3(g)+6HCl(g), \Delta H=-1374 kJ$

$B_2H_6(g)+6H_2O(l) \rightarrow 2H_3BO_3(s)+6H_2(g), \Delta H=-493/4 kJ$

۱) ۰/۴۰ ، ۱۱۳/۵- ۲) ۰/۳۶ ، ۱۱۳/۵- ۳) ۰/۴۰ ، ۱۲۶/۵- ۴) ۰/۳۶ ، ۱۲۶/۵-

۱۱۸- اگر آنتالپی سوختن گازهای پروپین و اتین به ترتیب ۱۹۳۸- و ۱۳۰۰- کیلوژول بر مول باشد، به‌تقریب چند گرم اتان باید به‌طور کامل سوزانده شود تا با انرژی آزاد شده در اثر سوختن کامل ۲۸ گرم بوتین با خلوص ۷۰ درصد برابری کند؟ $(C=12 \ , \ H=1 : g.mol^{-1})$

$2C_2H_6+7O_2 \rightarrow 4CO_2+6H_2O, \Delta H=-3120 kJ$

۱) ۱۵ ۲) ۱۸ ۳) ۲۱ ۴) ۳۶

۱۱۹- با توجه به واکنش‌های گرماشیمیایی زیر، در واکنش $A(g)+4D(g) \rightarrow 3B(g)+4E(g)$ ضمن آزادسازی ۴۳/۶ کیلوژول گرما، چند مول مادهٔ گازی تولید می‌شود؟

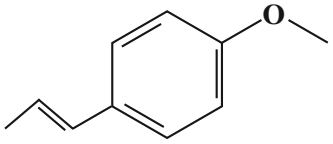
I) $3A(g)+2D(g) \rightarrow 4B(g)+C(g)$ $\Delta H=+542 kJ$

II) $2B(g)+C(g) \rightarrow A(g)+3E(g)$ $\Delta H=-98 kJ$

III) $3B(g)+C(g) \rightarrow 2D(g)+2E(g)$ $\Delta H=+891 kJ$

۱) ۰/۵۶ ۲) ۰/۲۸ ۳) ۰/۱۴ ۴) ۰/۰۷

۱۲۰- کدام یک از عبارت‌های زیر در مورد ترکیب روبه‌رو نادرست است؟



الف) طعم و بوی رازیانه به دلیل وجود این ترکیب است.

ب) ترکیبی آروماتیک است و گروه عاملی اتری دارد.

پ) هر مولکول آن شامل ۳۷ جفت الکترون پیوندی است.

ت) مجموع شمار اتم‌های مولکول آن برابر با مجموع شمار اتم‌های ۲- هپتانون است.

۱) الف و ب ۲) پ و ت ۳) الف و پ ۴) ب و ت

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

شیمی ۱: ردپای گازها در زندگی (تا انتهای اثر گلخانه‌ای): صفحه‌های ۴۷ تا ۶۹ | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۲۱- کدام گزینه نادرست است؟

۱) در لایه‌های اول و سوم هواکره، روند تغییرات دما مشابه هم است.

۲) در ارتفاعات بسیار بالای هواکره، فقط گونه‌های مثبت و منفی مشاهده می‌شود.

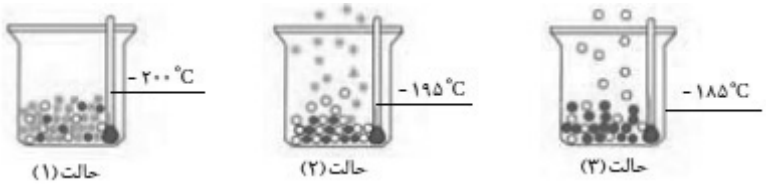
۳) حدود ۷۵ درصد از جرم هواکره، در نزدیک‌ترین لایه به زمین (تروپوسفر) قرار دارد.

۴) در همهٔ لایه‌های هواکره، درصد حجمی گاز نیتروژن به تقریب برابر ۷۸ درصد است.

۱۲۲- ارتفاع قلهٔ اورست ۸۴۰۰ متر است، اگر دمای هوا در سطح زمین $25^{\circ}C$ باشد، کاهش دما در قلهٔ اورست نسبت به دمای سطح زمین، در مقیاس کلوین،چند درصد خواهد بود؟

۱) ۱۶/۹۱ ۲) ۱۵/۳۳ ۳) ۲۵/۵ ۴) ۷/۵

۱۲۳- با توجه به شکل زیر، کدام یک از مطالب زیر درست است؟



۱) با استفاده از این فرایند به راحتی می‌توان اکسیژن با خلوص ۱۰۰ درصد تهیه کرد.

۲) با کاهش دما از $-100^{\circ}C$ به $-200^{\circ}C$ به ترتیب گازهای اکسیژن، آرگون و نیتروژن به مایع تبدیل می‌شوند.

۳) عنصری که در حالت (۳) هنوز به حالت مایع وجود دارد، کمتر از ۱ درصد گازهای هوای پاک و خشک را تشکیل می‌دهد.

۴) از گاز خارج‌شده در حالت (۲) برای خنک‌کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI استفاده می‌شود.

۱۲۴- کدام گزینه درست است؟

۱) اکسیژن گازی واکنش‌پذیر است که با تمام عناصر واکنش می‌دهد.

۲) با افزایش ارتفاع از سطح زمین، فشار گاز اکسیژن به‌طور پیوسته افزایش می‌یابد.

۳) اکسیژن یکی از مهم‌ترین گازهای هواکره است که به‌طور ناهمگون در لایه‌های گوناگون هواکره توزیع شده است.

۴) کربن مونوکسید نسبت به کربن دی‌اکسید سطح انرژی بیش‌تری دارد و به دلیل داشتن پیوند سه‌گانه، پایدارتر است.

۱۲۵- نام چه تعداد از ترکیبات زیر به نادرستی ذکر شده است؟

آ) MgO: منیزیم اکسید	ب) Al_2O_3 : آلومینیم (III) اکسید	پ) Fe_2O_3 : آهن (III) اکسید
ت) CuO: مس (I) اکسید	ث) $SiBr_4$: سیلیسیم تترا برمید	ج) N_2O_3 : دی‌نیتروژن تری‌اکسید

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۱۲۶- در ساختار لوویس چند مولکول زیر در مجموع ۲ جفت‌الکترون ناپیوندی وجود دارد؟

• HCN • CO • H_2O • SO_2

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۲۷- کدام گزینه نادرست است؟

۱) تنها فراورده‌های سوختن ناقص سوخت‌های فسیلی کربن مونوکسید و بخار آب می‌باشند.

۲) طول موج نور حاصل از سوختن گوگرد کوتاه‌تر از طول‌موج نور حاصل از سوختن سدیم است.

۳) سوختن، واکنشی شیمیایی است که در آن، یک ماده با اکسیژن به سرعت واکنش می‌دهد و بخشی از انرژی شیمیایی آن به صورت گرما و نور آزاد می‌شود.

۴) میل ترکیبی اکسیژن با هموگلوبین خون کمتر از ۰/۰۰۵ برابر میل ترکیبی کربن مونوکسید با هموگلوبین خون است.

۱۲۸- عبارت کدام گزینه به درستی بیان نشده است؟

۱) در معادلهٔ نمادی، حالت فیزیکی مواد مشخص است.

۲) همهٔ واکنش‌های شیمیایی از قانون پایستگی جرم پیروی می‌کنند.

۳) نماد « $\xrightarrow{1200^\circ C}$ » نشان می‌دهد که واکنش‌دهنده‌ها بر اثر گرم شدن واکنش می‌دهند.

۴) تغییر شیمیایی می‌تواند با تغییر رنگ، مزه، بو یا آزادسازی گاز، تشکیل رسوب و گاهی ایجاد نور و صدا همراه باشد.

۱۲۹- با توجه به واکنش‌های موازنه نشدهٔ زیر، مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها در کدام گزینه پس از موازنه بیشتر است؟

۱) $KNO_2 + KNO_3 + Cr_2O_3 \rightarrow NO + K_2CrO_4$

۲) $KMnO_4 + PCl_3 + HCl \rightarrow KCl + MnCl_2 + PCl_5 + H_2O$

۳) $As_2S_3 + HNO_3 + H_2O \rightarrow H_3AsO_4 + H_2SO_4 + NO$

۴) $K_2Cr_2O_7 + H_2SO_4 + KCl \rightarrow CrO_2Cl_2 + K_2SO_4 + H_2O$

۱۳۰- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

۱) در سده اخیر مساحت برف در نیم‌کره شمالی همانند میانگین جهانی سطح آب‌های آزاد کاهش یافته است.

۲) در سدهٔ اخیر میزان گاز کربن دی‌اکسید در هواکره برخلاف میانگین جهانی دمای سطح زمین افزایش یافته است.

۳) کره زمین با لایه‌ای از گازها به نام هواکره احاطه شده و همانند لایهٔ پلاستیکی برای گلخانه است و سبب سرد شدن کره زمین می‌شود.

۴) زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده را به صورت تابش فروسرخ از دست می‌دهد ولی گازهای گلخانه‌ای مانع از خروج کامل گرمای آزاد شده می‌شوند.

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۳۶ | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۳۱- رسانایی الکتریکی کدام محلول بیشتر است؟ $(O=۱۶ , N=۱۴ , H=۱ : g\cdot mol^{-۱})$

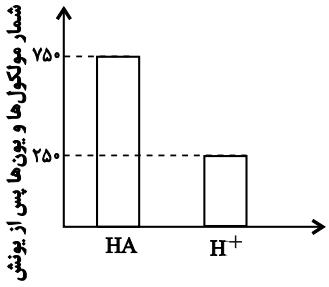
۱) محلول هیدروکلریک اسید با غلظت $۰/۰۵ mol.L^{-۱}$

۲) محلول ۰/۵ مولار هیدروسیانیک اسید با $\alpha = ۰/۰۲$

۳) محلول به حجم ۵۰۰ میلی‌لیتر شامل ۰/۳۱۵ گرم نیتریک اسید

۴) محلول هیدروفلوئوریک اسید با غلظت $۰/۲ mol.L^{-۱}$ و $K_a = ۶\times۱۰^{-۴} mol.L^{-۱}$

۱۳۲- با توجه به نمودار زیر، درصد یونش اسید ضعیف HA کدام است؟



۱) ۱۴/۳

۲) ۲۵

۳) ۳۳/۳

۴) ۱۶/۶

۱۳۳- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

۱) اغلب اسیدها همانند اسیدهای خوراکی قوی هستند و $\alpha < ۱$ دارند.

۲) یونش اسیدهای قوی در آب کامل است و درجهٔ یونش آن‌ها تقریباً برابر یک است.

۳) در کربوکسیلیک اسیدها، تنها هیدروژن گروه کربوکسیل می‌تواند به یون هیدرونیوم تبدیل شود.

۴) در اسید موجود در ریواس، شمار ناچیزی از یون‌های آب‌پوشیده با شمار زیادی از مولکول‌های یونیده نشده یافت می‌شود.

۱۳۴- کدام یک از گزینه‌های زیر دربارهٔ واکنش‌های تعادلی نادرست است؟

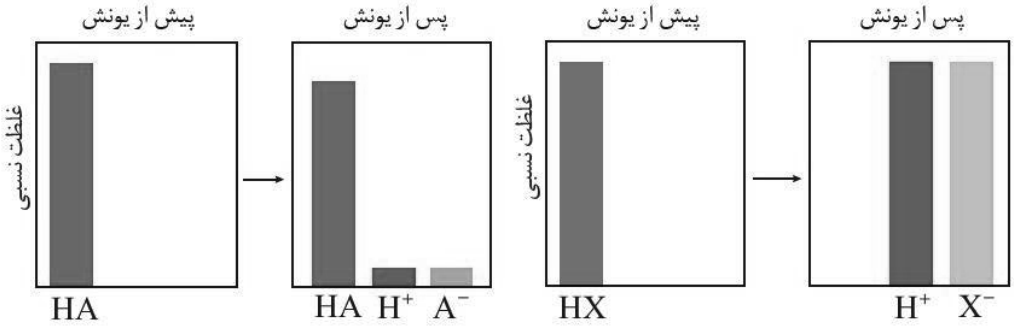
۱) در هنگام تعادل، غلظت واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها با هم برابر است.

۲) در هنگام تعادل، سرعت واکنش رفت و سرعت واکنش برگشت یکسان است.

۳) مقدار عددی ثابت تعادل در دمای ثابت به مقدار اولیهٔ واکنش‌دهنده‌ها یا فراورده‌ها بستگی ندارد.

۴) ثابت یونش یک اسید، نسبت حاصل‌ضرب غلظت تعادلی یون‌های موجود در محلول را به غلظت تعادلی آن اسید نشان می‌دهد.

۱۳۵- با توجه به نمودارهای زیر، کدام گزینه نادرست است؟ (مقدار آب، دما و غلظت محلول‌ها یکسان است.)



۱) اسید HX به طور کامل یونیده شده و محلول آن رسانایی الکتریکی بیشتری دارد.

۲) در محلول اسید HA مولکول‌های بیشتری نسبت به محلول HX وجود دارد.

۳) غلظت یون‌های هیدرونیوم در محلول HX کمتر از محلول HA است.

۴) ثابت یونش اسید HX از اسید HA بزرگ‌تر است.

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۱۳۶- با توجه به ثابت یونش دو اسید زیر در دما و غلظت یکسان، کدام گزینه نادرست است؟

$HA(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + A^-(aq) \qquad K_a = ۴/۵\times۱۰^{-۴} mol.L^{-۱}$

$HB(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + B^-(aq) \qquad K_a = ۴/۹\times۱۰^{-۱۰} mol.L^{-۱}$

۱) قدرت اسید HA بیشتر از قدرت اسید HB است.

۲) در شرایط یکسان از نظر دما و غلظت، رسانایی الکتریکی محلول HA بیشتر است.

۳) در محلول‌های با غلظت یکسان از این دو اسید در دمای $۲۵^\circ C$، غلظت H^+ در محلول HB کمتر اما pH آن بیشتر است.

۴) با افزایش دما ثابت تعادل هر دو اسید تغییر نمی‌کند.

۱۳۷- با توجه به جدول داده شده، کدام نتیجه‌گیری در دمای اتاق درست است؟

اسید	$K_a (mol.L^{-۱})$
HF	$۵/۹\times۱۰^{-۲}$
HI	بسیار بزرگ
HBr	بسیار بزرگ
HCN	$۴/۹\times۱۰^{-۱۰}$

۱) در محلول ۰/۵ مولار هیدروبرمیک‌اسید، غلظت یون هیدرونیوم ۰/۵ مولار است.

۲) در محلول ۰/۰۳ مولار هیدروفلوئوریک‌اسید، $[HF] < [H^+] = [F^-]$ است.

۳) در محلول ۰/۰۵ مولار هیدرویدیک‌اسید، $[HI] = [H^+] = [I^-]$ است.

۴) در محلول ۰/۳ مولار هیدروسیانیک‌اسید، $[CN^-] = ۰/۳$ است.

۱۳۸- در دمای ثابت $۲۵^\circ C$ دانش‌آموزی به یک لیتر آب مقدار ۰/۹۴g اسید HA اضافه کرده است. اگر غلظت تعادلی یون هیدرونیوم برابر با ۴×۱۰^{-۳} مول بر لیتر باشد، ثابت تعادل این اسید کدام است و نسبت مقدار pH این محلول به غلظت یون هیدروکسید در آن کدام است؟ (از تغییر حجم محلول صرف‌نظر کنید؛ $A = ۴۶ : g.mol^{-۱}$ ، $H = ۱$) $(\log ۲ \simeq ۰/۳)$

۱) $۴/۵\times۱۰^{-۴}$ ، $۹/۶\times۱۰^{۱۲}$

۲) $۱۰^{-۳}$ ، $۹/۶\times۱۰^{۱۲}$

۳) $۱۰^{-۳}$ ، $۹/۶\times۱۰^{۱۱}$

۴) $۴/۵\times۱۰^{-۴}$ ، $۹/۶\times۱۰^{۱۱}$

۱۳۹- محلول دو مولار HA را به محلول اسید HCl که شامل ۰/۱ مول یون هیدرونیوم است اضافه می‌کنیم. اگر pH محلول نهایی برابر ۰/۳ شود درصد یونش اسید HA در ظرف مخلوط چند است و محلول حاصل با چند گرم NaOH به‌طور کامل واکنش می‌دهد؟ (حجم هر کدام از محلول‌های اولیه یک لیتر است و از تغییر حجم محلول‌ها پس از اضافه کردن چشم‌پوشی کنید.)

($\log ۵ \simeq ۰/۷$ ؛ گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.) $(Na = ۲۳ , O = ۱۶ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۴۵ – ۴۰

۲) ۴۵ – ۸۴

۳) ۵۰ – ۴۰

۴) ۵۰ – ۸۴

۱۴۰- کدام مورد، با توجه به کتاب درسی نادرست است؟

۱) جوش شیرین خاصیت بازی داشته و می‌تواند به عنوان یک ضد اسید استفاده شود.

۲) برخلاف جوهرنمک که استفاده کردن از آن خطرناک است، محلول غلیظ سود خاصیت بازی داشته و هیچ خطری ندارد.

۳) معمولاً در واکنش خنثی شدن اسید و باز، برخی از کاتیون‌ها و آنیون‌ها دست‌نخورده باقی می‌مانند و می‌توان آنها را از واکنش حذف کرد.

۴) دیوارهٔ داخلی معده، به‌طور طبیعی مقدار کمی از یون‌های هیدرونیوم را جذب کرده که سبب آسیب به سلول‌های سازندهٔ دیوارهٔ معده می‌شود.

