



آزمون تابستان «۳۰ شهریور ۱۴۰۳» دفترچه اول اختصاصی دوازدهم ریاضی (ریاضیات)

دفترچه سؤال

مدت زمان کل پاسخ‌گویی سوالات: ۱۳۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۹۰ سؤال

(۵۰ سوال اجباری + ۴۰ سوال اختیاری)

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
اجباری	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
اجباری	۲۰	۳۱-۵۰	۲۵'
اختیاری	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
جمع کل	۹۰	۱-۹۰	۱۳۰'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	دانیال ابراهیمی-مهرداد استقلالیان-عباس اشرفی-شیوا امینی-مهدی براتی-سعید جعفری-محمدعلی جلالی-عادل حسینی-احمد رضا ذاکر زاده-محمد حسن سلامی-حسینی-رضا سیدنجفی-علیرضا شریف خطیبی-علی اصغر شریفی-حبیب شفیعی-یوسف عزاز-سعید علم‌پور-رضا علی‌نواز-علی اکبر علیرزاده-علیرضا فیضیان-بهزاد محرمی-سید عادل رضا مرتضوی-سروش موثینی-هومن نورانی
هندسه	امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-کیوان دارابی-فرشاد صدیقی‌فر-رضا عباسی‌اصل-علی فعلی-محمد کریمی-مهرداد ملوندی-مهدی نیک‌زاد-امیر وفائی-سرژ یقیازاریان تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-فرزاد جواد-سید محمد رضا حسینی‌فرد-کیوان دارابی-مهدیار راشدی-سوگند روشنی-محمد صحت‌کار-احمد رضا فلاح-مرتضی فهیم‌علوی-مجید نیک‌نام-مهدی وقعی-سرژ یقیازاریان تبریزی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته
گزینشگر	عادل حسینی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب سهیل تقی‌زاده	مهدی خالقی امیر محمد کریمی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	مهدی خالقی امیر محمد کریمی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی
گروه ویراستاری رتبه برتر	سپهر متولیان	ایلیا اسفندیارپور	ایلیا اسفندیارپور
مسئول درس	عادل حسینی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی
مستند سازی	سمیه اسکندری	عادل حسینی	الهه شهبازی
ویراستاران (مستندسازی)	سجاد سلیمی-علیرضا عباسی‌زاهد-احسان صادقی		

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۱: حد و پیوستگی: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۵۱

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱- تابع $f(x) = \frac{1}{\lfloor \frac{ax}{4} \rfloor}$ در همسایگی راست $x = 5$ تعریف شده است. کم‌ترین مقدار مثبت a کدام است؟ $\lfloor \cdot \rfloor$ ، نماد جزء صحیح است.

(۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{5}$

(۳) $\frac{1}{10}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۲- تابع $f(x) = (x^3 + x)[x^2 - x]$ در چند نقطه با طول طبیعی دارای حد است؟ $\lfloor \cdot \rfloor$ ، نماد جزء صحیح است.

(۱) هیچ (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

۳- اگر $f(x) = \frac{|x-2|}{x-2}$ و $g(x) = \begin{cases} -x^2 + 2; & x > 1 \\ 2x - 3; & x < 1 \end{cases}$ باشد، تابع $f \circ g$ در چند نقطه از دامنه خود حد ندارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) در همه نقاط حد دارد.

۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - \lfloor \frac{2x+1}{x-1} \rfloor}{x + \sin \frac{\pi}{x}}$ کدام است؟ $\lfloor \cdot \rfloor$ ، نماد جزء صحیح است.

(۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{2}{3}$

(۳) -۳ (۴) صفر

۵- تابع $f(x) = \frac{x^3 + mx^2 + nx + 1}{x^2 - 1}$ در $x = \pm 1$ ناپیوسته است ولی حد دارد. اگر حد تابع در یکی از این نقاط صفر باشد، حاصل

$2m + n$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۲

(۳) ۴ (۴) -۴



۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$ کدام است؟

(۲) ۳

(۱) ۲

(۴) $\frac{2}{3}$

(۳) ۶

۷- اگر $b = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^x + 2^{a-x} - 6}{2^{x-1} - 1}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow b} \frac{\sqrt{x+a+3}+b}{x^3-b^3}$ کدام است؟

(۲) $\frac{1}{12}$ (۱) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{48}$ (۳) $\frac{1}{24}$

۸- اگر $f(x) = \frac{|ax^2 - 2x - 3|}{|4x^2 - 11x + 6|}$ و $\lim_{x \rightarrow (\frac{3}{4})^+} f(x) = b$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

(۲) ۱۰

(۱) ۶

(۴) -۱۰

(۳) -۶

۹- حاصل $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{2 \cos^2 x - 1}{\sin^3 x + \cos^3 x}$ کدام است؟ آزمون وی ای پی

(۲) $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۱) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۴) $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۳) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

۱۰- تابع $f(x) = \lfloor \frac{-x}{2} \rfloor - \lfloor \frac{x+1}{3} \rfloor$ از نظر پیوستگی در $x = -4$ چگونه است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۲) فقط پیوستگی راست دارد.

(۱) فقط پیوستگی چپ دارد.

(۴) پیوسته است.

(۳) نه پیوستگی چپ دارد و نه راست.

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی ۱: شمارش، بدون شمردن + آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۷۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۱- نوع کدام متغیر با بقیه متفاوت است؟

(۱) میزان لذت از خوردن غذاهای یک رستوران

(۲) گروه خونی افراد

(۳) رنگ خودروهای داخل یک پارکینگ

(۴) نوع آلاینده‌گی هوا

۱۲- کدام گزینه نوع متغیرها از راست به چپ دقیقاً از ترتیب «کیفی اسمی - کمی پیوسته - کمی گسسته - کیفی ترتیبی» پیروی می‌کند؟

(۱) گروه خونی - بار الکتریکی آزاد - تعداد فرزندان - مراحل تحصیل

(۲) مدرک تحصیلی - سن - تعداد تماس‌ها - شماره چشم

(۳) مدل خودرو - جرم - بار الکتریکی آزاد - مدال المپیک

(۴) رنگ چشم - سرعت متحرک - تعداد فرزندان - جنسیت

۱۳- از بین ۶ زوج (زن و شوهر) به چند طریق می‌توان ۵ نفر را انتخاب کرد، به طوری که بین افراد انتخابی دقیقاً یک زوج وجود داشته باشد؟

(۴) ۴۸۰

(۳) ۳۶۰

(۲) ۲۴۰

(۱) ۱۶۰

۱۴- در چند زیرمجموعه از مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10\}$ ، تعداد اعضای زوج کمتر از تعداد اعضای فرد نیست؟

(۴) ۱۰۰

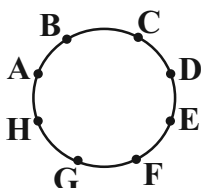
(۳) ۱۱۲

(۲) ۱۲۰

(۱) ۱۳۶

۱۵- مطابق شکل زیر می‌خواهیم پنج ضلعی‌هایی بسازیم که رئوس آن یکی از نقاط روی محیط دایره باشد. نسبت تعداد

پنج ضلعی‌هایی که AD یک قطر آن است به تعداد پنج ضلعی‌هایی که AD یک ضلع آن است، کدام است؟



(۱) ۱۴

(۲) ۴

(۳) ۲

(۴) ۳



۱۶- در پرتاب دو تاس سالم، اگر A و B به ترتیب پیشامدهایی باشند که در آنها «دو عدد متمایز رو شود» و «مجموع دو عدد روشده

بیشتر از ۷ باشد»، پیشامد $A \cap B$ چند برآمد دارد؟

$$18 \quad (1)$$

$$16 \quad (2)$$

$$14 \quad (3)$$

$$12 \quad (4)$$

۱۷- تعداد مهره‌های آبی و قرمز در یک کیسه، دو عدد طبیعی متوالی هستند. اگر دو مهره همزمان از کیسه خارج کنیم، احتمال

همرنگ بودن دو مهره، برابر $\frac{1}{48}$ است. احتمال این که ۳ مهره انتخابی از این کیسه هم‌رنگ باشند، کدام است؟

$$0/11 \quad (1)$$

$$0/12 \quad (2)$$

$$0/22 \quad (3)$$

$$0/21 \quad (4)$$

۱۸- از بین ۴ دانش آموز تجربی، ۴ دانش آموز انسانی و ۶ دانش آموز ریاضی به تصادف ۴ نفر را انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه حداکثر

۳ دانش آموز ریاضی انتخاب شوند، کدام است؟

$$\frac{1987}{2002} \quad (1)$$

$$\frac{993}{1001} \quad (2)$$

$$\frac{1975}{2002} \quad (3)$$

$$\frac{986}{1001} \quad (4)$$

۱۹- سه تاس سالم را با هم می‌اندازیم. احتمال آنکه مجموع این ۳ تاس مضرب ۵ شود، کدام است؟

$$\frac{11}{216} \quad (1)$$

$$\frac{7}{36} \quad (2)$$

$$\frac{43}{216} \quad (3)$$

$$\frac{5}{27} \quad (4)$$

۲۰- یک تاس چهاروجهی داریم که روی ۴ وجه آن اعداد ۱ تا ۴ نوشته شده است. ۵ بار این تاس را پرتاب می‌کنیم، احتمال این که

یکی از اعداد دقیقاً ۳ بار رو شود، کدام است؟

$$\frac{3}{8} \quad (1)$$

$$\frac{45}{128} \quad (2)$$

$$\frac{45}{64} \quad (3)$$

$$\frac{75}{256} \quad (4)$$



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: آمار استنباطی: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۲۱

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۲۱- از یک جامعه با ۱۰۰۰۰ عضو برای تقریب زدن پارامتر M (میانگین جامعه)، یکصد بار نمونه‌ای به اندازه n و فقط ۵ درصد موارد بازه به دست آمده شامل M نیست، طول این بازه کدام است؟ (σ انحراف معیار جامعه است).

$$(۱) \frac{\sigma}{2\sqrt{n}} \quad (۲) \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$(۳) \frac{\sigma}{4\sqrt{n}} \quad (۴) \frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$$

۲۲- چند مورد از موارد زیر در مورد نمونه‌گیری‌های خوشه‌ای و طبقه‌ای نادرست است؟

- (آ) نمونه‌گیری خوشه‌ای، هزینه و زمان را نسبت به نمونه‌گیری طبقه‌ای کاهش می‌دهد.
 (ب) در نمونه‌گیری خوشه‌ای، همه واحدهای آماری خوشه‌های انتخاب شده را به‌عنوان نمونه در نظر می‌گیریم.
 (پ) در نمونه‌گیری خوشه‌ای بهتر است ویژگی مورد بررسی درون خوشه‌ها تفاوت کمتری داشته باشد.
 (ت) همواره اندازه طبقات در نمونه‌گیری طبقه‌ای برابر یکدیگر است.

$$(۱) ۴ \quad (۲) ۳$$

$$(۳) ۲ \quad (۴) ۱$$

۲۳- در یک جامعه آماری به صورت $\{1, 2, \dots, 10\}$ ، دقیقاً چند نمونه دو عضوی وجود دارد که واریانس را $\frac{9}{4}$ بر آورد می‌کند؟

$$(۱) ۹ \quad (۲) ۸$$

$$(۳) ۷ \quad (۴) ۶$$

۲۴- کدام یک از تعاریف زیر نادرست است؟

- (۱) خط فقر برابر است با میانگین درآمد افراد جامعه.
 (۲) آماره مشخصه‌ای عددی است که از داده‌های نمونه به دست می‌آید.
 (۳) پارامتر مشخصه‌ای عددی است که در صورت داشتن داده‌های کل جامعه قابل محاسبه است.
 (۴) آمارشناسان تلاش می‌کنند تا با شناسایی منابع تولید اریبی، نمونه‌گیری‌ها را تا جایی که می‌توانند ناریب کنند.
 ۲۵- جدول زیر قسمتی از نمونه‌گیری تصادفی ساده به اندازه ۲ از جامعه $\{2, 3, 4, 5, 6\}$ است. حاصل $m - n$ کدام است؟

$$(۱) 2/25$$

$$(۲) 2/3$$

$$(۳) 2/35$$

$$(۴) 2/4$$

نمونه	...	$\{1, 4\}, \{2, 3\}, \{5, 6\}$	...
$\bar{x}$		m	
احتمال		n	

۲۶- چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

- در نمونه‌گیری طبقه‌ای، برعکس نمونه‌گیری خوشه‌ای، افراد درون یک گروه از نظر ویژگی مورد بررسی همگن هستند.
- پارامتر، مشخصه جامعه است و همیشه مقدار ثابتی است و تغییر نمی‌کند و آماره مشخصه نمونه است و ممکن است از یک نمونه به نمونه دیگر تغییر کند.
- از روی آماره، پارامتر را برآورد می‌کنیم.

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

۲۷- در یک نمونه‌گیری سیستماتیک از یک جامعه آماری، دو عضو با شماره‌های ۱۳ و ۴۳ انتخاب شده‌اند. اگر بدانیم شماره ۳ انتخاب نشده، چقدر احتمال دارد شماره ۲۲ انتخاب شده باشد؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{2}{5}$ (۴) شماره ۲۲ انتخاب نمی‌شود.

۲۸- از میان اعداد صحیح ۰ تا N، شش عدد ۱۶، ۱۴، ۱۳، ۹، ۶، ۵ به‌طور تصادفی انتخاب شده‌اند. برآورد نقطه‌ای از N به کمک پارامتر میانگین کدام است؟

(۱) ۲۴ (۲) ۲۳

(۳) ۲۲ (۴) ۲۱

۲۹- در نمونه‌گیری به روش سامانمند از ۲۳۱ نفر اگر شماره انتخابی از دسته اول، دوم و هشتم به ترتیب $m+3$ ، $m+4$ و $20m+42$ باشند، نفر انتخاب شده از دسته آخر چه شماره‌ای دارد؟

(۱) ۲۳۰ (۲) ۲۲۵

(۳) ۲۲۰ (۴) ۲۱۵

۳۰- از جامعه $\{1, 2, \dots, 10\}$ یک نمونه ۸ تایی انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی این نمونه، میانگین جامعه را دقیقاً درست برآورد می‌کند؟

(۱) $\frac{2}{15}$ (۲) $\frac{3}{28}$

(۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{1}{6}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۵۹ تا ۷۴

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- اگر شعاع دایره محیطی مثلث ABC و $AC = b$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{2 \tan \hat{B}}{b}$ برابر کدام است؟ ($\hat{B} \neq 90^\circ$)

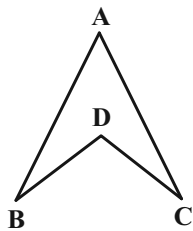
$$\frac{\cos \hat{B}}{R} \quad (2)$$

$$\frac{1}{R \cos \hat{B}} \quad (1)$$

$$\frac{2R}{\cos \hat{B}} \quad (4)$$

$$\frac{2 \cos \hat{B}}{R} \quad (3)$$

۳۲- در شکل زیر، $\angle BDC = \angle DCB = \angle ABC = \angle ACB$ ؛ حاصل $\frac{3 + \cos \hat{BDC}}{\cos \hat{A}}$ برابر با کدام است؟



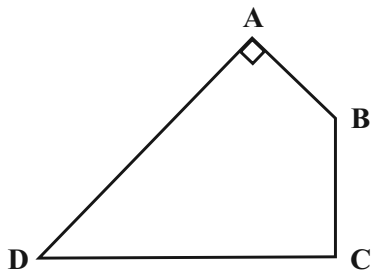
۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۳۳- در چهارضلعی $ABCD$ ، $\hat{A} = 90^\circ$ ، $AB = 8$ ، $BC = 4$ و $CD = AD = 15$ است. مساحت چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟



$$6(10 + \sqrt{21}) \quad (1)$$

$$3(4 + \sqrt{21}) \quad (2)$$

$$3(8 + \sqrt{21}) \quad (3)$$

$$6(4 + \sqrt{21}) \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

۳۴- مثلث ABC به طول اضلاع $AB = 7$ و $BC = 9$ مفروض بوده و نقطه P قرینه رأس C نسبت به رأس B است. اگر نیمسازهای

داخلی و خارجی زاویه B در مثلث ABC ، ضلع AC و پاره خط AP را در نقاط M و N قطع کند، آنگاه طول پاره خط MN

کدام است؟

(۲) $\frac{33}{4}$

(۱) $\frac{31}{4}$

(۴) $\frac{65}{8}$

(۳) $\frac{63}{8}$

۳۵- مساحت مثلث ABC برابر $32\sqrt{3}$ واحد مربع است. اگر $BC = 8$ و $AC = 16$ و $AB < AC$ باشد، اندازه ضلع AB کدام است؟

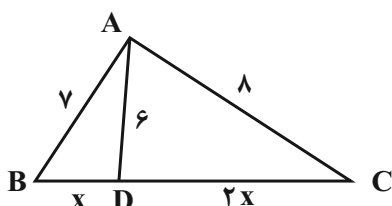
(۲) $4\sqrt{6}$

(۱) $8\sqrt{2}$

(۴) $8\sqrt{3}$

(۳) $12\sqrt{2}$

۳۶- در شکل مقابل حاصل $\frac{AB \cdot DC}{2BD + AC}$ کدام است؟ آزمون وی ای پی



(۱) $2/5$

(۲) $2/75$

(۳) 3

(۴) $3/25$

۳۷- در مثلثی به طول اضلاع ۷، ۱۵ و ۲۰، سینوس زاویه بین دو ضلع کوچک تر کدام است؟

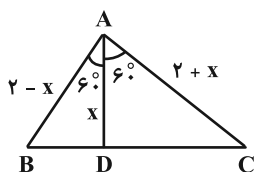
(۲) $\frac{5}{13}$

(۱) $\frac{4}{5}$

(۴) $\frac{3}{5}$

(۳) $\frac{12}{13}$

۳۸- در مثلث زیر، اندازه x کدام است؟



(۲) $2\sqrt{3}-2$

(۱) $2\sqrt{2}-2$

(۴) $\sqrt{3}-1$

(۳) $\sqrt{2}-1$

۳۹- در مثلث متساوی الساقین ABC ، $AB = AC = 4$ و $BC = 2$ ، نقطه G محل تلاقی میانه‌های مثلث است. اگر نقطه M وسط

ضلع AB باشد، نسبت محیط مثلث BMG به محیط مثلث ABC کدام است؟

(۲) $\frac{2+\sqrt{6}}{10}$

(۱) $\frac{1+\sqrt{6}}{5}$

(۴) $\frac{\sqrt{6}}{10}$

(۳) $\frac{1+2\sqrt{6}}{10}$

۴۰- در مثلث ABC به طول اضلاع $AB = 5$ ، $AC = 7$ و $BC = 8$ ، میانه AM ، نیمساز زاویه B را در نقطه O قطع کرده است.

طول پاره خط BO چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

(۲) $\frac{20}{9}$

(۱) $\frac{10}{3}$

(۴) $\frac{10}{9}$

(۳) $\frac{5}{3}$

هندسه ۲: آشنا

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

۴۱- در مثلث ABC ، رابطه $\frac{a^2}{b^2} = \frac{\tan \hat{A}}{\tan \hat{B}}$ برقرار است. کدام گزینه همواره صحیح است؟

- (۱) این مثلث در رأس A قائمه است.
 (۲) این مثلث قائم‌الزاویه یا متساوی‌الساقین است.
 (۳) این مثلث در رأس B قائمه است.
 (۴) چنین مثلثی وجود ندارد.

۴۲- مثلث ABC در دایره‌ای به شعاع یک واحد محاط شده است. اگر محیط مثلث ABC برابر $2\sqrt{3}$ باشد، حاصل $\sin \hat{A} + \sin \hat{B} + \sin \hat{C}$

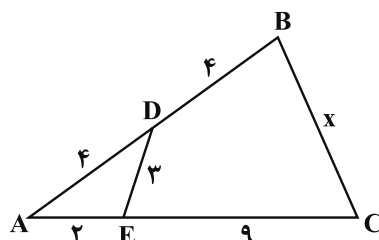
کدام است؟

(۲) ۱

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

(۳) ۲

۴۳- در شکل زیر، طول BC کدام است؟



(۱) ۶

(۲) ۷

(۳) ۸

(۴) ۹

۴۴- اندازه‌های میانه‌های مثلثی برابر با ۴، ۵ و ۷ می‌باشد. مجموع مربعات اندازه‌های اضلاع این مثلث کدام است؟

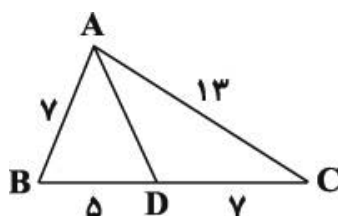
(۲) ۹۰

(۱) ۶۰

(۴) ۱۲۰

(۳) ۱۰۰

۴۵- در شکل زیر، اندازه AD کدام است؟



(۱) ۷

(۲) ۸

(۳) ۱۰

(۴) ۱۲

۴۶- در مثلث ABC ، ضلع $BC = 4$ و میانه $AM = 6$ است. اگر نیمسازهای دو زاویه AMB و AMC ، دو ضلع AB و AC را

به ترتیب در نقاط P و Q قطع کنند، آنگاه مقدار $MP^2 + MQ^2$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۹

(۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۴۷- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) رابطه $\frac{1}{AC} + \frac{1}{AB} = 2$ برقرار است. طول نیمساز داخلی رأس A کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

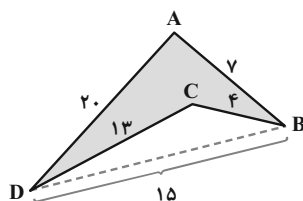
(۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۲

۴۸- مثلثی به طول اضلاع ۱۱، ۱۳ و ۲۰ مفروض است. مجموع معکوس‌های طول سه ارتفاع این مثلث کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۳

۴۹- در شکل زیر مساحت چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟



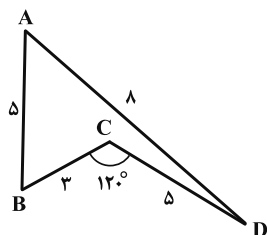
(۱) ۱۲

(۲) ۱۴

(۳) ۱۶

(۴) ۱۸

۵۰- در شکل زیر با توجه به اندازه‌های داده شده، مساحت چهارضلعی $ABCD$ چند برابر $\sqrt{3}$ است؟



(۱) ۶

(۲) $6/\sqrt{5}$

(۳) $6/5$

(۴) $6/\sqrt{5}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع + مثلثات: صفحه‌های ۱ تا ۴۴

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۵۱- کدام گزینه در مورد تابع $f(x) = x\sqrt{\frac{1-x}{x}}$ روی دامنه‌اش درست است؟

(۱) همواره صعودی

(۲) ابتدا صعودی سپس نزولی

(۳) ابتدا نزولی سپس صعودی

(۴) همواره نزولی

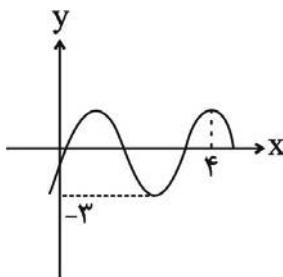
۵۲- اگر ضابطه وارون تابع $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 5$ به صورت $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+a} - b$ باشد، نمودار تابع f^{-1} را باید به چه صورتانتقال دهیم تا بر نمودار تابع $y = \sqrt[3]{x}$ منطبق شود؟(۱) ۳ واحد در جهت منفی محور x ها و ۲ واحد در جهت منفی محور y ها(۲) ۳ واحد در جهت منفی محور x ها و ۲ واحد در جهت مثبت محور y ها(۳) ۳ واحد در جهت مثبت محور x ها و ۲ واحد در جهت منفی محور y ها(۴) ۳ واحد در جهت مثبت محور x ها و ۲ واحد در جهت مثبت محور y ها۵۳- چند جمله‌ای $g(x)$ خارج قسمت تقسیم $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + a$ بر $x+2$ است و $f(x)$ و $g(x)$ در تقسیم بر $x+1$ ، باقی‌ماندهیکسان دارند. $f\left(\frac{a}{3}\right)$ کدام است؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) -۱

(۳) ۲

۵۴- اگر بخشی از نمودار تابع $y = a \sin \pi(bx-1) - 1$ به صورت زیر باشد، حاصل $\frac{a}{b}$ کدام می‌تواند باشد؟(۱) $-\frac{8}{3}$

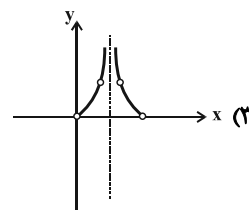
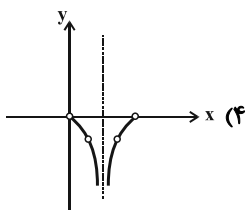
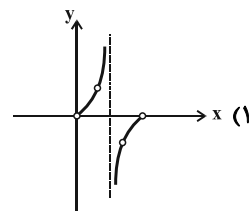
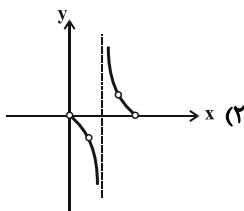
(۲) -۴

(۳) $-\frac{16}{5}$

(۴) -۶

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۵۵- اگر دوره تناوب تابع $y = \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\tan x}$ برابر T باشد، نمودار آن روی بازه $(0, T)$ چگونه است؟



۵۶- اگر $\tan \alpha = \frac{5}{2}$ باشد، $\tan(3\alpha)$ کدام است؟

(۴) $-\frac{20}{21}$

(۳) $\frac{5}{11}$

(۲) $-\frac{2}{11}$

(۱) $\frac{65}{142}$

۵۷- جواب کلی معادله $\tan 2x = \frac{1}{\tan\left(3x + \frac{\pi}{3}\right)}$ (که $k \in \mathbb{Z}$)