محل انجام محاسبات

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

دفترچهٔ پاسخ

آزمون ۳۱ مرداد ۱۴۰۵

اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی پایه	محمدمصطفی ابراهیمی-کاظم اجلالی-سعید اکبرزاده-امیرمحمد باقری‌نصرآبادی-مسعود برملا-شاهین پروازی سهیل حسن‌خان‌پور-عادل حسینی-افشین خاصه‌خان-طاهر دادستانی-علی ساوجی-یاسین سپهر-رضا سیدنجفی علی شهرابی-جمشید عباسی-علی کردی-افشین گلستانی-سیدسپهر متولیان-مجتبی مجاهدی-امیر محمودیان لیلا مرادی-مهرداد ملوندی-حمیدرضا نوشکاران-جهانبخش نیکنام
	هندسه و آمارو ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-حنانه اتفاقی-اسحاق اسفندیار-معصومه اکبری‌صحت-علی ایمانی-محبوبه بهادری-محسن بهرام‌پور فرزاد جوادی-جواد حاتمی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-کیوان دارابی-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-رضا سیدنجفی محمد صحت‌کار-شایان عباچی-هومن عقیلی-فرشاد فرامرزی-احمدرضا فلاح-مرتضی فهیم‌علوی سیدسروش کریمی‌مداحی- امیر مالمیر-امیرحسین ملازینل-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی-امیر وفائی
	فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد-مهران اسماعیلی-محمد اکبری-حسین الهی-زهره آقامحمدی-امیرمسعود حاجی‌مرادی فرشید رسولی-محمدجواد سورچی-معصومه شریعت‌ناصری-مسعود قره‌خانی-محسن قندچلر-مصطفی کیانی علیرضا گونه- احسان محمدی-حسین مخدومی-محمدکاظم منشادی-امیراحمد میرسعید-حسام نادری مجتبی نکوئیان
	شیمی	احمدرضا جعفری-مسعود جعفری-امیر حاتمیان-امین خوشنویسان-صادق درتومیان-حمید ذبحی روزبه رضوانی-سیدرضا رضوی-هانی سوری-میلاد شیخ‌الاسلامی‌خیاوی-سهراب صادقی‌زاده-آترین صبا رسول عابدینی‌زواره-سیدصدرا عادل-آرمین عظیمی-امیر قاسمی-میثم کیانی-مجتبی محجوب-کارو محمدی-سالار ملکی نوید نقاشان-امین نوروزی-اکبر هنرمند

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی‌پایه	هندسه	آمارواحتمال وریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
گروه ویراستاری	سینا صالحی آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیرترکمبور زهره آقامحمدی	احسان پنجه‌شاهی آترین صبا امیرحسین توحیدی
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	ابراهیم نوری	علیرضا نجفی
ویراستاران (مستندسازی)	معصومه صنعت‌کار-امیرمحمد علیپور-مهسا محمدنیا-فرشته کمبرانی			امیرعباس محمدی	فاطمه الهی محسن دستجردی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: علیرضا همایون‌خواه
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

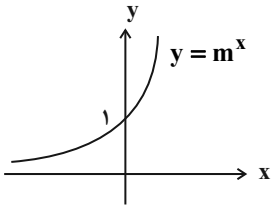
حسابان ۱

۱- **گزینهٔ «۳»** *(سعید اکبرزاده)*

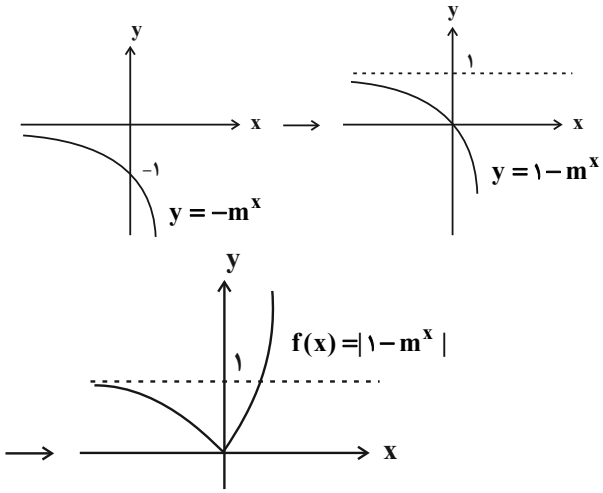
مقادیر تابع نمایی داده شده با افزایش مقادیر x افزایش می‌یابند. پس پایه تابع نمایی عددی بزرگ‌تر از ۱ است.

$$1 < 3m - 2 \Rightarrow 3 < 3m \Rightarrow 1 < m$$

نمودار تابع نمایی $y = m^x$ به صورت زیر است، چون پایه یعنی عدد m بزرگ‌تر از ۱ است،



حال نمودار تابع $f(x) = |1 - m^x|$ را رسم می‌کنیم.



(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۷)

۲- **گزینهٔ «۳»** *(رضا سیدنیفی)*

با توجه به شکل واضح است که نمودار تابع نمایی دو واحد پایین آمده است، یعنی $c = -2$. از طرفی تابع از نقطهٔ $(0,4)$ می‌گذرد، پس داریم:

$$4 = a(b)^0 - 2 \Rightarrow a = 6$$

با توجه به نمودار مشخص است تابع از $(1,0)$ نیز می‌گذرد، در نتیجه:

$$0 = 6(b)^1 - 2 \Rightarrow b = \frac{1}{3}$$

در نهایت $\frac{ac}{b} = -36$ است.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۳- **گزینهٔ «۱»** *(یاسین سپهر)*

اگر T نیمهٔ عمر یک ماده در حال فروپاشی و جرم نمونه‌ای (مقدار اولیه) از آن m_0 باشد، مقدار آن بعد از مدت زمان t عبارت است از:

$$m(t) = m_0 \times 2^{-\frac{t}{T}}$$

اگر از ۱۰۰ میلی‌گرم اولیه، ۸۷/۵ میلی‌گرم به انرژی تبدیل شود، یعنی ۱۲/۵ گرم از ماده باقی مانده است:

$$m(t) = 100 \times 2^{-\frac{t}{18}} = 12/5 \Rightarrow 2^{-\frac{t}{18}} = \frac{1}{8} = 2^{-3}$$

$$\Rightarrow -\frac{t}{18} = -3 \Rightarrow t = 54 \text{ سال}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۹)

۴- **گزینهٔ «۱»** *(علی کردی)*

دامنهٔ تابع بازهٔ $\left(-\frac{2b}{3}, +\infty\right)$ است و با توجه به بازهٔ داده شده داریم:

$$-\frac{2b}{3} = 2 \Rightarrow b = -3$$

بنابراین $f(x) = \log_{a+1}(3x - 6)$. داریم:

$$f(11) = \log_{a+1}(33 - 6) = 3 \Rightarrow \log_{a+1}(27) = 3$$

$$\Rightarrow (a+1)^3 = 27 \Rightarrow a + 1 = 3 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow a + b = -1$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۴)

۵- **گزینهٔ «۳»** *(جمشید عباسی)*

دامنهٔ تابع بازهٔ $(-1, +\infty)$ است و از آنجا که این بازه باید جواب نامعادلهٔ $ax + b > 0$ باشد، داریم:

$$a(-1) + b = 0 \Rightarrow a = b \qquad (1)$$

عرض از مبدأ تابع برابر ۱ است، پس:

$$\log_c b = 1 \Rightarrow b = c \qquad (2)$$

مختصات نقطهٔ $(2, 2)$ هم در ضابطه صدق می‌کند، لذا:

$$\log_c(2a + b) = 2 \Rightarrow 2a + b = c^2 \qquad (3)$$

از دستگاه معادلات (۱)، (۲) و (۳)، مقادیر قابل قبول زیر به دست می‌آید:

$$a = b = c = 3$$

$$\Rightarrow f(x) = \log_3(3x + 3) = 1 + \log_3(x + 1)$$

x_0 محل برخورد نمودار تابع f با محور x ها است، داریم:

$$f(x_0) = 1 + \log_3(x_0 + 1) = 0 \Rightarrow \log_3(x_0 + 1) = -1$$

$$\Rightarrow x_0 + 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow x_0 = -\frac{2}{3}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۶- **گزینهٔ «۲»** *(شاهین پروازی)*

پس از هر لایه، ۰/۹۸ ناخالصی‌ها باقی می‌ماند؛ بنابراین پس از n لایه، ناخالصی باقی‌مانده $(0/98)^n$ از مقدار اولیهٔ آن خواهد بود. ما باید نامعادلهٔ $(0/98)^n \le 0/7$ را حل کنیم. از طرفین در مبنای ۱۰ لگاریتم می‌گیریم:

$$n\log 0/98 \le \log 0/7$$

$$\Rightarrow n(\log 2 + 2\log 7 - 2) \le \log 7 - 1$$

$$\Rightarrow n \ge \frac{1-\log 7}{2-(\log 2 + 2\log 7)}$$

حال مقادیر تقریبی را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$n \ge \frac{1-0/845}{2-1/991} = \frac{0/155}{0/009} \simeq 17/2$$

پس حداقل ۱۸ لایه باید بگذاریم.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹ و ۸۶)

۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

$$\log_{12}^{36} = \frac{\log_2^{36}}{\log_2^{12}} = \frac{\log_2^{(2^2\times 3^2)}}{\log_2^{(2^2\times 3)}} = \frac{2+2\log_2^3}{2+\log_2^3} = \frac{2+2a}{2+a}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۸- **گزینهٔ «۳»** *(سیدسپهر متولیان)*

روش اول:

$$\frac{1}{5}x^2 - 4x + 15 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = a+b = 20 \\ P = ab = 75 \end{cases}$$

$$\log(3a+5) + \log(3b+5) = \log(3a+5)(3b+5)$$

$$= \log(9ab + 15(a+b) + 25)$$

$$= \log(675 + 300 + 25) = \log 1000 = 3$$

روش دوم:

$$\frac{1}{5}x^2 - 4x + 15 = 0 \Rightarrow a = 5\ ,\ b = 15$$

$$\log(3a+5) + \log(3b+5) = \log 20 + \log 50 = \log 1000 = 3$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۹- **گزینهٔ «۴»** *(عادل حسینی)*

ابتدا معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\log(2^x - 1) + \log 1000 = \log 8^x + \log 32$$

$$\Rightarrow \log 1000(2^x - 1) = \log(32\times 8^x)$$

$$\Rightarrow 1000(2^x - 1) = 32\times 8^x \xrightarrow{+8} 125(2^x - 1) = 4\times 8^x = 4(2^x)^3$$

حال با تغییر متغیر $t = 2^x$ داریم:

$$125(t-1) = 4t^3 \Rightarrow 4t^3 - 125t + 125 = 0$$

اگر معادله را به صورت $\frac{t-1}{t^3} = \frac{4}{5^3}$ بنویسیم، می‌بینیم که $t = 5$ جواب معادلهٔ بالا است. پس آن را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$4t^3 - 125t + 125 = (t-5)(4t^2 + 20t - 25) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 5 = 2^{x_1} \Rightarrow x_1 = \log_2^5 \\ t_2 = \frac{-20+20\sqrt{2}}{8} = 2^{x_2} \Rightarrow x_2 = \log_2 \frac{5}{2}(\sqrt{2}-1) \end{cases}$$

می‌دانیم در تابع $y = \log_2 x$ ، با افزایش مقادیر x ، مقادیر y نیز افزایش می‌یابد، لذا از آنجا که $5 > \frac{5}{2}(\sqrt{2}-1)$ ، نتیجه می‌شود $x_1 > x_2$ و جواب بزرگ‌تر معادله، برابر $x_1 = \log_2 5$ خواهد بود.

$$\Rightarrow 2 < \log_2 5 < 3 \Rightarrow [\log_2 5] = 2$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

۱۰- **گزینهٔ «۲»** *(علی شهرابی)*

$$\log_2^{(2x+1)} - \log_{(2x+1)}^8 = 2 \Rightarrow \log_2^{(2x+1)} - 3\log_{(2x+1)}^2 = 2$$

$$\xrightarrow[\log_{(2x-1)}^2 = \frac{1}{\log_2^{(2x-1)}}]{A = \log_2^{(2x+1)}} A - \frac{3}{A} = 2$$

$$\xrightarrow{\times A} \underbrace{A^2 - 2A - 3}_{(A-3)(A+1)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 3 \\ A = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 3 \Rightarrow \log_2^{(2x+1)} = 3 \Rightarrow 2x+1 = 8 \Rightarrow x_1 = \frac{7}{2} \\ A = -1 \Rightarrow \log_2^{(2x+1)} = -1 \Rightarrow 2x+1 = \frac{1}{2} \Rightarrow x_2 = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$|x_1 - x_2| = \frac{15}{4}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

ریاضی ۱

۱۱- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی مجاهدی)*

ضلع مربع را با x نشان می‌دهیم، پس:

$$\begin{cases} \text{مساحت مربع} = x^2 \\ \text{محیط مربع} = 4x \end{cases} \xrightarrow[\text{از اندازهٔ محیط کمتر است}]{\text{اندازهٔ مساحت ۳ واحد}} x^2 = 4x - 3$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

عبارت $x^2 - 4x + 3$ را تجزیه می‌کنیم:

$$x^2 - 4x + 3 = (x-3)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

پس دو مربع با این ویژگی وجود دارد.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۱۲- **گزینهٔ «۴»** *(عادل حسینی)*

عرض از مبدأ سهمی برابر با $c = -4$ است، پس معادلهٔ آن را $y = ax^2 + bx - 4$ در نظر می‌گیریم. در این سهمی $x = 2$ ریشه است، پس داریم:

$$0 = a(2)^2 + b(2) - 4 \Rightarrow 2a + b = 2 \qquad (1)$$

از طرفی $y = \frac{1}{2}$ عرض رأس سهمی است. حال از رابطهٔ $y_S = -\frac{\Delta}{4a}$ استفاده می‌کنیم:

$$y_S = -\frac{b^2 + 16a}{4a} = \frac{1}{2} \Rightarrow b^2 + 16a = -2a \Rightarrow b^2 + 18a = 0 \qquad (2)$$

با جای‌گذاری $a = \frac{2-b}{2}$ در معادلهٔ (۲) داریم:

$$b^2 + 18\left(\frac{2-b}{2}\right) = b^2 - 9b + 18 = (b-3)(b-6) = 0$$

$$\Rightarrow b = 3 \quad \text{یا} \quad b = 6$$

به ازای $b = 3$، $a = -\frac{1}{2}$ و به ازای $b = 6$، $a = -2$ به دست می‌آید.

اما در حالت $(a, b) = (-2, 6)$ سهمی $y = -2x^2 + 6x - 4$ را داریم که ریشه‌های آن $x = 1$ و $x = 2$ است و این با نمودار صورت سؤال همخوانی ندارد. در نتیجه فقط $b = 3$ قابل قبول است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱۳- **گزینهٔ «۱»** *(امیرمحمد باقری نصرآبادی)*

قاعدهٔ مثلث هاشورخورده، اختلاف صفرهای تابع و ارتفاع آن برابر با ۶ است.

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases} \Rightarrow |x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$\text{قاعده} = |x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{100 - 4ac}}{|a|} = \frac{\sqrt{68}}{|a|} = \frac{2\sqrt{17}}{|a|}$$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2}\left(\frac{2\sqrt{17}}{|a|}\right)(6) = 6\sqrt{17} \Rightarrow |a| = 1$$

دهانهٔ سهمی رو به پایین است، پس $a = -1$ و در نتیجه $c = -8$، پس معادلهٔ سهمی داده شده $f(x) = -x^2 + 10x - 8$ است که در آن $a + c = -9$.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۱۴- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

با توجه به علامت‌های جدول، عبارت مخرج قطعاً یک ریشه و عبارت صورت، یک یا دو ریشه دارد. با توجه به جدول و دو عدد $x = 1$ و $x = c$ (با شرط $c > 1$) در آن، ممکن است دو حالت زیر رخ دهد:

الف) یکی از ریشه‌های صورت (ریشهٔ $x = c$) با ریشهٔ مخرج (یعنی $x = \frac{b}{a}$) یکسان است، پس:

$$\left(\frac{b}{a}\right)^2 - a\left(\frac{b}{a}\right) + b = 0 \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = 0 \Rightarrow b = 0$$

در این شرایط $p(x) = \frac{1}{a}x - 1$ است که ریشهٔ این عبارت باید $x = 1$ باشد:

$$\frac{1}{a} - 1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$p(x) = \frac{x^2 - x}{x} = \frac{x(x-1)}{x}$$

در این صورت $c = \frac{b}{a} = 0$ به دست می‌آید که غیرقابل قبول است. ($c > 1$)

ب) صورت فقط ریشهٔ مضاعف $x = c$ و مخرج ریشهٔ $x = 1$ دارد.

$$\begin{cases} \text{صورت } \Delta = a^2 - 4b = 0 \\ \text{ریشهٔ مخرج}: a - b = 0 \Rightarrow a = b \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2 - 4a = 0 \xrightarrow{a \neq 0} a = b = 4$$

همچنین c ریشهٔ صورت است:

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 0 \Rightarrow c = 2$$

پس $p(x) = \frac{(x-2)^2}{4(x-1)}$ و $p(2c) = p(4) = \frac{1}{3}$ است.

توجه: در این سوال، قطعاً a غیرصفر است، زیرا با فرض $a = 0$، عبارت به صورت $p(x) = \frac{x^2 + b}{-b}$ می‌شود که جدول تعیین علامت آن مطابق صورت سوال نخواهد بود؛ لذا مخرج عبارت، قطعاً یک ریشه دارد.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۱۵- **گزینهٔ «۲»** *(علی ساوجی)*

نکته: $(a>0)$ $u^2 \le a^2 \Leftrightarrow |u| \le a \Leftrightarrow -a \le u \le a$

با توجه به نکتهٔ بالا، می‌نویسیم:

$$|x^2-4x| \le 2 \Rightarrow -2 \le x^2-4x \le 2 \xrightarrow{+4} 2 \le x^2-4x+4 \le 6$$

$$\Rightarrow 2 \le (x-2)^2 \le 6 \xrightarrow{\text{جذر}} \sqrt{2} \le |x-2| \le \sqrt{6}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2} \le x-2 \le \sqrt{6} \Rightarrow 2+\sqrt{2} \le x \le 2+\sqrt{6} \\ -\sqrt{6} \le x-2 \le -\sqrt{2} \Rightarrow 2-\sqrt{6} \le x \le 2-\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \max\{x\}+\min\{x\} = (2+\sqrt{6})+(2-\sqrt{6}) = 4$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۸۸ تا ۹۳)

۱۶- **گزینهٔ «۴»** *(مهرداد ملوندی)*

براساس ریشهٔ عبارت قدرمطلقی که $x_0 = \frac{1}{2}$ است، نامعادله را در دو حالت $x < \frac{1}{2}$ و $x \ge \frac{1}{2}$ حل می‌کنیم:

$$x < \frac{1}{2}: 3x+2x-1 \ge 5 \Rightarrow 5x \ge 6 \Rightarrow x \ge \frac{6}{5} \quad \text{(غ ق ق)}$$

$$x \ge \frac{1}{2}: 3x-2x+1 \ge 5 \Rightarrow x \ge 4$$

بنابراین مجموعه جواب نامعادله $x \ge 4$ بوده که تنها فاقد سه عدد طبیعی است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۸۸ تا ۹۳)

۱۷- **گزینهٔ «۲»** *(امیر محمودیان)*

دو زوج مرتب با مؤلفهٔ اول یکسان $x+2$ وجود دارد، پس برای تابع شدن رابطه باید مؤلفه‌های دوم آن‌ها برابر باشند:

$$x^3 = x^2+2x \Rightarrow x^3-x^2-2x = 0 \Rightarrow x(x^2-x-2) = 0$$

$$\Rightarrow x(x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow x=0 \text{ یا } x=-1 \text{ یا } x=2$$

به ازای $x=0$ رابطه را بازنویسی می‌کنیم:

$\{(2,0),(0,0),(2,0),(2,0)\}$ تابع است.

به ازای $x=-1$:

$\{(1,-1),(1,1),(1,-1),(4,-1)\}$ تابع نیست.

به ازای $x=2$:

$\{(4,8),(-2,4),(4,8),(-2,2)\}$ تابع نیست.

پس تنها به ازای $x=0$ تابع است.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۱۸- **گزینهٔ «۳»** *(لیلا مرادی)*

چون $f(x)$ یک تابع است، دو ضابطهٔ تعریف شده به‌ازای $x=2$ برابرند:

$$2m-4 = 8-m \Rightarrow 3m = 12 \Rightarrow m = 4$$

و از آنجا که $x = 2-\sqrt{3}$ عددی کوچک‌تر از دو است، باید در ضابطهٔ اول جایگذاری شود:

$$4x-x^2 = -(x-2)^2+4 \Rightarrow f(2-\sqrt{3}) = -(-\sqrt{3})^2+4 = 1$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۱۹- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

باید x هایی را پیدا کنیم که به‌ازای آن‌ها مقادیر تابع برابر $1,5,10$ شوند:

$$f(x) = x^2-2x+2 = (x-1)^2+1$$

$$\begin{cases} f(x)=1 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ f(x)=5 \Rightarrow (x-1)^2 = 4 \Rightarrow x = 3 \text{ یا } -1 \\ f(x)=10 \Rightarrow (x-1)^2 = 9 \Rightarrow x = 4 \text{ یا } -2 \end{cases}$$

پس اعضای مجموعهٔ A را باید از بین اعضای مجموعهٔ $X=\{-2,-1,1,3,4\}$ انتخاب کنیم. در واقع A زیرمجموعه‌ای ناتهی از مجموعهٔ X است.

مجموعهٔ X، $2^5 = 32$ زیرمجموعه دارد که برای A، ۳۱ مجموعه می‌توانیم پیدا کنیم.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۲۰- **گزینهٔ «۱»** *(یاسین سپهر)*

نمایش جبری تابع خطی f به‌صورت $f(x) = ax+b$ می‌باشد.

$$f(x) = ax+b \Rightarrow \begin{cases} f(x-2) = a(x-2)+b \\ f(x+1) = a(x+1)+b \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x-2)+f(x+1) = ax-2a+b+ax+a+b$$

$$\Rightarrow 4x-8 = 2ax+(-a+2b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \\ -a+2b = -8 \xrightarrow{a=2} b = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x-3 \Rightarrow f(2) = 1$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحهٔ ۱۰۳)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

حسابان ۲

۲۱- **گزینهٔ «۱»** *(یاسین سپهر)*

نمودار این تابع از انتقال‌های افقی و عمودی نمودار تابع $y=x^3$ به‌دست آمده است. اگر نمودار $y=x^3$ را یک واحد به‌سمت راست (در راستای محور x ها) و سپس دو واحد به‌سمت بالا (در راستای محور y ها) انتقال دهیم ضابطهٔ $y=(x-1)^3+2$ به دست می‌آید که همان ضابطهٔ مربوط به نمودار داده شده در صورت سؤال است. پس: $a=-1, b=-2 \Rightarrow a.b=2$

(حسابان ۲- تابع: مشابه تمرین ۱ صفحهٔ ۲۱)

۲۲- **گزینهٔ «۱»** *(حمیدرضا نوشکاران)*

تابع $\frac{1}{f}$ صعودی و مثبت است. تابع $-g$ نیز صعودی و مثبت است. پس تابع $\frac{1}{f}-g$ که مجموع دو تابع صعودی است، صعودی خواهد شد.

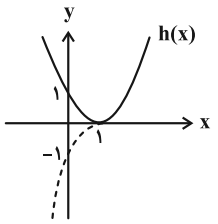
(حسابان ۲- تابع: مشابه تمرین ۵ صفحهٔ ۲۲)

۲۳- **گزینهٔ «۳»** *(مسعود برملا)*

ابتدا ضابطهٔ تابع $h(x)=|f(x)-g(x)|$ را می‌سازیم:

$$h(x)=|1-x^3+3x^2-3x|=|x^3-3x^2+3x-1|=|(x-1)^3|$$

نمودار تابع $y=(x-1)^3$ و همچنین نمودار تابع h در شکل زیر رسم شده است.



تابع h روی $\mathbb{R}$ غیریکنوا است اما روی هر کدام از بازه‌های $(-\infty, 1]$ و $[1, +\infty)$ و زیرمجموعه‌های آن‌ها یکنوا است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۲۴- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

مطابق شکل بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع f روی آن صعودی است، بازهٔ $[-5, 0]$ می‌باشد که طول آن برابر $a=5$ است. همچنین بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع روی آن نزولی است، بازهٔ $[-3, 5]$ می‌باشد که طول آن برابر $b=8$ است. $\Rightarrow |a-b|=3$

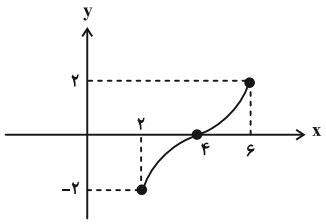
(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۲۵- **گزینهٔ «۲»** *(بهانبخش نیکنام)*

$$f(x)=\sqrt{x-2}+(-\sqrt{6-x})$$

$$D_f=[2, 6] \qquad (1)$$

تابع f مجموع دو تابع اکیداً صعودی است، پس اکیداً صعودی است و نمودار آن به صورت تقریبی شبیه شکل زیر است:



ابتدا دامنهٔ تابع $y=f(f(x)+4)$ را حساب می‌کنیم:

$$2 \le f(x)+4 \le 6 \Rightarrow -2 \le f(x) \le 2 \Rightarrow 2 \le x \le 6 \qquad (2)$$

و حال نامعادله را حل می‌کنیم:

$$f(f(x)+4) \le f(4) \xrightarrow{\text{f اکیداً صعودی}} f(x)+4 \le 4$$

$$\Rightarrow f(x) \le 0 \Rightarrow x \in [2, 4] \qquad (3)$$

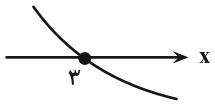
$$\xrightarrow{(1),(2),(3)} x \in [2, 4]$$

این بازه شامل سه عدد صحیح ۲، ۳ و ۴ است که مجموع آن‌ها برابر ۹ است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۲۶- **گزینهٔ «۴»** *(افشین گلستانی)*

چون f یک تابع اکیداً نزولی و پیوسته با دامنهٔ $\mathbb{R}$ و $f(3)=0$ است، پس می‌توان نمودار زیر را برای f فرض کرد.



konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

دقت شود که نمودار تابع f الزاماً به شکل بالا نیست، ولی می‌توان برای تصور f از نمودار بالا استفاده کرد.

حال باید دامنهٔ تابع داده شده را پیدا کنیم:

$$\text{زیر رادیکال با فرجهٔ زوج} \geq 0 \Rightarrow (x-3)^2 f(2-x) \geq 0$$

نامعادله را با تعیین علامت حل می‌کنیم:

$$\begin{cases}(x-3)^2 = 0 \Rightarrow x = 3 \\ f(2-x) = 0 \Rightarrow 2-x = 3 \Rightarrow x = -1\end{cases}$$

x		-1		3	
$(x-3)^2 f(2-x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

$$\Rightarrow D_g = [-1, +\infty)$$

برای فهمیدن علامت خانه‌های جدول از عددگذاری استفاده کرده‌ایم.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۲۷- **گزینهٔ «۱»** *(سهیل حسن‌خان‌پور)*

عبارت $3+2\sqrt{2}$ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$3+2\sqrt{2} = \sqrt{2}^2 + 2\sqrt{2} + 1^2 = (\sqrt{2}+1)^2$$

حال این عبارت را در نامعادلهٔ سوال جایگذاری می‌کنیم:

$$(\sqrt{2}+1)^{x^2-3x+2} < (\sqrt{2}+1)^2$$

تابع نمایی $y = (\sqrt{2}+1)^t$ اکیداً صعودی است؛ در نتیجه:

$$x^2 - 3x + 2 < 2 \Rightarrow x^2 - 3x < 0$$

$$\Rightarrow x(x-3) < 0 \Rightarrow 0 < x < 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = 0 \end{cases} \Rightarrow 2b - 3a = 6$$

(حسابان ۲- تابع: مشابه تمرین ۹ صفحهٔ ۲۲)

۲۸- **گزینهٔ «۴»** *(طاهر دادستانی)*

باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $p(x+2)$ بر $x-3$ برابر با $p(5)$ است، پس $p(5) = 0$ است. در نتیجه چندجمله‌ای $p(1-2x)$ بر عبارتی بخش‌پذیر است که ریشهٔ آن همان جواب معادلهٔ $1-2x_0 = 5$ یعنی $x_0 = -2$ باشد، پس $p(1-2x)$ قطعاً بر $x+2$ بخش‌پذیر است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۲۹- **گزینهٔ «۴»** *(کاظم اجلالی)*

باقی‌ماندهٔ تقسیم $p(x)$ بر $x+4$ برابر با $p(-4)$ است، پس $p(-4) = 2$. باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x) = x^3 p(2x) - 4x$ بر $x+2$ برابر با $f(-2)$ است. برای این کار $x = -2$ را در عبارت $f(x)$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$r = f(-2) = -8p(-4) - 4(-2) = -8 \times 2 + 8 = -8$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۳۰- **گزینهٔ «۴»** *(عادل حسینی)*

رابطهٔ تقسیم را برای تقسیم $f(x)$ بر $x^2 + 4x - 5 = (x+5)(x-1)$ می‌نویسیم:

$$f(x) = (x+5)(x-1)q_0(x) + x - 6 \qquad (*)$$

همچنین برای تقسیم $f(f(x))$ بر $x-1$ داریم:

$$f(f(x)) = (x-1)q_1(x) + r$$

می‌بینیم که اگر $x = 1$ را در رابطهٔ بالا جای‌گذاری کنیم، مقدار r به دست می‌آید:

$$r = f(f(1))$$

از رابطهٔ (*) داریم: $f(1) = 0 + (1-6) \Rightarrow f(1) = -5 \Rightarrow r = f(-5)$

مجدداً از رابطهٔ (*) داریم: $f(-5) = 0 + (-5-6) = -11$

پس $r = -11$ است.

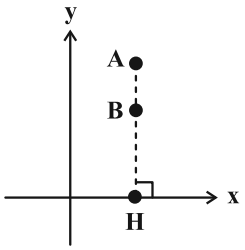
(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

هندسه ۲

۳۱- گزینهٔ «۴» *(سوگند روشنی)*

تبدیل T در صفحهٔ P، تابعی است که به هر نقطهٔ A از صفحهٔ P، دقیقاً یک نقطه مانند A' را از همان صفحه نظیر می‌کند و برعکس، هر نقطهٔ A' از صفحهٔ P، تصویر دقیقاً یک نقطهٔ A از همان صفحه است.



در گزینهٔ «۴» نقاط واقع بر محور xها تصویر منحصر به‌فرد یک نقطه از صفحه نیستند. به عنوان مثال در شکل، تصویر نقاط A و B (که طول یکسانی دارند.) تحت این تابع بر نقطهٔ H منطبق می‌گردد.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحهٔ ۳۴)

۳۲- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین ابومحبوب)*

ترکیب دو انتقال با بردارهای $\overrightarrow{v_1}$ و $\overrightarrow{v_2}$، انتقالی با بردار $\overrightarrow{v_1}+\overrightarrow{v_2}$ است.

مطابق شکل داریم:

$$\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{OD}\Rightarrow\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{AD}$$

بنابراین کافی است با برداری هم اندازه و خلاف جهت $\overrightarrow{AD}$، انتقال را انجام دهیم تا چهارضلعی $A'B'C'D'$ بر ABCD منطبق گردد که در بین گزینه‌ها، تنها بردار $\overrightarrow{CB}$ دارای این ویژگی است، یعنی داریم:

$$\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DA}=-\overrightarrow{AD}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۳۳- گزینهٔ «۲» *(شایان عباچی)*

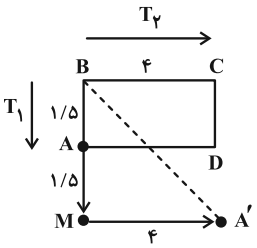
انتقال تبدیلی طولپا است، پس شعاع دایره در انتقال تغییری نمی‌کند و $R'=۲$ است. نقطهٔ O (مرکز دایرهٔ C) در این انتقال بر نقطهٔ O' (مرکز دایرهٔ C') تصویر می‌شود، پس طول خط‌المرکزین دو دایره برابر طول بردار انتقال است، یعنی $OO'=۵$ بوده و در نتیجه داریم:

$$۵>۲+۲\Rightarrow OO'>R+R'$$ دو دایره متخارج‌اند

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۳۴- گزینهٔ «۴» *(مهرداد ملوندی)*

مطابق شکل و فرض سؤال داریم:



$$T_1(A)=M$$

$$T_2(T_1(A))=T_2(M)=A'$$

در مثلث قائم‌الزاویهٔ BMA' به طول اضلاع قائمهٔ ۴ و ۳ طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم:

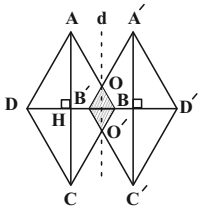
$$A'B=\sqrt{۴^۲+۳^۲}=۵$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۳۵- گزینهٔ «۱» *(سوگند روشنی)*

$$\overset{\Delta}{AHB}: AB^۲=AH^۲+BH^۲$$

$$\Rightarrow ۱۰^۲=۸^۲+BH^۲\Rightarrow BH^۲=۳۶\Rightarrow BH=۶\Rightarrow BD=۱۲$$



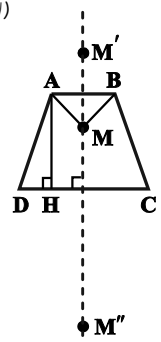
بازتاب تبدیلی طولپاست. از طرفی خط d (محور بازتاب) موازی قطر بزرگ لوزی ABCD است، بنابراین چهارضلعی $OBO'B'$ یک لوزی بوده که زوایای آن برابر زوایای لوزی ABCD است، پس این دو لوزی متشابه هستند و نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر مجذور نسبت تشابه است و در نتیجه داریم:

$$\frac{S_{OBO'B'}}{S_{ABCD}}=\left(\frac{OB}{AB}\right)^۲\Rightarrow\frac{S_{OBO'B'}}{\frac{۱}{۲}\times۱۶\times۱۲}=\left(\frac{۳}{۱۰}\right)^۲$$

$$\Rightarrow\frac{S_{OBO'B'}}{۹۶}=\frac{۹}{۱۰۰}\Rightarrow S_{OBO'B'}=\frac{۹\times۹۶}{۱۰۰}=۸/۶۴$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۳۶- گزینهٔ «۲» *(امیر وفائی)*



$$S_{ABCD}=\frac{۱}{۲}AH(AB+CD)$$

$$\Rightarrow ۵۶=\frac{۱}{۲}AH(۷+۹)$$

$$\Rightarrow AH=۷$$

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

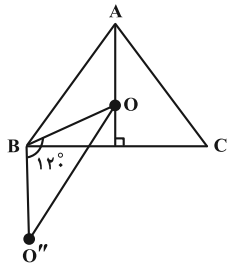
می‌دانیم ترکیب دو بازتاب متوالی نسبت به دو خط موازی، معادل یک انتقال با برداری به‌طول دو برابر فاصلهٔ این دو خط است، بنابراین داریم:

$$MM'' = ۲AH = ۲\times ۷ = ۱۴$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: برگرفته از تمرین ۴ صفحهٔ ۴۲)

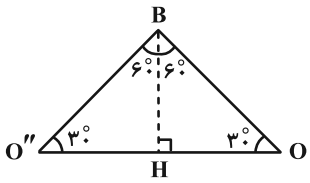
۳۷- **گزینهٔ «۱»** *(کیوان دارابی)*

حاصل دو بازتاب متوالی نسبت به دو خط متقاطع یک دوران است. مطابق شکل، O'' دوران یافتهٔ O در جهت ساعتگرد و به اندازهٔ زاویهٔ ۱۲۰° به مرکز دوران B است. (زاویهٔ دوران دو برابر زاویهٔ بین دو محور است) اگر طول ضلع مثلث a باشد، آنگاه:



$$BO = \frac{۲}{۳}h_a = \frac{۲}{۳}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}a = \frac{\sqrt{۳}}{۳}a$$

با توجه به شکل زیر داریم:



$$OH = O''H$$

$$\Rightarrow OO'' = ۲OH = ۲(\frac{\sqrt{۳}}{۲}BO) = \sqrt{۳}\times\frac{\sqrt{۳}}{۳}a = a$$

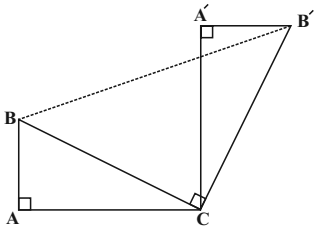
روش دوم محاسبهٔ OO'': چهارضلعی $AOO''B$ متوازی‌الاضلاع است، زیرا:

$$AO = BO'' \ , \ AO \parallel BO'' \Rightarrow OO'' = AB = a$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: برگرفته از تمرین ۵ صفحهٔ ۴۳)

۳۸- **گزینهٔ «۱»** *(معصومه اکبری‌صحت)*

فرض کنید $AB = ۱$ و $AC = ۳$ باشد. در این صورت داریم:



$$\overset{\Delta}{ABC} : BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ = ۱+۹ = ۱۰ \Rightarrow BC = \sqrt{۱۰}$$

دوران تبدیلی طولپا است، پس $B'C = \sqrt{۱۰}$ است. از طرفی در دوران، زاویهٔ بین هر پاره‌خط و تصویر آن، برابر با زاویهٔ دوران است، پس $B\hat{C}B' = ۹۰^\circ$ و در نتیجه مثلث BCB' قائم‌الزاویه است. داریم:

$$\overset{\Delta}{BCB'} : BB'^۲ = BC^۲ + B'C^۲ = ۱۰+۱۰ = ۲۰ \Rightarrow BB' = ۲\sqrt{۵}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

فرض کنید از مرکز تقارن هرکدام از این چندضلعی‌ها به تمام رئوس آن چندضلعی وصل کنیم.