(۲) $\frac{6k+1}{24}\pi$

(۱) $\frac{3k+1}{24}\pi$

(۴) $\frac{6k+1}{30}\pi$

(۳) $\frac{3k+1}{30}\pi$

۵۸- جواب کلی معادله $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin^2 \frac{5\pi}{4}$ (که $k \in \mathbb{Z}$)

(۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

(۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

(۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

(۳) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

۵۹- معادله $\cos(\pi \sin(4\pi x)) = \frac{1}{2}$ در بازه $[0, \frac{3}{4}]$ چند جواب دارد؟

(۲) ۱۱

(۱) ۱۰

(۴) ۱۳

(۳) ۱۲

۶۰- از معادله مثلثاتی $\sin^3 x \cos^4 x = 1$ تعداد جوابها در $(0, 2\pi)$ کدام است؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۳

(۳) ۲

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۹ تا ۳۱

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۶۱- اگر $A = \begin{bmatrix} x & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x \\ -1 & y \end{bmatrix}$ ماتریسی اسکالر و غیر صفر باشد، مقدار $3x - y$ کدام است؟

- (۱) -۱
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) -۲

۶۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 1 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه A^{1403} کدام است؟

- (۱) $3^{1403} A$
(۲) $3^{1402} A$
(۳) $3^{1403} I$
(۴) $1403 A$

۶۳- اگر $3A + 2B = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 7 & 14 \end{bmatrix}$ و $2A - 3B = \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 9 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس A چند برابر مجموع

درایه‌های قطر فرعی آن است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) ۲
(۴) ۱

۶۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $a - e + f$ کدام است؟

- (۱) ۱۶
(۲) ۱۴
(۳) ۱۲
(۴) ۱۰

۶۵- اگر دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & a & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ -2 & b-1 & 1 \end{bmatrix}$ برابر صفر باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) -۱
(۳) ۲
(۴) ۳

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۶۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ باشد و ماتریس X در رابطه ماتریسی $\begin{bmatrix} |A| & -|A| \\ 0 & \frac{16}{|A|} \end{bmatrix} = X \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ صدق کند، مجموع درایه‌های ماتریس

X کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $\frac{3}{2}$

(۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$

۶۷- اگر $A^{-1} = \begin{bmatrix} |A| & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ و $|A| < 0$ باشد، آن‌گاه $|A + 3I|$ کدام است؟

(۱) -۲۱ (۲) ۲۱

(۳) -۲۳ (۴) ۲۳

۶۸- ماتریس A مربعی از مرتبه ۳ است. اگر $\frac{3}{2}A = 3I - 6A^{-1}$ باشد، دترمینان ماتریس A کدام است؟

(۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $-\frac{1}{8}$

(۳) ۸ (۴) -۸

۶۹- از رابطه ماتریسی $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -10 & -4 \end{bmatrix}$ ، ماتریس A کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

۷۰- در دستگاه $\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx + dy = -1 \end{cases}$ ، اگر وارون ماتریس ضرایب $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $ax + cy$ کدام است؟

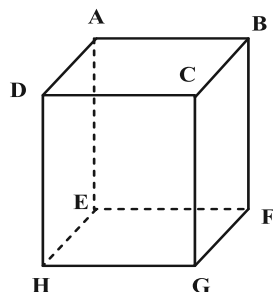
(۱) -۳ (۲) $-\frac{5}{2}$

(۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۵

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: تجسم فضایی: صفحه‌های ۷۷ تا ۹۶

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۷۱- اگر تعداد یال‌هایی را که در مکعب شکل زیر با یال AB ، متقاطع، موازی و متناظر باشند، به ترتیب با m ، n و p نمایش دهیم،آنگاه حاصل $2m - n + p$ کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۸

(۳) ۹

(۴) ۱۰

۷۲- دو صفحه متقاطع P و Q بر هم عمودند و فصل مشترک آن‌ها خط d است. چند تا از عبارات‌های زیر درست است؟(الف) هر صفحه عمود بر P ، با صفحه Q موازی است.(ب) هر صفحه عمود بر خط d ، بر دو صفحه P و Q عمود است.(پ) هر صفحه موازی با P ، بر صفحه Q عمود است.(ت) صفحه گذرنده از خط d و عمود بر P ، بر صفحه Q منطبق است.

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

۷۳- شش منشور مثلث‌القاعده یکسان را که روی هریک از وجه‌های آن‌ها، عدد یک نوشته شده است، در یک ستون از روی قاعده‌ها

بر روی هم قرار می‌دهیم. مجموع اعداد قابل رؤیت کدام است؟

(۴) ۱۷

(۳) ۱۸

(۲) ۱۹

(۱) ۲۰

۷۴- کدام یک از گزاره‌های زیر همواره صحیح است؟

(۱) هرگاه خطی یکی از دو خط موازی را در فضا قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند.

(۲) از یک نقطه خارج یک صفحه، بی‌شمار صفحه می‌توان بر صفحه مفروض عمود رسم کرد.

(۳) هرگاه خطی با یکی از دو خط متناظر موازی باشد، با خط دیگر متناظر است.

(۴) فصل مشترک هر صفحه با دو صفحه متقاطع، دو خط متقاطع است.

۷۵- کدام یک از گزاره‌های زیر همواره صحیح نیست؟

(۱) هرگاه خطی با فصل مشترک دو صفحه متقاطع موازی باشد، با خود آن دو صفحه نیز موازی است.

(۲) اگر صفحه‌ای با دو خط متقاطع موازی باشد، با صفحه شامل آن دو خط متقاطع نیز موازی است.

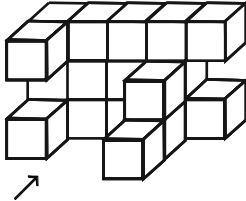
(۳) هرگاه سه صفحه متمایز دوجه‌دو متقاطع باشند، نقطه‌ای وجود دارد که متعلق به هر سه صفحه باشد.

(۴) فصل مشترک هر صفحه با دو صفحه موازی، دو خط موازی است.

۷۶- قاعده هرمی، مستطیل ABCD است. رأس این هرم را O نامیده‌ایم. سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه P با این هرم، در صورتی که صفحه P از O نگذرد ولی بر قاعده هرم عمود باشد، کدام است؟

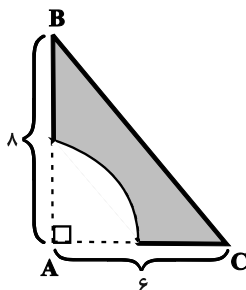
- (۱) مثلث
(۲) مستطیل
(۳) لوزی
(۴) دوزنقه

۷۷- سازه زیر از مکعب‌های یکسان تشکیل شده است. مساحت تصویر نمای راست این سازه چند برابر مساحت تصویر نمای روبه‌روی آن است؟



- (۱) $\frac{5}{6}$
(۲) $\frac{7}{13}$
(۳) $\frac{2}{3}$
(۴) $\frac{1}{2}$

۷۸- حجم حاصل از دوران جسم زیر حول ضلع AB چند برابر π است؟ (شعاع ربع دایره برابر ۳ واحد است.)



- (۱) ۵۱
(۲) ۶۰
(۳) ۶۹
(۴) ۷۸

۷۹- صفحه P موازی با قسمت مسطح نیم‌کره‌ای و به فاصله ۶ واحد از آن، این نیم‌کره را قطع کرده است. اگر شعاع نیم‌کره ۸ واحد باشد، مساحت سطح مقطع حاصل کدام است؟

- (۱) 24π
(۲) 26π
(۳) 28π
(۴) 30π

۸۰- یک مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع ۲ واحد مفروض است. این مثلث را حول خطی که از یک رأس آن موازی با ضلع مقابل رسم شده است، دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل از این دوران چند برابر π است؟

- (۱) ۶
(۲) ۴
(۳) ۲
(۴) ۱

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱ تا ۳۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۸۱- چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست است؟ $(m, n \in \mathbb{N}, a, b \in \mathbb{Z})$

* اگر $a | b$ آنگاه $a^m | b^n$

* اگر $a - b | a$ آنگاه $a^2 b^2 | (a - b)^2$

* به ازای ۶۰ مقدار طبیعی دو رقمی n ، حاصل $\frac{n^2(n+1)^2}{9}$ زوج است.

* اگر a, b, c اعداد صحیح باشند به طوری که $a | b$ و $a | c$ آن‌گاه $a^2 | a^2 + bc$

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۳

(۳) ۲

۸۲- در اثبات نامساوی $a^2 + b^2 \geq ab + a + b - 1$ به روش بازگشتی (گزاره‌های هم‌ارز) به کدام رابطه همیشه درست می‌رسیم؟

(۲) $(a-1)^2 + (b-1)^2 \geq 0$

(۱) $(a+1)^2 + (b+1)^2 \geq 0$

(۴) $(a+b-1)^2 \geq 0$

(۳) $(a-b)^2 + (a-1)^2 + (b-1)^2 \geq 0$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۸۳- در یک تقسیم باقی مانده بیشترین مقدار خود را دارد. اگر در این تقسیم به مقسوم و مقسوم علیه هر کدام یک واحد اضافه کنیم،

به خارج قسمت و باقی مانده نیز هر کدام یک واحد اضافه می شود. مقسوم جدید کدام عدد می تواند باشد؟

(۱) ۱۰۰ (۲) ۱۰۰-

(۳) ۲۰۰ (۴) ۲۰۰-

۸۴- اگر کوچک ترین مضرب مشترک دو عدد $5n+2$ و $7n+3$ و $n \in \mathbb{N}$ در تقسیم بر ۷ باقی مانده ۳ داشته باشد. چند مقدار دو

رقمی برای n وجود دارد؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۱

(۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۸۵- اگر بیست و یکم مرداد یک سال شمسی چهارشنبه باشد. آنگاه سومین چهارشنبه خرداد همان سال چه تاریخی است؟ 

(۱) ۱۸ خرداد (۲) ۱۹ خرداد

(۳) ۲۰ خرداد (۴) ۲۱ خرداد

۸۶- حاصل ضرب ارقام بزرگ ترین عدد طبیعی سه رقمی x که در معادله $52x - 39y = 13$ صدق می کند کدام است؟

(۱) ۶۹۳ (۲) ۵۶۷

(۳) ۴۴۲ (۴) ۳۱۶

۸۷- تعداد اعداد دو رقمی a به طوری که $27^a \equiv 1^{19}$ کدام است؟

(۲) ۱۵

(۱) ۱۴

(۴) ۳۰

(۳) ۲۸

۸۸- اگر $A = 2! + 4! + 6! + \dots + 1402!$ و $B = 1! + 2! + 3! + 4! + \dots + 1402!$ باشد. رقم یکان $(A^2 + AB + B^2)^{A-B}$ کدام است؟ 

(۲) ۳

(۱) ۱

(۴) ۶

(۳) ۵

۸۹- به ازای چند مقدار طبیعی دو رقمی a ، معادله سیاله $(2a - 3)y = 39$ در مجموعه اعداد صحیح دارای جواب است؟

(۲) ۸۹

(۱) ۹۰

(۴) ۸۳

(۳) ۸۴

۹۰- شخصی می خواهد با بن های ۲۰۰ و ۵۰۰ تومانی یک کتاب ۵۱۰۰ تومانی را بخرد. این شخص به چند طریق می تواند مبلغ کتاب را 

با این بن ها بپردازد؟

(۲) ۴

(۱) ۳

(۴) ۶

(۳) ۵



دفترچه سؤال

آزمون تابستان «۳۰ شهریور ۱۴۰۳» دفترچه دوم اختصاصی دوازدهم ریاضی (فیزیک و شیمی)

مدت زمان کل پاسخ‌گویی سوالات: ۸۵ دقیقه

تعداد کل سوالات: ۷۰ سؤال

(۳۰ سوال اجباری + ۴۰ سوال اختیاری)

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخگویی
اجباری	۲	۱۰	۱۵'
اجباری	۱	۱۰۱-۱۱۰	۱۵'
اختیاری	۳	۱۱۱-۱۲۰	۱۵'
اجباری	۲	۱۲۱-۱۳۰	۱۰'
اختیاری	۱	۱۳۱-۱۴۰	۱۰'
اختیاری	شیمی ۳	۲۰	۲۰'
	شیمی ۳-آشنا		
جمع کل	۷۰	۹۱-۱۶۰	۸۵'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
فیزیک	خسرو ارغوانی فرد - بابک اسلامی - رضا امامی - زهره آقامحمدی - امیرحسین برادران - امیرمهدی جعفری - مرتضی جعفری - مجتبی خلیل ارجمندی - محمدعلی راست پیمان - سیداحسان فلاح - مسعود قره‌خانی - مصطفی کیانی - علیرضا گونه - محمدکاظم منشادی - محمود منصوری - سیدمهرشاد موسوی - سیدعلی میرنوری - حسام نادری - مرتضی یوسف‌نیا
شیمی	محسن بابامیری - علیرضا بیانی - مسعود جعفری - امیرحاتمیان - عبدالرضا دادخواه - حسن رحمتی - کوکند - روزبه رضوانی - حامد رمضانیان - امیرمحمد سعیدی - رضا سلیمانی - جهان شاه‌ییگیانی - حسین شکوه - میلاد شیخ الاسلامی - خیابو - سهراب صادقی‌زاده - اسلام طالبی - امیرحسین طیبی - سیدصدرا عادل - محمد عظیمیان‌زواره - امیرقاسمی - امیرحسین معروفی - حسین ناصری‌نای - سیدرحیم هاشمی‌دهکردی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	ماهان زواری
گروه ویراستاری	حسین بصیر بهنام شاهی	محمدحسن محمدزاده‌مقدم احسان پنجه‌شاهی امیرحسین کمره‌ای سروش مقدم
گروه ویراستاری رتبه برتر	سینا صالحی سیددانیال سیدی	آرمان قنوانی محمدجواد پاک‌یوند کیاشا کوشانفرنیا
مسئول درس	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستند سازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	معصومه صنعت‌کار سیدکیان مکی شیدا نجاتی	ملینا ملاتی سجاد رضائی محمدصدرا وطنی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۹۱- زاویه بین خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی با سطح یک قاب رسانا ۵۳ درجه است. این زاویه را چند درجه و چگونه تغییر

دهیم تا شار مغناطیسی عبوری از قاب ۲۵ درصد کاهش یابد؟ ($\cos 53^\circ = 0.6$) آزمون وی ای پی

(۱) ۱۶ درجه کاهش دهیم.

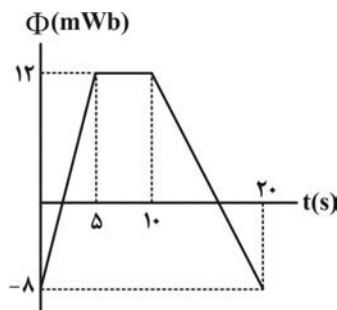
(۲) ۱۶ درجه افزایش دهیم.

(۳) ۳۷ درجه کاهش دهیم.

(۴) ۳۷ درجه افزایش دهیم.

۹۲- در شکل زیر، نمودار شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه رسانا بر حسب زمان نشان داده شده است. اندازه نیروی محرکه القایی

متوسط در حلقه در ۴ ثانیه چهارم، چند برابر اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه در ۳ ثانیه اول است؟



(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۲

(۴) ۴

۹۳- پیچه‌ای که دارای ۸۰۰ حلقه است و مساحت هر حلقه آن 50 cm^2 می‌باشد، عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی کهاندازه آن 0.02 T و جهت آن رو به بالا است، قرار دارد. اگر میدان مغناطیسی در مدت 20 ms تغییر کند و به 0.06 T رو بهپایین برسد و مقاومت الکتریکی پیچه 4Ω باشد، اندازه جریان القایی در آن چند آمپر می‌شود؟

(۲) ۲۰

(۱) ۴۰

(۴) ۴

(۳) ۲

۹۴- با استفاده از سیمی به مقاومت 15Ω و طول ۱۸ متر، پیچه مسطحی به قطر ۳۰ سانتی‌متر می‌سازیم و آن را عمود بر خطوط میدانمغناطیسی یکنواختی به بزرگی 40 G قرار می‌دهیم. اگر در مدت زمان 0.2 ثانیه، پیچه ۹۰ درجه حول یکی از قطرهایش دوران

کند، جریان الکتریکی القا شده در آن چند میلی‌آمپر خواهد بود؟

(۲) صفر

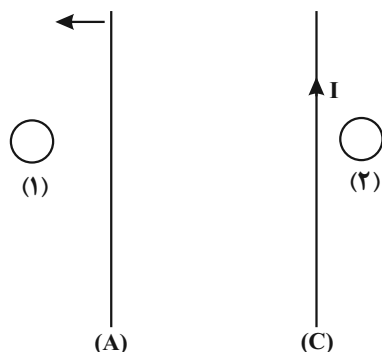
(۱) ۳۶

(۴) ۲۷

(۳) ۱۸

۹۵- در شکل زیر، از دو سیم راست، بلند و موازی (A) و (C) جریان‌های ثابت و یکسانی عبور می‌کند. اگر نیروی مغناطیسی که دو

سیم به یکدیگر وارد می‌کنند، از نوع دافعه باشد، با حرکت سیم (A) به سمت چپ، جهت جریان القایی در حلقه‌های رسانای



(۱) و (۲) به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۱) ساعتگرد، ساعتگرد

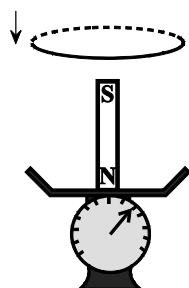
(۲) پادساعتگرد، پادساعتگرد

(۳) پادساعتگرد، ساعتگرد

(۴) ساعتگرد، پادساعتگرد

۹۶- مطابق شکل زیر، در بالای یک آهنربای میله‌ای که روی یک ترازو قرار دارد، حلقه‌ای رسانا را به سمت پایین حرکت می‌دهیم. در

این حالت عددی که ترازو نشان می‌دهد، از وزن آهنرباست و پایین حلقه قطب مغناطیسی وجود دارد.



(۱) کمتر، S

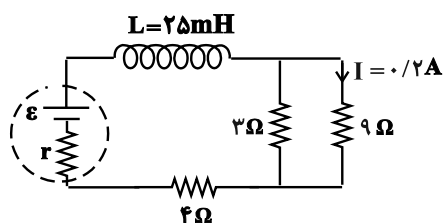
(۲) کمتر، N

(۳) بیشتر، N

(۴) بیشتر، S

۹۷- در مدار الکتریکی شکل زیر، مقاومت الکتریکی سیملوله ناچیز است. انرژی ذخیره شده در القاگر چند میلی‌ژول است؟

$$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}, \pi^2 = 10)$$



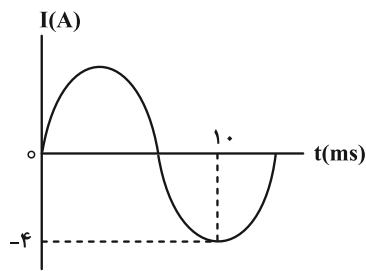
(۱) ۸

(۲) ۸۰

(۳) ۱۶

(۴) ۱۶۰

۹۸- نمودار $I-t$ یک جریان متناوب مطابق شکل زیر است. معادله جریان بر حسب زمان آن در SI کدام است؟



(۱) $I = 4 \sin 0.15\pi t$

(۲) $I = 4 \sin 50\pi t$

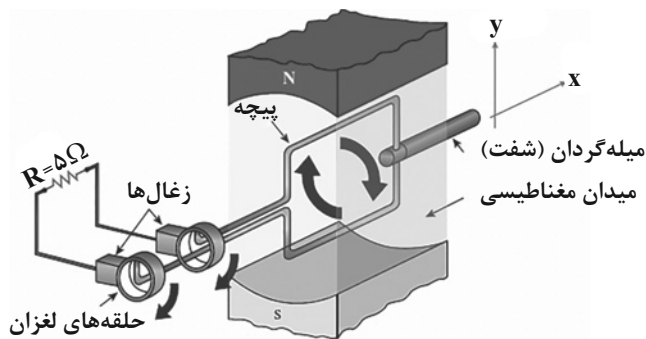
(۳) $I = 4 \sin 0.5\pi t$

(۴) $I = 4 \sin 150\pi t$

۹۹- مطابق شکل زیر، یک مولد جریان متناوب به یک مقاومت متصل است. اگر در لحظه‌ای که خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت

موازی با صفحه پیچه است، جریان مولد برابر ۴ آمپر باشد، در لحظه‌ای که میدان مغناطیسی و صفحه پیچه با یکدیگر زاویه ۶۰

درجه می‌سازند، توان مصرفی در مقاومت چند وات می‌شود؟



(۱) ۲۰

(۲) ۶۰

(۳) ۸۰

(۴) ۵۰

۱۰۰- در یک مبدل آرمانی، ولتاژ ورودی برابر با ۸ ولت است. اگر تعداد دورهای پیچه اولیه ۱۰۰ واحد بیشتر از پیچه ثانویه باشد، کدام

گزینه می‌تواند ولتاژ خروجی این مبدل بر حسب ولت باشد؟ (تعداد دورهای پیچه اولیه عددی طبیعی است.)

(۲) $\frac{8}{3}$

(۱) ۲

(۴) $\frac{5}{4}$

(۳) ۸



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۹

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

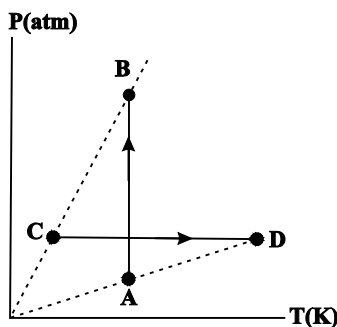
۱۰۱- در کدام فرایند ترمودینامیکی، تغییرات انرژی درونی فقط ناشی از گرمای مبادله شده با مقدار معینی گاز آرمانی است؟

(۲) هم‌حجم

(۱) هم‌فشار

(۴) هم‌دما

(۳) بی‌دررو

۱۰۲- نمودار $P-T$ فرایندهای هم‌دمای AB و هم‌فشار CD که مقدار معینی گاز آرمانی به‌طور جداگانه طی می‌کند، مطابق شکل زیراست. در هر یک از فرایندهای AB و CD ، به‌ترتیب از راست به چپ، چگالی گاز چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) کاهش - کاهش

(۲) افزایش - کاهش

(۳) افزایش - افزایش

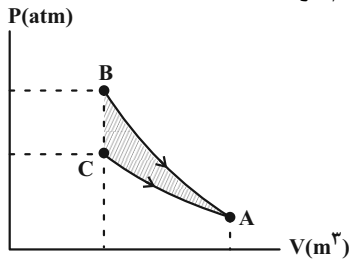
(۴) کاهش - افزایش

۱۰۳- مقدار معینی گاز آرمانی از حالت اولیه i تا حالت نهایی f ، طی سه مرحله، یک انبساط هم‌دما با اندازه کار ۱۲۰ J ، یک انبساطبی‌دررو با اندازه کار ۴۰ J و یک انبساط هم‌دمای دیگر با اندازه کار ۸۰ J انجام می‌دهد. تغییرات انرژی درونی گاز از حالت i تاحالت f چند ژول است؟(۲) -۲۴۰ (۱) ۲۴۰ (۴) -۴۰ (۳) ۴۰

محل انجام محاسبات

۱۰۴- نمودار $P-V$ دو فرایند هم‌دما و بی‌دررو برای مقدار معینی گاز آرمانی مطابق شکل زیر رسم شده است. اگر انرژی درونی گاز در

نقاط B و C به صورت U_B و U_C باشند، در این صورت $\Delta U = U_B - U_C$ برابر با کدام گزینه است؟



(۱) مساحت قسمت هاشور زده

(۲) کار انجام شده توسط گاز در فرایند بی‌دررو

(۳) گرمای مبادله شده در فرایند هم‌دما

(۴) کار انجام شده روی گاز در فرایند هم‌دما

۱۰۵- طی یک فرایند ترمودینامیکی، فشار گاز کاملاً ۴۰ درصد افزایش و حجم آن ۵۰ درصد کاهش پیدا می‌کند. در طی این فرایند، انرژی درونی این گاز چگونه تغییر می‌کند؟ (در طی فرایند، مقدار گاز ثابت است. همچنین انرژی درونی گاز با دمای مطلق آن رابطه خطی دارد.)

(۲) ۷۰ درصد افزایش می‌یابد.

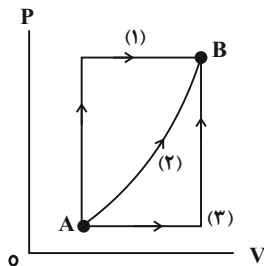
(۱) ۷۰ درصد کاهش می‌یابد.

(۴) ۳۰ درصد افزایش می‌یابد.

(۳) ۳۰ درصد کاهش می‌یابد.