زاویهٔ بین هر دو پاره‌خط متوالی در هرکدام از این چندضلعی‌ها به صورت زیر است:

گزینهٔ «۱»: $\theta = \frac{۳۶۰^\circ}{۴} = ۹۰^\circ$

گزینهٔ «۲»: $\theta = \frac{۳۶۰^\circ}{۶} = ۶۰^\circ$

گزینهٔ «۳»: $\theta = \frac{۳۶۰^\circ}{۸} = ۴۵^\circ$

گزینهٔ «۴»: $\theta = \frac{۳۶۰^\circ}{۱۰} = ۳۶^\circ$

همان‌طور که مشاهده می‌شود فقط در شش‌ضلعی منتظم، ۱۲۰° مضربی از زاویهٔ بین هر دو پاره‌خط متوالی که از مرکز تقارن به رأس‌ها وصل می‌شود، می‌باشد و در نتیجه، در بین گزینه‌ها، تحت دوران با زاویهٔ ۱۲۰° حول مرکز تقارن، فقط شش‌ضلعی منتظم، برخودش منطبق می‌شود.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۴۰- **گزینهٔ «۱»** *(محبوبه بهادری)*

هر بردار انتقالی که موازی نیمساز ربع اول دستگاه مختصات (خط $y = x$) باشد را می‌توان به صورت $\vec{v} = (a,a)$ نمایش داد. بنابراین مختصات نقطهٔ B' به صورت $B'(۱+a,-۱+a)$ خواهد بود. دوران تبدیلی طولپا است، در نتیجه اگر B' دوران یافتهٔ A به مرکز مبدأ مختصات و زاویهٔ θ باشد، آنگاه داریم:

$$OB' = OA \Rightarrow \sqrt{(۱+a)^۲ + (-۱+a)^۲} = \sqrt{(-۲)^۲ + (\sqrt{۲})^۲}$$

$$\xrightarrow{\text{به‌توان ۲}} ۱ + a^۲ + ۲a + ۱ + a^۲ - ۲a = ۶$$

$$\Rightarrow ۲a^۲ = ۴ \Rightarrow a^۲ = ۲$$

طول بردار انتقال همان طول پاره‌خط BB' است، پس:

$$BB' = \sqrt{(۱+a-۱)^۲ + (-۱+a+۱)^۲} = \sqrt{۲a^۲} = \sqrt{۴} = ۲$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها : صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

هندسه ۱

۴۱- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

می‌دانیم هر دو n ضلعی منتظم، همواره با هم متشابه‌اند. اگر نسبت تشابه این دو شش ضلعی منتظم را برابر k در نظر بگیریم، آن‌گاه نسبت مساحت‌ها برابر $k^۲$ و نسبت محیط‌ها برابر k است. داریم:

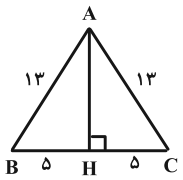
$$\frac{S}{S'}=k^۲ \Rightarrow k^۲=\frac{۹}{۱۶} \Rightarrow k=\frac{۳}{۴}$$

$$\frac{P}{P'}=k \Rightarrow \frac{P}{۴۵}=\frac{۳}{۴} \Rightarrow P=۴۵\times\frac{۳}{۴}=۳۳/۷۵$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۴۲- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ملازینل)*

کافی است طول بلندترین ارتفاع را در مثلث ABC به دست آوریم و سپس با استفاده از نسبت تشابه دو مثلث، اندازهٔ ارتفاع متناظر را در مثلث $A'B'C'$ پیدا کنیم. می‌دانیم بلندترین ارتفاع هر مثلث، ارتفاع وارد بر کوچک‌ترین ضلع آن است، پس مطابق شکل داریم:



$$\overset{\Delta}{ABH}: AH^۲=AB^۲-BH^۲=۱۳^۲-۵^۲=۱۴۴ \Rightarrow AH=۱۲$$

نسبت ارتفاع‌های متناظر در دو مثلث متشابه، برابر نسبت تشابه دو مثلث است. از طرفی نسبت محیط‌ها در دو مثلث متشابه نیز با همین نسبت برابر است. با توجه به این‌که محیط مثلث ABC برابر $۱۰+۱۳+۱۳=۳۶$ است، داریم:

$$\frac{AH}{A'H'}=\frac{\text{محیط } \overset{\Delta}{ABC}}{\text{محیط } \overset{\Delta}{A'B'C'}} \Rightarrow \frac{۱۲}{A'H'}=\frac{۳۶}{۴۸} \Rightarrow A'H'=۱۶$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۴۳- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

مثلثی به طول اضلاع ۴، ۸ و $۴\sqrt{۳}$، قائم‌الزاویه است، چون طول اضلاع آن در قضیهٔ فیثاغورس صدق می‌کنند.

$$۴^۲+(۴\sqrt{۳})^۲=۱۶+۴۸=۶۴=۸^۲$$

بنابراین مساحت این مثلث برابر است با: $S_۱=\frac{۱}{۲}\times۴\times۴\sqrt{۳}=۸\sqrt{۳}$

مساحت مثلث دوم در صورتی بیشترین مقدار ممکن را دارد که ضلع به طول $۳\sqrt{۳}$ متناظر با کوچک‌ترین ضلع مثلث اول باشد. در این صورت داریم:

$$\frac{S_۲}{S_۱}=\left(\frac{۳\sqrt{۳}}{۴}\right)^۲ \Rightarrow \frac{S_۲}{۸\sqrt{۳}}=\frac{۲۷}{۱۶} \Rightarrow S_۲=۱۳/۵\sqrt{۳}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۴۴- **گزینهٔ «۲»** *(احمدرضا فلاح)*

در یک n ضلعی از هر رأس $n-۳$ قطر می‌گذرد. با توجه به قطرهای مشترک، در مجموع $۳(n-۳)-۳$ قطر بین آن‌ها وجود دارد. پس:

$$۳(n-۳)-۳=۱۵ \Rightarrow ۳(n-۳)=۱۸ \Rightarrow n=۹$$

با رسم قطرهای گذرنده از یک رأس n ضلعی، سطح آن به $n-۲$ مثلث تقسیم می‌شود. پس جواب $۹-۲=۷$ می‌باشد.

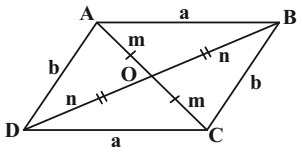
(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحهٔ ۵۵)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۴۵- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب آبی)*

با توجه به فرض سؤال و محیط متوازی‌الاضلاع ABCD داریم:

$$۲(a+b)=۲۴ \Rightarrow a+b=۱۲$$



می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع، قطرها منصف یکدیگرند، پس داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\triangle}{OAB}\ \text{محیط} = a+m+n=۱۶ \\ \overset{\triangle}{OBC}\ \text{محیط} = b+m+n=۱۴ \end{array}\right\}$$

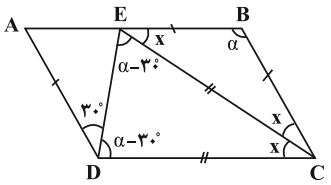
$$\xrightarrow{+} (a+b)+(۲m+۲n)=۳۰ \Rightarrow ۲m+۲n=۱۸$$

بنابراین مجموع اندازه‌های دو قطر برابر ۱۸ است.

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۴۶- **گزینهٔ «۱»** *(امیر مالمیر)*

مطابق شکل و فرض داریم:



$$BE=AD \xrightarrow{AD=BC} BE=BC$$

$\Rightarrow$ متساوی‌الساقین است $\overset{\triangle}{BEC} \Rightarrow B\hat{E}C = B\hat{C}E = x$

$BE \parallel CD$ و مورب $CE \Rightarrow D\hat{C}E = B\hat{E}C = x$

$$\hat{B}=\hat{D} \Rightarrow \alpha = ۳۰^\circ + C\hat{D}E \Rightarrow C\hat{D}E = \alpha - ۳۰^\circ$$

بنابراین در دو مثلث BEC و DEC داریم:

$$\begin{cases} \alpha+۲x=۱۸۰^\circ \\ ۲(\alpha-۳۰^\circ)+x=۱۸۰^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha+۲x=۱۸۰^\circ \\ ۲\alpha+x=۲۴۰^\circ \end{cases}$$

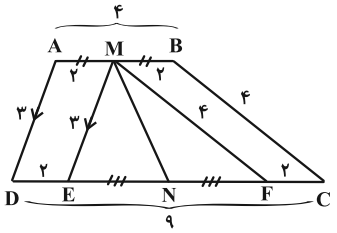
$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha=۱۰۰^\circ \\ x=۴۰^\circ \end{cases}$$

بنابراین $\hat{A}=۱۸۰^\circ-\alpha=۸۰^\circ$ است.

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۴۷- **گزینهٔ «۳»** *(هومن عقیلی)*

از M (وسط قاعدهٔ کوچک‌تر) خطوط ME و MF را به موازات ساق‌های AD و BC رسم می‌کنیم.



مطابق شکل، چهارضلعی‌های AMED و BMFC متوازی‌الاضلاع هستند،

پس $ME=AD=۳$ و $MF=BC=۴$ و داریم:

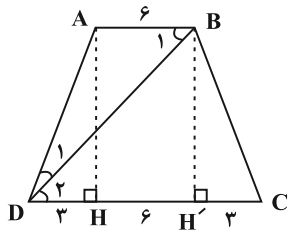
$$EF=۹-۴=۵$$

از عکس قضیهٔ فیثاغورس نتیجه می‌شود $E\hat{M}F=۹۰^\circ$ و لذا MN میانهٔ وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویهٔ MEF است و $MN=\frac{EF}{۲}=۲/۵$.

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۴۸- **گزینهٔ «۴»** *(رضا سیدنجفی)*



$AB \parallel DC$ و مورب $BD \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_2 \xrightarrow{\hat{D}_1=\hat{D}_2} \hat{B}_1 = \hat{D}_1$

$\xrightarrow{\overset{\Delta}{ABD}\ \text{متساوی‌الساقین}} AD = AB = 6$

$\overset{\Delta}{ADH} : AH^2 = AD^2 - DH^2 = 6^2 - 3^2 = 27$

$\xrightarrow{AH=BH'} BH'^2 = AH^2 = 27$

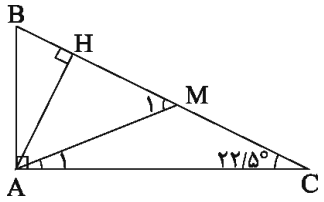
$\overset{\Delta}{BDH'} : BD^2 = BH'^2 + DH'^2 = 27 + 9^2 = 108$

$\Rightarrow BD = 6\sqrt{3}$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

۴۹- **گزینهٔ «۳»** *(سیدسروش کریمی‌مدامی)*

زاویهٔ حادهٔ دیگر در این مثلث، برابر ۲۲/۵ درجه می‌شود. در این مثلث قائم‌الزاویه، میانه و ارتفاع وارد بر وتر را رسم می‌کنیم:



می‌دانیم طول میانهٔ وارد بر وتر نصف طول وتر است، مطابق شکل داریم:

$AM = CM = \frac{1}{2}BC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C} = 22/5^\circ$

$\overset{\Delta}{AMC}$: (زاویهٔ خارجی) $\hat{M}_1 = \hat{A}_1 + \hat{C} = 45^\circ$

در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ 45°، $\frac{\sqrt{2}}{2}$ طول وتر است،

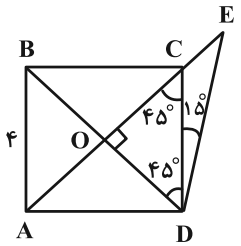
پس داریم: $\overset{\Delta}{AMH} : \hat{M}_1 = 45^\circ$

$\Rightarrow AH = \frac{\sqrt{2}}{2}AM = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2}BC = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2 = \sqrt{2}$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۰ و ۶۴)

۵۰- **گزینهٔ «۳»** *(علی ایمانی)*

در شکل زیر، نقطهٔ O محل برخورد قطرهای مربع است. در مثلث DOE، $\hat{D} = 60^\circ$ و $\hat{O} = 90^\circ$، بنابراین $\hat{E} = 30^\circ$ است. از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ 30°، نصف طول وتر است، پس داریم:



$DB = \sqrt{2}AB = 4\sqrt{2} \Rightarrow DO = \frac{1}{2}DB = 2\sqrt{2}$ (*)

$\overset{\Delta}{DOE} : DO = \frac{1}{2}DE \xrightarrow{(*)} DE = 4\sqrt{2}$

روش دوم: می‌دانیم در مربع، قطرها عمودمنصف یکدیگرند. از طرفی E روی امتداد قطر AC قرار دارد، پس E روی عمودمنصف BD بوده و در نتیجه $BE = ED$. از طرفی $B\hat{D}E = 60^\circ$، پس مثلث BDE متساوی‌الاضلاع است و در نتیجه داریم:

$DE = BD = \sqrt{2}AB = 4\sqrt{2}$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحهٔ ۶۴)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

هندسه ۳

۵۱- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

ماتریس B همانی (I) است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) درست: $A\times I = I\times A = A$

۲) تساوی را ساده می‌کنیم:

$$B^2\times A = I \Rightarrow (I)^2\times A = I \Rightarrow A = I$$

تساوی تنها در حالتی برقرار است که $A = I$ باشد و در نتیجه در حالت کلی برقرار نیست.

۳) درست: $A\times\underbrace{(I)^2}_{I} = \underbrace{(I)^2}_{I}\times A = A$

۴) درست: $A\times\underbrace{(I)^2}_{I} = A$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: برگرفته از کاردرکلاس صفحهٔ ۱۹)

۵۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمد صحت‌کار)*

درایهٔ سطر iام و ستون jام ماتریس ABC برابر است با حاصل‌ضرب ماتریسی زیر:

(ستون jام ماتریس C) (ماتریس B) (سطر iام ماتریس A)

بنابراین درایهٔ سطر دوم و ستون سوم ماتریس A^3 برابر است با:

$$\begin{bmatrix}-1 & 1 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -2 & 3\\ -1 & 1 & 2\\ 2 & 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3\\ 2\\ -1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2 & 3 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3\\ 2\\ -1\end{bmatrix}$$

$$= 6+6+3 = 15$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۵۳- **گزینهٔ «۱»** *(مهرداد ملوندی)*

چون $A^3 = \bar{O}$ است، پس $A^4 = \bar{O}$؛ ضرب دو ماتریس را انجام می‌دهیم:

$$(A^2+5A+2I)(2A^2-A+I)$$

$$= 2A^4+(-1+10)A^3+(1-5+4)A^2+(5-2)A+2I$$

$$= \bar{O}+\bar{O}+\bar{O}+3A+2I = 3A+2I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۵۴- **گزینهٔ «۳»** *(محمد صحت‌کار)*

$$(A-B)^2 = (A-B)(A-B) = A^2-AB-BA+B^2$$

$$\Rightarrow AB+BA = A^2+B^2-(A-B)^2$$

$$(A-B)^2 = \begin{bmatrix}2 & -2\\ 4 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & -2\\ 4 & 3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-4 & -10\\ 20 & 1\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow AB+BA = \begin{bmatrix}11 & 8\\ 20 & 19\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}5 & -4\\ -1 & 4\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-4 & -10\\ 20 & 1\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix}20 & 14\\ -1 & 22\end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۵۵- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

ماتریس A^2 را محاسبه کرده و درایه‌هایش را نظیربه‌نظیر با درایه‌های ماتریس صورت سوال برابر قرار می‌دهیم:

$$A^2 = A\times A \Rightarrow \begin{bmatrix}a & b\\ 4 & c\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & -2\\ m & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -2\\ m & 3\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix}a & b\\ 4 & c\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1-2m & -8\\ 4m & -2m+9\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}4m = 4 \Rightarrow m = 1\\ a = 1-2m = 1-2 = -1\\ b = -8\\ c = -2m+9 = -2+9 = 7\end{cases}$$

بنابراین داریم: $a+b+c = -1-8+7 = -2$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: مشابه تمرین ۵ صفحهٔ ۲۰)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۵۶- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

برای دو ماتریس A و B به ترتیب داریم:

$$A^{۲}=\begin{bmatrix} ۰ & \log_{۲}^{۵} \\ \log_{۵}^{۲} & ۰ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۰ & \log_{۲}^{۵} \\ \log_{۵}^{۲} & ۰ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}=I$$

$$\Rightarrow A^{۱۹}=(A^{۲})^{۹}A=(I)^{۹}A=IA=A$$

$$B^{۲}=\begin{bmatrix} ۰ & \tan\theta \\ \cot\theta & ۰ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۰ & \tan\theta \\ \cot\theta & ۰ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}=I$$

$$\Rightarrow B^{۲۰}=(B^{۲})^{۱۰}=(I)^{۱۰}=I$$

بنابراین داریم:

$$A^{۱۹}+B^{۲۰}=A+I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۵۷- **گزینهٔ «۲»** *(جواد حاتمی)*

ابتدا ماتریس $A^{۲}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$A^{۲}=\begin{bmatrix} -a & a \\ a & -a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -a & a \\ a & -a \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۲a^{۲} & -۲a^{۲} \\ -۲a^{۲} & ۲a^{۲} \end{bmatrix}=-۲a\begin{bmatrix} -a & a \\ a & -a \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{۲}=(-۲a)A \xrightarrow{\text{به توان ۲}} A^{۴}=(-۲a)^{۲}A^{۲}=(-۲a)^{۳}A$$

با ادامهٔ این روند نتیجه می‌گیریم:

$$A^{۲n}=(-۲a)^{۲n-۱}\times A$$

و با مقایسهٔ رابطهٔ بالا با عبارت صورت سؤال داریم:

$$(-۲a)^{۲n-۱}=۲^{۲n-۱}\Rightarrow -۲a=۲\Rightarrow a=-۱$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۵۸- **گزینهٔ «۱»** *(احمدرضا فلاح)*

طبق فرض، دو ماتریس A و $۳I-A$ وارون یکدیگرند، از طرفی دو ماتریس $A^{-۱}$ وارون ماتریس A می‌باشد، بنابراین باتوجه به قضیهٔ یکتایی وارون ماتریس‌ها داریم:

$$A^{-۱}=۳I-A\Rightarrow A+A^{-۱}=۳I\Rightarrow A+A^{-۱}=\begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ ۰ & ۳ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها}=۳+۳=۶$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: برگرفته از حاشیهٔ صفحهٔ ۲۳ کتاب درسی)

۵۹- **گزینهٔ «۳»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

با توجه به رابطهٔ $A^{۲}=۳A-I$ و این نکته که $AA^{-۱}=I$ است، داریم:

$$A^{۲}=۳A-I\xrightarrow{A^{-۱}\times}A=۳I-A^{-۱}\Rightarrow A^{-۱}=۳I-A$$

$$\Rightarrow A^{-۱}B=۳B-AB=۳\begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} ۲ \\ -۱ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۷ \\ ۷ \end{bmatrix}$$

تذکر: دقت کنید که A ماتریسی ۲×۲ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحهٔ ۲۲)

۶۰- **گزینهٔ «۴»** *(اسحاق اسفندیار)*

$$A+۲I=\begin{bmatrix} |A| & |A|+۲ \\ |A|-۱ & |A|+۵ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A=\begin{bmatrix} |A| & |A|+۲ \\ |A|-۱ & |A|+۵ \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۲ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A=\begin{bmatrix} |A|-۲ & |A|+۲ \\ |A|-۱ & |A|+۳ \end{bmatrix}$$

از طرفین تساوی ماتریسی به دست آمده دترمینان می‌گیریم:

$$|A|=(|A|-۲)(|A|+۳)-(|A|+۲)(|A|-۱)$$

$$\Rightarrow |A|=|A|^{۲}+|A|-۶-|A|^{۲}-|A|+۲$$

$$\Rightarrow |A|=-۴\Rightarrow A=\begin{bmatrix} -۶ & -۲ \\ -۵ & -۱ \end{bmatrix}\Rightarrow A^{-۱}=\frac{۱}{-۴}\begin{bmatrix} -۱ & ۲ \\ ۵ & -۶ \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع درایه‌ها}}-\frac{۱}{۴}(\underbrace{-۱+۲+۵-۶}_{\text{صفر}})=۰$$

بنابراین جمع درایه‌های ماتریس مذکور برابر صفر می‌شود.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

آمار و احتمال

۶۱- گزینهٔ «۲» *(سوگند روشنی)*

احتمال شرطی مورد نظر را از طریق کاهش فضای نمونه حل می‌کنیم. تعداد حالت‌های فضای نمونه با در نظر گرفتن اینکه کتاب ریاضی بعد از کتاب فیزیک قرار گرفته باشد، برابر است با:

$$n(S)=\frac{۶!}{۲}=۳۶۰$$

برای محاسبهٔ تعداد حالت‌هایی که کتاب ریاضی بلافاصله بعد از کتاب فیزیک قرار گیرد، می‌بایست دو کتاب به صورت یک بسته در نظر گرفته شوند. داریم:

فیزیک ریاضی

$\boxed{\bigcirc\bigcirc}\ \bigcirc\ \bigcirc\ \bigcirc\ \bigcirc$

$۵ \quad \times۴\times۳\times۲\times۱$

$$\Rightarrow n(A)=۵!=۱۲۰$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱۲۰}{۳۶۰}=\frac{۱}{۳}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۶۲- گزینهٔ «۲» *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

ابتدا جدول ارزش گزاره‌ها را رسم می‌کنیم:

p	q	$\sim p$	$p\Rightarrow q$	$\sim p\vee q$	$\sim p\Leftrightarrow q$	$\sim p\wedge q$
د	د	ن	د	د	ن	ن
د	ن	ن	ن	ن	د	ن
ن	د	د	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د	ن	ن

تنها در ردیف اول جدول، ارزش هر دو گزارهٔ p و q درست است، پس احتمال درست بودن دو گزارهٔ p و q در صورت درستی هرکدام از گزاره‌های $p\Rightarrow q$ یا $\sim p\vee q$ (این دو گزاره هم‌ارز هستند)، برابر $\frac{۱}{۳}$ و در صورت درستی گزارهٔ $\sim p\wedge q$ یا $\sim p\Leftrightarrow q$ ، امکان درست بودن هر دو گزارهٔ p و q وجود ندارد و احتمال آن برابر صفر است.

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۶۳- گزینهٔ «۱» *(نیلوفر مهروی)*

با توجه به قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$B\subseteq A\Rightarrow\begin{cases}A\cup B=A\\A\cap B=B\end{cases}$$

حال طبق قانون احتمال شرطی داریم:

$$P(A\mid B')=\frac{P(A\cap B')}{P(B')}=\frac{P(A-B)}{P(B')}=\frac{P(A)-P(A\cap B)}{P(B')}$$

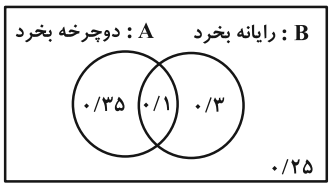
$$=\frac{P(A)-P(B)}{۱-P(B)}=\frac{\frac{۳}{۴}-\frac{۱}{۲}}{۱-\frac{۱}{۲}}=\frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{۱}{۲}}=\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow\frac{P(A\mid B')}{P(A\cup B)}=\frac{P(A\mid B')}{P(A)}=\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{۴}}=\frac{۲}{۳}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۶۴- گزینهٔ «۱» *(فرزاد جوادی)*

مطابق فرض و نمودار ون داریم:



با توجه به صورت سوال، باید احتمال $P(B'\mid A')$ را به دست بیاوریم:

$$P(B'\mid A')=\frac{P(A'\cap B')}{P(A')}=\frac{P[(A\cup B)']}{۱-P(A)}$$

$$=\frac{۱-[P(A)+P(B)-P(A\cap B)]}{۱-P(A)}=\frac{۱-[۰/۴۵+۰/۴-۰/۱]}{۱-۰/۴۵}$$

$$=\frac{۱-۰/۷۵}{۰/۵۵}=\frac{۰/۲۵}{۰/۵۵}=\frac{۲۵}{۵۵}=\frac{۵}{۱۱}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۶۵- **گزینهٔ «۴»** *(فرشاد فرامرزی)*

احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(\text{سفید، سیاه، سفید}) + P(\text{سیاه، سفید، سیاه})$$

$$=\frac{۵}{۸}\times\frac{۳}{۷}\times\frac{۴}{۶}+\frac{۳}{۸}\times\frac{۵}{۷}\times\frac{۲}{۶}=\frac{۱۰}{۵۶}+\frac{۵}{۵۶}=\frac{۱۵}{۵۶}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴ و ۶۵ تا ۶۷)

۶۶- **گزینهٔ «۱»** *(هنانه اتفاقی)*

اگر پیشامد اینکه حداقل یکی از توپ‌های انتخابی قرمز باشد را A بنامیم، آنگاه A' پیشامد آن است که هر سه توپ انتخابی آبی باشند. در این صورت داریم:

$$P(A')=\frac{۶}{۹}\times\frac{۵}{۸}\times\frac{۴}{۷}=\frac{۵}{۲۱}$$

$$P(A)=۱-P(A')=۱-\frac{۵}{۲۱}=\frac{۱۶}{۲۱}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴ و ۶۵ تا ۶۷)

۶۷- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

پیشامدهای انتخاب دو مهره به طور متوالی و با جای‌گذاری، مستقل از یکدیگر هستند.

اگر پیشامد همرنگ بودن دو مهرهٔ خارج شده از جعبه را با A نمایش دهیم، داریم:

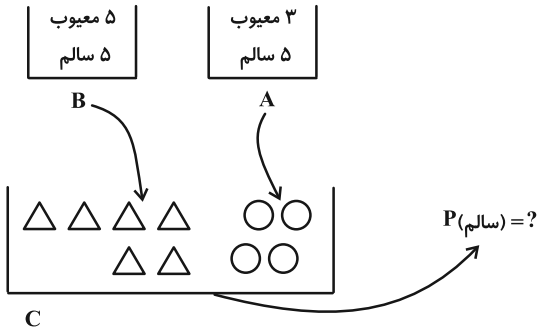
$$P(A)=\underbrace{\frac{۳}{۸}\times\frac{۳}{۸}}_{\text{دومهرهٔقرمز}}+\underbrace{\frac{۳}{۸}\times\frac{۳}{۸}}_{\text{دومهرهٔآبی}}+\underbrace{\frac{۲}{۸}\times\frac{۲}{۸}}_{\text{دومهرهٔسفید}}=\frac{۹}{۶۴}+\frac{۹}{۶۴}+\frac{۴}{۶۴}=\frac{۲۲}{۶۴}=\frac{۱۱}{۳۲}$$

بنابراین احتمال همرنگ نبودن دو مهره برابر است با:

$$P(A')=۱-P(A)=۱-\frac{۱۱}{۳۲}=\frac{۲۱}{۳۲}$$

(آمار و احتمال- احتمال: مشابه تمرین ۹ صفحهٔ ۶۸)

۶۸- **گزینهٔ «۱»** *(سوگند روشنی)*



$$P(\text{سالم})=\frac{۴}{۱۰}\times\frac{۵}{۸}+\frac{۶}{۱۰}\times\frac{۵}{۱۰}=\frac{۲۵}{۱۰۰}+\frac{۳۰}{۱۰۰}=\frac{۵۵}{۱۰۰}=۰/۵۵$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۶۹- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

مطابق نمودار درختی داریم:

مهرهٔ آبی از ظرف اول $\frac{۳}{۸}$ $\xrightarrow{\text{مهرهٔ آبی از ظرف دوم}}$ $\frac{۴}{۶}$

مهرهٔ قرمز از ظرف اول $\frac{۵}{۸}$ $\xrightarrow{\text{مهرهٔ آبی از ظرف دوم}}$ $\frac{۳}{۶}$

در حالت اول مهرهٔ انتخابی از ظرف اول، آبی است. بنابر قانون بیز احتمال مورد نظر برابر است با:

$$\frac{\frac{۳}{۸}\times\frac{۴}{۶}}{\frac{۳}{۸}\times\frac{۴}{۶}+\frac{۵}{۸}\times\frac{۳}{۶}}=\frac{۱۲}{۱۲+۱۵}=\frac{۱۲}{۲۷}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۷۰- **گزینهٔ «۴»** *(مرتضی فهیم‌علوی)*

دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگرند، پس $P(A)=P(A|B)=\frac{۱}{۳}$ است. از طرفی برای دو پیشامد مستقل A و B، رابطهٔ $P(A\cap B)=P(A)P(B)$ برقرار است، بنابراین داریم:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{۵}=\frac{۱}{۳}+P(B)-\frac{۱}{۳}P(B)$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{۳}P(B)=\frac{۲}{۵}-\frac{۱}{۳}=\frac{۱}{۱۵}\Rightarrow P(B)=\frac{۳}{۲}\times\frac{۱}{۱۵}=۰/۱$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

ریاضیات گسسته

۷۱- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین ابومحبوب)*

فرض کنید عدد طبیعی n، عددی فرد و مربع کامل باشد. در این صورت n را می‌توان به صورت k^2، $(k \in \mathbb{N})$، نوشت به‌طوری که k عددی فرد باشد. از طرفی n مضرب ۵ است، پس k نیز باید مضرب ۵ باشد، یعنی $k = 5t$، $(t \in \mathbb{N})$، و t فرد است (چون k عددی فرد است). در این صورت داریم:

$$10^4 \le n < 10^6 \Rightarrow 10^4 \le (5t)^2 < 10^6 \xrightarrow{\text{جذر}} 100 \le 5t < 1000$$

$$\xrightarrow{+5} 20 \le t < 200 \Rightarrow t = 21, 23, \dots, 199$$

تعداد این اعداد فرد برابر است با: $\frac{199-21}{2} + 1 = 90$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۷۲- گزینهٔ «۱» *(محمد صحت‌کار)*

طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} 5 \mid b+1 \xrightarrow{\times 7} 35 \mid 7b+7 \\ 7 \mid b-1 \xrightarrow{\times 5} 35 \mid 5b-5 \end{cases}$$

طرف دوم دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$35 \mid 2b+12 \Rightarrow 35 \mid 2(b+6) \Rightarrow 35 \mid b+6$$

$$\Rightarrow b+6 = 35q \Rightarrow b = 35q - 6 \qquad (q \in \mathbb{Z})$$

اعداد دو رقمی ممکن برای b عبارتند از:

q	۱	۲	۳
b	۲۹	۶۴	۹۹

میانگین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مقدار b برابر است با:

$$\frac{29+99}{2} = \frac{128}{2} = 64$$

توجه: از $35 \mid 2(b+6)$ نتیجه می‌شود $2(b+6)$ مضرب ۳۵ است و چون عوامل ۵ و ۷ در عدد ۲ وجود ندارد، لذا $(b+6)$ مضرب ۳۵ خواهد بود، یعنی $35 \mid b+6$؛ استدلال فوق به «لِم اقلیدس» معروف است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۷۳- گزینهٔ «۳» *(فرزاد جوادی)*

بررسی گزاره‌ها:

الف) $a = 2$ و $b = -2$ مثال نقض می‌باشد.

ب) گزارهٔ شرطی (ب) زمانی برقرار است که $b \ne 0$ باشد، زیرا اگر $b = 0$ باشد، نمی‌توان گفت الزاماً رابطهٔ $|a| \le |b|$ درست است.

بنابراین $a = 2$ و $b = 0$ مثال نقضی برای این گزاره می‌باشد چراکه $2 \mid 0$ ولی $2 \not\le 0$.

ج) عکس گزارهٔ قسمت (ج) درست است. اما خود گزارهٔ (ج) لزوماً درست نمی‌باشد. (کافی است $a = 5$ و $b = 7$ و $c = 2$ گرفته شود.)

د) گزاره درست می‌باشد و مثال نقض ندارد.

پس در کل سه مورد از چهار گزارهٔ بالا با مثال نقض رد می‌شوند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

(برگرفته از متن کتاب درسی)

۷۴- گزینهٔ «۴» *(مصطفی دیداری)*

طبق تعریف ب م م و ک م م داریم:

$$\begin{cases} d \mid a \Rightarrow (a,d) = d \\ b \mid c \Rightarrow [b,c] = c \end{cases}$$

همچنین $d \mid c$، پس $(d\ ,\ c) = d$ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(برگرفته از کاردرکلاس(۱) صفحهٔ ۱۳)

۷۵- گزینهٔ «۴» *(محمد صحت‌کار)*

با در نظر گرفتن این‌که $64 = 2^6$ ، $81 = 3^4$ و $125 = 5^3$، نتیجه می‌گیریم اعدادی نسبت به هر سه عدد اول هستند که نه عامل ۲ داشته باشند، نه عامل ۳ و نه عامل ۵. در این شرایط کوچک‌ترین عدد دو رقمی مرکب $49 = 7^2$ و بزرگ‌ترین عدد دو رقمی مرکب $91 = 7 \times 13$ است.

پس جواب مسئله برابر است با: $91 - 49 = 42$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۷۶- **گزینهٔ «۳»** *(جواد حاتمی)*

طبق قضیهٔ تقسیم، با شرط $b \in \mathbb{N}$ ، $a = bq + r$ است به‌طوری که $0 \le r < b$ باشد. بنابراین داریم:

$$96 = bq + 6 \Rightarrow 90 = bq \Rightarrow q = \frac{90}{b} \qquad (b > 6)$$

چون q عددی صحیح است، b باید یکی از مقسوم‌علیه‌های ۹۰ باشد که از ۶ بزرگ‌تر است. بنابراین مجموعه مقادیر ممکن برای عدد طبیعی b عبارتند از:

$$b = 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90$$

پس برای b ، ۷ مقدار طبیعی وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۷۷- **گزینهٔ «۳»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

برای عدد n می‌توان ۶ حالت در نظر گرفت:

$$n = 6k \to n^2 + 1 = 6k' + 1$$

$$n = 6k + 1 \to n^2 + 1 = 6k' + 2$$

$$n = 6k + 2 \to n^2 + 1 = 6k' + 5$$

$$n = 6k + 3 \to n^2 + 1 = 6k' + 4$$

$$n = 6k + 4 \to n^2 + 1 = 6k' + 5$$

$$n = 6k + 5 \to n^2 + 1 = 6k' + 2$$

پس عبارت حاصل به یکی از صورت‌های $6k' + 1$ ، $6k' + 2$ ، $6k' + 4$ و یا $6k' + 5$ می‌باشد که k' عددی صحیح است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۷۸- **گزینهٔ «۲»** *(نیلوفر مهروی)*

طبق ویژگی‌های هم‌نهشتی داریم:

$$4^3 = 64 = 3 \times 21 + 1 \Rightarrow 4^3 \overset{21}{\equiv} 1$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲۶}} 4^{78} \overset{21}{\equiv} 1 \xrightarrow{\times 4} 4^{79} \overset{21}{\equiv} 4$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(مشابه مثال صفحهٔ۲۱)

۷۹- **گزینهٔ «۳»** *(علی ایمانی)*

طبق تعریف هم‌نهشتی می‌توان گفت:

$$45 \overset{a}{\equiv} 24 \Rightarrow a \mid 45 - 24 \Rightarrow a \mid 21$$

$$\xrightarrow{a \ne 1} a = 21 \text{ یا } 7 \text{ یا } 3$$

طبق فرض: $(a, 3) = 1 \xrightarrow[\text{داشته باشد}]{a \text{ نباید عامل } 3} a = 7$

$$7^2 \overset{16}{\equiv} 49 \overset{16}{\equiv} 1 \Rightarrow 7^{120} \overset{16}{\equiv} 1 \xrightarrow{\times 7} 7^{121} \overset{16}{\equiv} 7$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۸۰- **گزینهٔ «۲»** *(محسن بهرام‌پور)*

ابتدا a را بدست می‌آوریم:

$$2! + 4! + 6! + \ldots + 1402! \overset{24}{\equiv} 2 + 0 + 0 + \ldots + 0 \overset{24}{\equiv} 2$$

برای به دست آوردن باقی ماندهٔ تقسیم 2^{1401} بر ۴۴ کافی است ۴۴ را به صورت ضرب دو عدد ۴ و ۱۱ که نسبت به هم اول هستند بنویسیم:

$$\begin{cases} 2^{1401} \overset{4}{\equiv} 0 \\ 2^5 = 32 \overset{11}{\equiv} -1 \xrightarrow{\text{به‌توان ۲۸۰}} 2^{1400} \overset{11}{\equiv} 1 \xrightarrow{\times 2} 2^{1401} \overset{11}{\equiv} 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2^{1401} \overset{4}{\equiv} 0 + 24 = 24 \\ 2^{1401} \overset{11}{\equiv} 2 + 22 = 24 \end{cases} \Rightarrow 2^{1401} \overset{[4,11]}{\equiv} 24 \Rightarrow 2^{1401} \overset{44}{\equiv} 24$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

فیزیک ۲

۸۱- **گزینهٔ «۳»** *(حسین مفرومی)*

اختلاف پتانسیل دو سر یک باتری برحسب جریان عبوری از آن، از رابطهٔ $V=\varepsilon-Ir$ به‌دست می‌آید.

با توجه به نمودار $\varepsilon=18V$ می‌باشد و در ولتاژ $6V$، جریان عبوری برابر با $3A$ است، پس داریم: $V=\varepsilon-Ir\Rightarrow 6=18-3r\Rightarrow r=4\Omega$

حال به ازای جریان $2A$، ولتاژ دو سر باتری را حساب می‌کنیم.

$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow V=18-2\times4=10V$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۸۲- **گزینهٔ «۲»** *(محسن قندچلر)*

در حالت اول، ولت‌سنج آرمانی به‌صورت متوالی در مدار قرار دارد و در نتیجه جریان الکتریکی در مدار برقرار نمی‌شود. در این‌صورت برای ولت‌سنج (V_1) خواهیم داشت: $V_1=\varepsilon_{\text{محرکه}}-\varepsilon_{\text{ضدمحرکه}}=18-10=8V$

وقتی هر دو کلید بسته باشند، مقاومت $R=4\Omega$ اتصال کوتاه شده و مقاومت $R'=2\Omega$ در مدار قرار می‌گیرد. در این حالت جریان عبوری از مدار برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon_{\text{محرکه}}-\varepsilon_{\text{ضدمحرکه}}}{R_{eq}+r_T}=\frac{18-10}{2+(1+1)}=2A$$

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R'=2\Omega$ را نشان می‌دهد.