۱۰۶- در نمودار $P-V$ شکل زیر، مقدار معینی گاز کامل از سه مسیر جداگانه از حالت A به حالت B می‌رود. اگر گرمای مبادله شده

توسط گاز در مسیرهای (۱)، (۲)، (۳) به ترتیب Q_1 ، Q_2 و Q_3 باشد، کدام گزینه صحیح است؟



(۱) $Q_1 = Q_2 = Q_3$

(۲) $Q_1 < Q_2 < Q_3$

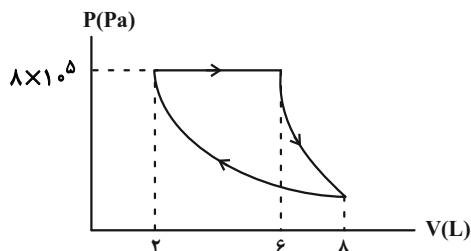
(۳) $Q_1 > Q_2 > Q_3$

(۴) $Q_1 > Q_3 > Q_2$

۱۰۷- مطابق شکل زیر، مقدار معینی گاز کامل چرخه‌ای شامل سه فرایند هم‌فشار، هم‌دما و بی‌دررو را طی می‌کند. اگر اندازه کار انجام

شده روی گاز طی فرایند بی‌دررو برابر با 1400 J باشد، کدام جمله در مورد گرمای مبادله شده بین گاز و محیط در فرایند

هم‌فشار صحیح است؟



(۱) گاز 1800 J گرما از محیط گرفته است.

(۲) گاز 1800 J گرما به محیط داده است.

(۳) گاز 4600 J گرما از محیط گرفته است.

(۴) گاز 4600 J گرما به محیط داده است.

۱۰۸- یک ماشین گرمایی درون سوز در هر چرخه ۴g بنزین مصرف کرده و ۱۶۰kJ گرما هدر می دهد. اگر مقدار گرمای حاصل از

سوختن هر گرم بنزین ۵۰kJ باشد، بازده این موتور چند درصد است؟

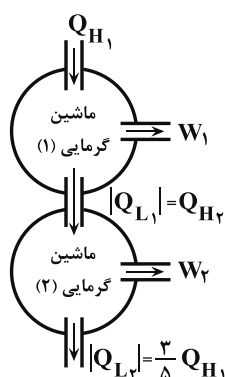
۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

۴۰ (۴)

۳۳ (۳)

۱۰۹- در طرح واره شکل زیر، تمام انرژی گرمایی تلف شده در ماشین گرمایی آرمانی (۱) را ماشین گرمایی آرمانی (۲) دریافت می کند.



اگر بازده ماشین گرمایی (۲) برابر با ۲۵ درصد باشد، بازده ماشین گرمایی (۱) چند درصد است؟

۱۵ (۱)

۲۵ (۲)

۳۰ (۳)

۲۰ (۴)

۱۱۰- چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح هستند؟

الف) قانون اول ترمودینامیک همان قانون پایستگی انرژی است.

ب) نمودار $P - V$ چرخه یک یخچال، پادساعتگرد است.

پ) $Q_L \neq 0$ در چرخه یک ماشین گرمایی، نتیجه ای معادل با $W \neq 0$ در چرخه یک یخچال دارد.

ت) در چرخه یک یخچال، با انجام کار W روی دستگاه، گرمای Q_L از منبع دمایی پایین گرفته شده و گرمای $|Q_H|$ به منبع دمایی بالا داده

می شود.

۲ (۲)

۱ (۱)

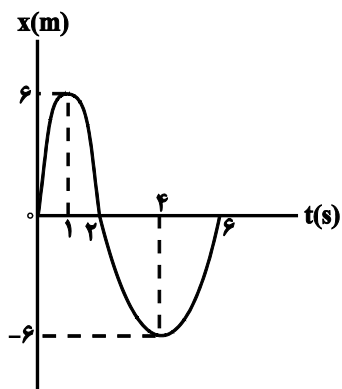
۴ (۴)

۳ (۳)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست + دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۱ تا ۴۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

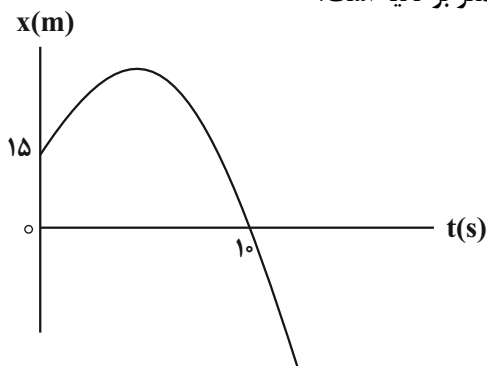
۱۱۱- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل زیر می‌باشد. در ۶ ثانیه اول حرکت به ترتیب ازراست به چپ، چند ثانیه بردار مکان متحرک و چند ثانیه بردار سرعت متحرک در جهت منفی محور x هستند؟

(۱) ۳، ۳

(۲) ۱، ۲

(۳) ۳، ۲

(۴) ۳، ۴

۱۱۲- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل زیر می‌باشد. اگر تندی متحرک درمبدأ زمان $6 \frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط متحرک در ۱۰ ثانیه اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۲

(۲) ۱/۵

(۳) ۳/۹

(۴) ۴/۴

۱۱۳- در شرایط خلأ، گلوله‌ای به جرم $200g$ از ارتفاع H از سطح زمین رها می‌شود و در ارتفاع $\frac{8}{9}H$ از زمین، انرژی جنبشی آن به $62/5 J$ می‌رسد. از این لحظه به بعد، چند ثانیه طول می‌کشد تا گلوله به زمین برسد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۴) ۹

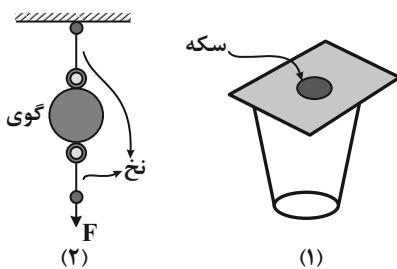
(۳) ۷/۵

(۲) ۵

(۱) ۲/۵

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۱۱۴- این پدیده که «حرکت سریع مقوا در شکل (۱)، سبب افتادن سکه در لیوان می‌شود» مشابه کدام پدیده زیر توجیه می‌شود؟



(۱) اگر در شکل (۲)، به آرامی نیروی وارد بر گوی سنگین را زیاد کنیم،

نخ پایین گوی پاره می‌شود.

(۲) اگر خودروی در حال حرکت ناگهان ترمز کند، سرنشین‌ها به جلو پرتاب می‌شوند.

(۳) اگر جسمی در فضای تهی خارج از جو زمین و دور از هر سیاره و خورشید در

حرکت باشد، به تدریج حرکت آن کند می‌شود و می‌ایستد.

(۴) همه موارد

۱۱۵- اگر نیروی خالص و ثابت $\vec{F}$ به جسم‌های ساکن m_1 ، m_2 و m_3 به‌طور مجزا وارد شود، هر کدام از جسم‌ها به ترتیب از راست به چپ با

شتاب $\frac{m}{s^2}$ ، $\frac{2m}{s^2}$ و $\frac{4m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کنند. اگر نیروی خالص $\vec{F}$ به جسم ساکنی به جرم $m_1 + m_2 + m_3$ وارد شود، تندی

جسم ۷ ثانیه پس از شروع حرکت چند متر بر ثانیه می‌شود؟

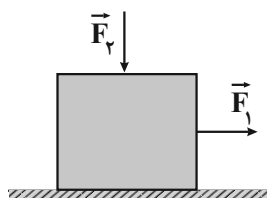
۸ (۲)

۶ (۱)

۹ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱۶- در شکل زیر، با دو برابر کردن نیروی F_y (بدون تغییر جهت)، اندازه نیروی اصطکاک چه تغییری می‌کند؟



(۱) کمتر می‌شود.

(۲) بیشتر می‌شود.

(۳) تغییری نمی‌کند.

(۴) بسته به شرایط گزینه «۲» و «۳» می‌تواند صحیح باشد.

۱۱۷- چتربازی به جرم 90 kg از یک بالون به سمت پایین می‌پرد. در لحظه‌ای که چتر باز می‌شود، نیروی مقاومت هوا طبق رابطه

$$f_D = 36v^2 \quad (v \text{ تندی چتر باز است}) \text{ به چتر باز وارد می‌شود. اگر در لحظه } t_1 = 5 \text{ s, بزرگی شتاب چتر باز } \frac{m}{s^2} \text{ و در لحظه}$$

$$t_2 = 25 \text{ s, با تندی حدی در حال سقوط باشد، بزرگی شتاب متوسط چتر باز بین این دو لحظه چند متر بر مربع ثانیه است؟ } (g = 10 \frac{m}{s^2}, t_1$$

و t_2 پس از باز شدن چتر اتفاق می‌افتند).

۰/۴ (۴)

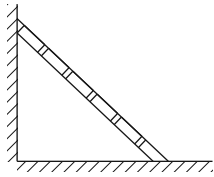
۰/۳ (۳)

۰/۲۵ (۲)

۰/۵ (۱)

۱۱۸- مطابق شکل زیر، نردبانی به یک دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه داده شده است. اگر جرم نردبان 8 kg و ضریب اصطکاک

ایستایی آن با سطح افقی برابر $0/6$ باشد، اندازه نیروی وارد بر نردبان از طرف دیوار قائم، وقتی در آستانه سر خوردن قرار دارد،



چند نیوتون است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$

۴۸۰ (۲)

۹۶ (۱)

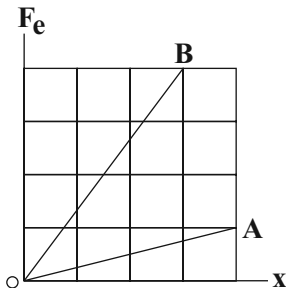
$48\sqrt{5}$ (۴)

۴۸ (۳)

۱۱۹- نمودار نیروی کشسانی بر حسب تغییر طول برای دو فنر A و B که طول‌های عادی آن‌ها یکسان است، مطابق شکل زیر است. اگر

طول فنر A تحت تأثیر نیروی کشسانی F، ۴۸ درصد افزایش یابد، طول فنر B تحت تأثیر نیروی کشسانی $\frac{F}{3}$ چند درصد افزایش

خواهد یافت؟



۴ (۱)

۳ (۲)

۵ (۳)

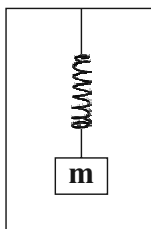
۶ (۴)

۱۲۰- مطابق شکل زیر، مجموعه فنر و جسمی به جرم m به سقف یک آسانسور متصل است. وقتی آسانسور به‌طور یکنواخت و با

سرعت ثابت به سمت پایین حرکت می‌کند، تغییر طول فنر نسبت به طول عادی آن ۱۰ درصد است. اگر پس از آن حرکت

آسانسور با شتاب ثابت ادامه یابد، تغییر طول فنر نسبت به طول عادی ۸ درصد می‌شود. در این حالت، اندازه شتاب آسانسور

چند $\frac{m}{s^2}$ است و نوع حرکت آن چگونه است؟ (جرم فنر و نیروی اصطکاک ناچیز است و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)



۴، کندشونده (۲)

۲، کندشونده (۱)

۴، تندشونده (۴)

۲، تندشونده (۳)

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: پوشاک، نیازی پایان ناپذیر: صفحه‌های ۹۹ تا ۱۲۳

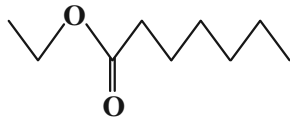
پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۲۱- همه گزینه‌های زیر درست است، به جز

- (۱) شمار اتم‌های سازنده هر مولکول سلولز، بسیار زیاد بوده و اندازه مولکول آن، بسیار بزرگ است.
 (۲) سلولز، روغن زیتون و پلی‌اتن برخلاف پروپان، درشت‌مولکول محسوب می‌شوند.
 (۳) هرگاه نخستین آلکن را در فشار بالا گرما دهیم، جامد سفیدرنگی تولید می‌شود که جرم مولی آن، اغلب ده‌ها هزار گرم بر مول است.
 (۴) پلی‌اتن، هیدروکربنی سیرشده است و در آن هر اتم کربن با چهار پیوند اشتراکی به چهار اتم هیدروژن دیگر متصل است.

۱۲۲- طبق ویتامین‌های موجود در کتاب درسی کدام گزینه نادرست است؟

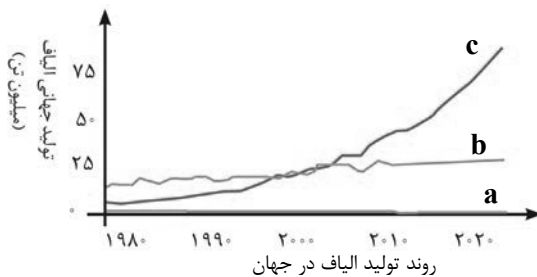
- (۱) ویتامینی که دارای حلقه بنزنی است، در سبزیجاتی مانند کلم یافت می‌شود.
 (۲) ویتامینی که دارای گروه عاملی هیدروکسیل است، قطعاً در آب به‌خوبی حل می‌شود.
 (۳) ویتامینی که در هویج وجود دارد، دارای حلقه در ساختار خود می‌باشد.
 (۴) نوعی ویتامین که مصرف بیش از اندازه آن برای بدن ضرر ندارد، دارای گروه عاملی استری است.
 ۱۲۳- ترکیب زیر در وجود دارد که می‌توان آن را از واکنش و تولید کرد و جرم هر مول از این ترکیب، گرم از جرم یک مول استر موجود در آناناس، بیشتر است.

 $(C = 12, O = 16, H = 1: g.mol^{-1})$ 

- (۱) موز - اتانویک‌اسید - هپتانول - ۲۸
 (۲) انگور - اتانویک‌اسید - هپتانول - ۴۲
 (۳) موز - هپتانویک‌اسید - اتانول - ۲۸
 (۴) انگور - هپتانویک‌اسید - اتانول - ۴۲

۱۲۴- با توجه به نمودار روبه‌رو، چند مورد درست است؟

- (آ) الیاف b، بیش از ۵۰٪ الیاف تولیدی در جهان را تشکیل می‌دهد.
 (ب) الیاف c برخلاف الیاف a و b، جزو الیاف ساختگی است.
 (پ) حدود نیمی از لباس‌های تولیدی در جهان از الیاف b تهیه می‌شوند.
 (ت) نوع عنصرهای سازنده الیاف b، با نوع عنصرهای سازنده اتانول، یکسان است.

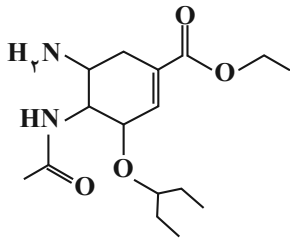


(۲) ۳

(۱) ۴

(۴) ۱

(۳) ۲



۱۲۵- با توجه به ساختار مولکول داده شده، کدام موارد نادرست است؟

(آ) در ساختار این ترکیب، گروه‌های عاملی آمینی، آمیدی، استری و اتری وجود دارد.

(ب) از واکنش این مولکول با مقدار کافی آب در شرایط مناسب، امکان تشکیل اسید سرکه وجود دارد.

(پ) مجموع شمار اتم‌ها در هر واحد فرمولی از این ترکیب، برابر ۴۹ است. آزمون وی ای پی

(ت) ۲۵٪ از اتم‌های کربن این ترکیب با هیچ اتم هیدروژنی پیوند اشتراکی ندارند.

(ث) در ساختار این ترکیب همانند ساختار ویتامین (ث)، یک حلقه شش ضلعی وجود دارد و هر دو ترکیب، می‌تواند با بخار برم وارد واکنش شوند.

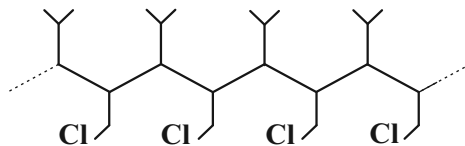
(۱) (پ)، (ت) و (ث)

(۲) (ب)، (پ) و (ث)

(۳) (آ)، (ت) و (ث)

(۴) (ب)، (پ) و (ت)

۱۲۶- جرم مولی مونومر سازنده پلیمر مقابل برحسب گرم بر مول کدام است؟ ($C = 12, H = 1, Cl = 35.5 : g.mol^{-1}$)



(۲) ۱۱۹/۵

(۱) ۱۲۰/۵

(۴) ۱۱۸/۵

(۳) ۱۱۷/۵

۱۲۷- کدام یک از گزینه‌های زیر در درستی یا نادرستی با سایر گزینه‌ها تفاوت دارد؟



(۱) برخی از کاتالیزگرهایی که در واکنش پلیمری شدن اتن شرکت می‌کنند، می‌توانند محتوی

عنصری از دسته d عناصر جدول تناوبی باشد.

(۲) نایلون همانند پلی‌اتن و تفلون، از جمله پلیمرهایی است که در طبیعت یافت نشده و طی

واکنش بسپارش تولید می‌شود.

(۳) در مراحل تولید پلاستیک استفاده شده برای ساخت شکل روبه‌رو، از واکنش پلیمری شدن گاز استیلن استفاده می‌شود.

(۴) با تغییر نوع مونومر مصرف شده در واکنش پلیمری شدن، می‌توان فرآورده‌ای جدید با ساختار و خواص متفاوت را تهیه کرد.

۱۲۸- کدام گزینه درست است؟

- (۱) در الکل‌های یک‌عاملی که بیشتر از ۷ اتم کربن دارند، به دلیل غلبه قسمت ناقطبی به قطبی، انحلال‌پذیری در آب صفر است.
- (۲) در الکل‌های یک‌عاملی با بیش از ۵ اتم کربن، پیوند هیدروژنی تشکیل نمی‌شود، زیرا زنجیر کربنی بزرگی دارند که ناقطبی است.
- (۳) در ساختار ویتامین (ث)، یک حلقه مشابه بنزن وجود دارد که در یکی از رأس‌های آن، اتم اکسیژن قرار گرفته است.
- (۴) ویتامین (D)، یک ترکیب آلی غیرآروماتیک می‌باشد.

۱۲۹- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- (آ) همه پلیمرهای حاصل از هیدروکربن‌های سیر نشده، سیر شده می‌باشند.
- (ب) تفلون، نقطه ذوب بالایی دارد و در برابر گرما مقاوم است اما در حلال‌های آلی حل می‌شود.
- (پ) پلیمری که در تهیه دبه‌های آب استفاده می‌شود از پلی‌اتن شاخه‌دار تهیه می‌شود.
- (ت) شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی مونومر سازنده پلیمری که در کیسه خون به کار می‌رود، دو برابر شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی آن است.
- (ث) چگالی و نیروی بین مولکولی پلی‌اتن سنگین، از پلی‌اتن سبک بیشتر است.

۱ (۴)

۲ (۳)

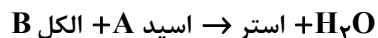
۳ (۲)

۴ (۱)

۱۳۰- مخلوطی به جرم ۲۰۱ گرم از اسید A و الکل B که هر دو سیر شده و یک‌عاملی هستند، در اختیار داریم. اگر سرعت واکنش

میان این مواد $0.25 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$ باشد و پس از گذشت یک ساعت، تمام واکنش‌دهنده‌ها به فراورده‌ها تبدیل شوند، درصد

جرمی کربن در فراورده آلی حاصل به تقریب کدام است و در این مقدار فراورده آلی تولیدی، چند مول پیوند اشتراکی بین اتم‌ها

وجود دارد؟ (فرض کنید سرعت واکنش در این بازه زمانی ثابت باشد. $H = 1, C = 12, O = 16: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(۲) ۶۲ درصد - ۲۰ مول

(۱) ۸۶ درصد - ۲۰ مول

(۴) ۶۲ درصد - ۳۰ مول

(۳) ۸۶ درصد - ۳۰ مول

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۲۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۳۱- در میان مواد زیر در دمای اتاق، به ترتیب چند ماده کم‌محلول، نامحلول و محلول در آب می‌باشد؟ (به ترتیب از راست به چپ)

«کلسیم فسفات - سدیم نیترات - کلسیم سولفات - باریم سولفات - منیزیم سولفات - آمونیوم نیترات - استون - شکر»

(۲) ۱ و ۲ و ۵

(۱) ۵ و ۱ و ۲

(۴) ۳ و ۱ و ۴

(۳) ۴ و ۲ و ۲

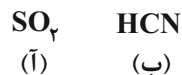
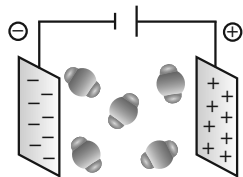
۱۳۲- با توجه به ترکیب‌های مولکولی و میدان الکتریکی داده شده چند مورد از مطالب زیر درست است؟

• ترکیب (آ) همانند ترکیب داخل میدان، در میدان الکتریکی جهت‌گیری خواهد کرد.

• در شرایط یکسان، ترکیب گازی (ب) نسبت به ترکیب داخل میدان،

در دمای پایین‌تری به حالت مایع تبدیل خواهد شد. (جرم مولی آن‌ها

به هم نزدیک فرض شود).

• گشتاور دوقطبی (μ) مولکول (آ) برخلاف مولکول نشان داده شده در میدان الکتریکی برابر صفر می‌باشد.

• مولکول (ب) همانند مولکول (آ)، یک ترکیب قطبی می‌باشد.

• با قرار گرفتن مولکول‌هایی مانند کربن تتراکلرید و آمونیاک در میدان الکتریکی، جهت‌گیری آن‌ها همانند مولکول نشان داده شده در

میدان خواهد بود.

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

۱۳۳- کدام عبارت درست است؟

(۱) جفت‌الکترون‌های ناپیوندی روی اتم مرکزی مولکول‌های آب، تأثیری بر خواص آب ندارد.

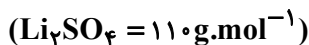
(۲) در میدان الکتریکی، اتم اکسیژن و هیدروژن آب، به ترتیب به سمت قطب‌های منفی و مثبت میدان جهت‌گیری می‌کنند.

(۳) رفتار مولکول‌های CO_2 ، O_2 و متان در میدان الکتریکی، مانند آب است.

(۴) HF به دلیل داشتن پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های خود، نقطه جوش بزرگ‌تری نسبت به هیدروژن سولفید دارد.



۱۳۴- مقداری لیتیم سولفات جامد را در آب حل کرده و حجم محلول را با افزودن آب خالص، به ۵ لیتر رسانده‌ایم. اگر مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلول حاصل، برابر $3/0$ مول بر لیتر باشد، مقدار نمک حل شده در محلول چند گرم است؟



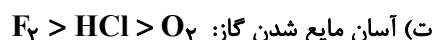
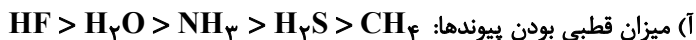
۸۲/۵ (۴)

۵۵ (۳)

۱۱۰ (۲)

۷۰ (۱)

۱۳۵- چند مورد از ویژگی‌های زیر، درست مقایسه شده است؟



یک (۴)

دو (۳)

سه (۲)

چهار (۱)

۱۳۶- $34/8$ گرم محلول سیرشده نمک X را از دمای 60°C تا دمای 20°C سرد می‌کنیم، اگر در دمای 20°C با تبخیر کردن ۱۸

گرم از حلال، محلول دوباره به حالت سیرشده برگردد، غلظت مولار محلول سیرشده نمک X در دمای 45°C کدام است؟

(انحلال پذیری نمک X را در دمای 60°C برابر ۱۶ گرم در ۱۰۰ گرم آب در نظر بگیرید، نمودار انحلال پذیری - دمای نمک X را

خطی فرض کنید و از تغییر حجم محلول بر اثر انحلال نمک صرف نظر کنید.)



۲/۵ (۴)

۲ (۳)

۱/۶ (۲)

۱ (۱)

۱۳۷- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

• رد پای آب نشان می‌دهد که هر فرد چه مقدار از تمام آب‌های جهان را مصرف می‌کند و در نتیجه چه مقدار از حجم منابع آبی کاسته می‌شود.

• از آمونیوم نیترات در کودهای شیمیایی و از کلسیم سولفات برای گچ گرفتن اندام‌های شکسته شده استفاده می‌شود.

• هرچه میزان نمک حل شده در آب بیشتر باشد، گاز کمتری می‌توان در آن حل کرد.

• هر فرد بالغ، روزانه به‌طور میانگین ۱۵۰۰ تا ۳۰۰۰ میلی‌لیتر آب را به‌صورت ادرار، تعریق پوستی، بخار آب در بازدم و ... از دست می‌دهد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۳۸- غلظت M^+ در محلولی به حجم ۵/۰ لیتر که از حل شدن کامل ۸/۷ گرم نمک M_2SO_4 در آب حاصل شده است، برابر

۲/۰ مول بر لیتر است. جرم مولی M کدام است؟ ($S = 32, O = 16: g.mol^{-1}$)

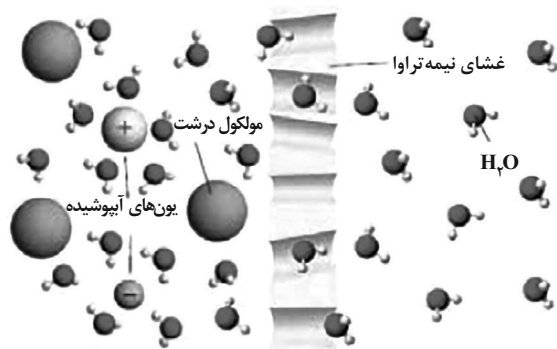
۷ (۲)

۲۳ (۱)

۷۸ (۴)

۳۹ (۳)

۱۳۹- با توجه به شکل داده شده، کدام گزینه نادرست است؟



(۱) این شکل نشان‌دهنده پدیده اسمز است.

(۲) بر اثر این پدیده، مولکول‌های آب خودبه‌خود از سمت محلول رقیق

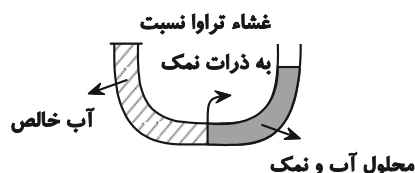
به محلول غلیظ جابه‌جا می‌شوند.