بنابراین: $V_2=R'I=2\times2=4V$

بنابراین: $V_2-V_1=4-8\Rightarrow V_2-V_1=-4V$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۸۳- **گزینهٔ «۳»** *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

در این مسئله باتری‌های ε_2 و ε_3 محرکه و باتری ε_1 ضدمحرکه است؛ بنابراین جهت جریان در مدار ساعتگرد می‌باشد. ابتدا جریان را به‌دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\varepsilon_2+\varepsilon_3-\varepsilon_1}{R_1+R_2+r_1+r_2+r_3}=\frac{12+5-9}{2+3+1+1+1}=\frac{8}{8}=1A$$

حال یک بار از نقطهٔ A و بار دیگر از نقطهٔ B ساعتگرد حرکت می‌کنیم تا به نقطهٔ اتصال به زمین $(V=0)$ برسیم و تغییر پتانسیل هر جزء مدار را می‌نویسیم:

$$V_A-R_2I+\varepsilon_2-r_2I=0$$
$$\Rightarrow V_A-3\times1+12-1\times1=0\Rightarrow V_A=-8V$$
$$V_B+\varepsilon_2-r_2I=0\Rightarrow V_B+12-1\times1=0\Rightarrow V_B=-11V$$

بنابراین: $\frac{V_A}{V_B}=\frac{-8}{-11}=\frac{8}{11}$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۸۴- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

با توجه به نمودار داده شده، به ازای جریان‌های الکتریکی $I_1=3A$ و $I_2=6A$، توان خروجی باتری یکسان است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_1=P_2\xrightarrow{P=\varepsilon I-rI^2}\varepsilon I_1-rI_1^2=\varepsilon I_2-rI_2^2$$

$$\Rightarrow r(I_2^2-I_1^2)=\varepsilon(I_2-I_1)$$
$$\Rightarrow r(I_2+I_1)(I_2-I_1)=\varepsilon(I_2-I_1)$$
$$\xrightarrow[I_1=3A]{I_2=6A}r\times(6+3)=18\Rightarrow r=2\Omega$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۸۵- **گزینهٔ «۴»** *(زهره آقامحمدی)*

توان الکتریکی از رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ به‌دست می‌آید. کم‌ترین توان مربوط به حالتی است که R بیشترین مقدار ممکن را دارد و از آنجا که مقاومت معادل دو مقاومت موازی کوچک‌تر از هر یک از آن‌ها است، بیشترین مقدار ممکن 960Ω است.

$$P_{min}=\frac{V^2}{R_{max}}=\frac{(240)^2}{960}=60W$$

بیشترین توان مربوط به حالتی است که R کمترین مقدار را دارد. این در حالتی است که هر دو کلید بسته باشند، چون در به هم بستن موازی مقاومت‌ها، مقاومت معادل کوچکتر از هر یک از مقاومت‌هاست:

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{240}+\frac{1}{960}=\frac{5}{960}\Rightarrow R_{min}=192\Omega$$

$$P_{max}=\frac{V^2}{R_{min}}=\frac{(240)^2}{192}=300W$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۸۶- **گزینهٔ «۳»** *(محمد اکبری)*

با توجه به اینکه توان مصرفی مقاومت R برابر با توان خروجی باتری است، ابتدا جریان الکتریکی مدار را به ازای مقاومت‌های $R_1=2\Omega$ و $R_2=12\Omega$، به‌دست می‌آوریم:

$$P_1=R_1I_1^2\xrightarrow[R_1=2\Omega]{P_1=32W}32=2\times I_1^2\Rightarrow I_1=4A$$

$$P_2=R_2I_2^2\xrightarrow[R_2=12\Omega]{P_2=27W}27=12\times I_2^2\Rightarrow I_2^2=\frac{9}{4}\Rightarrow I_2=\frac{3}{2}A$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ مقادیر ε و r را پیدا می‌کنیم:

$$I_1=\frac{\varepsilon}{R_1+r}\Rightarrow 4=\frac{\varepsilon}{2+r}\Rightarrow\varepsilon=8+4r\qquad(I)$$

$$I_2=\frac{\varepsilon}{R_2+r}\xrightarrow{(I)}\frac{3}{2}=\frac{8+4r}{12+r}\Rightarrow 36+3r=16+8r$$

$$\Rightarrow r=4\Omega\xrightarrow{(I)}\varepsilon=8+4\times4=24V$$

در آخر، بیشینهٔ توان خروجی باتری را از رابطهٔ زیر، می‌یابیم:

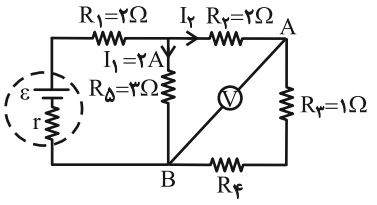
$$P_{max}=\frac{\varepsilon^2}{4r}=\frac{24\times24}{4\times4}\Rightarrow P_{max}=36W$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۷۰)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۸۷- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

با توجه به این‌که توان مصرفی در مقاومت R_5 برابر با $12W$ است. داریم:



$$P = R_5 I_1^2 \Rightarrow 12 = 3I_1^2 \Rightarrow I_1 = 2A$$

از طرفی ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو نقطهٔ A و B را نشان می‌دهد:

$$V_{AB} = R_5 I_1 - R_2 I_2 \Rightarrow 4 = 6 - 2I_2 \Rightarrow I_2 = 1A$$

چون جریان I_2، $\frac{1}{2}$ برابر جریان I_1 است، پس مقاومت معادل R_2، R_3 و R_4 نیز دو برابر مقاومت R_5 است.

$$R_2 + R_3 + R_4 = 6 \Rightarrow R_4 = 3\Omega$$

R_5 با $R_{2,3,4}$ موازی است و معادل آن‌ها R' می‌باشد که داریم:

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \Rightarrow R' = 2\Omega$$

مقاومت معادل کل مدار برابر است با:

$$R_{eq} = R_1 + R' \Rightarrow R_{eq} = 2 + 2 = 4\Omega$$

و جریان کل مدار برابر است با: $I_{کل} = I_1 + I_2 = 2 + 1 = 3A$

توان خروجی باتری با توان مصرفی مقاومت معادل برابر است، پس داریم:

$$P_{خروجی\ باتری} = R_{eq} I^2 = 4 \times (3)^2 = 36W$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

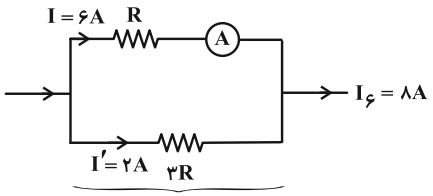
۸۸- **گزینهٔ «۴»** *(مجتبی نکوئیان)*

با افزایش مقاومت متغیر R_4، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد؛ بنابراین طبق رابطهٔ $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$، جریان گذرنده از باتری کاهش می‌یابد. با توجه به ثابت بودن مقادیر مقاومت‌های R_1، R_2، R_3 و R_5 می‌توان گفت که با کاهش جریان گذرنده از باتری، جریان گذرنده از مقاومت R_3 که (I_3) می‌باشد نیز کاهش می‌یابد. پس طبق رابطهٔ $V = R_3 I_3$، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_3 کاهش می‌یابد. با کاهش جریان گذرنده از مقاومت R_3، جریان گذرنده از مقاومت R_1 نیز کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۸۹- **گزینهٔ «۲»** *(معصومه شریعت‌ناصری)*

اگر هر دو کلید بسته باشند، مقاومت R در سمت چپ اتصال کوتاه شده و داریم:

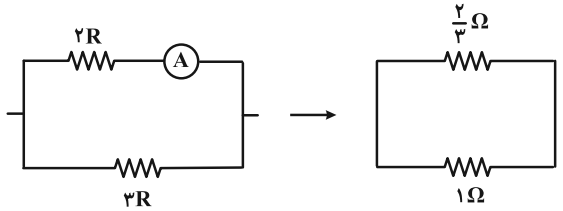


جریان این شاخه یک سوم شاخهٔ بالاست

$$I_{کل} = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{I_{کل} = 8A} 8 = \frac{10}{R_{eq} + 1}$$

$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{1}{4}\Omega \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{R \times 3R}{R + 3R} \Rightarrow R = \frac{1}{3}\Omega$$

اگر فقط کلید k_1 را باز کنیم، مطابق شکل زیر داریم:



$$R'_{eq} = \frac{\frac{2}{3} \times 1}{\frac{2}{3} + 1} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{2}{5}\Omega$$

$$I'_{کل} = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{10}{\frac{2}{5} + 1} \Rightarrow I'_{کل} = \frac{10}{\frac{7}{5}} = \frac{50}{7}A$$

جریان گذرنده از آمپرسنج در این حالت برابر است با:

$$I' = \frac{3R}{2R + 3R} I'_{کل} = \frac{3}{5} \times \frac{50}{7} = \frac{30}{7}A$$

بنابراین درصد تغییرات جریان عبوری از آمپرسنج برابر است با:

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{I' - I}{I} \times 100 = \frac{\frac{30}{7} - 6}{6} \times 100 = \frac{\frac{-12}{7}}{6} \times 100$$

$$= -\frac{2}{7} \times 100 \simeq -29\%$$

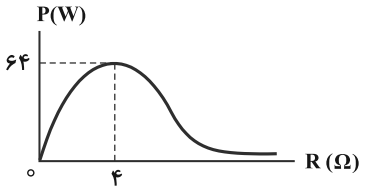
(فیزیک ۲- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۹۰- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی فیزیک کنکور ریاضی)*

برای حل این سؤال باید دو مطلب را یادآوری کنیم:

۱) به ازای $R = r$، توان خروجی باتری بیشینه است.

۲) توان بیشینهٔ باتری از رابطهٔ $P_{max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$ محاسبه می‌شود.



با توجه به مطالب بالا و نمودار داده شده، داریم:

$$P_{max} = \frac{\varepsilon^2}{4r} \xrightarrow[R = r = 4\Omega]{P_{max} = 64W}$$

$$64 = \frac{\varepsilon^2}{4 \times 4} \Rightarrow \varepsilon^2 = 2^{10} \Rightarrow \varepsilon = 2^5 = 32V$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

فیزیک ۱

۹۱- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا گونه)*

با استفاده از رابطهٔ انرژی جنبشی و با توجه به اینکه $v_2 = v_1 + 6\frac{m}{s}$ و $K_2 = K_1 + \frac{300}{100}K_1 = \frac{400}{100}K_1 = 4K_1$ است، به صورت زیر v_1 را می‌یابیم:

$$K_2 = 4K_1 \xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2} \frac{1}{2}mv_2^2 = 4\times\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$v_2^2 = 4v_1^2 \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} v_2 = 2v_1 \xrightarrow{v_2=v_1+6}$$

$$v_1 + 6 = 2v_1 \Rightarrow 6 = 2v_1 - v_1 \Rightarrow v_1 = 6\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۹۲- **گزینهٔ «۴»** *(محسن قندچلر)*

برای دو نقطهٔ A و B، رابطهٔ انرژی جنبشی را می نویسیم. دقت کنید که $K_B = K_A + 40J$ و $v_B = v_A + 2\frac{m}{s}$ است.

$$A: K_A = \frac{1}{2}mv_A^2 \Rightarrow K_A = \frac{1}{2}(4)v_A^2 = 2v_A^2 \qquad (I)$$

$$B: K_B = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow K_A + 40 = \frac{1}{2}(4)(v_A+2)^2 \qquad (II)$$

$$\xrightarrow{(II),(I)} 2v_A^2 + 40 = 2v_A^2 + 8v_A + 8$$

$$\Rightarrow v_A = 4\frac{m}{s} \Rightarrow v_B = 6\frac{m}{s} \Rightarrow K_B = \frac{1}{2}(4)(6)^2 = 72J$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۹۳- **گزینهٔ «۱»** *(مصطفی کیانی)*

با استفاده از تعریف کار داریم:

$$W = Fd\cos\theta \xrightarrow{\theta_A=0\ ,\ \theta_B=45^\circ\ ,\ \theta_C=60^\circ}$$

$$\begin{cases} W_A = F_A d_A \\ W_B = \frac{\sqrt{2}}{2}F_B d_B \xrightarrow[d_A=d_B=d_C]{F_A=F_B=F_C} W_A > W_B > W_C \\ W_C = \frac{1}{2}F_C d_C \end{cases}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۹۴- **گزینهٔ «۴»** *(محمدکاظم منشادی)*

با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_t = K_2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$v_1 = 36\frac{km}{h} = \frac{36}{3/6} = 10\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow W_t = 20000 - \frac{1}{2}\times 2000\times 10^2 \Rightarrow W_t = -80000J$$

چون در یک جابه‌جایی افقی، کار نیروی افقی منفی شده است. بنابراین بردار نیرو و بردار جابه‌جایی در خلاف جهت هم هستند و در نتیجه $\theta = 180^\circ$ است. با استفاده از تعریف کار یک نیرو، می‌توان نوشت:

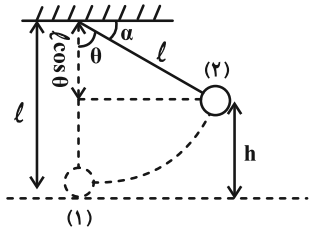
$$W_F = W_t = Fd\cos 180^\circ = -80000$$

$$\Rightarrow F\times 40 = 80000 \Rightarrow F = 2000N$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۹۵- **گزینهٔ «۱»** *(مصطفی کیانی)*

اگر پایین‌ترین نقطهٔ مسیر حرکت گلولهٔ آونگ را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض کنیم، در این نقطه گلوله فقط انرژی جنبشی و در بالاترین نقطهٔ مسیر (در نقطه‌ای که راستای نخ با خط قائم بیشترین زاویه یعنی زاویهٔ θ را می‌سازد)، فقط انرژی پتانسیل گرانشی دارد. با توجه به شکل زیر و با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی، می‌توان نوشت:



مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\Rightarrow 0 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh + 0$$

$$\xrightarrow{h=\ell(1-\cos\theta)} v_1^2 = 2g\ell(1-\cos\theta)$$

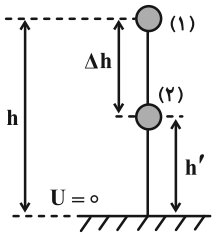
$$\Rightarrow 10^2 = 2\times 10\times 10\times(1-\cos\theta)$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 90^\circ - \theta = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۹۶- **گزینهٔ «۱»** *(حسین الهی)*

با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی در دو نقطهٔ نشان داده شده در مسیر حرکت، داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \xrightarrow{K_1=0}$$

$$U_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{K_2=\frac{3}{2}U_2} U_1 = U_2 + \frac{3}{2}U_2 = \frac{5}{2}U_2$$

$$\Rightarrow mgh = \frac{5}{2}mgh' \Rightarrow h' = \frac{2}{5}h$$

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

برای محاسبهٔ $\frac{\Delta h}{h}$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{\Delta h}{h}=\frac{h-h'}{h}=\frac{h-\frac{2}{5}h}{h}=\frac{3}{5}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(سراسری ریاضی ۹۷ با اندکی تغییر)

۹۷- **گزینهٔ «۳»** *(حسین الهی)*

با نوشتن اصل پایستگی انرژی مکانیکی برای دو محموله بین نقاط رها شدن و رسیدن به زمین داریم:

$$\text{محمولهٔ A}: E_1=E_2 \Rightarrow U_1+\cancelto{0}{K_1}=\cancelto{0}{U_2}+K_2$$

$$\Rightarrow U_1=K_2 \Rightarrow mgh=\frac{1}{2}mv_2^2 \qquad (I)$$

$$\text{محمولهٔ B}: E'_1=E'_2 \Rightarrow U'_1+K'_1=\cancelto{0}{U'_2}+K'_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_1'^2+mgh=\frac{1}{2}mv_2'^2 \qquad (II)$$

با کم کردن دو طرف معادلات (I) و (II)

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_1'^2=\frac{1}{2}mv_2'^2-\frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow v_1'^2=v_2'^2-v_2^2$$

$$\Rightarrow v_1'^2=\underbrace{(v'_2-v_2)}_{8}(v'_2+v_2) \Rightarrow 640=8(v'_2+v_2)$$

$$\Rightarrow v'_2+v_2=80\frac{m}{s}$$

داریم:

$$\begin{cases} v'_2+v_2=80\frac{m}{s} \\ v'_2-v_2=8\frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow v'_2=\frac{88}{2}=44\frac{m}{s} \Rightarrow v_2=36\frac{m}{s}$$

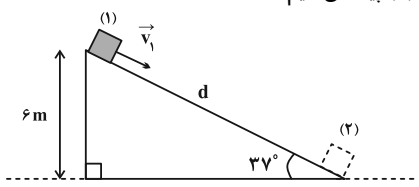
$$\xrightarrow{\text{جای‌گذاری در (I)}} gh=\frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow 10\times h=\frac{1}{2}(36)^2$$

$$\Rightarrow h=64/8\,m$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۹۸- **گزینهٔ «۱»** *(مسعود قره‌خانی)*

ابتدا طول سطح شیبدار را پیدا می‌کنیم:



مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی

$$\sin 37^\circ=\frac{h}{d} \xrightarrow[\sin 37^\circ=0/6]{h=6m}$$

$$\frac{6}{10}=\frac{6}{d} \Rightarrow d=10m$$

اکنون با استفاده از قانون پایستگی انرژی، تندی اولیهٔ جسم را می‌یابیم:

$$E_2-E_1=W_{f_k} \xrightarrow[E=U+K]{W_{f_k}=f_k d\cos 180^\circ=-f_k d}$$

$$(U_2+K_2)-(U_1+K_1)=-f_k d \xrightarrow{U_2=0}$$

$$(0+\frac{1}{2}mv_2^2)-(mgh_1+\frac{1}{2}mv_1^2)=-f_k d \xrightarrow[m=2kg,h_1=6m]{v_2=12\frac{m}{s},f_k=4N}$$

$$\frac{1}{2}\times 2\times 144-2\times 10\times 6-\frac{1}{2}\times 2\times v_1^2=-4\times 10$$

$$v_1^2=64 \Rightarrow v_1=8\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۹۹- **گزینهٔ «۲»** *(مسعود قره‌خانی)*

ابتدا توان خروجی پمپ را محاسبه می‌کنیم:

$$P_{\text{خروجی}}=\frac{W}{t}=\frac{mg\Delta h+\frac{1}{2}mv^2}{t}$$

$$\Rightarrow P_{\text{خروجی}}=\frac{100\times 10\times 5+\frac{1}{2}\times 100\times 10^2}{10}=1000W=1kW$$

حال طبق رابطهٔ بازده داریم:

$$\text{بازده}=\frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}}\times 100=\frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان مصرفی}}\times 100$$

$$\Rightarrow \text{بازده}=\frac{1}{2}\times 100=50\%$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۱۰۰- **گزینهٔ «۳»** *(محمدجواد سورچی)*

ابتدا با داشتن بازده ماشین A، W_1 و Q را حساب می‌کنیم:

$$\text{بازده درصدی ماشین A}=\frac{W_1}{\text{انرژی ورودی}}\times 100$$

$$\Rightarrow 75=\frac{W_1}{60}\times 100 \Rightarrow W_1=45kJ$$

$$\text{انرژی ورودی}=W_1+Q \Rightarrow 60=45+Q \Rightarrow Q=15kJ$$

حال Q' را حساب می‌کنیم:

$$Q-Q'=6kJ \Rightarrow 15-Q'=6 \Rightarrow Q'=9kJ$$

در نهایت بازدهٔ ماشین B را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{بازده برحسب درصد}=\frac{W_2}{W_1}\times 100=\frac{W_1-Q'}{W_1}\times 100$$

$$\Rightarrow \text{بازده برحسب درصد}=\frac{45-9}{45}\times 100=80\%$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

فیزیک ۳

۱۰۱- گزینهٔ «۴» *(احسان محمدی)*

در لحظاتی که متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند، x و به دنبال آن بردار مکان تغییر علامت می‌دهند. پس داریم:

$$x = 4t^2 - 12t + 9 = 0 \Rightarrow (2t-3)^2 = 0$$

چون این معادله تغییر علامت نمی‌دهد. پس، هیچ‌گاه از مبدأ مکان عبور نمی‌کند و در نتیجه بردار مکان آن تغییر جهت نمی‌دهد.