(۳) با وارد کردن فشار کافی بر محلول سمت چپ، جهت

جابه‌جایی خالص مولکول‌های آب عوض می‌شود.

(۴) با این روش می‌توان آب دریا را نمک‌زدایی و آب شیرین تهیه کرد.

۱۴۰- با توجه به شکل روبه‌رو، چه تعداد از موارد زیر درست است؟



• پس از گذشت مدتی، سطح محلول سمت راست به دلیل پدیده اسمز، افزایش می‌یابد.

• با اعمال نیرو در لوله سمت راست، پدیده اسمز معکوس رخ می‌دهد و آب از محیط

غلیظ وارد محیط رقیق‌تر می‌شود.

• پس از گذشت مدتی، سطح محلول در لوله سمت چپ افزایش می‌یابد.

• با اعمال نیرو در لوله سمت چپ، می‌توان محلول را از مواردی مانند

حشره‌کش‌ها و میکروب‌ها در صورت وجود، تصفیه نمود.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

(۱) صفر

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی / تاریخچه صابون تا انتهای شوینده‌ها: صفحه‌های ۱ تا ۳۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۴۱- چند مورد درست است؟

- صابون مایع برخلاف صابون جامد در چربی حل می‌شود.
- همیشه سر قطبی پاک‌کننده‌های صابونی از سر ناقطبی آن‌ها، بزرگتر است.
- اسیدچرب با فرمول $C_5H_{11}COOH$ ، در واکنش با $NaOH$ ، صابون جامد تولید می‌کند.
- نیروی بین‌مولکولی غالب در چربی‌ها از نوع وان‌دروالس است.
- بخش آنیونی پاک‌کننده‌های صابونی، قطبی است و در آب حل نمی‌شود.

۱ (۴) ۲ (۳) ۴ (۲) ۳ (۱)

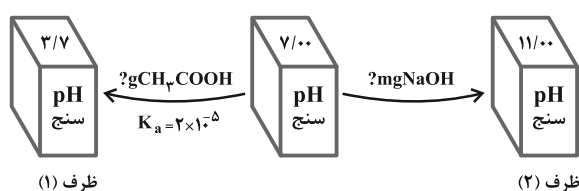
۱۴۲- چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ محلول آمونیاک در آب و N_2O_5 در آب درست است؟ 

- در محلول آمونیاک در آب، شمار زیادی از مولکول‌های یونیده نشده دیده می‌شود.
- تقریباً تمام مولکول‌های N_2O_5 در آب حل شده و اسید تولید شده به‌طور کامل یونش می‌یابد.
- از انحلال مول‌های برابر NH_3 و N_2O_5 در آب، مول‌های نابرابر از یون‌ها تشکیل می‌شود.
- هر دو محلول NH_3 و N_2O_5 ، اسیدی‌اند و pH محلول را از ۷ پایین‌تر می‌آورند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۴۳- در شکل‌های زیر به ترتیب از راست به چپ چند گرم مادهٔ حل‌شونده به ظرف (۱) و چند میلی‌گرم مادهٔ حل‌شونده به ظرف (۲)

افزوده شده است؟ (حجم نهایی محلول موجود در هر ظرف را ۱ لیتر در نظر بگیرید.)

 $(\log 2 \approx 0.3) \quad (C = 12, H = 1, O = 16, Na = 23 : g.mol^{-1})$

۱) ۴۰ و ۰/۱۳۲

۲) ۴ و ۱/۳۲

۳) ۴ و ۰/۱۳۲

۴) ۴۰ و ۱/۳۲

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۱۴۴- با توجه به جدول داده شده، کدام مطالب زیر درست‌اند؟ (دما و غلظت دو محلول را یکسان در نظر بگیرید).

فرمول شیمیایی	ثابت یونش (K_b)
AOH(aq)	$1/8 \times 10^{-5}$
BOH(aq)	$1/2 \times 10^{-4}$

(آ) BOH در مقایسه با AOH باز قوی‌تری است.

(ب) درجه یونش BOH از AOH بزرگ‌تر است.

(پ) pH محلول AOH بیشتر از محلول BOH است.

(ت) شمار ذرات یونش‌نیافته در محلول BOH بیشتر از محلول AOH است.

(۴) (آ) و (ب)

(۳) (ب) و (پ)

(۲) (ب)، (پ) و (ت)

(۱) (آ) و (ت)

۱۴۵- محلول یک مولار HCN و محلول یک مولار HNO_3 در دو ظرف جداگانه، در دمای یکسان موجود هستند، کدام گزینه درست است؟

(۱) غلظت یون سیانید در محلول هیدروسیانیک‌اسید بیشتر از غلظت یون NO_3^- در محلول نیترواسید است.

(۲) فلز منیزیم با محلول هیدروسیانیک‌اسید نسبت به محلول نیترواسید، کندتر واکنش می‌دهد ولی در شرایط یکسان، حجم گاز اکسیژن تولید شده برابر است.

(۳) pH محلول هیدروسیانیک‌اسید از pH محلول نیترواسید بیشتر است و سرعت واکنش فلز منیزیم با pH محلول اسیدی رابطه عکس دارد.

(۴) غلظت مولکول HCN در محلول هیدروسیانیک‌اسید کمتر از غلظت مولکول HNO_3 در محلول نیترواسید است.

۱۴۶- در مورد اسیدها و بازها، چه تعداد از مطالب زیر درست است؟

• در بازها، هرچه غلظت یون هیدروکسید بیشتر باشد، آن باز قوی‌تر است.

• با استفاده از محلول غلیظ سدیم هیدروکسید به عنوان لوله‌بازکن، به علت قوی بودن این ماده، هر نوع آلاینده موجود در لوله‌ها را می‌توان از بین برد.

• درون معده یک محیط بسیار اسیدی است و دیواره داخلی معده به‌طور طبیعی مقدار زیادی از یون‌های هیدرونیوم را جذب می‌کند.

• برای خنثی کردن کامل ۳ لیتر شیره معده ۰/۰۳ مولار، ۲/۲۵ لیتر از محلول شیر منیزی ۰/۰۲ مولار نیاز است.

• جوش شیرین فقط به‌صورت ترکیب با Al(OH)_3 می‌تواند به عنوان ضد اسید استفاده شود.

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳



۱۴۷- ۱۰۰ میلی لیتر محلول هیدروکلریک اسید با $\text{pH} = 1$ به تقریب با چند میلی لیتر محلول باز ضعیف BOH با $K_b = 10^{-5}$ و

$\text{pH} = 10/7$ به طور کامل خنثی می شود؟ (دما 25°C در نظر گرفته شود.) ($\log 5 \approx 0/7$)

- (۱) ۴۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۳۰ (۴) ۳۰۰

۱۴۸- پاسخ صحیح پرسش های زیر به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه آمده است؟

الف) ویژگی مشترک سوسپانسیون ها و کلوئیدها چیست؟

ب) کلوئیدها و محلول ها از لحاظ پایداری با یکدیگر مشابه هستند یا متفاوت؟

پ) ویژگی غیرمشترک کلوئیدها و محلول ها چیست؟

ت) اندازه ذرات کلوئیدها نسبت به محلول ها چگونه است؟

(۱) پخش نور - متفاوت - تفاوت در اندازه ذرات - کوچک تر

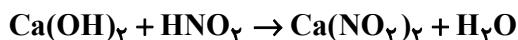
(۲) ناهمگن بودن - مشابه - رفتار در برابر نور - بزرگ تر

(۳) پایداری - مشابه - همگن بودن - بزرگ تر

(۴) ته نشین شدن - متفاوت - رفتار در برابر نور - کوچک تر

۱۴۹- ۲۰ میلی لیتر محلول کلسیم هیدروکسید با $\text{pH} = 11/6$ توسط ۸ میلی لیتر محلول نیترواسید با $\text{pH} = 3/7$ خنثی می شود.

درجه یونش نیترواسید چقدر است؟ (دما 25°C است.) (معادله واکنش موازنه شود.) ($\log 2 \approx 0/3$, $\log 5 \approx 0/7$)

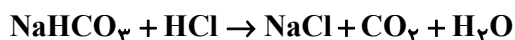


- (۱) ۰/۰۱ (۲) ۰/۰۲ (۳) ۰/۰۳ (۴) ۰/۰۴

۱۵۰- برای رساندن pH دو لیتر محلول هیدروکلریک اسید $109/5 \text{ ppm}$ با چگالی $1/17 \text{ g.mL}^{-1}$ به $5/7$ ، به تقریب چند گرم

جوش شیرین با خلوص 80% نیاز است؟ (از تغییر حجم محلول صرف نظر کنید) ($\log 2 \approx 0/3$)

(واکنش موازنه شود.) ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{Na} = 23, \text{Cl} = 35/5: \text{g.mol}^{-1}$)



- (۱) ۱/۵ (۲) ۰/۷۵ (۳) ۰/۶ (۴) ۲/۲۵

شیمی ۳: آشنا

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

۱۵۱- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) نیروی بین مولکولی غالب در چربی‌ها از نوع وان‌دروالسی است که برای پاک کردن آلاینده‌هایی از این جنس می‌توان از حلال‌هایی ناقطبی استفاده کرد.

(۲) اوره ترکیبی با گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر بوده و بین مولکول‌های آن پیوند هیدروژنی تشکیل می‌شود.

(۳) چربی‌ها، مخلوطی از استرهای سنگین و اسیدهای چرب هستند.

(۴) کلوئیدها برخلاف سوسپانسیون‌ها، مخلوطی همگن به‌شمار می‌روند.

۱۵۲- چند مورد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

* بازها در سطح پوست مانند صابون احساس لیزی ایجاد می‌کنند، اما به آن آسیب نمی‌رسانند.

* یاخته‌های دیواره معده با ورود مواد غذایی به آن، اسید معده (سولفوریک اسید) را ترشح می‌کنند.

* سوانت آرنیوس نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را شناسایی و واکنش‌های بین آن‌ها را معرفی کرد.

* طبق نظریه آرنیوس، اگر در محلولی $[H_3O^+]$ و $[OH^-]$ با یکدیگر برابر باشد، آن محلول فاقد رسانایی الکتریکی است.

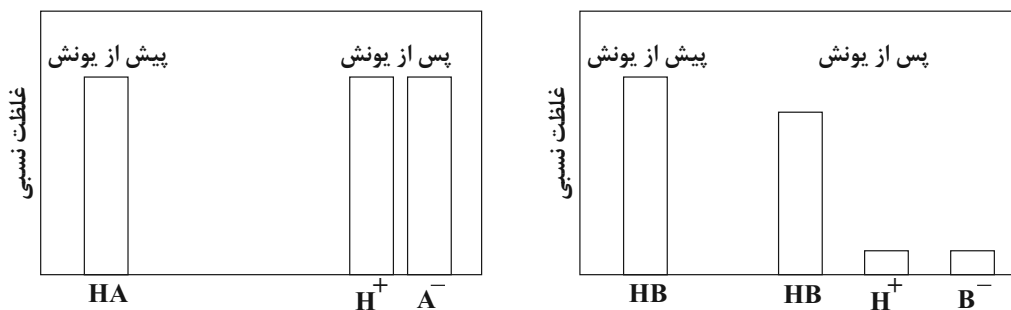
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۵۳- با توجه به نمودارهای زیر کدام مطلب درباره اسیدهای HA و HB درست است؟



(۱) نمودار اسید HA می‌تواند مربوط به استیک اسید و نمودار اسید HB می‌تواند مربوط به نیتریک اسید باشد.

(۲) اگر جرم یکسانی از اسیدهای HA و HB را در نیم لیتر آب حل کنیم، محلول HA همواره رسانایی الکتریکی بیش‌تری خواهد داشت.

(۳) محلول اسید HA را می‌توان محلولی شامل یون‌های آب‌پوشیده دانست.

(۴) در دما و غلظت یکسان، pH محلول HA از محلول HB بیش‌تر است و خاصیت اسیدی بیش‌تری دارد.

۱۵۴- با توجه به جدول زیر که مربوط به محلول دو اسید HA و HB در دمای معین، است، کدام گزینه درست است؟

غلظت تعادلی گونه‌ها (مول بر لیتر)		محلول
$[HA] = 4 \times 10^{-2}$	$[A^-] = 8 \times 10^{-3}$	HA
$[HB] = 2 \times 10^{-3}$	$[H_3O^+] = 10^{-4}$	HB

(۱) خاصیت اسیدی محلول HB از محلول HA بیشتر است.

(۲) HA و HB به ترتیب می‌توانند نیتریک‌اسید و نیترواسید باشند.

(۳) نسبت ثابت یونش اسیدی HA به ثابت یونش اسیدی HB، برابر ۳۲۰ است.

(۴) درجه یونش HB از درجه یونش HA بیشتر است.

۱۵۵- اگر pH دو محلول جداگانه از اتانویک اسید ($K_a \approx 2 \times 10^{-5}$) و کلرواتانویک اسید ($K_a \approx 2 \times 10^{-3}$)، برابر ۳ باشد، نسبت

غلظت مولار محلول اسید قوی‌تر به غلظت مولار محلول اسید ضعیف‌تر، به تقریب کدام است؟

(۲) ۰/۰۳

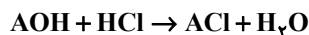
(۱) ۰/۰۱

(۴) ۰/۳

(۳) ۰/۱

۱۵۶- طبق واکنش زیر ۵۰mL از یک باز ضعیف تک‌ظرفیتی با $pH = 11$ و درصد یونش ۱۰٪ با چند گرم گاز هیدروژن کلرید واکنش 

می‌دهد؟ ($H = 1, Cl = 35/5 : g.mol^{-1}$) (واکنش در دمای اتاق انجام شده است).



(۲) ۰/۰۱۸۲۵

(۱) ۰/۰۳۶۵

(۴) ۰/۷۳

(۳) ۰/۳۶۵

۱۵۷- pH سنج دیجیتالی عدد ۱۲/۷ را برای محلولی از پتاسیم هیدروکسید نشان می‌دهد در ۱۰۰ میلی‌لیتر از این محلول چند گرم از

آن حل شده است؟ (انحلال در دمای اتاق انجام شده است.) $(\log 5 \approx 0.7)$ ($K = 39$, $O = 16$, $H = 1$: g.mol^{-1})

(۱) ۱/۱۲ (۲) ۵۶/۰

(۳) ۲۸/۰ (۴) ۱۴/۰

۱۵۸- عبارت موجود در کدام گزینه درست است؟ 

(۱) گل ادریسی در خاک اسیدی به رنگ قرمز و در خاک بازی به رنگ آبی شکوفا می‌شود.

(۲) جوش شیرین، منیزیم هیدروکسید و محلول پتاسیم هیدروکسید، ضداسیدهایی هستند که در صورت سوزش معده می‌توان استفاده کرد.

(۳) با توجه به نوع گرفتگی لوله‌ها و مجاری، می‌توان از محلول NaOH یا HCl استفاده کرد.

(۴) در صورت استفاده همزمان از محلول‌های لوله باز کن و جوهر نمک برای از بین بردن چربی‌ها و رسوب‌های موجود در لوله، اثر

پاک‌کنندگی افزایش می‌یابد.

۱۵۹- عبارت کدام گزینه درست است؟

(۱) برخی ترکیبات مانند آمونیاک در آب به میزان کمی یونش پیدا می‌کنند و همانند شکر الکترولیت ضعیف به شمار می‌روند.

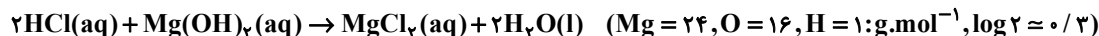
(۲) محلول شیشه‌پاک‌کن برخلاف محلول آب و صابون دارای pH بزرگ‌تر از ۷ است.

(۳) آمونیاک همانند پتاس سوزآور باز تک‌طرفیتی به شمار می‌رود و برخلاف آن به‌طور عمده به شکل مولکولی در آب حل می‌شود.

(۴) در غلظت و دمای یکسان، رسانایی الکتریکی محلول لوله‌باز کن از محلول شیشه‌پاک‌کن کم‌تر است.

۱۶۰- اگر بدن انسان بالغ، روزانه به‌طور میانگین ۲/۵ لیتر شیرۀ معده با pH برابر ۱/۴ تولید کند، برای خنثی کردن شیرۀ معده تولید

شده در هر ۱۲ ساعت، به چند میلی‌لیتر از شربت شیر منیزی با غلظت ۲۹۰ میلی‌گرم بر میلی‌لیتر نیاز است؟



(۱) ۵ (۲) ۱۰

(۳) ۲۰ (۴) ۲



دفترچه سؤال

آزمون هوش و استعداد
(دوره دوم)
۳۰ شهریور

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ، حمیدرضا رحیم خانلو	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، سپهر حسن‌خان‌پور، فاطمه راسخ، هادی زمانیان، کیارش صانعی، محمدرضا اسفندیار، آرین توسل، عرشیا مرزبان، علی رضا جعفری	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

برای مشاهده پاسخ‌ها، به صفحه شخصی خود در سایت کانون مراجعه کنید.

استعداد تحلیلی

۲۵۱- درباره ضرب المثل «خرس در کوه، بوعلی سیناست»، کدام گزینه درست است؟

- (۱) این که بوعلی سینا پزشک است، در ضرب المثل مفروض است.
 (۲) این که همه ی خرس ها در کوه زندگی می کنند، نتیجه ای منطقی از ضرب المثل است.
 (۳) این که خرس در مقایسه با آدمیان، نادان است، در ضرب المثل مفروض است.
 (۴) این که تنها بعضی خرس ها هستند که در کوه زندگی می کنند، نتیجه ای منطقی از ضرب المثل است.

۲۵۲- مفهوم کدام ضرب المثل را می توان در متن زیر دید؟

«اگر شاعری امیر «الف» را که به خون ریزی مشهور است مدح کرده است، گاه از آن روست که ستایش گرگ را به ستایش گفتار ترجیح داده است:

امیر «ب» در خون ریزی از امیر «الف» پیشی و بیشی دارد. و صدا البته که نباید مفاهیم امروزی را به آن چه سده ها از آن می گذرد سوار کرد.»

- (۱) پیش عقرب جرّاره باز به مار غاشیه
 (۲) پشه چو پُر شد بزند پیل را
 (۳) برادری به جا، بزغاله یکی هفت صنّار
 (۴) توبه ی گرگ مرگ است

* بر اساس حروف الفبای فارسی، «ب پ ت ث ج چ ح خ د ذ ر ز ژ س ش ص ض ط ظ ع غ ف ق ک گ ل م ن و ه ی» به دو پرسش بعدی پاسخ دهید.

۲۵۳- اگر حروف یک نقطه ای را از الفبای سی و دو حرفی فارسی حذف کنیم و در حروف باقی مانده، از دومین حرف سمت راست پانزدهمین حرف از سمت

چپ، چهار حرف به سمت راست حرکت کنیم، در سمت چپ کدام حرف قرار می گیریم؟

- (۱) ا
 (۲) پ
 (۳) ت
 (۴) ث

۲۵۴- الگوی «ب، پ، ت، چ، ذ، ...» با کدام دو حرف ادامه می یابد؟

- (۱) ژ، ض
 (۲) ز، ض
 (۳) ژ، ص
 (۴) ز، ص

۲۵۵- واژه های زیر را به ترتیب فرهنگ لغت (لغت نامه) مرتب می کنیم. واژه ای که در جایگاه ششم می آید، چند نقطه دارد؟

«ره نورد - رنگارنگ - رستگار - رادمردی - روزگار - روش - رهایی - رستنی - رود - راهدار»

- (۱) یک
 (۲) دو
 (۳) سه
 (۴) نقطه ندارد.

۲۵۶- ویژگی مشترکی در همه‌ی واژه‌های دسته‌ی «مصر، کشت، سرد، یوز، غضب» هست. کدام واژه در این دسته نمی‌گنجد؟

(۱) نهی (۲) قفا

(۳) لگد (۴) نرخ

۲۵۷- رابطه‌ای بین واژه‌های سه تا از دسته‌های زیر مشترک است. این رابطه در کدام گزینه دیده نمی‌شود؟

(۱) تعاریف - فیل - لیوان - نادرست - تساهل

(۲) گزافه - هفته - هتاک - کاربرد - درویش

(۳) عظیم - میزان - ناخدا - دایره - هرم

(۴) اصالت - تلقین - نیاکان - ناحیه - هیاهو

۲۵۸- در دشتی ۴ نوع ابر داریم. در هر سال، ابر اول ۹ ماه پشت سر هم می‌بارد و ۳ ماه نمی‌بارد. ابر دوم تنها در ۳ مقطع و در هر کدام ۲۵ روزه می‌بارد و

ابر سوم فقط در ۵ مقطع که هر کدام ۱ ماه طول می‌کشد. تعداد روزهای بارش ابر چهارم در سال، برابر با میانگین تعداد روزهای بارش سه نوع ابر

قبلی است و می‌خواهیم این تعداد را به مقطع‌هایی برابر تقسیم کنیم. کدام عدد قطعاً ممکن نیست که تعداد روزهای بارش ابر چهارم در یک مقطع

باشد؟ هر ماه را سی روزه در نظر بگیرید.

(۱) ۱۵ (۲) ۲۵

(۳) ۳۳ (۴) ۵۵

۲۵۹- پنج روز پیش، یک کشتی مسافری نزدیک جزیره‌ای بی‌آب‌و‌علف و خالی از سکنه غرق شده و تنها ۶۰ نفر از مسافران آن توانسته‌اند خود را به همراه

آذوقه ۳۵ روز خود به ساحل برسانند. امروز، ناگهان ۳۰ نفر دیگر از مسافران بدون هیچ آذوقه‌ای خود را به ساحل رسانده‌اند. تا پیش از اتمام آذوقه‌ها

چند روز مهلت هست؟

(۱) ۱۸ (۲) ۲۰

(۳) ۲۱ (۴) ۲۴

۲۶۰- نجاری می‌تواند در هر روز یک صندلی بسازد. شاگرد او در هر چهار روز یک صندلی می‌سازد. اگر برای ساخت ۲۷ صندلی، ۵ روز اول فقط نجار،

سپس ۸ روز بعدی فقط شاگرد نجار و بعد، هر دو با هم کار کنند، در مجموع کار چند روزه تمام می‌شود؟

$$(۱) \quad ۲۳$$

$$(۲) \quad ۲۷$$

$$(۳) \quad ۲۹$$

$$(۴) \quad ۳۱$$

۲۶۱- در یک مرکز خرید، هر کالایی بخیریم، ۵٪ قیمت آن کالا تخفیف می‌گیریم. اگر بخواهیم دقیقاً صد هزار تومان خرج کنیم، باید کالایی با چند هزار تومان

قیمت بخیریم؟

$$(۲) \quad ۱۰۴$$

$$(۱) \quad \frac{۲۰۰۰}{۲۱}$$

$$(۴) \quad \frac{۲۰۰۰}{۱۹}$$

$$(۳) \quad ۱۰۵$$

* علی می‌تواند با سطل، حوضی خالی را در ۲۰ دقیقه پُر و حوض پر را در ۳۰ دقیقه خالی کند. همین کار را حسین با سطلی دیگر، به ترتیب در ۴۰

دقیقه و ۳۰ دقیقه انجام دهد. حوض، خود شیری دارد که آن را در ۲۰ دقیقه پُر می‌کند. دریچه‌ای برای خروج آب نیز وجود دارد که حوض پر را در

۲۰ دقیقه خالی می‌کند. بر این اساس به دو سؤال بعدی پاسخ دهید.

۲۶۲- اگر شیر ورودی باز، حوض نیمه پُر، دریچه خروجی بسته و علی و حسین مشغول خالی کردن آب حوض باشند، چند دقیقه طول می‌کشد تا آب حوض

کاملاً تخلیه شود؟

$$(۲) \quad ۲۰$$

$$(۱) \quad ۱۰$$

$$(۴) \quad ۴۰$$

$$(۳) \quad ۳۰$$

۲۶۳- اگر شیر ورودی بسته، حوض خالی، دریچه خروجی باز و علی و حسین مشغول پر کردن آب حوض باشند، چند دقیقه طول می‌کشد تا حوض کاملاً

پر شود؟

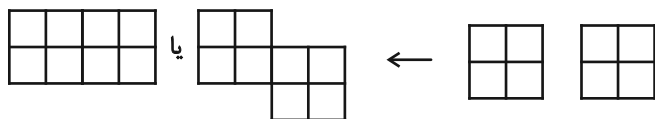
$$(۲) \quad ۳۰$$

$$(۱) \quad ۲۰$$

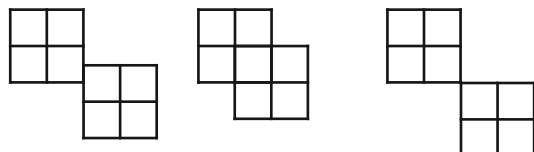
$$(۴) \quad ۴۵$$

$$(۳) \quad ۴۰$$

* قطعه‌هایی مربعی به ابعاد 2×2 واحد داریم که می‌توانیم آن‌ها را واحد به واحد به هم بچسبانیم. نظیر شکل‌های زیر:



اما قطعه‌ها به حالت‌های دیگر مانند شکل‌های زیر، به هم نمی‌چسبند:



بر این اساس به دو سؤال بعدی پاسخ دهید.