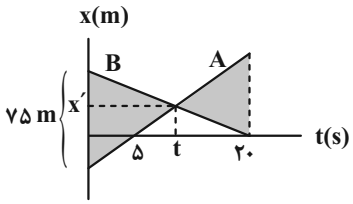
(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲ تا ۲۱)

۱۰۲- گزینهٔ «۳» *(امیرمسعود حاجی‌مرادی)*

طبق صورت سوال، تندی متحرک A دو برابر تندی متحرک B است و چون سرعت متحرک A مثبت و سرعت متحرک B منفی است، بنابراین مطابق شکل زیر می‌توان نوشت:

$$v_A = -2v_B \Rightarrow \frac{x' - 0}{t-5} = -2 \times \frac{0 - x'}{20 - t} \Rightarrow t = 10s$$

حال با توجه به تشابه مثلث‌ها، فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر در لحظهٔ $t = 20s$ برابر با $75m$ خواهد شد.



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۰۳- گزینهٔ «۳» *(فرشید رسولی)*

در نمودارهای «الف» و «پ» در بازهٔ زمانی ۰ تا t_1 جهت حرکت متحرک ثابت است؛ بنابراین بزرگی جابه‌جایی و مسافت طی شده با یکدیگر برابر است. در نمودار «ب» در بازهٔ زمانی ۰ تا t_1 جهت حرکت متحرک عوض می‌شود. بنابراین مسافت طی شده و بزرگی جابه‌جایی با یکدیگر برابر نیستند.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲ تا ۱۵)

۱۰۴- گزینهٔ «۳» *(حسین الهی)*

با توجه به اینکه حرکت هواپیما تا لحظهٔ بلند شدن از روی باند با شتاب ثابت انجام می‌شود، بنابراین نمودار مکان- زمان آن سهمی است و در نتیجه گزینهٔ (۴) نادرست است.

همچنین هواپیما از حال سکون شروع به حرکت کرده است، بنابراین سرعت اولیهٔ آن صفر بوده و در نتیجه خط مماس بر نمودار مکان- زمان در لحظهٔ شروع $(t = 0)$ باید افقی باشد؛ بنابراین گزینهٔ (۲) نیز نادرست است.

حال با استفاده از رابطهٔ مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت، مکان هواپیما را در لحظهٔ $t = 40s$ می‌یابیم. (مبدأ مکان، شروع حرکت هواپیما فرض می‌شود):

$$v_0 = 0 \ , \ x_0 = 0 \ , \ t = 40s \ , \ a = 3\frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 3 \times 40^2 = 2400m$$

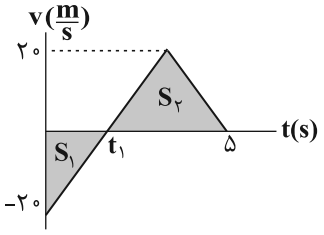
بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(برگرفته از کتاب درسی)

۱۰۵- گزینهٔ «۱» *(علیرضا گونه)*

لحظه‌ای که سرعت متحرک برابر با صفر می‌شود را t_1 می‌نامیم. برای به‌دست آوردن مسافت طی شده توسط متحرک کافی است مساحت‌های محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان را بدون توجه به علامت آن‌ها با یکدیگر جمع کنیم.



$$\ell = |S_1| + S_2$$

$$\Rightarrow \ell = \frac{20 \times t_1}{2} + \frac{20 \times (5 - t_1)}{2} = 10t_1 + 10(5 - t_1) = 50m$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲، ۳، ۱۹ و ۲۰)

۱۰۶- گزینهٔ «۳» *(مصطفی کیانی)*

با توجه به نمودار، خط مماس بر آن در لحظهٔ $t = 0$ افقی می‌باشد که یعنی $v_0 = 0$، پس:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{v_0 = 0} x = \frac{1}{2}at^2 + x_0$$

متحرک در لحظهٔ $t = 5s$، در مکان $x = 0$ قرار دارد. پس داریم:

$$0 = \frac{1}{2}(2)(5)^2 + x_0 \Rightarrow x_0 = -25m$$

معادلهٔ سرعت- زمان در حرکت شتاب ثابت، $v = at + v_0$، می‌باشد و برای محاسبهٔ سرعت در لحظهٔ $t = 5s$ داریم:

$$v = 2 \times 5 + 0 = 10\frac{m}{s}$$

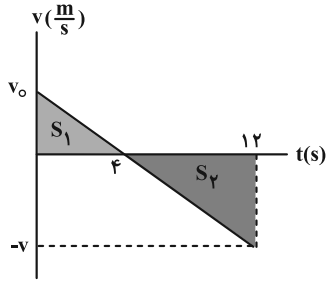
(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

(برگرفته از آزمون نهایی خرداد ماه سال ۱۴۰۰)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۱۰۷- گزینهٔ «۴» *(امیراحمد میرسعید)*

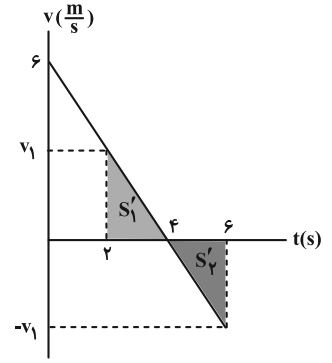
کمترین تندی متوسط در مدت ۴ ثانیه مربوط به زمانی است که تندی متحرک به کمترین مقدار می‌رسد، یعنی اطراف مکانی که تندی صفر است. پس ۲ ثانیه بعد از $v=0$ و ۲ ثانیه قبل از $v=0$ یعنی از لحظهٔ $t_1=2s$ تا $t_2=6s$ را در نظر می‌گیریم، برای حل این مسئله در گام اول نمودار سرعت- زمان را رسم می‌کنیم، با توجه به شکل، سرعت اولیه مثبت ولی شتاب منفی است. پس:



تشابه: $\frac{v_0}{4}=\frac{v}{12-4}\Rightarrow v=2v_0$

$$S_1+S_2=0-36\Rightarrow \frac{v_0\times 4}{2}+\frac{8\times -2v_0}{2}=-36$$

$$\Rightarrow 2v_0-8v_0=-36\Rightarrow v_0=6\frac{m}{s}$$



تشابه: $\frac{6}{4}=\frac{v_1}{2}\Rightarrow v_1=3\frac{m}{s}$

$$S'_1=\frac{3\times 2}{2}=3 \quad , \quad S'_2=\frac{-3\times 2}{2}=-3$$

تندی متوسط: $s_{av}=\frac{S'_1+|S'_2|}{4}=\frac{6}{4}=1/5\frac{m}{s}$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۰۸- گزینهٔ «۲» *(مسعود قره‌خانی)*

برای محاسبهٔ مسافت پیموده شده توسط سنگ در ثانیهٔ پنجم داریم:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow y_{4(s)}=-\frac{1}{2}\times 10\times 4^2=-80m$$

$$y_{5(s)}=-\frac{1}{2}\times 10\times 5^2=-125m$$

$$\Rightarrow \Delta y_{4-5}=y_{5(s)}-y_{4(s)}=-125-(-80)=-45m$$

$$\Rightarrow |\Delta y_{4-5}|=45m$$

یعنی متحرک از $t=4s$ تا $t'=5s$ مسافت $45m$ را به سمت پایین حرکت کرده است. حال مسافت پیموده شده در ۳ ثانیهٔ اول حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y_3=-\frac{1}{2}\times 10\times 3^2=-45m\Rightarrow |\Delta y_3|=45m$$

$$\Rightarrow \frac{|\Delta y_{4-5}|}{|\Delta y_3|}=\frac{45}{45}=1$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۰۹- گزینهٔ «۲» *(مهران اسماعیلی)*

اگر گلولهٔ اول پس از زمان t_1 به زمین برسد و برای گلولهٔ دوم زمان t_2 سپری شده باشد، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} h_1=\frac{1}{2}gt_1^2 \\ h_2=\frac{1}{2}gt_2^2 \end{cases} \xrightarrow{\frac{h_1}{h_2}=4} \frac{\frac{1}{2}gt_1^2}{\frac{1}{2}gt_2^2}=4\Rightarrow \frac{t_1}{t_2}=2\Rightarrow t_1=2t_2$$

در لحظهٔ رسیدن گلولهٔ اول به زمین، دو گلوله حداکثر فاصله را از یکدیگر دارند.

$$h_1-h_2=135m\Rightarrow \frac{1}{2}gt_1^2-\frac{1}{2}gt_2^2=135m$$

$$\xrightarrow{g=10\frac{m}{s^2}} t_1^2-t_2^2=27$$

$$(2t_2)^2-t_2^2=27\Rightarrow t_2^2=9\Rightarrow t_2=3s$$

$$t_1=2t_2=6s\Rightarrow t_1-t_2=3s$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۱۰- گزینهٔ «۱» *(حسام نادری)*

با کمک معادلهٔ مکان- زمان، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$t=0/2s=\frac{1}{5}s \quad , \quad h=20cm=\frac{1}{5}m$$

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow \frac{1}{5}=\frac{1}{2}\times g\times(\frac{1}{5})^2\Rightarrow g=10\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(مشابه تمرین ۱- ۱۲ صفحهٔ ۲۴)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

شیمی ۲

۱۱۱- گزینهٔ «۳» *(حمید ذبحی)*

گزینهٔ اول نادرست است. بخش عمدهٔ انرژی شیر داغ، هنگام سوخت و ساز به بدن می‌رسد.

گزینهٔ دوم نادرست است. در فرآیندهای گرماده، دما می‌تواند تغییر نکند.

گزینهٔ سوم درست است.

گزینهٔ چهارم نادرست است. در فرآیند سوخت و ساز شیر در بدن، شیر $(۳۷^{\circ}C)$ به فرآورده‌های $(۳۷^{\circ}C)$ تبدیل می‌شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۰ و ۶۱)

۱۱۲- گزینهٔ «۲» *(میلاد شیخ‌الاسلامی‌فیاوی)*

گرمای از دست رفته توسط آب $۳۰^{\circ}C$ صرف ذوب شدن یخ صفر درجه و تبدیل آن به آب صفر درجه خواهد شد پس گرمای از دست رفته توسط آن را به‌دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = ۱۰۰\times۴\times(۰-۳۰)$$

$$= -۱۲۰۰۰J$$ (علامت منفی نشان‌دهندهٔ آزاد شدن گرماست.)

همین مقدار گرما توسط یخ صفر درجه جذب شده و به آب صفر درجه تبدیل می‌شود. طبق گفتهٔ سوال هر مول یخ برای ذوب شدن به ۶۰۰۰ ژول گرما نیاز دارد پس ۱۲۰۰۰ ژول گرما می‌تواند ۲ مول یخ را به آب صفر درجه تبدیل کند. با توجه به جرم مولی آب، جرم یخ ذوب شده برابر است با:

$$۲mol\ \text{یخ} \times ۱۸\frac{g\ \text{یخ}}{mol\ \text{یخ}} = ۳۶g\ \text{یخ}$$

(شیمی ۲- درپی غذای سالم: صفحهٔ ۶۰)

۱۱۳- گزینهٔ «۳» *(آترین صبا)*

گرمای ویژهٔ آب به مقدار آن بستگی ندارد (درستی گزینهٔ اول). دما معیاری از سردی و گرمی اجسام بوده و میانگین انرژی جنبشی ذرات سازندهٔ ماده را نشان می‌دهد. با توجه به یکسان بودن دمای دو ظرف، میانگین انرژی جنبشی مولکول‌های آب نیز در دو ظرف برابر است (درستی گزینهٔ دوم). ظرفیت گرمایی یک ماده علاوه بر نوع و حالت فیزیکی آن ماده،به مقدارش هم بستگی دارد و با افزایش مقدار آب، C بیشتر می‌شود (نادرستی گزینهٔ سوم). دراثر انداختن گلولهٔ فلزی داغ مشابه در دو ظرف، دمای نهایی آب در ظرف اول بیشتر از ظرف دوم است، زیرا ظرفیت گرمایی آب در ظرف اول کمتر بوده و با دریافت مقدار گرمای یکسان نسبت به ظرف دوم افزایش دمای بیشتری دارد (درستی گزینهٔ چهارم).

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۰)

(برگرفته از کنکور تجربی ۱۴۰۰)

۱۱۴- گزینهٔ «۲» *(اکبر هنرمند)*

در واکنش (I)، به ازای مصرف x مول $NaHCO_۳$، $\frac{x}{۲}$ مول $CO_۲$ و $\frac{x}{۲}$ مول $H_۲O$ و در واکنش (II)، به ازای مصرف y مول $CaCO_۳$، y مول $CO_۲$ تولید می‌شود. بنابراین:

$$n_{H_۲O} = \frac{x}{۲} \qquad n_{CO_۲} = \frac{x}{۲} + y$$

با توجه به گرمای داده شده به فراورده‌ها، می‌توان مول هر فراورده را به‌دست آورد:

$$m_{H_۲O} = \frac{Q}{c\Delta\theta} = \frac{۴۳۲۰}{۴\times۱۰} = ۱۰۸g$$

$$n_{H_۲O} = ۱۰۸gH_۲O \times \frac{۱molH_۲O}{۱۸gH_۲O} = ۶mol \Rightarrow x = ۱۲$$

$$m_{CO_۲} = \frac{Q}{c\Delta\theta} = \frac{۴۲۲۴}{۰/۸\times۱۵} = ۳۵۲g$$

$$n_{CO_۲} = ۳۵۲gCO_۲ \times \frac{۱molCO_۲}{۴۴gCO_۲} = ۸mol \Rightarrow y = ۲$$

حالا می‌توان جرم مخلوط را محاسبه نمود:

$$\text{جرم مخلوط} = (\underbrace{۱۲\times۸۴}_{NaHCO_۳}) + (\underbrace{۲\times۱۰۰}_{CaCO_۳}) = ۱۲۰۸g$$

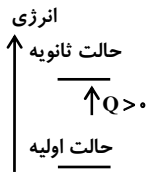
(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۱۱۵- گزینهٔ «۲» *(مسعود بحفری)*

فرایندهای گرماگیر:

تبخیر آب – تصعید یخ خشک – ذوب شدن بستنی

در این فرایندها سامانه با جذب گرما به سطح انرژی بالاتر می‌رود.



(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۰ و ۶۱)

۱۱۶- گزینهٔ «۲» *(سالار ملکی)*

گرمای آزاد شده از سوختن یک گرم از هر یک از هیدروکربن‌ها را محاسبه می‌کنیم.

$$۱)\ ۱gC_۲H_۶ \times \frac{۱mol}{۳۰g} \times \frac{-۱۵۶۰kJ}{۱mol} = -۵۲kJ$$

$$۲)\ ۱gC_۳H_۶ \times \frac{۱mol}{۴۲g} \times \frac{-۲۰۵۸kJ}{۱mol} = -۴۹kJ$$

$$۳)\ ۱gC_۲H_۴ \times \frac{۱mol}{۲۸g} \times \frac{-۱۴۱۰kJ}{۱mol} \simeq -۵۰/۳۵kJ$$

$$۴)\ ۱gC_۲H_۲ \times \frac{۱mol}{۲۶g} \times \frac{-۱۳۰۰kJ}{۱mol} = -۵۰kJ$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۱۱۷- **گزینهٔ «۱»** *(خارج از کشور تجربی ۱۴۰۰)*

برای محاسبهٔ $|\Delta H|$ واکنش موردنظر، ضرایب واکنش اول را بدون تغییر جهت معادله در ۳ ضرب می‌کنیم، واکنش دوم را معکوس کرده و ضرایب آن را نصف می‌کنیم و ضریب‌های واکنش سوم را بدون تغییر جهت در $\frac{1}{2}$ ضرب می‌کنیم:

$$\Delta H = 3\Delta H_1 + (\frac{-1}{2})\Delta H_2 + \frac{1}{2}\Delta H_3$$

$$= 3(-184/6) + \frac{1374}{2} - \frac{493/4}{2}$$

$$\Delta H = -113/5\,kJ$$

$$?mol\,BCl_3 = 45/4\,kJ \times \frac{1\,mol\,BCl_3}{113/5\,kJ} = 0/4\,mol\,BCl_3$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۱۱۸- **گزینهٔ «۲»** *(میثم کیانی)*

ابتدا تغییر آنتالپی سوختن پروپین و اتین را که به دلیل اضافه شدن یک گروه CH_2 به‌وجود می‌آید را حساب می‌کنیم، سپس آنتالپی سوختن بوتین را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta H(CH_2) = \Delta H(C_3H_4) - \Delta H(C_2H_2)$$

$$= -1938 - (-1300) = -638\ kJ.mol^{-1}$$

$$\Delta H(C_4H_6) = \Delta H(C_3H_4) + \Delta H(CH_2)$$

$$\Rightarrow -1938 - 638 = -2576\,kJ$$

حالا انرژی آزاد شده از سوختن بوتین را محاسبه می‌کنیم:

$$?kJ = 28g\,C_4H_6 \times \frac{70}{100} \times \frac{1\,mol\,C_4H_6}{54g\,C_4H_6}$$

$$\times \frac{-2576kJ}{1\,mol\,C_4H_6} \simeq -935kJ$$

$$?gC_2H_6 = -935kJ \times \frac{2\,mol\,C_2H_6}{-3120kJ}$$

$$\times \frac{30g}{1\,mol\,C_2H_6} \simeq 18gC_2H_6$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۱۱۹- **گزینهٔ «۱»** *(کارو محمدی)*

اجزای واکنش (II) را در ۲ ضرب کرده، (III) را معکوس می‌کنیم واکنش (I) را بدون تغییر باقی می‌گذاریم. با جمع کردن این واکنش‌ها می‌توان به واکنش مورد نظر سؤال رسید.

$$A(g) + 4D(g) \rightarrow 3B(g) + 4E(g)$$

$$\Delta H = \Delta H_1 + 2\Delta H_2 - \Delta H_3 = 542 + 2(-98) - 891$$

$$= -545\,kJ$$

در این واکنش، به ازای تولید هفت مول گاز $(3\,mol\ B(g) + 4\,mol\ E(g) = 7\,mol\ (g))$، به اندازهٔ ۵۴۵ کیلوژول گرما آزاد می‌شود.

$$?mol\ \text{گاز} = 43/6\,kJ \times \frac{7\,mol\ \text{گاز}}{545\,kJ} = 0/56\,mol\ \text{گاز}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۱۲۰- **گزینهٔ «۲»** *(امین خوشنویسان)*

عبارت «پ» و «ت» نادرست است.