۲۶۴- نه قطعه از قطعه‌های بالا را به نحوی به هم می‌چسبانیم که کم‌ترین محیط حاصل شود. این محیط چند واحد است؟

۲۴ (۲)

۱۸ (۱)

۶۴ (۴)

۳۶ (۳)

۲۶۵- پنج قطعه را از قطعه‌های بالا، به نحوی به هم می‌چسبانیم که محیط شکل حاصل از ۲۸ واحد بیش‌تر باشد. چند عدد متفاوت برای محیط شکل

حاصل ممکن است؟

۲ (۲)

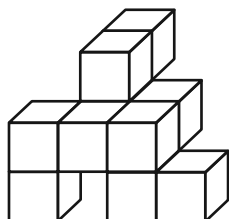
۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲۶۶- مکعب واحدی در حجم زیر نیست که حداقل قسمتی از آن در این نما دیده نشود. با این وصف، حداقل به چند مکعب واحد دیگر احتیاج داریم تا

شکل را به یک مکعب مستطیل کامل تبدیل کنیم؟



۱۸ (۱)

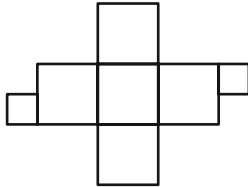
۲۳ (۲)

۲۷ (۳)

۳۴ (۴)

۲۶۷- دو قطعه مربعی زیر را باید به نحوی به شکل گسترده مقابل بچسبانیم که از شکل گسترده، یک مکعب کامل حاصل شود و سطحی

خالی نماند. چند حالت برای این کار ممکن است؟ دقت کنید این دو قطعه، از ضلع خود به شکل گسترده مکعب می چسبند.



(۱) ۴

(۲) ۸

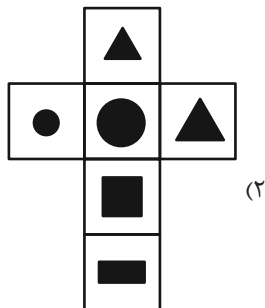
(۳) ۹

(۴) ۱۶

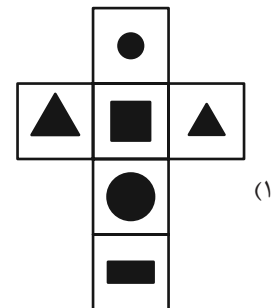
۲۶۸- مکعبی کوچک با ضخامت بسیار زیاد داریم که اگر از یک سوی آن که طرح دایره دارد، با فاصله اندک از سطح، نور چراغ قوه زیر را به

آن بتابانیم، نوری به شکل مثلث از سوی دیگر آن خارج می شود. کدام گزینه زیر ممکن است شکل گسترده این مکعب باشد؟ شکل های

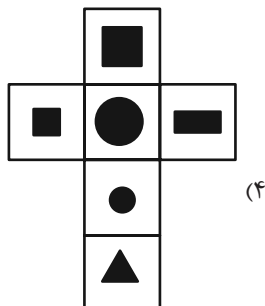
سیاه، شکل های بریده شده است.



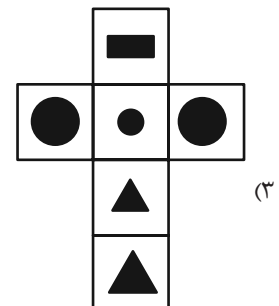
(۲)



(۱)

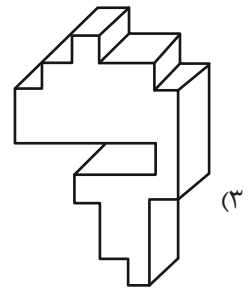
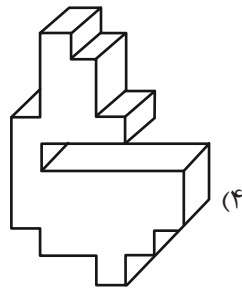
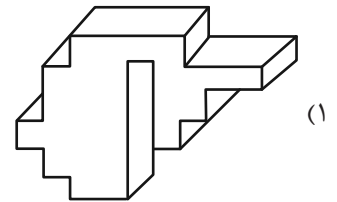
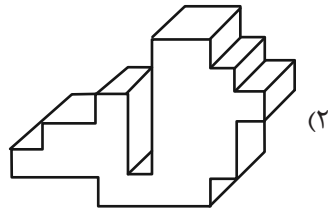


(۴)

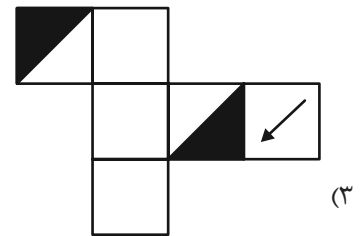
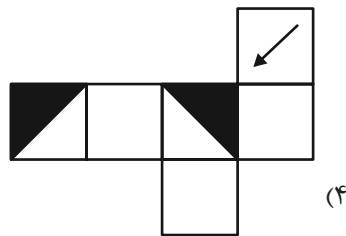
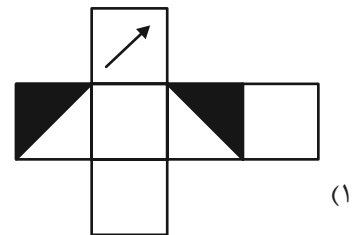
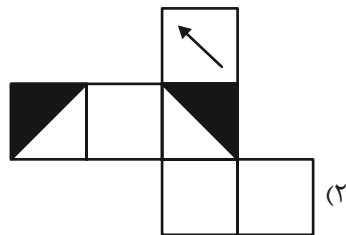


(۳)

۲۶۹- کدام حجم، حجم متفاوتی است؟



۲۷۰- از کدام شکل گسترده، مکعب متفاوتی ساخته می‌شود؟ پشت برگه‌ها کاملاً سفید است.



خودارزیابی توجه و تمرکز

آزمون ۳۰ شهریور ۱۴۰۳

دانش آموز عزیز!

توجه و تمرکز برای یادگیری، مطالعه و دستیابی به موفقیت تحصیلی بسیار مهم است. این مهارت‌های شناختی دانش‌آموزان را قادر می‌سازد تا اطلاعات را دریافت کنند، روی کارها و تکالیف متمرکز بمانند و به طور موثر زمان و منابع خود را مدیریت کنند. بهبود توجه و تمرکز می‌تواند منجر به درک بهتر مطالب، نمرات بالاتر و به طور کلی تجربه یادگیری موثرتر شود. برای کمک به ارزیابی ظرفیت‌های توجه خود، از شما دعوت می‌کنیم با سوالات زیر خود را ارزیابی کنید. مهم است که به هر سؤال صادقانه پاسخ دهید. با درک نقاط قوت و زمینه‌های پیشرفت، می‌توانید برای ارتقای عملکرد تحصیلی خود قدم بردارید.

سوالات را به دقت بخوانید و نزدیکترین پاسخ مرتبط با خود را انتخاب و در پاسخبرگ علامت بزنید. دقت داشته باشید که سوالات از شماره ۲۷۱ شروع شده است.

۲۷۱. من می‌توانم به یک کار و تکلیف توجه کنم، بدون اینکه حواسم پرت شود.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۲. من می‌توانم روی تکالیفم تمرکز کنم حتی زمانی که صداهای اطراف به گوش می‌رسد.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۳. من می‌توانم روی یک پروژه برای مدت طولانی و بدون از دست دادن علاقه کار کنم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۴. من می‌توانم برای مدت طولانی توجه خود را بر روی تکالیف مدرسه حفظ کنم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۵. من می‌توانم روی دستورات معلم تمرکز کنم حتی اگر سر و صدایی در کلاس وجود داشته باشد.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۶. هنگام مطالعه یا درس خواندن می‌توانم صدای پس زمینه و محیط را نادیده بگیرم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۷. من می‌توانم به سرعت از یک کار به کار دیگر بدون از دست دادن تمرکز، توجهم را تغییر دهم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۸. من می‌توانم در طول مدرسه به راحتی از یک موضوع به موضوع دیگر بدون گیج شدن حرکت کنم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۹. من می‌توانم بدون مشکل، توجه و تمرکز خود را بین یک کار اصلی و یک کار دیگر تقسیم کنم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۸۰. من می‌توانم بر روی یک پروژه کار کنم و در عین حال مراقب ساعت باشم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

دفترچه پاسخ



آزمون ۳۰ شهریور ۱۴۰۳ اختصاصی دوازدهم ریاضی

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
دانیال ابراهیمی-مهرداد استقلالیان-عباس اشرفی-شیوا امینی-مهدی براتی-سعید جعفری-محمدعلی جلالی-عادل حسینی-احمد رضا ذاکر زاده-محمد حسن سلامی حسینی-رضا سیدنجفی-علیرضا شریف خطیبی-علی اصغر شریفی-حبیب شفیع یوسف عراز سعید علم پور-رضا علی نواز-علی اکبر عزیز زاده-علیرضا فیضیان-بهزاد محرمی-سید عادل رضا مرتضوی-سروش موئینی-هومن نورائی	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیر حسین ابومحبوب-علی ایمانی-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-کیوان دارابی-فرشاد صدیقی-فر-رضا عباسی اصل-علی فعلی-محمد کریمی-مهرداد ملوندی-مهدی نیک زاده-امیر وفائی-سرژ یقیا زاریان تبریزی	هندسه	
امیر حسین ابومحبوب-علی ایمانی-فرزاد جواد-سید محمد رضا حسینی فرد-کیوان دارابی-مهدیار راشدی-سوگند روشنی-محمد صحت کار-احمد رضا فلاح-مرتضی فهیم علوی-مجید نیک نام-مهدی وقوعی-سرژ یقیا زاریان تبریزی	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	
خسرو ارغوانی فرد-بابک اسلامی-رضا امامی-زهره آقامحمدی-امیر حسین برادران-امیر مهدی جعفری-مرتضی جعفری-مجتبی خلیل ارجمندی-محمد علی راست پیمان-سید احسان فلاح-مسعود قره خانی-مصطفی کیانی-علیرضا گونه محمد کاظم منشادی محمود منصوری سید مهرشاد موسوی-سید علی میر نوری-حسام نادری-مرتضی یوسف نیا	فیزیک	
محسن بابامیری-علیرضا بیانی-مسعود جعفری-امیر حاتمیان-عبدالرضا دادخواه-حسن رحمتی کوکنده-روزبه رضوانی-حامد رمضانیان-امیر محمد سعیدی-رضا سلیمانی-جهان شاه ییگانی-حسین شکوه-میلاد شیخ الاسلامی-خیابو-سهراب صادقی زاده-اسلام طالبی-امیر حسین طیبی-سید صدرا عادل-محمد عظیمیان زواره-امیر قاسمی-امیر حسین معروفی-حسین ناصری ثانی-سید رحیم هاشمی دهکردی	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	حسام نادری	ماهان زواری
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب سهیل تقی زاده	مهد خالقی امیر محمد کریمی امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	مهد خالقی امیر محمد کریمی امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	حسین بصیر بهنام شاهنی	محمد حسن محمد زاده مقدم احسان پنجه شاهی امیر حسین کمره ای سروش مقدم
گروه ویراستاری رتبه برتر	سپهر متولیان	ایلیا اسفندیار پور	ایلیا اسفندیار پور	سینا صالحی سید دانیال سیدی	آرمان قنوتی محمد جواد پاکبوند کیاشا کوشانفرنیا
مسئول درس	عادل حسینی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	حسام نادری	امیر علی بیات
مستند سازی	سمیه اسکندری	عادل حسینی	الهه شهبازی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین توحیدی
ویراستاران (مستند سازی)	سجاد سلیمی-علیرضا عباسی زاهد-احسان صادقی				
				معصومه صنعت کار سید کیان مکی شیدا نجاتی	ملینا ملانی سجاد رضائی محمد صدرا وطنی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستند سازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



حسابان ۱

۱- گزینه «۴»

(سعید علم‌پور)

دامنه تابع را می‌یابیم:

$$\left[\frac{ax}{4}\right] = 0 \Rightarrow 0 \leq \frac{ax}{4} < 1 \Rightarrow 0 \leq x < \frac{4}{a}$$

$$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \left[0, \frac{4}{a}\right) = (-\infty, 0) \cup \left[\frac{4}{a}, +\infty\right)$$

برای اینکه تابع در همسایگی راست $x = 5$ تعریف شده باشد، باید

$$\Rightarrow a \geq \frac{4}{5} \quad \frac{4}{a} \leq 5 \quad \text{باشد.}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۲- گزینه «۱»

(رضا علی‌نواز)

می‌دانیم $[x^2 - x]$ در تمام نقاط صحیح فاقد حد است. اما در نقاطی که

ضریب جزء صحیح صفر باشد دارای حد خواهد بود. پس:

$$x^3 + x = 0 \Rightarrow x(x^2 + 1) = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x = 0$$

که این مقدار هم یک عدد طبیعی نیست.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۴)

۳- گزینه «۴»

(مهری براتی)

ابتدا تابع f را به صورت دو ضابطه‌ای می‌نویسیم، سپس ضابطه تابع $f \circ g$ را به دست می‌آوریم.

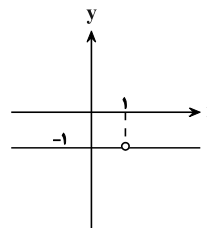
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{x-2} = 1 & x > 2 \\ \frac{-(x-2)}{x-2} = -1 & x < 2 \end{cases}$$

می‌دانیم که در تابع $f \circ g$ ، خروجی تابع g ، ورودی تابع f است. بنابراین برد(خروجی) هر کدام از ضابطه‌های $g(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} x > 1 &\Rightarrow -x^2 + 2 < 1 \\ \xrightarrow{g(x) < 1} f(g(x)) &= -1 \\ x < 1 &\Rightarrow 2x < 2 \rightarrow 2x - 3 < -1 \\ \xrightarrow{g(x) < -1} f(g(x)) &= -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(g(x)) = -1$$

$$D_{f \circ g} = \mathbb{R} - \{1\}$$

نمودار تابع به صورت زیر است:

واضح است که تابع $f \circ g$ در همه نقاط از دامنه خود حد دارد.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۳)

۴- گزینه «۲»

(عارل حسینی)

در ابتدا می‌توانیم عبارت داخل براکت را به صورت $2 + \frac{3}{x-1}$ بازنویسیکنیم و در یک همسایگی راست $x = 2$ داریم:

$$x > 2 \Rightarrow x - 1 > 1 \Rightarrow \frac{3}{x-1} < 3 \Rightarrow 2 + \frac{3}{x-1} < 5$$

$$\Rightarrow \left| 2 + \frac{3}{x-1} \right| = 4$$

و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - \left| \frac{3x+1}{x-1} \right|}{x + \sin \frac{\pi}{x}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-4}{x + \sin \frac{\pi}{x}} = -\frac{2}{3}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۳)

۵- گزینه «۴»

(عباس اشرفی)

ضابطه صورت تابع $f(x)$ باید به یکی از حالت‌های زیر باشد؛ زیرا باید $x = \pm 1$ ریشه‌های مشترک صورت و مخرج باشند و در ضمن حد تابع در

یکی از این نقاط صفر باشد که به معنای آن است که یکی از این ریشه‌ها،

ریشه مضاعف صورت باید باشد.

$$\text{الف) } (x-1)^2(x+1) = (x^2 - 2x + 1)(x+1) = x^3 - 2x^2 - x + 1$$

$$\Rightarrow 3m + n = -4$$

$$\text{ب) } (x-1)(x+1)^2 = (x-1)(x^2 + 2x + 1) = x^3 + x^2 - x - 1$$

به دلیل عدد ثابت در ضابطه، امکان پذیر نیست.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۶- گزینه «۳»

(عارل حسینی)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt[3]{x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt[3]{x} - 1} = 2 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x} - 1}$$

$$= 2 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt[3]{x} - 1)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}{\sqrt[3]{x} - 1} = 2 \times 3 = 6$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۳)



۷- گزینه «۴»

(علیرضا فیضیان)

در حد تابع اول، مخرج به ازای $x=1$ برابر صفر می‌شود. پس صورت هم باید به ازای $x=1$ صفر شود.

$$\Rightarrow 2 + 2^{a-1} - 6 = 0 \Rightarrow 2^{a-1} = 4 \Rightarrow a-1=2 \Rightarrow a=3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^x + 2^{3-x} - 6}{2^{x-1} - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^x = t}{\begin{cases} x \rightarrow 1 \\ t \rightarrow 2 \end{cases}} \frac{t + \frac{8}{t} - 6}{\frac{t}{2} - 1} \xrightarrow{\text{صورت و مخرج ضرب در 2t}} \lim_{t \rightarrow 2} \frac{t^2 + 8 - 6t}{t(t-2)} = -2 \Rightarrow b = -2$$

$$\lim_{t \rightarrow 2} \frac{2t^2 - 12t + 16}{t^2 - 2t} = \lim_{t \rightarrow 2} \frac{2(t-2)(t-4)}{t(t-2)} = -2 \Rightarrow b = -2$$

حال برای عبارت دوم داریم:

$$\lim_{x \rightarrow b} \frac{\sqrt{x+a+3} + b}{x^3 - b^3} = \lim_{b=-2, x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+6} - 2}{x^3 + 8} \times \frac{\sqrt{x+6} + 2}{\sqrt{x+6} + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{(x+2)(x^2 - 2x + 4)(\sqrt{x+6} + 2)} = \frac{1}{48}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۸- گزینه «۲»

(مهدی براتی)

اگر $x \rightarrow (\frac{3}{4})^+$ ، آن‌گاه حد مخرج کسر برابر صفر است، چون حاصل حد

موجود است، پس باید حد صورت هم صفر باشد:

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{3}{4})^+} |ax^2 - 2x - 3| = 0 \rightarrow |\frac{9}{16}a - \frac{3}{2} - 3| = 0 \rightarrow a = 8$$

برای محاسبه حد لازم است عبارت‌های صورت و مخرج را تعیین علامت کنیم

و قدر مطلق‌ها را برداریم:

$$8x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow \text{ضرب ریشه‌ها} : (\frac{3}{4})(x_2) = \frac{-3}{8}$$

$$\rightarrow x_2 = \frac{-1}{2} \quad \begin{array}{c|ccc} x & & \frac{-1}{2} & \frac{3}{4} \\ \hline & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

$$4x^2 - 11x + 6 = 0 \rightarrow \text{ضرب ریشه‌ها} : (\frac{3}{4})(x_2) = \frac{6}{4}$$

$$\rightarrow x_2 = 2 \quad \begin{array}{c|ccc} x & & \frac{3}{4} & 2 \\ \hline & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

با توجه به جدول تعیین علامت و اینکه $x \rightarrow (\frac{3}{4})^+$ ، عبارت داخل قدر مطلق صورت، مثبت و عبارت مخرج، منفی می‌باشد. در ادامه پس از رفع ابهام حاصل حد را می‌یابیم:

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{3}{4})^+} \frac{|8x^2 - 2x - 3|}{4x^2 - 11x + 6} = \lim_{x \rightarrow (\frac{3}{4})^+} \frac{8(x - \frac{3}{4})(x + \frac{1}{2})}{-4(x - \frac{3}{4})(x - 2)} = \frac{8(\frac{3}{4} + \frac{1}{2})}{-4(\frac{3}{4} - 2)} = 2$$

بنابراین $b=2$ و $a+b=10$ است.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۹- گزینه «۳»

(یوسف عراز)

با استفاده از اتحاد مزدوج و اتحاد چاق و لاغر ابتدا صورت و مخرج را تجزیه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x - (1 - \cos^2 x)}{\pi(\sin x + \cos x)(\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x)} \\ = \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{(\sin x + \cos x)(\cos x - \sin x)}{\pi(\sin x + \cos x)(\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x)} \\ = \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x - \sin x)}{\pi(1 - \sin x \cos x)} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 - (-\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2})} = \frac{\sqrt{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۰- گزینه «۳»

(امیررضا ذاکر زاده)

$$\lim_{x \rightarrow (-4)^+} ([-\frac{x}{2}] - [\frac{x+1}{3}]) = [2^-] - [(-1)^+] = 1 - (-1) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow (-4)^-} ([-\frac{x}{2}] - [\frac{x+1}{3}]) = [2^+] - [(-1)^-] = 2 - (-2) = 4$$

$$f(-4) = 2 - (-1) = 3$$

تابع f نه پیوستگی راست دارد و نه چپ.

(مسئله ۱- فر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)



ریاضی ۱

۱۱- گزینه «۱»

(علیرضا شریف فطیپی)

متغیرهای گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» کیفی اسمی هستند ولی متغیر گزینه

«۱» کیفی ترتیبی است که به طور مثال می‌تواند به صورت «کم، متوسط و

زیاد» بیان شود.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

۱۲- گزینه «۳»

(عادل مسینی)

نوع متغیرهای گزینه‌ها به شرح زیر است:

کیفی اسمی: گروه خونی- مدل خودرو- رنگ چشم- جنسیت

کیفی ترتیبی: مراحل تحصیل- مدرک تحصیلی- مدال المپیک

کمی پیوسته: سن- جرم- سرعت متحرک

کمی گسسته: بار الکتریکی آزاد- تعداد فرزندان- شماره چشم- تعداد تماس‌ها

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

۱۳- گزینه «۴»

(سید عادل رضا مرتضوی)

ابتدا از بین ۶ زوج، ۱ زوج، یعنی ۲ نفر، انتخاب می‌کنیم. حال ۳ نفر باقی‌مانده

را از بین ۵ زوج دیگر انتخاب می‌کنیم. برای آنکه این ۳ فرد شامل زن و

شوهر نباشند، باید از ۳ خانواده مختلف انتخاب شوند. پس از بین ۵ زوج

باقی‌مانده، ۳ زوج انتخاب کرده و از هر کدام از زوج‌های انتخاب شده یک

نفر (زن یا شوهر) را انتخاب می‌کنیم.

$$\text{تعداد حالات} = \binom{6}{1} \binom{5}{3} \binom{2}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1} = 480$$

از ۲ نفر هر زوج، یک نفر انتخاب می‌شود

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۱۴- گزینه «۲»

(شیوا امینی)

حالات نامطلوب - حالات کل = حالت مطلوب

حضور یا عدم حضور هریک از ۷ عضو مجموعه ۲ حالت دارد:

$$2^7 = 128 = \text{کل}$$

در کل ۲ فرد و ۵ زوج داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \binom{2}{2} = 1 : \text{هیچ زوج و ۲ فرد} \\ \binom{5}{2} \binom{2}{1} = 5 : \text{یک زوج و ۲ فرد} \\ \binom{2}{1} = 2 : \text{هیچ زوج و ۱ فرد} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{جمع}} 1 + 2 + 5 = 8$$

$$\Rightarrow 128 - 8 = 120 = \text{حالت مطلوب}$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۱۵- گزینه «۲»

(یوسف عراز)

برای اینکه بخواهیم ۵ ضلعی‌هایی رسم کنیم که AD یک قطر آن باشد

بایستی ۲ نقطه از {B, C} و ۱ نقطه از {H, G, F, E} یا ۱ نقطه از

{B, C} و ۲ نقطه از {H, G, F, E} انتخاب کنیم یعنی

$$16 = 12 + 4 = \binom{4}{2} \binom{2}{1} + \binom{2}{2} \binom{4}{1} . \text{ برای اینکه بخواهیم ۵ ضلعی‌هایی رسم}$$

کنیم که AD یک ضلع آن باشد فقط می‌توانیم ۳ نقطه از {H, G, F, E}

$$\text{انتخاب کنیم یعنی: } \binom{4}{3} = 4 .$$

$$\frac{16}{4} = 4 \text{ جواب آخر}$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)



$$\frac{\binom{6}{4}}{\binom{14}{4}} = \frac{\frac{6 \times 5}{2}}{\frac{14 \times 13 \times 12 \times 11}{4 \times 3 \times 2}} = \frac{3 \times 5}{7 \times 13 \times 11} = \frac{15}{1001}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{15}{1001} = \frac{986}{1001}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

(علی اصغر شریفی)

۱۹- گزینه «۳»

تعداد کل حالات $6 \times 6 \times 6 = 216$ حالت است. حالات مطلوب را پیدا

می‌کنیم:

(در بالای هر ۳ عدد، جایگشت اعداد نوشته شده)

$$\text{حالت ۳} \quad \text{حالت ۳} \\ ۵: (۱, ۱, ۳), (۱, ۲, ۲)$$

$$\text{حالت ۳} \quad \text{حالت ۳} \quad \text{حالت ۳} \quad \text{حالت ۳} \quad \text{حالت ۳} \quad \text{حالت ۳} \\ ۱۰: (۱, ۳, ۶), (۱, ۴, ۵), (۲, ۲, ۶), (۲, ۳, ۵), (۲, ۴, ۴), (۳, ۳, ۴)$$

$$\text{حالت ۳} \quad \text{حالت ۳} \quad \text{حالت ۳} \\ ۱۵: (۳, ۶, ۶), (۴, ۵, ۶), (۵, ۵, ۵)$$

پس ۴۳ حالت داریم و احتمال خواسته شده برابر است با $\frac{43}{216}$.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

(دانیال ابراهیمی)

۲۰- گزینه «۲»

ابتدا ۳ پرتاب از ۵ پرتاب را انتخاب می‌کنیم. در ۴ حالت، این ۳ پرتاب

یکسان بوده و ۲ پرتاب دیگر 3×3 حالت خواهند داشت.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{3} \times 4 \times 3 \times 3}{4^5} = \frac{10 \times 4 \times 9}{4^5} = \frac{45}{128}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۱۶- گزینه «۴»

(سروش موئینی)

پیشامد $A \cap B$ یعنی دو عدد متمایز رو شوند و مجموع آنها یکی از اعداد ۸،

۹، ۱۰، ۱۱ و ۱۲ باشد. اعضای این پیشامد عبارت‌اند از:

$$\{(3,5), (5,3), (4,5), (5,4), (6,4), (4,6), (2,6), (6,2), (3,6), (6,3), (5,6), (6,5)\}$$

$$n(A \cap B) = 12$$

پس:

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۱۷- گزینه «۳»

(هومن نورائی)

$$P = \frac{13}{25} \Rightarrow 1 - \frac{13}{25} = \frac{12}{25} \Rightarrow P(\text{همرنگ نبودن}) = \frac{12}{25}$$

فرض می‌کنیم n مهره از یک رنگ و $(n+1)$ مهره از رنگ دیگر در کیسه

وجود دارد.

$$P = \frac{\binom{n}{1} \times \binom{n+1}{1}}{\binom{2n+1}{2}} \Rightarrow \frac{12}{25} = \frac{n(n+1)}{\frac{(2n+1) \times 2n}{2}} = \frac{n+1}{2n+1}$$

$$\Rightarrow 26n + 12 = 25n + 25 \Rightarrow n = 13$$

پس از یک مهره ۱۲ تا و از مهره دیگر ۱۳ تا داریم و اگر از این کیسه ۳

مهره به تصادف انتخاب کنیم، احتمال هم‌رنگ بودن آنها برابر است با:

$$P = \frac{\binom{12}{3} + \binom{13}{3}}{\binom{25}{3}} = \frac{220 + 286}{2300} = \frac{506}{2300} = \frac{23 \times 22}{23 \times 100} = \frac{11}{50}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

۱۸- گزینه «۴»

(علی اصغر شریفی)

برای اینکه حداکثر ۳ دانش‌آموز ریاضی انتخاب شوند، بهتر است احتمال

اینکه هر ۴ دانش‌آموز ریاضی باشند را حساب کنیم و از ۱ کم کنیم:

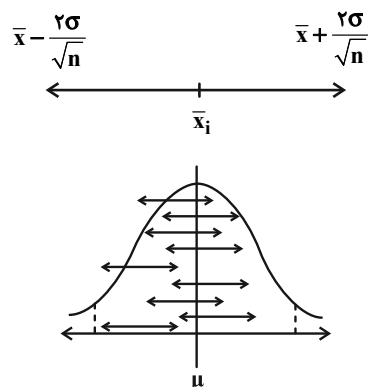


آمار و احتمال

گزینه ۴» ۲۱-

(فرزاد پورادی)

اگر نمونه‌گیری را روی یک جامعه تکرار کنیم و میانگین هر نمونه را با $\bar{x}_i$ نشان دهیم به طوری که در ۹۵ درصد (یا بیشتر) موارد، پارامتر μ (میانگین جامعه) را قطع می‌کند و فقط ۵ درصد بازه‌هایی به فرم زیر شامل μ نمی‌شوند.



این بازه به بازه اطمینان ۹۵ درصدی معروف است که به صورت

$$\left[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right] \text{ می‌باشد. طول این بازه برابر است با:}$$

(ابتدای بازه) - (انتهای بازه) = طول بازه اطمینان ۹۵٪

$$= \left(\bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right) - \left(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

$$\text{طول بازه اطمینان} = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۲۱)

گزینه ۳» ۲۲-

(امیرحسین ابومصوب)

گزاره‌های (پ) و (ت) نادرست‌اند.

گزاره (پ): در نمونه‌گیری خوشه‌ای بهتر است ویژگی مورد بررسی درون خوشه‌ها تفاوت بیشتری داشته باشد.

گزاره (ت): برابری اندازه طبقات از ویژگی‌های نمونه‌گیری سیستماتیک است. در نمونه‌گیری طبقه‌ای، جامعه صرفاً به زیرجامعه‌های مجزا تقسیم می‌شود و از هر طبقه، یک نمونه تصادفی ساده انتخاب می‌گردد.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

گزینه ۳» ۲۳-

(امیررضا خلاح)

در یک نمونه دو عضوی به فرم (a, b) داریم:

$$\bar{x} = \frac{a+b}{2} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{(a - \frac{a+b}{2})^2 + (b - \frac{a+b}{2})^2}{2} = \frac{(a-b)^2}{4}$$

طبق فرض:

$$\frac{(a-b)^2}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow (a-b)^2 = 9 \Rightarrow |a-b| = 3$$

یعنی دو عدد مورد انتخاب باید اختلافشان ۳ واحد باشد همه این دوتایی به فرم زیر هستند.

$$(a, b) = (1, 4), (2, 5), \dots, (7, 10)$$

تعداد این دوتایی‌ها ۷ تا است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۵)

گزینه ۱» ۲۴-

(امیرحسین ابومصوب)

خط فقر، حداقل درآمدی است که برای زندگی در یک ماه به ازای هر نفر مورد نیاز است. خط فقر برابر است با نصف میانگین درآمد افراد جامعه.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۰۳، ۱۰۹ و ۱۱۶)

گزینه ۲» ۲۵-

(مهریار راشدی)

مجموع نمونه‌های دو عضوی انتخاب شده برابر ۵ و میانگین آن‌ها

$$\bar{x} = \frac{2}{5} \text{ است. تعداد کل نمونه‌های دو عضوی برابر با } \binom{6}{2} = 15$$

و احتمال آن که نمونه‌ای دو عضوی میانگین $\frac{2}{5}$ را برآورد کند برابر با

$$\frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ است (زیرا از ۱۵ نمونه ۲ عضوی، میانگین سه نمونه ۲}$$

عضوی برابر با $\frac{2}{5}$ است). بنابراین:

$$m - n = \frac{2}{5} - 0.2 = \frac{2}{5} - \frac{2}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۵)



۲۶- گزینه «۴»

(سوکندر روشنی)

همه موارد صحیح هستند و در آمار استنباطی از روی آمارهای مختلف سعی بر تخمین پارامتر جامعه است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۹)

۲۷- گزینه «۱»

(سیرممد رضا عسینی فرد)

در نمونه‌گیری سامانمند، می‌دانیم شماره‌های انتخاب شده جملات متوالی از دنباله حسابی هستند پس اگر قدرنسبت دنباله را d در نظر بگیریم $kd = ۴۳ - ۱۳$ یعنی d مقسوم‌علیه‌ی از ۳۰ است و داریم:

$$d = ۲, ۳, ۵, ۶, ۱۰, ۱۵, ۳۰$$

از طرفی اگر $d = ۲, ۵, ۱۰$ آن‌گاه عدد ۳ نیز انتخاب می‌شود که خلاف

فرض است. پس d می‌تواند ۳، ۶، ۱۵ یا ۳۰ باشد و فقط به ازای $d = ۳$

عدد ۲۲ نیز انتخاب می‌شود و احتمال برابر $\frac{۱}{۴}$ است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۰۱)

۲۸- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومحبوب)

میانگین اعداد صحیح از صفر تا N برابر است با:

$$\mu = \frac{۰+۱+۲+\dots+N}{N+۱} = \frac{\frac{N(N+۱)}{۲}}{N+۱} = \frac{N}{۲}$$

از طرفی میانگین اعداد انتخاب‌شده برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{۵+۶+۹+۱۳+۱۴+۱۶}{۶} = ۱۰/۵$$

بنابراین برآورد نقطه‌ای از N به کمک پارامتر میانگین به صورت زیر است:

$$\frac{N}{۲} = ۱۰/۵ \Rightarrow N = ۲۱$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۱۹)

۲۹- گزینه «۲»

(علی ایمانی)

نفرات انتخاب شده در روش سامانمند تشکیل دنباله حسابی می‌دهند.

$$\begin{cases} a_1 = m + ۳ \\ a_7 = ۶m + ۴ \\ a_8 = ۲۰m + ۴۲ \end{cases} \Rightarrow d = ۵m + ۱ \xrightarrow{\times ۶} ۶d = ۳۰m + ۶$$

$$a_8 - a_7 = ۶d = ۱۴m + ۳۸$$

$$۳۰m + ۶ = ۱۴m + ۳۸ \Rightarrow ۱۶m = ۳۲ \Rightarrow m = ۲$$

$$a_1 = ۵, a_7 = ۱۶ \Rightarrow \text{طول دسته} = ۱۱$$

$$\frac{۲۳۱}{۱۱} = ۲۱ \Rightarrow a_{۲۱} = ۵ + ۲۰(۱۱) = ۲۲۵$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۰۱)

۳۰- گزینه «۳»

(مرتضی فقیه‌علوی)

$$\bar{x} = \frac{۱+۲+\dots+۱۰}{۱۰} = ۵/۵ \quad \text{میانگین جامعه برابر است با:}$$

بنابراین اگر یک نمونه ۸ تایی میانگین را دقیق برآورد کند، باید میانگین نمونه برابر $۵/۵$ باشد، در این صورت مجموع اعضای این نمونه برابر است با:

$$۸ \times ۵/۵ = ۴۴$$

و با توجه به اینکه مجموع تمامی اعضای جامعه برابر با $۱+۲+\dots+۱۰ = ۵۵$ است، می‌توان نتیجه گرفت که مجموع دو عضوی که در نمونه نمی‌باشند برابر با

۱۱ است. بنابراین این دو عضو حالات زیر را دارند:

$$\{۱, ۱۰\}, \{۲, ۹\}, \{۳, ۸\}, \{۴, ۷\}, \{۵, ۶\}$$

$$\binom{۱۰}{۸} = \frac{۱۰!}{۸!۲!} = ۴۵ \quad \text{تعداد کل نمونه‌های ۸ تایی برابر است با:}$$

بنابراین احتمال اینکه یک نمونه ۸ تایی میانگین جامعه را دقیق برآورد کند،

$$P(A) = \frac{۵}{۴۵} = \frac{۱}{۹} \quad \text{برابر است با:}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)



$$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 64 + 225 = 289$$

$$\Rightarrow BD = 17$$

طبق قضیه هرون در مثلث BDC داریم:

$$P = \frac{4 + 15 + 17}{2} = 18$$

$$S_{BDC} = \sqrt{18(18-4)(18-17)(18-15)}$$

$$= \sqrt{18 \times 14 \times 1 \times 3} = 6\sqrt{21}$$

$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BDC} = 60 + 6\sqrt{21} = 6(10 + \sqrt{21})$$

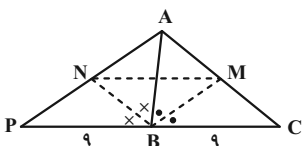
(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

(موردار ملونری)

گزینه «۳» - ۳۴

مطابق شکل BM و BN نیمسازهای زوایای B در دو مثلث ABC و

ABP هستند و داریم:



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{AM}{MC} = \frac{AB}{BC} = \frac{7}{9} \\ \frac{AN}{NP} = \frac{AB}{PB} = \frac{7}{9} \end{array} \Rightarrow \frac{AM}{MC} = \frac{AN}{NP} = \frac{7}{9} \quad (*) \right.$$

طبق رابطه (*) و عکس قضیه تالس نتیجه می‌شود که $MN \parallel BC$. حال

طبق قضیه تالس داریم:

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MN}{PC} = \frac{AM}{AC} = \frac{7}{16}$$

$$\xrightarrow{PC=18} MN = \frac{7 \times 18}{16} = \frac{63}{8}$$

$$\frac{AM}{MC} = \frac{7}{9} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{AM}{AC} = \frac{7}{16} \quad \text{توجه:}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(اخشین فاضله‌شان)

گزینه «۴» - ۳۵

طبق رابطه سینوسی مساحت مثلث داریم:

هندسه ۲

گزینه «۱» - ۳۱

طبق قضیه سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{b}{\sin \hat{B}} = 2R \Rightarrow b = 2R \sin \hat{B}$$

برای به دست آوردن حاصل $\frac{2 \tan \hat{B}}{b}$ می‌توان نوشت:

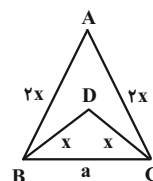
$$\frac{2 \tan \hat{B}}{b} = \frac{2 \frac{\sin \hat{B}}{\cos \hat{B}}}{2R \sin \hat{B}} = \frac{1}{R \cos \hat{B}}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۰ تا ۶۳)

(اخشین فاضله‌شان)

گزینه «۴» - ۳۲

B را به C وصل می‌کنیم. طبق قضیه کسینوس‌ها:



$$a^2 = x^2 + x^2 - 2x(x) \cdot \cos \hat{D} = 4x^2 + 4x^2 - 2(2x)(2x) \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x^2 \cos \hat{BDC} = 4x^2 - 4x^2 \cos \hat{A}$$

$$2x^2(1 - \cos \hat{BDC}) = 4x^2(1 - \cos \hat{A})$$

$$\Rightarrow 1 - \cos \hat{BDC} = 2 - 2 \cos \hat{A}$$

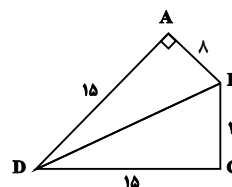
$$\Rightarrow \cos \hat{BDC} = 2 \cos \hat{A} - 2 \Rightarrow \frac{3 + \cos \hat{BDC}}{\cos \hat{A}} = 4$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

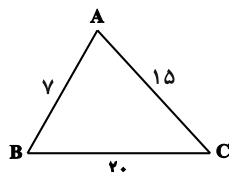
(مهمر فندان)

گزینه «۱» - ۳۳

مثلث ABD قائم‌الزاویه است، بنابراین داریم:



$$S_{ABD} = \frac{1}{2} AB \times AD = \frac{1}{2} \times 8 \times 15 = 60$$



$$P = \frac{a+b+c}{2} = \frac{7+15+20}{2} = 21$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{21 \times (21-7)(21-15)(21-20)} = 42$$

حال طبق رابطه سینوسی مساحت مثلث داریم:

$$S = \frac{1}{2}bc \cdot \sin \hat{A}$$

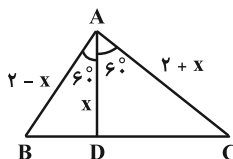
$$\Rightarrow 42 = \frac{1}{2} \times 15 \times 7 \sin \hat{A} \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{4}{5}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

(سرر یقیناً از اریان تیریزی)

۳۸- گزینه «۱»

در مثلث ABC، پاره خط AD نیمساز رأس A است و داریم:



$$AD = \frac{2bc \cdot \cos \frac{\hat{A}}{2}}{b+c} \Rightarrow x = \frac{2(2+x)(2-x) \cos 60^\circ}{(2+x) + (2-x)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4-x^2}{4} \Rightarrow x^2 + 4x - 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm 4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} - 2$$

دقت داشته باشید که x طول پاره خط AD می‌باشد، لذا مقادیر منفی، قابل قبول نیست.

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۳، ۶۴ و ۷۴)

(امیرمسین ابومصوب)

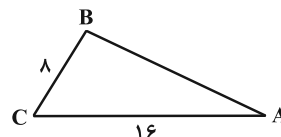
۳۹- گزینه «۲»

مطابق شکل فرض کنید BN و CM میانه‌های وارد بر دو ساق این مثلث

باشند. می‌دانیم در هر مثلث متساوی‌الساقین، میانه‌های وارد بر دو ساق مثلث

برابر یکدیگرند، پس BN = CM. از طرفی طبق قضیه میانه‌ها در مثلث

ABC داریم:



$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AC \times BC \times \sin \hat{C}$$

$$\Rightarrow 32\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 8 \times 16 \times \sin \hat{C} \Rightarrow \sin \hat{C} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{C} = 60^\circ \\ \hat{C} = 120^\circ \end{cases}$$

اگر $\hat{C} = 120^\circ$ باشد، آن‌گاه AB بزرگ‌ترین ضلع مثلث می‌شود که خلاف فرض است.

حال طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \times BC \times \cos \hat{C}$$

$$= 8^2 + 16^2 - 2 \times 8 \times 16 \times \frac{1}{2} = 64 + 256 - 128 = 192 = 3 \times 64$$

$$\Rightarrow AB = 8\sqrt{3}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷ و ۷۲)

(فرزانه فاکپاش)

۳۶- گزینه «۳»

طبق قضیه استوارت در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 \times DC + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC$$

$$\Rightarrow 49 \times 2x + 64 \times x = 36 \times 3x + x \times 2x \times 3x$$

$$\Rightarrow 98x + 64x = 108x + 6x^3$$

$$\Rightarrow 6x^3 - 54x = 0 \Rightarrow 6x(x^2 - 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ غقی} \\ x = 3 \\ x = -3 \text{ غقی} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{AB \cdot DC}{2BD + AC} = \frac{7 \times 6}{6 + 8} = \frac{42}{14} = 3$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۶۷)

(امیرمسین ابومصوب)

۳۷- گزینه «۱»

مطابق شکل فرض کنید $a = 20$ ، $b = 15$ و $c = 7$ باشد. در این

صورت طبق قضیه هرون داریم:



$$\begin{aligned} BO^2 &= BA \times BM - AO \times OM = 5 \times 4 - \frac{5\sqrt{21}}{9} \times \frac{4\sqrt{21}}{9} \\ &= 20 - \frac{20 \times 21}{81} = \frac{20 \times 81 - 20 \times 21}{81} = \frac{20 \times 60}{81} = \frac{400 \times 3}{81} \\ \Rightarrow BO &= \frac{20}{9} \sqrt{3} \end{aligned}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

هندسه ۲- آشنا

(کتاب آبی)

۴۱- گزینه «۲»

با توجه به رابطه سینوس‌ها در مثلث داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{\sin^2 \hat{A}}{\sin^2 \hat{B}}$$

$$\frac{\sin^2 \hat{A}}{\sin^2 \hat{B}} = \frac{\tan \hat{A}}{\tan \hat{B}} \Rightarrow \frac{\sin^2 \hat{A}}{\sin^2 \hat{B}} = \frac{\frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}}{\frac{\sin \hat{B}}{\cos \hat{B}}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \hat{A}}{\sin \hat{B}} = \frac{\cos \hat{B}}{\cos \hat{A}} \Rightarrow \sin \hat{A} \times \cos \hat{A} = \sin \hat{B} \times \cos \hat{B}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin(2\hat{A})}{2} = \frac{\sin(2\hat{B})}{2} \Rightarrow \sin(2\hat{A}) = \sin(2\hat{B})$$

سینوس دو زاویه با هم برابر شده است. این دو زاویه یا با هم برابرند یا مکمل یکدیگرند. پس:

$$\begin{cases} 2\hat{A} = 2\hat{B} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} \\ \text{یا} \\ 2\hat{A} + 2\hat{B} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = 90^\circ \Rightarrow \hat{C} = 90^\circ \end{cases}$$

پس مثلث ABC یا متساوی الساقین است و یا این‌که در رأس C

قائم‌الزاویه ($\hat{C} = 90^\circ$) می‌باشد.

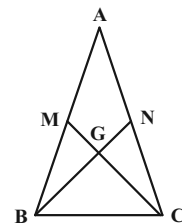
(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۰ تا ۶۳)

(کتاب آبی)

۴۲- گزینه «۴»

اگر شعاع دایره محیطی مثلث ABC برابر R باشد، آن‌گاه طبق قضیه

سینوس‌ها داریم:



$$AC^2 + BC^2 = \frac{AB^2}{2} + 2CM^2 \Rightarrow 4^2 + 2^2 = \frac{4^2}{2} + 2CM^2$$

$$\Rightarrow 2CM^2 = 12 \Rightarrow CM = \sqrt{6}$$

$$\Delta_{BMG} \text{ محیط} = BM + GM + BG$$

$$= BM + \frac{1}{3}CM + \frac{2}{3}BN = BM + \frac{1}{3}CM + \frac{2}{3}CM$$

$$= \frac{AB}{2} + CM = 2 + \sqrt{6}$$

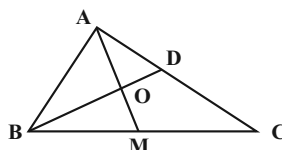
$$\frac{2P_{\Delta_{BMG}}}{2P_{\Delta_{ABC}}} = \frac{2 + \sqrt{6}}{10}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۶۷)

(غیرزانه فاکتور)

۴۰- گزینه «۲»

طبق قضیه میانه‌ها در مثلث ABC داریم:



$$AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2}$$

$$\Rightarrow 5^2 + 7^2 = 2AM^2 + \frac{8^2}{2} \Rightarrow AM^2 = 21 \Rightarrow AM = \sqrt{21}$$

طبق قضیه نیمسازها در مثلث ABM داریم:

$$\frac{OA}{OM} = \frac{AB}{BM} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{AO}{AM} = \frac{AB}{AB + BM}$$

$$\Rightarrow \frac{AO}{\sqrt{21}} = \frac{5}{9}$$

$$\Rightarrow AO = \frac{5\sqrt{21}}{9} \Rightarrow OM = \frac{4\sqrt{21}}{9}$$

طبق رابطه طول نیمساز داخلی در مثلث ABM داریم:



طبق قضیه استوارت داریم:

$$AB^2 \times CD + AC^2 \times BD = BC(AD^2 + BD \times CD)$$

$$\Rightarrow 49 \times 7 + 169 \times 5 = 12(AD^2 + 5 \times 7)$$

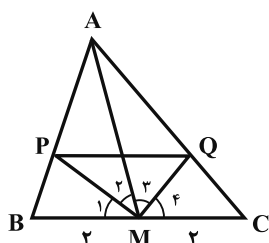
$$\Rightarrow 1188 = 12(AD^2 + 35) \Rightarrow 99 = AD^2 + 35$$

$$\Rightarrow AD^2 = 64 \Rightarrow AD = 8$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: مشابه تمرین ۵ صفحه ۶۷)

(کتاب آبی)

گزینه «۲» -۴۶



با توجه به قضیه نیمسازهای زوایای داخلی در دو مثلث AMB و AMC داریم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta AMB: \frac{AP}{BP} &= \frac{AM}{BM} = \frac{6}{2} = 3 \\ \Delta AMC: \frac{AQ}{QC} &= \frac{AM}{CM} = \frac{6}{2} = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{QC}$$

بنابراین با توجه به عکس قضیه تالس نتیجه می‌گیریم که $PQ \parallel BC$ است. در نتیجه داریم:

$$\frac{PQ}{BC} = \frac{AP}{AB} = \frac{AP}{AP + BP} = \frac{AM}{AM + BM} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow PQ = \frac{3}{4}BC = \frac{3}{4} \times 4 = 3$$

حال با توجه به این‌که MP و MQ نیمساز زوایای داخلی در دو مثلث AMB و AMC هستند، می‌توان نوشت:

$$\hat{M}_1 + \hat{M}_2 + \hat{M}_3 + \hat{M}_4 = 180^\circ \quad \begin{matrix} \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \\ \hat{M}_3 = \hat{M}_4 \end{matrix} \rightarrow$$

$$\Rightarrow \hat{M}_2 + \hat{M}_3 = 90^\circ$$

پس مثلث PMQ قائم‌الزاویه است و طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$MP^2 + MQ^2 = PQ^2 = 3^2 = 9$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: مشابه تمرین ۱ صفحه ۷۰)

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R \Rightarrow \frac{a+b+c}{\sin \hat{A} + \sin \hat{B} + \sin \hat{C}} = 2R$$

$$\Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{\sin \hat{A} + \sin \hat{B} + \sin \hat{C}} = 2 \times 1 \Rightarrow \sin \hat{A} + \sin \hat{B} + \sin \hat{C} = \sqrt{3}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۰ تا ۶۵)

(کتاب آبی)

گزینه «۳» -۴۳

بنا به قضیه کسینوس‌ها داریم:

$$\Delta ADE: 3^2 = 2^2 + 4^2 - 2 \times 2 \times 4 \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{11}{16}$$

$$\Delta ABC: x^2 = 8^2 + 11^2 - 2 \times 8 \times 11 \times \frac{11}{16} \Rightarrow x^2 = 8^2 \Rightarrow x = 8$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

(کتاب آبی)

گزینه «۴» -۴۴

اگر در مثلث ABC رابطه میانه‌ها را برای هر یک از میانه‌های m_a, m_b و m_c بنویسیم، خواهیم داشت:

$$\left. \begin{aligned} m_a &= \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2} \Rightarrow m_a^2 = \frac{1}{4} (2b^2 + 2c^2 - a^2) \\ m_b &= \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2} \Rightarrow m_b^2 = \frac{1}{4} (2a^2 + 2c^2 - b^2) \\ m_c &= \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2a^2 - c^2} \Rightarrow m_c^2 = \frac{1}{4} (2b^2 + 2a^2 - c^2) \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{+} m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4} (a^2 + b^2 + c^2)$$

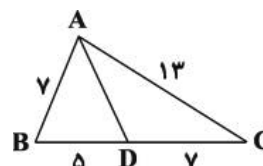
$$\Rightarrow (4)^2 + (5)^2 + (7)^2 = \frac{3}{4} (a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = \frac{4}{3} (90) = 120$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: مشابه تمرین ۳ صفحه ۶۷)

(کتاب آبی)

گزینه «۲» -۴۵





$$\Rightarrow S_{ABD} = \sqrt{21(21-7)(21-15)(21-20)} = 42$$

$$P_{BCD} = \frac{BC + CD + BD}{2} = \frac{4 + 12 + 15}{2} = 16$$

$$\Rightarrow S_{BCD} = \sqrt{16(16-4)(16-13)(16-15)} = 24$$

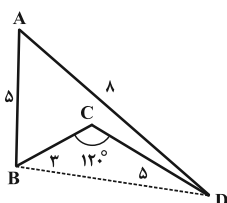
$$\Rightarrow S_{ABCD} = S_{ABD} - S_{BCD} = 42 - 24 = 18$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

(کتاب آبی)

۵۰- گزینه «۲»

کافی است از B به D وصل کنیم و سپس قضیه کسینوس‌ها را در مثلث BCD به کار ببریم:



$$\Delta BCD: DB^2 = BC^2 + CD^2 - 2BC \times CD \times \cos 120^\circ$$

$$= 3^2 + 5^2 - 2 \times 3 \times 5 \left(-\frac{1}{2}\right) = 49 \Rightarrow BD = 7$$

اکنون قضیه کسینوس‌ها را در مثلث ABD به کار می‌بریم:

$$\Delta ABD: BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \times AD \times \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow 49 = 25 + 64 - 2 \times 5 \times 8 \times \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$$

حال مساحت چهارضلعی ABCD را به دست می‌آوریم:

$$S_{ABCD} = S_{\Delta ABD} - S_{\Delta BCD}$$

$$= \frac{1}{2} AB \times AD \times \sin \hat{A} - \frac{1}{2} \times BC \times CD \times \sin \hat{C}$$

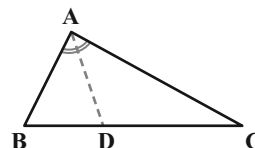
$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \sin 60^\circ - \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \sin 120^\circ$$

$$= \frac{25\sqrt{3}}{2} = 6 \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: مشابه تمرین ۷ صفحه ۷۴)

(کتاب آبی)

۴۷- گزینه «۲»



با توجه به رابطه محاسبه طول نیمساز داریم:

$$AD = \frac{2bc \cdot \cos \frac{\hat{A}}{2}}{b+c} = 2 \cos \frac{90^\circ}{2} \left(\frac{AB \times AC}{AB+AC} \right)$$

حال با توجه به فرض مسئله داریم:

$$\frac{1}{AC} + \frac{1}{AB} = 2 \Rightarrow \frac{AB+AC}{AB \times AC} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{AB \times AC}{AB+AC} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow AD = 2 \cos 45^\circ \times \frac{1}{2} = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: مشابه تمرین ۵ صفحه ۷۴)

(کتاب آبی)

۴۸- گزینه «۱»

اگر h_a, h_b, h_c طول سه ارتفاع و r شعاع دایره محاطی داخلی این مثلث

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$$

باشد، داریم:

حال طبق رابطه $r = \frac{S}{P}$ و قضیه هرون می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}}$$

$$= \frac{22}{\sqrt{22(22-11)(22-13)(22-20)}} = \frac{22}{66} = \frac{1}{3}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

(کتاب آبی)

۴۹- گزینه «۴»

مساحت چهارضلعی ABCD برابر با تفاضل مساحت دو مثلث ABD و BCD است.