تعداد کربن‌ها (n) برابر ۱۰ عدد است. برای محاسبهٔ تعداد H ها، تعداد پیوندهای دوگانه و حلقه را با هم جمع کرده و در عدد ۲ ضرب کرده و از $2n+2$ کم می‌کنیم.

$$H: (2n+2) - [(4+1)\times 2] \xrightarrow{n=10} H = 12$$

پس فرمول ترکیب داده شده $C_{10}H_{12}O$ می‌باشد و فرمول مولکولی ۲-هپتانون $C_7H_{14}O$ است مجموع شمار اتم‌ها در این دو مولکول به ترتیب ۲۳ و ۲۲ می‌باشد.

برای محاسبهٔ پیوند اشتراکی از رابطهٔ زیر استفاده می‌شود:

$$\text{تعداد پیوند اشتراکی} = \frac{(4\times C) + (H) + (2\times O)}{2}$$

$$\text{مجموع شمار جفت الکترون‌های پیوندی} = \frac{10(4) + (12\times 1) + (1\times 2)}{2} = 27$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

شیمی ۱

۱۲۱- **گزینهٔ «۲»** *(حمید ذبیحی)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) درست؛ در لایه‌های اول و سوم هواکره، با افزایش ارتفاع، دما کاهش می‌یابد.

۲) نادرست؛ در ارتفاعات بسیار بالا، گونه‌های خنثی و مثبت یافت می‌شود.

۳) درست؛ حدود ۷۵ درصد جرم هواکره را تروپوسفر تشکیل می‌دهد.

۴) درست؛ با افزایش ارتفاع، غلظت گازها در هواکره کاهش می‌یابد اما درصد حجمی آن‌ها ثابت است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

۱۲۲- **گزینهٔ «۱»** *(روزبه رضوانی)*

$T = \theta + ۲۷۳ \rightarrow ۲۵ + ۲۷۳ = ۲۹۸K$

با توجه به اینکه به ازای هر کیلومتر ۶ درجه سانتی‌گراد کاهش دما داریم:

از آنجایی‌که تغییرات دمای سلیوس و کلوین با هم برابر است، داریم:

$$۸۴۰۰m \times \frac{-۶^\circ C}{۱۰۰۰m} = -۵۰/۴^\circ C = \Delta\theta \Rightarrow \Delta T = -۵۰/۴K$$

$$۲۹۸ - ۵۰/۴ = ۲۴۷/۶K$$

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{|۲۴۷/۶ - ۲۹۸|}{۲۹۸} \times ۱۰۰ \simeq ٪۱۶/۹۱$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحهٔ ۵۰)

۱۲۳- **گزینهٔ «۲»** *(امیر حاتمیان)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) تهیهٔ اکسیژن صد درصد خالص در این فرایند، دشوار است. زیرا نقطهٔ جوش آن نزدیک به آرگون است.

۲) نقطهٔ جوش گازهای اکسیژن، آرگون و نیتروژن برحسب درجه سلسیوس، به‌ترتیب برابر ۱۸۳-، ۱۸۶- و ۱۹۶- است. بنابراین طی کاهش دما، ابتدا اکسیژن، سپس آرگون و درنهایت گاز نیتروژن به حالت مایع تبدیل می‌شود.

۳) در حالت (۳) آرگون به‌صورت گاز از هوای مایع خارج می‌شود اما گاز اکسیژن همچنان به‌صورت مایع در ظرف وجود دارد که در هواکره درصد حجمی بالایی (حدود ۲۰٪) دارد.

۴) گاز خارج‌شده در حالت (۲) نیتروژن است ولی از هلیم برای خنک‌کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI استفاده می‌شود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

۱۲۴- **گزینهٔ «۳»** *(سیدرضا رضوی)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) عنصر اکسیژن با اغلب (نه همه) عناصر واکنش می‌دهد.

۲) با افزایش ارتفاع نسبت به سطح زمین، فشار گاز اکسیژن و همچنین غلظت آن کاهش می‌یابد.

۴) کربن مونوکسید نسبت به کربن دی‌اکسید سطح انرژی بیشتری دارد و ناپایدارتر است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۹، ۵۲، ۵۴ تا ۵۸)

۱۲۵- **گزینهٔ «۳»** *(احمدرضا جعفری)*

موارد (ب)، (ت) نادرست هستند. Al_2O_3 : آلومینیم اکسید؛ CuO: مس (II) اکسید؛

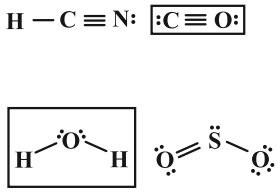
دقت کنید: اگر در فرمول مولکولی یک ترکیب، تنها یک اتم از عنصر سمت چپ وجود داشته باشد، پیشوند مونو را به کار نمی‌بریم.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۱۲۶- **گزینهٔ «۳»** *(امیر قاسمی)*

ساختار لوویس ترکیبات مذکور به‌صورت زیر است:



(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۵۷ و ۵۸)

۱۲۷- **گزینهٔ «۱»** *(میلاد شیخ‌الاسلامی‌فیاوی)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) نادرست؛ فراوردهٔ سوختن ناقص سوخت‌های فسیلی فقط کربن مونوکسید و بخارآب نیست و طبق متن کتاب درسی فراورده‌های دیگر نیز تولید می‌شوند.

۲) درست؛ نور حاصل از سوختن گوگرد آبی و نور حاصل از سوختن سدیم زرد است. طول موج نور آبی کوتاه‌تر از زرد است.

۳) درست؛ سوختن واکنشی شیمیایی است که در آن، یک ماده با اکسیژن به سرعت واکنش می‌دهد و بخشی از انرژی شیمیایی آن به صورت گرما و نور آزاد می‌شود.

۴) درست؛ میل ترکیبی کربن مونوکسید با هموگلوبین خون بیش از ۲۰۰ برابر اکسیژن است در نتیجه میل ترکیبی اکسیژن با هموگلوبین خون کمتر از پنج هزارم برابر $(\frac{1}{200})$ کربن مونوکسید است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۵۶ تا ۶۰)

۱۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(صادق درتومیان)*

در معادلهٔ نمادی، حالت فیزیکی مواد مشخص می‌گردد. نماد «$\xrightarrow{\Delta}$» نشان می‌دهد که واکنش‌دهنده‌ها بر اثر گرم شدن واکنش می‌دهند.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

۱۲۹- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی محبوب)*

واکنش‌های مورد نظر به شکل زیر، موازنه می‌شوند و با توجه به آن گزینهٔ «۳» درست است.

۱) $3KNO_2 + KNO_3 + Cr_2O_3 \rightarrow 4NO + 2K_2CrO_4$

۲) $2KMnO_4 + 5PCl_3 + 16HCl$
$\rightarrow 2KCl + 2MnCl_2 + 5PCl_5 + 8H_2O$

۳) $3As_2S_3 + 28HNO_3 + 4H_2O$
$\rightarrow 6H_3AsO_4 + 9H_2SO_4 + 28NO$

۴) $K_2Cr_2O_7 + 3H_2SO_4 + 4KCl$
$\rightarrow 2CrO_2Cl_2 + 3K_2SO_4 + 3H_2O$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۱۳۰- **گزینهٔ «۴»** *(مجتبی محبوب)*

طبق شکل صفحهٔ ۶۹ کتاب درسی زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده را به صورت تابش فروسرخ از دست می‌دهد ولی گازهای گلخانه‌ای مانع از خروج کامل گرمای آزاد شده می‌شوند.

بررسی نادرستی سایر گزینه‌ها:

۱) در سدهٔ اخیر میانگین جهانی سطح آب‌های آزاد افزایش یافته است.

۲) در سدهٔ اخیر میانگین جهانی دمای سطح زمین افزایش یافته است.

۳) هواکره همانند لایهٔ پلاستیکی برای گلخانه است و سبب گرم شدن کرهٔ زمین می‌شود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

شیمی ۳

۱۳۱- **گزینهٔ «۱»** *(ممید ذبی)*

هرچه غلظت یون‌های آزاد موجود در یک محلول بیشتر باشد، رسانایی محلول بیشتر است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: محلول HCl اسیدی قوی می‌باشد. $HCl \rightarrow H^+ + Cl^-$

$[H^+] = M = ۰/۰۵ mol.L^{-۱}$

$\Rightarrow$ غلظت کل یون‌ها $= ۰/۱ mol.L^{-۱}$

گزینهٔ «۲»: در محلول HCN، غلظت $H_۳O^+$ با غلظت CN^- برابر است.

$[H_۳O^+] = M\alpha = \frac{۲}{۱۰۰} \times ۰/۵ = ۰/۰۱ mol.L^{-۱}$

غلظت کل یون‌ها $= ۲ \times ۰/۰۱ = ۰/۰۲ \ mol \cdot L^{-۱}$

گزینهٔ «۳»: $HNO_۳$ اسید قوی به شمار می‌آید.

$?mol\ HNO_۳ = ۰/۳۱۵ g\ HNO_۳ \times \frac{۱ mol\ HNO_۳}{۶۳ g\ HNO_۳} = ۰/۰۰۵ mol\ HNO_۳$

$[HNO_۳] = \frac{۰/۰۰۵ \ mol}{۰/۵ \ L} = ۰/۰۱ \ mol \cdot L^{-۱}$

$\Rightarrow [H_۳O^+] = ۰/۰۱ mol.L^{-۱}$

غلظت کل یون‌ها $= ۲ \times ۰/۰۱ = ۰/۰۲ mol.L^{-۱}$

گزینهٔ «۴»: HF اسید ضعیفی می‌باشد. برای تعیین غلظت یون‌ها جدول تغییرات تنظیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{ccccc} HF & \rightleftharpoons & H^+ & + & F^- \\ ۰/۲-x & & x & & x \end{array}$$

$K_a = \frac{[H^+][F^-]}{[HF]} \Rightarrow ۶ \times ۱۰^{-۴} = \frac{x^۲}{۰/۲-x} \Rightarrow x \simeq ۰/۰۱ \ mol \cdot L^{-۱}$

غلظت کل یون‌ها $= ۲x \simeq ۰/۰۲ \ mol \cdot L^{-۱}$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۲۴)

۱۳۲- **گزینهٔ «۲»** *(آرمین عظیمی)*

معادلهٔ یونش اسید HA به صورت زیر است:

$HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$

رابطهٔ درصد یونش به صورت زیر است:

$$\text{درصد یونش} = \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده شده}}{\text{شمار کل مولکول‌های حل شده}} \times ۱۰۰$$

$$= \frac{۲۵۰}{۷۵۰+۲۵۰} \times ۱۰۰ = ۲۵\%$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۱۳۳- **گزینهٔ «۱»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) در زندگی روزانه با انواع اسیدها سروکار داریم که برخی قوی و اغلب ضعیف هستند. اسیدهای خوراکی و اسید موجود در مرکبات نیز ضعیف هستند.

۲) اسیدها را براساس درجهٔ یونش آن‌ها به دو دسته قوی و ضعیف دسته‌بندی می‌کنند. اسیدهایی قوی هستند که می‌توان یونش آن‌ها را در آب کامل در نظر گرفت $(\alpha \simeq ۱)$.

۳) تنها هیدروژن گروه کربوکسیل در کربوکسلیک اسیدها می‌تواند به صورت یون هیدرونیوم وارد محلول شود.

۴) اسید موجود در ریواس اسید ضعیف است. در اسیدهای ضعیف مقدار کمی از یون‌های آب‌پوشیده به همراه شمار زیادی از مولکول‌های یونیده نشده در محلول یافت می‌شوند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

(برگرفته از متن کتاب)

۱۳۴- **گزینهٔ «۱»** *(امیر حاتمیان)*

نکته: سامانهٔ تعادلی را می‌توان از دیدگاه کیفی و کمی بررسی کرد. محلول اسیدهای ضعیف در آب سامانهٔ تعادلی است. از دیدگاه کیفی رفتاری که سبب می‌شود غلظت تعادلی همهٔ گونه‌ها در سامانه، ثابت (و نه الزاما برابر) بماند این است که سرعت تولید هرگونه با سرعت مصرف آن برابر است. از دیدگاه کمی ثابت تعادل بررسی می‌شود.

۱) نادرست – در واکنش‌های تعادلی غلظت گونه‌های شرکت‌کننده در تعادل ثابت است، ولی لزوماً برابر نیست.

۲) درست – در هنگام تعادل، سرعت واکنش رفت با سرعت واکنش برگشت برابر است.

۳) درست – ثابت تعادل هر سامانهٔ تعادلی فقط تابع دما است.

۴) درست – ثابت یونش یک اسید، نسبت حاصل‌ضرب غلظت تعادلی یون‌های موجود در محلول را به غلظت تعادلی آن اسید نشان می‌دهد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۱۳۵- **گزینهٔ «۳»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: درست: اسید HX به طور کامل یونیده شده است، یعنی میزان یون‌های آن بیشتر است؛ پس در غلظت برابر با اسید دیگر رسانایی الکتریکی بیشتری دارد.

گزینهٔ «۲»: درست: در محلول HX مولکول یونیده‌نشده وجود ندارد؛ چون به طور کامل به یون تبدیل شده است.

گزینهٔ «۳»: نادرست: در اسید قوی‌تر HX غلظت یون هیدرونیوم بیشتر، اما غلظت یون هیدروکسید کمتر است.

گزینهٔ «۴»: درست: اسید HX اسید قوی‌تری نسبت به اسید HA است و ثابت یونش بیشتری هم دارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۲۴)

(برگرفته از با هم بیندیشیم صفحهٔ ۱۸)

konkurirani.ir | Original exam publisher: Kanoon

۱۳۶- **گزینهٔ «۴»** *(نوید نقاشان)*

از آنجا که ثابت یونش اسیدی برای HA بیشتر از HB است، پس در دما و غلظت یکسان HA اسید قوی‌تر از HB می‌باشد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: قدرت اسیدی HA بیشتر از HB است.

گزینهٔ «۲»: در شرایط یکسان از نظر دما و غلظت، از آنجا که اسید HA قوی‌تر است، پس رسانایی الکتریکی محلول حاوی اسید HA بیشتر است.

گزینهٔ «۳»: از آنجا که اسید HB ضعیف‌تر است، در شرایط یکسان از نظر دما و غلظت، غلظت H^+ در محلول حاوی اسید HB کمتر و در نتیجه pH آن محلول بیشتر است.

گزینهٔ «۴»: ثابت تعادل تغییر می‌کند ولی دقیق نمی‌توان محاسبه نمود فقط می‌توانیم نتیجه بگیریم که K_a هر دو واکنش تغییر می‌کند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۲۸)

۱۳۷- **گزینهٔ «۱»** *(امین نوروزی)*

۱) محلول HBr اسید قوی است پس با یونش کامل در نظر گرفته می‌شود و در محلول نهایی، HBr مولکولی (یونیده‌نشده) تقریباً صفر است و غلظت نهایی H^+ و Br^- با غلظت اولیهٔ HBr برابر است.

۲) محلول HF اسید ضعیف است. پس $[HF] > [H^+] = [F^-]$ است.

۳) HI اسید قوی است و تقریباً HI یونیده‌نشده (مولکولی) در محلول آن یافت نمی‌شود: $(HI) \simeq ۰$

۴) محلول HCN اسید ضعیف است و شمار ناچیزی از یون‌های آب‌پوشیده H^+ و CN^- در محلول آن وجود دارد و کمتر از ۰/۳M مربوط به CN^- است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۱۹، ۲۲ و ۲۳)

۱۳۸- **گزینهٔ «۳»** *(سیدصدرا عادل)*

$$۰/۹۴gHA \times \frac{۱mol\ HA}{۴۷g\ HA} = ۰/۰۲mol\ HA$$

	$HA \rightleftharpoons$	H^+	+ A^-
غلظت اولیه	۰/۰۲	۰	۰
تغییرات غلظت	-۴×۱۰^{-۳}	$+۴\times۱۰^{-۳}$	$+۴\times۱۰^{-۳}$
غلظت تعادلی	۰/۰۱۶	۴×۱۰^{-۳}	۴×۱۰^{-۳}

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \Rightarrow \frac{(۴\times۱۰^{-۳})(۴\times۱۰^{-۳})}{۱۶\times۱۰^{-۳}} = ۱۰^{-۳} mol.L^{-۱}$$

دقت کنید که به ازای تولید هر مول A^- همان مقدار H^+ تولید می‌شود.

مقدار pH محلول برابر است با:

$$pH = -\log[H^+] = -\log ۴\times۱۰^{-۳} = ۳ - \log ۴$$
$$= ۳ - ۲\log ۲ = ۲/۴$$

$$[H^+].[OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \Rightarrow [OH^-] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{[H^+]} = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۴\times۱۰^{-۳}}$$
$$= ۲/۵\times۱۰^{-۱۲} mol.L^{-۱}$$

$$\frac{pH}{[OH^-]} = \frac{۲/۴}{۲/۵\times۱۰^{-۱۲}} = ۹/۶\times۱۰^{۱۱}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸)

۱۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(هانی سوری)*

محلول HA طبق $[HA] = M.V$ شامل ۲ مول HA است.

حجم محلول نهایی ۲ لیتر خواهد بود.

طبق $\alpha = \frac{[H^+]}{M}$ مقدار $[H^+]$ در محلول HA برابر است با:

$$[H^+] = M.\alpha$$

مقدار مول H^+ محلول نهایی برابر است با: $(M.\alpha) + ۰/۱$

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow ۰/۳ = -\log[H^+]$$
$$[H^+] = ۱۰^{-۰/۳} = ۱۰^{-۱}\times۱۰^{۰/۷} = ۰/۵$$

$$[H^+].V = H^+ \text{ تعداد مول } \Rightarrow ۰/۵\times۲ = ۱mol\ H^+$$
$$\Rightarrow ۱ = M.\alpha + ۰/۱ \Rightarrow ۲\times\alpha = ۰/۹ \Rightarrow \alpha = ۰/۴۵$$
$$\Rightarrow \text{درصد یونش} = ۴۵٪$$

$$NaOH + HA \rightarrow NaA + H_۲O$$

$$۲mol\ HA \times \frac{۱mol\ NaOH}{۱mol\ HA} \times \frac{۴۰g\ NaOH}{۱mol\ NaOH} = ۸۰g\ NaOH$$

$$NaOH + HCl \rightarrow NaCl + H_۲O$$

$$۰/۱mol\ HCl \times \frac{۱mol\ NaOH}{۱mol\ HCl} \times \frac{۴۰g\ NaOH}{۱mol\ NaOH} = ۴g\ NaOH$$

پس $۸۰ + ۴ = ۸۴$ گرم NaOH نیاز است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۴ تا ۳۲)

۱۴۰- **گزینهٔ «۲»** *(سهراب صادقی‌زاده)*

هنگام استفاده از محلول غلیظ سود، رعایت نکات ایمنی ضروری است؛ زیرا تماس این محلول با بدن و تنفس بخارات آن آسیب جدی به دنبال دارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۱۲ و ۳۰ تا ۳۲)

(برگرفته از متن کتاب)