حال با توجه به قضیه هرون داریم:

$$P_{ABD} = \frac{AB+BD+AD}{2} = \frac{7+15+20}{2} = 21$$



حسابان ۲

۵۱- گزینه «۲»

(معمربعلی بلالی)

ابتدا دامنه تابع $f(x)$ را مشخص می‌کنیم:

$$D_f = (0, 1]$$

$$f(x) = x \sqrt{\frac{1-x}{x}} = \sqrt{x^2 \times \frac{(1-x)}{x}} = \sqrt{x(1-x)} = \sqrt{x-x^2}$$

تابع $y = x - x^2$ روی بازه $(0, \frac{1}{2}]$ اکیداً صعودی و روی بازه $[\frac{1}{2}, 1]$ اکیداً نزولی است. حال از آنجا که تابع $y = \sqrt{x}$ روی دامنه‌اش اکیداً

صعودی است و نتیجه می‌گیریم تابع f نیز روی بازه $(0, \frac{1}{2}]$ اکیداً صعودی و روی بازه $[\frac{1}{2}, 1]$ اکیداً نزولی است. پس تابع f ابتدا صعودی سپس نزولی

است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۵۲- گزینه «۱»

(پهروز مرمی)

ابتدا وارون تابع $f(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 5$$

$$y = (x-2)^3 + 3 \Rightarrow y-3 = (x-2)^3 \Rightarrow \sqrt[3]{y-3} = x-2$$

$$\Rightarrow x = \sqrt[3]{y-3} + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-3} + 2$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+a} - b = \sqrt[3]{x-3} + 2$$

$$\begin{cases} a = -3 \\ b = -2 \end{cases}$$

برای منطبق شدن تابع $f^{-1}(x)$ بر $\sqrt[3]{x}$ باید تابع $f^{-1}(x)$ ۳ واحد در

جهت منفی محور x ها و ۲ واحد نیز در جهت منفی محور y ها انتقال یابد.

یعنی:

$$\begin{aligned} x &\rightarrow x+3 \\ y &\rightarrow y+2 \end{aligned} \Rightarrow y = (\sqrt[3]{(x+3)} - 3 + 2) - 2 = \sqrt[3]{x}$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۴)

۵۳- گزینه «۱»

(معمربحسن سلامی عسینی)

$$R = f(-2) = -8 + 8 + 6 + a = a + 6$$

$$f(x) = (x+2)g(x) + (a+6), \quad f(-1) = g(-1) \quad (1)$$

پس:

$$f(-1) = (-1+2)g(-1) + a + 6 \Rightarrow f(-1) = g(-1) + a + 6 \xrightarrow{(1)} a + 6 = 0$$

$$\Rightarrow a = -6 \rightarrow f\left(\frac{a}{3}\right) = f(-2) = -8 + 8 + 6 - 6 = 0$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۵۴- گزینه «۳»

(رضا سیرنجهی)

ابتدا تابع داده شده را ساده می‌کنیم:

$$y = a \sin(b\pi x - \pi) - 1 = -a \sin(b\pi x) - 1$$

با توجه به آن که تابع حول $x = 0$ صعودی است، پس:

$$(-a)(b) > 0 \Rightarrow ab < 0$$

حداقل مقدار تابع برابر با -3 است، بنابراین:

$$-|a| - 1 = -3 \Rightarrow |a| = 2$$

می‌توانیم فرض کنیم a منفی و b مثبت است. پس $a = -2$ و ضابطه تابع

به شکل زیر می‌شود:

$$y = 2 \sin(b\pi x) - 1$$

می‌دانیم که تابع $\sin$ در $2k\pi + \frac{\pi}{2}$ حداکثر می‌شود. نمودار داده شده در

$x = 4$ برای دومین بار حداکثر می‌شود. پس:

$$b\pi \times 4 = 2\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{-2}{\frac{5}{8}} = -\frac{16}{5}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۵۵- گزینه «۱»

(میبیب شفیعی)

ابتدا ضابطه تابع را ساده‌تر می‌کنیم:

$$y = \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\tan x} = \frac{1}{\sin x} - \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} = \tan \frac{x}{2}$$



(سراسری تهرانی ۹۲)

۵۸- گزینه «۴»

ابتدا توجه کنید که:

$$\sin^6 x - \cos^6 x = (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^4 x + \cos^4 x)$$

$$= -(\cos^2 x - \sin^2 x) = -\cos 2x$$

بنابراین معادله مفروض سؤال را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$-\cos 2x = \sin^2 \frac{5\pi}{4} \Rightarrow -\cos 2x = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2x = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

نکته: $x = \frac{4\pi}{3}$ در معادله صدق می‌کند، پس گزینه «۴» درست است.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

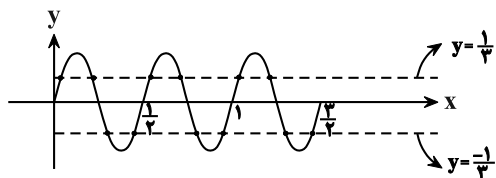
(مهردار استقلالیان)

۵۹- گزینه «۳»

$$\cos(\pi \sin(4\pi x)) = \cos \frac{\pi}{3} \quad k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \pi \sin(4\pi x) = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \sin 4\pi x = 2k \pm \frac{1}{3} \quad \begin{matrix} -1 \leq \sin \alpha \leq 1 \\ k=0 \text{ فقط} \end{matrix} \Rightarrow \sin 4\pi x = \pm \frac{1}{3}$$

$$y = \sin 4\pi x, T = \frac{2\pi}{|4\pi|} = \frac{1}{2}$$



(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(سروش موئینی)

۶۰- گزینه «۲»

$$\sin 3x = -1$$

$$\sin 3x = 1$$

$$\cos 4x = -1$$

$$\cos 4x = 1$$

دو حالت داریم:

$$\begin{cases} 3x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ 4x = 2k\pi + \pi \end{cases} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 4x = 2k\pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = (4k-1)\frac{\pi}{6} \\ x = (2k+1)\frac{\pi}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} x = (4k+1)\frac{\pi}{6} \\ x = \frac{k\pi}{2} \end{cases}$$

$$\text{مشترک ندارد} \quad \frac{9\pi}{6} = \frac{3\pi}{2} \quad \text{مشترک}$$

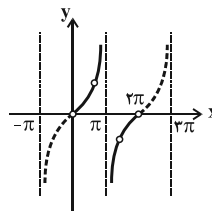
(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

$$\frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} = \tan \frac{x}{2}; \quad x \neq \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

دوره تناوب این تابع برابر است با $T = \frac{\pi}{\frac{1}{2}} = 2\pi$ ، پس کافی است نمودار

تابع را در بازه $(0, 2\pi)$ رسم کنیم. نمودار $y = \tan \frac{x}{2}$ از انبساط افقی

نمودار $y = \tan x$ در راستای محور طول‌ها با ضریب ۲ حاصل می‌شود.



(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۲)

(علی‌اکبر علیزاده)

۵۶- گزینه «۱»

$$\tan(2\alpha) = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{5}{1 - \frac{25}{4}} = -\frac{20}{21}$$

$$\Rightarrow \tan(3\alpha) = \tan(2\alpha + \alpha) = \frac{\tan 2\alpha + \tan \alpha}{1 - \tan 2\alpha \tan \alpha}$$

$$= \frac{-\frac{20}{21} + \frac{5}{2}}{1 - (-\frac{20}{21} \times \frac{5}{2})} = \frac{-\frac{40}{42} + \frac{105}{42}}{\frac{142}{42}} = \frac{65}{142}$$

$$\tan 3\alpha = \frac{3 \tan \alpha - \tan^3 \alpha}{1 - 3 \tan^2 \alpha}$$

نکته:

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه ۴۲)

(سعید یعقوبی)

۵۷- گزینه «۴»

$$\tan 2x = \cot\left(\frac{\pi}{3} + 3x\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} - 3x\right)$$

$$\Rightarrow \tan 2x = \tan\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$$

$$\Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{6} - 3x \Rightarrow 5x = k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{6k+1}{30}\pi$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)



هندسه ۳

۶۱- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

$$A = \begin{bmatrix} x & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x \\ -1 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x \\ -1 & y \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} x+2 & x^2+x-y \\ 0 & x+y \end{bmatrix}$$

ماتریس A اسکالر است، بنابراین درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن برابر صفر هستند و درایه‌های واقع بر قطر اصلی برابر یکدیگرند.

$$x+2 = x+y \Rightarrow y=2$$

$$x^2+x-y=0 \xrightarrow{y=2} x^2+x-2=0 \Rightarrow (x+2)(x-1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=1 \end{cases} \text{ غرض } \Rightarrow 3x-y=3-2=1$$

به ازای $x=-2$ ، درایه‌های واقع بر قطر اصلی A نیز برابر صفر می‌شوند، پس این مقدار با توجه به فرض سؤال، قابل قبول نیست.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲، ۱۷ تا ۲۱)

۶۲- گزینه «۲»

(علی فعلی)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 3 & 3 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^2 = 3A \Rightarrow A^3 = 3A^2 = 3^2A \Rightarrow \dots \Rightarrow A^{1403} = 3^{1402}A$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۶۳- گزینه «۴»

(کیوان دارابی)

$$\begin{cases} 3A + 2B = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 7 & 14 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times 2} 9A + 6B = \begin{bmatrix} 15 & 12 \\ 21 & 42 \end{bmatrix} \\ 2A - 3B = \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 9 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times 2} 4A - 6B = \begin{bmatrix} -2 & 14 \\ 18 & 10 \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 13A = \begin{bmatrix} 13 & 26 \\ 39 & 52 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 13 & 26 \\ 39 & 52 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$\begin{cases} 1+4=5 \\ 2+3=5 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌های قطر اصلی } A$$

$$\Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = 1$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۶۴- گزینه «۴»

(علی ایمانی)

با توجه به رابطه داده شده، A لزوماً یک ماتریس 1×3 است و در نتیجه داریم:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x & y & z \\ 2x & 2y & 2z \\ 3x & 3y & 3z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 6 \\ 6 & 3 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow a-e+f=4-3+9=10$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۶۵- گزینه «۱»

(افشین فاضله‌شان)

طبق دستور ساروس برای محاسبه دترمینان ماتریس‌های 3×3 داریم:

$$|A| = (2+0-3b+3)-(2+0+3a)=0$$

$$\Rightarrow -3a-3b=-3 \Rightarrow a+b=1$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)

۶۶- گزینه «۳»

(محمدر کریمی)

$$|A| = 3 \times 2 - (-1) \times 2 = 8$$

بنابراین رابطه ماتریسی به صورت زیر در می‌آید:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = X \begin{bmatrix} 8 & -8 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

کافی است وارون ماتریس $\begin{bmatrix} 8 & -8 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ را از سمت راست در طرفین رابطه ضرب کنیم.

$$\begin{bmatrix} 8 & -8 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{16} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} = X \Rightarrow X = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} -2 & -8 \\ 2 & 16 \end{bmatrix}$$



، $BAC = D$ باشد. برای حل معادله ماتریسی $D = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -10 & -4 \end{bmatrix}$

کافی است طرفین رابطه را از سمت چپ در وارون ماتریس B و از سمت راست در وارون ماتریس C ضرب کنیم. در این صورت داریم:

$$B^{-1}(BAC)C^{-1} = B^{-1}DC^{-1} \Rightarrow \underbrace{(BB^{-1})}_I \underbrace{A(CC^{-1})}_I = B^{-1}DC^{-1} \Rightarrow A = B^{-1}DC^{-1}$$

پس ابتدا وارون ماتریس‌های B و C را به دست می‌آوریم:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow C^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A = B^{-1}DC^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -10 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 35 & 15 \\ -15 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ و ۲۵)

(سرر یقیارایان تیریزی)

۷۰- گزینه «۲»

در دستگاه $\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx + dy = -1 \end{cases}$ ، ماتریس ضرایب $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ است.

طبق فرض $A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، پس می‌توان نوشت:

$$A = (A^{-1})^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ c = -1 \end{cases}$$

حال جواب‌های این دستگاه را به دست می‌آوریم. برای حل دستگاه

$AX = B$ ، طرفین را از چپ در A^{-1} ضرب می‌کنیم:

$$AX = B \xrightarrow{\text{از چپ در } A^{-1} \text{ ضرب می‌کنیم}} X = A^{-1}B$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow ax + cy = \left(\frac{1}{2}\right)(1) + (-1)(3) = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۳ و ۲۵)

بنابراین مجموع درایه‌های X برابر است با:

$$\frac{1}{16}((-2) + (-8) + 2 + 24) = \frac{16}{16} = 1$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۵)

۶۷- گزینه «۴»

(معمد کریمی)

از طرفین رابطه داده شده درمیان می‌گیریم:

$$2A^{-1} = \begin{bmatrix} |A| & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |2A^{-1}| = \begin{vmatrix} |A| & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow 2^2 \times |A^{-1}| = |A| + 3 \xrightarrow{|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}} |A|^2 + 3|A| - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (|A| + 4)(|A| - 1) = 0$$

$$\xrightarrow{|A| < 0} |A| = -4$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A^{-1})^{-1} = \frac{1}{-\frac{1}{4}} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ -2 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A + 3I = \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ -2 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ -2 & 11 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |A + 3I| = 11 - (-12) = 23$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۳۱)

۶۸- گزینه «۴»

(امیر وفائی)

$$\frac{3}{2}A = 3I - 6A^{-1} \xrightarrow{\times \frac{2}{3}} A = 2I - 4A^{-1}$$

$$\xrightarrow{\times A} A^2 = 2A - 4I = 2(2I - 4A^{-1}) - 4I$$

$$= 4I - 8A^{-1} - 4I$$

$$\Rightarrow A^2 = -8A^{-1} \xrightarrow{\times A} A^3 = -8I \Rightarrow |A^3| = |-8I|$$

$$\Rightarrow |A|^3 = (-8)^3 |I| = (-8)^3 \times 1 = (-8)^3 \Rightarrow |A| = -8$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۷ و ۳۱)

۶۹- گزینه «۱»

(امیر حسین ابومصوب)

فرض کنید $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ و



هندسه ۱

۷۱- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌شان)

پال‌های متقاطع با AB عبارتند از AD ، AE ، BC و BF پس $m = 4$ است.

پال‌های موازی با AB عبارتند از DC ، EF ، HG ، پس $n = 3$ است.

پال‌های متناظر با AB عبارتند از DH ، CG ، EH و FG ، پس $p = 4$ است.

$$2m - n + p = 2(4) - 3 + 4 = 9$$

بنابراین داریم:

(هنرسه ۱- تجسم فضایی: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۷۲- گزینه «۲»

(مهمر فذران)

فقط عبارت (الف) نادرست، زیرا دو صفحه عمود بر یک صفحه، لزوماً با یکدیگر موازی نیستند.

(هنرسه ۱- تجسم فضایی: صفحه‌های ۸۳ و ۸۶)

۷۳- گزینه «۲»

(فرشاد صدیقی‌فر)

هر منشور مثلث‌القاعده دارای سه وجه جانبی و دو قاعده است. از هر منشور، سه وجه جانبی قابل رؤیت است و فقط برای بالاترین منشور، وجه بالایی را می‌توان دید، پس در مجموع $1 + (6 \times 3) = 19$ وجه و در نتیجه ۱۹ عدد یک قابل مشاهده است.

(هنرسه ۱- تجسم فضایی: مشابه تمرین ۳ صفحه ۹۱)

۷۴- گزینه «۲»

(رضا عباسی‌اصل)

در صفحه، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند دیگری را هم قطع می‌کند اما در فضا، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند الزاماً دیگری را قطع نمی‌کند. پس گزینه «۱» صحیح نیست.

گزینه «۲» درست است زیرا اگر از نقطه‌ای خارج یک صفحه، خطی بر آن صفحه عمود رسم کنیم، هر صفحه شامل این خط، بر صفحه مفروض عمود است.

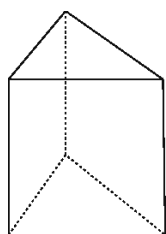
گزینه «۳» الزاماً درست نیست. اگر خطی با یکی از دو خط متناظر، موازی باشد، می‌تواند با دیگری متقاطع یا متناظر باشد.

گزینه «۴» درست نیست به عنوان مثال نقض فرض کنید که خط d فصل مشترک سه صفحه دوبه‌دو متقاطع P_1 ، P_2 و P_3 باشد. در این صورت فصل مشترک P_1 با P_2 همان خط d است نه دو خط متقاطع.

(هنرسه ۱- تجسم فضایی: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۷۵- گزینه «۳»

(رضا عباسی‌اصل)



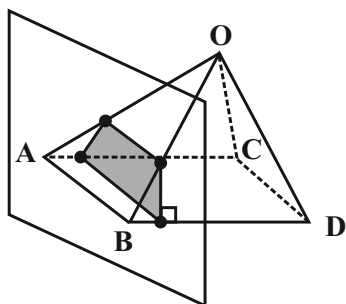
گزینه «۳»، همواره برقرار نیست. سه وجه جانبی منشور قائم مقابل دوبه‌دو متقاطع‌اند ولی نقطه مشترک ندارند. سایر گزینه‌ها همواره صحیح هستند.

(هنرسه ۱- تجسم فضایی: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۷۶- گزینه «۴»

(مهمر فذران)

اگر صفحه P بر قاعده هرم عمود باشد، ولی از نقطه O (رأس هرم) عبور نکند، آن‌گاه سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه P با این هرم، یک دوزنقه (دوزنقه سایه خورده در شکل) است.



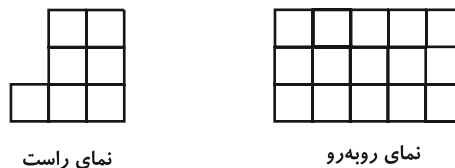
(هنرسه ۱- تجسم فضایی: تمرین ۲ (ج) صفحه ۹۴)



۷۷- گزینه «۴»

(سرژ یقیا زاریان تبریزی)

تصویر نمای بالا و رو به روی این سازه به صورت شکل زیر است:



اگر مساحت هر مربع را با S نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$\frac{\text{مساحت تصویر نمای راست}}{\text{مساحت تصویر نمای روبه رو}} = \frac{7S}{14S} = \frac{1}{2}$$

(هنر سه ۱- تپسم فضایی: صفه‌های ۸۷ تا ۹۱)

۷۸- گزینه «۴»

(مهری نیک‌زاد)

حجم حاصل از دوران شکل صورت سؤال، برابر اختلاف حجم مخروط حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه و حجم نیمکره حاصل از دوران ربع دایره است. بنابراین داریم:

$$\text{حجم مخروط} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times (6)^2 \times 8 = 96\pi$$

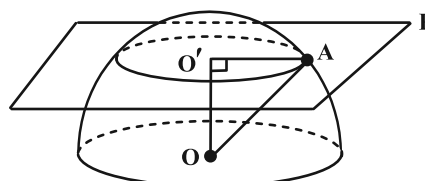
$$\text{حجم نیمکره} = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi (3)^3 = 18\pi$$

$$\text{حجم شکل حاصل} = 96\pi - 18\pi = 78\pi$$

(هنر سه ۱- تپسم فضایی: صفه‌های ۹۵ و ۹۶)

۷۹- گزینه «۳»

(سرژ یقیا زاریان تبریزی)



سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه P و نیم کره، دایره‌ای به شعاع r است.

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه $OO'A$ داریم:

$$OA^2 = OO'^2 + O'A^2 \Rightarrow 8^2 = 6^2 + r^2$$

$$\Rightarrow r^2 = 64 - 36 = 28$$

$$S = \pi r^2 = 28\pi \quad \text{مساحت سطح مقطع برابر است با:}$$

(هنر سه ۱- تپسم فضایی: صفه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۸۰- گزینه «۲»

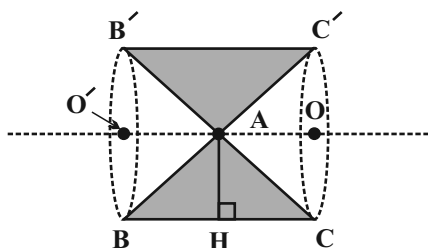
(غرشاد صدیقی‌فر)

مطابق شکل $AH = \sqrt{3}$ و $BH = CH = 1$ است، بنابراین برای

محاسبه حجم شکل حاصل از دوران، کافی است حجم دو مخروط هر کدام به

ارتفاع ۱ و شعاع قاعده $\sqrt{3}$ را از حجم یک استوانه به ارتفاع ۲ و شعاع

قاعده $\sqrt{3}$ کم کنیم:



$$\text{حجم استوانه} = \pi R_1^2 h_1 = \pi \times (\sqrt{3})^2 \times 2 = 6\pi$$

$$\text{حجم دو مخروط} = 2 \times \frac{1}{3}\pi R_2^2 h_2 = \frac{2}{3} \times \pi \times (\sqrt{3})^2 \times 1 = 2\pi$$

$$\text{حجم مطلوب} = 6\pi - 2\pi = 4\pi$$

(هنر سه ۱- تپسم فضایی: صفه‌های ۹۵ و ۹۶)



ریاضیات گسسته

۸۱- گزینه «۴»

(سوکنر روشنی)

به بررسی گزاره‌ها می‌پردازیم:

* گزاره اول نادرست است. زیرا در صورتی می‌توان از $a \mid b$ نتیجه گرفت $a^m \mid b^n$ که $m \leq n$ باشد.

گزاره دوم درست است زیرا:

$$\begin{cases} a-b \mid a \\ a-b \mid a-b \end{cases} \Rightarrow a-b \mid b \Rightarrow a-b \mid b^2 \quad (1)$$

$$(2) \quad a-b \mid a \Rightarrow a-b \mid a^2 \quad \text{فرض سؤال}$$

با ضرب طرفین در رابطه (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$(a-b)^2 \mid a^2 b^2$$

* گزاره سوم درست است زیرا:

$$\text{اگر } \frac{n^2(n+1)^2}{9} \text{ زوج باشد یعنی } \left(\frac{n(n+1)}{3}\right)^2 \text{ زوج است و در نتیجه}$$

$$\frac{n(n+1)}{3} \text{ زوج و } n(n+1) \text{ مضرب ۶ است. حاصلضرب دو}$$

عدد متوالی و زوج است، بنابراین کافی است n یا $n+1$ مضرب ۳ باشد.

$$\begin{cases} n = 3k \\ n+1 = 3k \Rightarrow n = 3k-1 \end{cases}$$

$$30 \text{ عدد } \Rightarrow 4 \leq k \leq 33 \Rightarrow 10 \leq 3k \leq 99$$

$$30 \text{ عدد } \Rightarrow 4 \leq k \leq 33 \Rightarrow 11 \leq 3k \leq 100 \Rightarrow 10 \leq 3k-1 \leq 99$$

بنابراین ۶۰ مقدار طبیعی برای n موجود است.

* گزاره چهارم درست است زیرا:

$$\left. \begin{matrix} a \mid b \\ a \mid c \end{matrix} \right\} \Rightarrow a^2 \mid bc \xrightarrow{a^2 \mid a^2} a^2 \mid a^2 + bc$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۵ و ۹ تا ۱۲)

۸۲- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)

$$a^2 + b^2 \geq ab + a + b - 1$$

$$\Leftrightarrow 2(a^2 + b^2 + 1) \geq 2(ab + a + b)$$

$$\Leftrightarrow (a^2 - 2a + 1) + (b^2 - 2b + 1) + (a^2 + b^2 - 2ab) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a-1)^2 + (b-1)^2 + (a-b)^2 \geq 0$$

رابطه اخیر همیشه درست است و روابط همگی برگشت‌پذیر هستند، پس

اثبات به روش بازگشتی کامل می‌شود.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۸۳- گزینه «۲»

(کیوان دارابی)

$$a = bq + r \quad (1)$$

$$a+1 = (b+1)(q+1) + (r+1) \Rightarrow a+1 = bq + b + q + 1 + r + 1$$

$$\xrightarrow{(1)} bq + r + 1 = (bq + r + 1) + (b + q + 1)$$

$$\Rightarrow b + q + 1 = 0 \Rightarrow q = -b - 1 \Rightarrow a = b(-b - 1) + r$$

از طرفی:

$$r = r_{\max} = b - 1$$

در نتیجه داریم:

$$a = -b^2 - b + b - 1 = -b^2 - 1$$

$$\Rightarrow a+1 = -b^2$$



جمعه $\rightarrow$ پنجشنبه $\rightarrow$ چهارشنبه

بنابراین اول خرداد، جمعه است و در نتیجه اولین چهارشنبه خرداد را می‌یابیم.

پنجم خرداد	چهارم خرداد	سوم خرداد	دوم خرداد	اول خرداد
سه‌شنبه	دوشنبه	یکشنبه	شنبه	جمعه

هم‌اکنون می‌توانیم تاریخ سومین چهارشنبه خرداد ماه را مشخص کنیم:

۶ خرداد $\xrightarrow{+7}$ ۱۳ خرداد $\xrightarrow{+7}$ ۲۰ خرداد
اولین چهارشنبه $\rightarrow$ دومین چهارشنبه $\rightarrow$ سومین چهارشنبه

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۴)

(سوکنر روشنی)

۸۶ - گزینه «۲»

$$52x - 39y = 13 \xrightarrow{+13} 4x - 3y = 1$$

$$\Rightarrow 4x \equiv 1 \Rightarrow x \equiv 1 \Rightarrow x = 3k + 1$$

$$\xrightarrow{k=332} x_{\max} = 997$$

$$\text{حاصل ضرب ارقام} = 9 \times 9 \times 7 = 567$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

(میر نیکنام)

۸۷ - گزینه «۲»

توانی از ۲۷ را می‌یابیم که در تقسیم بر ۱۹ باقی‌مانده واحد بیاورد:

$$\begin{cases} 27^1 \equiv 8 \\ 27^2 \equiv 8^2 \equiv 7 \\ 27^3 \equiv 8^3 \equiv 8 \times 7 \equiv 56 \equiv -1 \Rightarrow (27^3)^2 \equiv (-1)^2 \Rightarrow 27^6 \equiv 1 \end{cases}$$

پس مقسوم جدید قرینه یک عدد مربع کامل است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۸۴ - گزینه «۴» (اعمر رضا فلاح)

ابتدا ب.م.م دو عدد $5n + 2$ و $7n + 3$ را می‌یابیم.

$$(\Delta n + 2, 7n + 3) = d \Rightarrow \begin{matrix} d \mid \Delta n + 2 \xrightarrow{\times 7} d \mid 7\Delta n + 14 \\ d \mid 7n + 3 \xrightarrow{\times 5} d \mid 35n + 15 \end{matrix} \Rightarrow d = 1$$

بنابراین دو عدد نسبت به هم اولند پس کم آن‌ها با حاصلضرب آن‌ها برابر است:

$$[\Delta n + 2, 7n + 3] = (\Delta n + 2)(7n + 3) = 35n^2 + 29n + 6$$

مطابق فرض سؤال، باقی‌مانده این عدد در تقسیم بر ۷ برابر ۳ می‌باشد، پس:

$$35n^2 + 29n + 6 \equiv 3 \Rightarrow 0 + n - 1 \equiv 3 \Rightarrow n \equiv 4 \Rightarrow n = 7k + 4$$

$$\xrightarrow{n \text{ دورقمی است}} 10 \leq 7k + 4 \leq 99 \rightarrow 6 \leq 7k \leq 95 \Rightarrow 1 \leq k \leq 13$$

بنابراین ۱۳ عدد دو رقمی برای n وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۳ و ۲۵)

۸۵ - گزینه «۳» (مهمر صدت‌کار)

ابتدا مشخص می‌کنیم که ۲۱ مرداد چندمین روز سال است و سپس باقی‌مانده

تقسیم این عدد بر ۷ را به دست می‌آوریم:

$$(4 \times 31) + 21 \equiv (4 \times 3) \equiv 12 \equiv 5$$

بنابراین چهارشنبه مترادف با باقیمانده ۵ به پیمانه ۷ است.

سپس معلوم می‌کنیم که اول خرداد چه روزی از هفته است:

$$(2 \times 31) + 1 \equiv (2 \times 3) + 1 \equiv 7 \equiv 0$$



پس a به فرم $6k$ می‌باشد که $k \in \mathbb{N}$ و داریم:

$$\underline{a \text{ دورقمی است}} \Rightarrow 10 \leq 6k \leq 99 \Rightarrow 2 \leq k \leq 16$$

$$\text{تعداد: } 16 - 2 + 1 = 15$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۵)

۸۸ - گزینه «۲»

برای محاسبه رقم یکان عدد تواندار، کافی است عدد پایه را به پیمانه ۱۰ و

توان را به پیمانه ۴ ببریم.

$$\begin{cases} A \equiv 2 + 24 + 0 \equiv 6 \Rightarrow A^2 \equiv 36 \equiv 6 \\ B \equiv 1 + 2 + 6 + 24 + 0 \equiv 3 \Rightarrow B^2 \equiv 9 \\ AB \equiv 6 \times 3 \equiv 8 \end{cases}$$

$$A - B \equiv 2! - (1! + 2! + 3!) \quad \text{از طرفی:}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$(A^2 + AB + B^2)^{A-B} \equiv (6 + 8 + 9)^1 \equiv 23 \equiv 3$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۸۹ - گزینه «۱»

(مهری وقوعی)

$$(3a+2)x + (2a-3)y = 39$$

$$\underline{\text{شرط وجود جواب در } \mathbb{Z}} \Rightarrow (3a+2, 2a-3) | 39$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d | 3a+2 \xrightarrow{\times 2} d | 6a+4 \\ d | 2a-3 \xrightarrow{\times (-3)} d | -6a+9 \end{cases} \quad \text{فرض: } (3a+2, 2a-3) = d$$

$$\underline{\text{مجموع}} \Rightarrow d | 13 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 13$$

چون $39 | 13$ و $39 | 1$ ، پس با توجه به شرط وجود جواب در $\mathbb{Z}$ ، این معادله

در $\mathbb{Z}$ همواره دارای جواب است، از جمله به ازای تمام ۹۰ عدد طبیعی دو رقمی.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۴ و ۲۶)

۹۰ - گزینه «۳»

(سرژ یقینازاریان تبریزی)

$$200x + 500y = 5100 \Rightarrow 2x + 5y = 51$$

$$\Rightarrow 5y \equiv 51 \Rightarrow y \equiv 1 \Rightarrow y = 2k + 1 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$2x + 5(2k + 1) = 51 \Rightarrow 2x = -10k + 46 \Rightarrow x = -5k + 23$$

$$\left. \begin{aligned} x \geq 0 &\Rightarrow -5k + 23 \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{23}{5} \\ y \geq 0 &\Rightarrow 2k + 1 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0, 1, 2, 3, 4$$

بنابراین به ۵ طریق می‌توان مبلغ کتاب را با بن‌های ۲۰۰ و ۵۰۰ تومانی

پرداخت.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)



فیزیک ۲

۹۱- گزینه «۱»

(سیرمهرشار موسوی)

چون زاویه بین خطوط میدان مغناطیسی با سطح حلقه ۵۳ درجه است، لذا

زاویه بین خط عمود بر سطح حلقه و میدان $\theta_1 = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$

است. با تغییر زاویه، شار مغناطیسی ۲۵ درصد کم می‌شود، بنابراین داریم:

$$\Phi_2 = \Phi_1 - 0.25\Phi_1 = 0.75\Phi_1$$

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{0.75}{1.00} = \frac{AB \cos \theta_2}{AB \cos \theta_1} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\cos \theta_2}{\cos 37^\circ} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos \theta_2}{0.8} = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos \theta_2 = 0.6 \Rightarrow \theta_2 = 53^\circ$$

زاویه بین خطوط میدان و سطح قاب در حالت دوم $90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$ درجهمی‌شود، یعنی زاویه از 53° به 37° می‌رسد که به اندازه ۱۶ درجه کاهش

یافته است.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های III و II)

۹۲- گزینه «۲»

(مهمعلی راست‌پیمان)

در ۵ ثانیه اول و ده ثانیه دوم، شیب‌های نمودار ثابت هستند، بنابراین چون

شیب نمودار شار-زمان متناسب با نیروی محرکه القایی است، در نتیجه اندازه

نیروی محرکه القایی متوسط در سه ثانیه اول با ۵ ثانیه اول و اندازه نیروی

محرکه القایی متوسط در ۴ ثانیه چهارم با ده ثانیه دوم برابر است. در نتیجه

داریم:

$$|\mathcal{E}_{av,1}| = \left| -N \frac{\Delta \Phi_1}{\Delta t_1} \right| = \left| -1 \times \frac{(12 - (-8)) \times 10^{-3}}{5} \right| = 4 \times 10^{-3} \text{ V}$$

$$\Rightarrow |\mathcal{E}_{av,1}| = 4 \text{ mV}$$

$$|\mathcal{E}_{av,2}| = \left| -N \frac{\Delta \Phi_2}{\Delta t_2} \right| = \left| -1 \times \frac{(-8 - 12) \times 10^{-3}}{10} \right| = 2 \times 10^{-3} \text{ V}$$

$$\Rightarrow |\mathcal{E}_{av,2}| = 2 \text{ mV}$$

بنابراین:

$$\frac{|\mathcal{E}_{av,2}|}{|\mathcal{E}_{av,1}|} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های III تا II)

۹۳- گزینه «۴»

(مهمور منصوری)

ابتدا تغییر شار مغناطیسی در اثر تغییر میدان را می‌یابیم:

$$\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = A \cdot B_1 \cdot \cos \theta_1 - A \cdot B_2 \cdot \cos \theta_2 \Rightarrow \Delta \Phi = A(B_2 \cos \theta_2 - B_1 \cos \theta_1)$$

$$\xrightarrow{B_1 = 0.2 \text{ T}, B_2 = -0.6 \text{ T}} \\ A = 50 \text{ cm}^2 = 50 \times 10^{-4} \text{ m}^2, \theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 180^\circ$$

$$\Delta \Phi = 50 \times 10^{-4} \times (0.6 - (-0.2)) = -4 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

اکنون نیروی محرکه القایی و به دنبال آن جریان القایی را می‌یابیم:

$$\mathcal{E}_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \xrightarrow{N=100, \Delta t=2 \times 10^{-3} \text{ s}} \mathcal{E}_{av} = -100 \times \left(\frac{-4 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-3}} \right)$$

$$\Rightarrow |\mathcal{E}_{av}| = 16 \text{ V}$$

$$I_{av} = \frac{|\mathcal{E}_{av}|}{R} \xrightarrow{R=4 \Omega} I_{av} = \frac{16}{4} = 4 \text{ A}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های III تا II)

۹۴- گزینه «۳»

(مهمرکظم منشاری)

ابتدا تعداد دورهای پیچ را می‌یابیم و سپس جریان را پیدا می‌کنیم:

$$N = \frac{L}{\mu_0 \mu_r} \frac{2\pi r}{L} \xrightarrow{2\pi r=2\pi \times 10^{-2} \text{ m}, L=1 \text{ m}} N = \frac{18}{0.3\pi} = \frac{60}{\pi}$$

$$A = \pi \times (1.5 \times 10^{-2})^2 = 225\pi \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$I_{av} = \frac{\mathcal{E}_{av}}{R} \Rightarrow$$

$$I_{av} = \frac{-N \times A \times B \times (\cos \theta_2 - \cos \theta_1)}{R \times \Delta t} \xrightarrow{\theta_1=0^\circ, \theta_2=90^\circ, R=15 \Omega, \Delta t=0.2 \text{ s}} \\ B=40 \text{ mT}=40 \times 10^{-3} \text{ T} \Rightarrow I_{av} = \frac{-\frac{60}{\pi} \times 225\pi \times 10^{-4} \times 40 \times 10^{-3} \times (0 - 1)}{15 \times 0.2} = 18 \text{ mA}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های III تا II)

۹۵- گزینه «۲»

(امیرمسین برادران)

چون نوع نیرویی که دو سیم به هم وارد می‌کنند از نوع دافعه است، بنابراین

جریان عبوری از دو سیم خلاف جهت هم است. پس جریان عبوری از سیم A

به سمت پایین است. با حرکت A به سمت چپ، با توجه به جهت میدان

مغناطیسی حاصل از سیم A در سمت راست، B'_A در حال کاهش و درسمت چپ B_A در حال افزایش است. بنابراین با توجه به قانون لنز جهت

جریان القایی در حلقه‌های (۱) و (۲) پادساعتگرد است.

(مرتضی جعفری)

۹۹- گزینه «۱»

می‌دانیم، در لحظه‌ای که خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت موازی با صفحهٔ پیچه باشد، شارمغناطیسی عبوری از صفحه برابر صفر ($\Phi = 0$) و در نتیجه نیروی محرکه القایی بیشینه و به دنبال آن جریان الکتریکی نیز بیشینه خواهد بود. بنابراین چون در این لحظه جریان مولد برابر $4A$ است، لذا باید $I_{\max} = 4A$ باشد. از طرف دیگر، در لحظه‌ای که میدان مغناطیسی با صفحهٔ پیچه زاویهٔ 60° می‌سازد، میدان مغناطیسی با خط عمود بر صفحهٔ پیچه زاویهٔ $30^\circ = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ خواهد ساخت. بنابراین، با مقایسهٔ رابطهٔ $\Phi = BA \cos \theta$ با رابطهٔ $\Phi = BA \cos(\frac{\gamma\pi}{T}t)$ ، در می‌یابیم، $\theta = \frac{\gamma\pi}{T}t = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$ rad است. در نتیجه در لحظه‌ای که زاویهٔ بین میدان مغناطیسی و صفحهٔ پیچه برابر 60° است، جریان الکتریکی برابر است با:

$$I = I_{\max} \sin(\frac{\gamma\pi}{T}t) \Rightarrow I = 4 \times \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow I = 4 \times \frac{1}{2} = 2A$$

و در این لحظه توان مصرفی در مقاومت برابر است با:

$$P = RI^2 \xrightarrow{R=5\Omega} P = 5 \times 2^2 \Rightarrow P = 20W$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۶)

(مجتبی قلیل ارمندری)

۱۰۰- گزینه «۲»

طبق رابطهٔ مبدل‌های آرمانی داریم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow V_2 = \frac{N_2}{N_1} V_1 = \frac{N_1 - 100}{N_1} \times 8$$

حال گزینه‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم تا ببینیم کدام ولتاژ صحیح است.

$$2 = \frac{N_1 - 100}{N_1} \times 8 \Rightarrow 2N_1 = 8N_1 - 800 \Rightarrow N_1 = \frac{400}{3} \quad \text{گزینه «۱»}$$

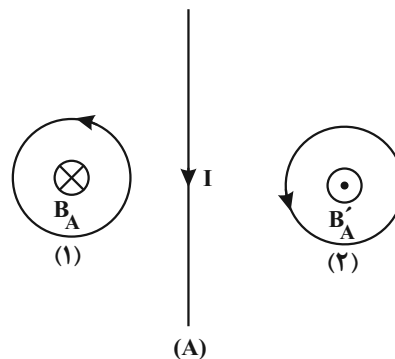
$$\frac{8}{3} = \frac{N_1 - 100}{N_1} \times 8 \Rightarrow N_1 = 3N_1 - 300 \Rightarrow N_1 = 150 \quad \text{گزینه «۲»}$$

$$8 = \frac{N_1 - 100}{N_1} \times 8 \Rightarrow N_1 = N_1 - 100 \Rightarrow \text{وجود ندارد} \quad \text{گزینه «۳»}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{N_1 - 100}{N_1} \times 8 \Rightarrow 5N_1 = 32N_1 - 3200 \Rightarrow N_1 = \frac{3200}{27} \quad \text{گزینه «۴»}$$

همانطور که می‌بینیم، فقط در گزینه «۲» N_1 عددی طبیعی است.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۲۷)



(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

(فسرو ارغوانی فرد)

۹۶- گزینه «۴»

با توجه به قانون لنز، پایین حلقه قطب S می‌شود. چون دو قطب هم‌نام یکدیگر را دفع می‌کنند، نیرویی که حلقه به آهنربا وارد می‌کند، رو به پایین می‌شود و ترازو عدد بیشتری را نشان می‌دهد.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

(مصطفی کیانی)

۹۷- گزینه «۱»

با توجه به برابر بودن اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی، جریان عبوری از مقاومت ۳ اهمی، برابر با $6A$ و در نتیجه جریان عبوری از القاگر برابر با $8A$ است.

$$V_1 = V_2 \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow 0 / 2 \times 9 = I_2 \times 3 \Rightarrow I_2 = 0 / 6A$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{\gamma} LI^2 = \frac{1}{\gamma} \times 25 \times 10^{-3} \times 0 / 64 \Rightarrow U = 8 \times 10^{-3} J = 8mJ$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ جاری؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۵۱)

(علیرضا کونه)

۹۸- گزینه «۴»

با توجه به نمودار $I_{\max} = 4A$ است و چون $\frac{3}{4}$ دورهٔ تناوب برابر با $10ms$

$$\frac{3}{4}T = 10 \times 10^{-3} \Rightarrow T = \frac{1}{75}s$$

است، داریم:

$$I = I_m \sin\left(\frac{\gamma\pi}{T}t\right) \Rightarrow I = 4 \sin\left(\frac{\gamma\pi}{1}{t}\right)$$

$$\Rightarrow I = 4 \sin 150\pi t$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۴ و ۱۲۵)



فیزیک ۱

۱۰۱- گزینه «۲»

(مسام نادر)

در فرایند هم حجم، کار انجام شده به دلیل ثابت ماندن حجم گاز برابر صفر است و در نتیجه داریم:

$$\Delta U = W + Q \xrightarrow{W=0} \Delta U = Q$$

گرمای مبادله شده = تغییر انرژی درونی $\Rightarrow$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۹)

۱۰۲- گزینه «۲»

(امیرمهری جعفری)

طبق رابطه $P = \frac{nR}{V}T$ ، شیب نمودار P-T با حجم گاز نسبت معکوس

دارد، لذا حجم گاز در نقاط B و C کم‌تر از نقاط A و D است. بنابراین در

فرایند هم‌دمای AB، حجم گاز کاهش و در فرایند هم‌فشار CD حجم گاز

افزایش می‌یابد. در نتیجه با توجه به رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ ، چگالی گاز در فرایند

هم‌دمای AB افزایش و در فرایند هم‌فشار CD کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۹)

۱۰۳- گزینه «۴»

(سیرعلی میرنوری)

برای یافتن تغییرات انرژی درونی گاز در انبساط از حالت i تا حالت f کافی

است که تغییرات انرژی درونی هر مرحله را یافته و آن‌ها را با هم جمع جبری

کنیم. برای این منظور باید دقت کنیم که در فرایند انبساط، کار انجام شده

روی گاز منفی است. حال برای هر مرحله داریم:

$$\text{مرحله (۱): انبساط هم‌دمای} \quad T_1 = \text{ثابت} \rightarrow \Delta T_1 = 0 \Rightarrow \Delta U_1 = 0$$

مرحله (۲): انبساط بی‌دررو

$$\xrightarrow{Q_2=0} \Delta U_2 = W_2 \xrightarrow{W_2=-40J} \Delta U_2 = -40J$$

مرحله (۳): انبساط هم‌دمای

$$T_3 = \text{ثابت} \rightarrow \Delta T_3 = 0 \Rightarrow \Delta U_3 = 0$$

بنابراین:

$$\Delta U_t = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3 \Rightarrow \Delta U_t = -40J$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۹)

۱۰۴- گزینه «۲»

(سیرعلی میرنوری)

بدیهی است که فرایند BA، بی‌دررو و فرایند CA، هم‌دمای است.

بنابراین داریم: (W' : کار انجام شده توسط گاز در فرایند بی‌دررو)

$$\left. \begin{array}{l} B \rightarrow A : U_B - U_A = W' \\ C \rightarrow A : U_C - U_A = 0 \end{array} \right\} U_B - U_C = W'$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۹)

۱۰۵- گزینه «۳»

(مسعود قره‌فانی)

همانطور که می‌دانید، انرژی درونی به دمای مطلق گاز وابسته است و داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = \frac{\frac{1}{10} P_1 \times \frac{1}{2} V_1}{P_1 V_1} = \frac{1}{20}$$

$$T_2 = 0.05 T_1 \Rightarrow \Delta T = T_2 - T_1 = 0.05 T_1 - T_1 = -0.95 T_1$$

$$\frac{\Delta T}{T_1} \times 100 = -95\%$$

می‌بینیم دمای مطلق گاز ۹۵ درصد کاهش یافته است، از طرف دیگر چون

$U \propto T$ است، لذا، انرژی درونی گاز نیز ۹۵ درصد کاهش خواهد یافت.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۱)

۱۰۶- گزینه «۳»

(محمدرحی راست پیمان)

چون هر سه فرایند از نقطه A شروع و به نقطه B ختم شده‌اند، تغییرات

انرژی درونی گاز در هر سه مسیر با هم برابر است. از طرف دیگر، چون

حجم گاز افزایش یافته است، در هر سه فرایند علامت کار انجام شده روی

گاز منفی است. بنابراین داریم:



(سیرعلی میرنوری)

۱۰۸- گزینه «۱»

ابتدا مقدار گرمایی که ماشین گرمایی درون سوز می گیرد را محاسبه می کنیم:

$$Q_H = mQ = 4 \times 50 \Rightarrow Q_H = 200 \text{ kJ}$$

برای تعیین بازده داریم:

$$\eta = \left(1 - \frac{|Q_L|}{Q_H}\right) \times 100 = \left(1 - \frac{160}{200}\right) \times 100$$

$$\Rightarrow \eta = 20\%$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه های ۱۱۴۵ و ۱۱۴۶)

(مصطفی کیانی)

۱۰۹- گزینه «۴»

با استفاده از رابطه بازده ماشین گرمایی آرمانی و با توجه به این که

$$|Q_{Lr}| = \frac{3}{5} Q_{Hr} \text{ و } Q_{Hr} = |Q_{Lr}| \text{ است، می توان نوشت:}$$

$$\eta_r = 1 - \frac{|Q_{Lr}|}{Q_{Hr}} = \frac{\eta_r = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}}{|Q_{Lr}| = \frac{3}{5} Q_{Hr}} \Rightarrow \frac{1}{4} = 1 - \frac{\frac{3}{5} Q_{Hr}}{Q_{Hr}}$$

$$\frac{Q_{Hr} = |Q_{Lr}|}{\frac{3}{4}} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \frac{Q_{Hr}}{|Q_{Lr}|} \Rightarrow \frac{|Q_{Lr}|}{Q_{Hr}} = \frac{4}{5}$$

$$\eta_1 = 1 - \frac{|Q_{Lr}|}{Q_{Hr}} \Rightarrow \eta_1 = 1 - \frac{4}{5} \Rightarrow \eta_1 = \frac{1}{5} \Rightarrow \eta_1 = 20\%$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه های ۱۱۴۰ تا ۱۱۴۶)

(بابک اسلامی)

۱۱۰- گزینه «۴»

طبق متن کتاب درسی، هر چهار عبارت داده شده صحیح هستند.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه های ۱۱۳۰، ۱۱۴۶ و ۱۱۴۷)

$$\Delta U = W_1 + Q_1 = W_2 + Q_2 = W_3 + Q_3 = \text{ثابت}$$

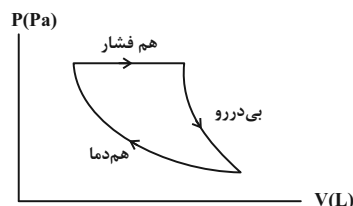
با توجه به این که مساحت زیر نمودار در فرایند (۱) بزرگ تر از فرایند (۲) و در

فرایند (۲) بزرگ تر از فرایند (۳) است، داریم:

$$|W_1| > |W_2| > |W_3| \quad \text{چون } W < 0 \text{ است، بنابراین:}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه های ۱۲۸ تا ۱۲۹)

۱۰۷- گزینه «۳» (مسعود قره ثانی)

می دانیم $\Delta U = 0$ چرخه است، می توان نوشت:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_{\text{هم فشار}} + \Delta U_{\text{بی دررو}} + \Delta U_{\text{هم دما}} = 0$$

توجه کنید که چون در فرایند هم دما، دما ثابت است، انرژی درونی تغییری

نمی کند و در فرایند بی دررو نیز $Q_{\text{بی دررو}} = 0$ است. پس:

$$W_{\text{بی دررو}} + W_{\text{هم فشار}} + Q_{\text{هم فشار}} = 0$$

در فرایند بی دررو، گاز منبسط شده است، پس: $W_{\text{بی دررو}} < 0$ می باشد.

$$W_{\text{بی دررو}} = -1400 \text{ J}$$

همچنین $W_{\text{هم فشار}}$ از مساحت زیر نمودار به دست می آید که به دلیل

انبساط گاز، علامت کار نیز منفی است:

$$W_{\text{هم فشار}} = -S = -8 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-3} = -3200 \text{ J}$$

$$-1400 + Q_{\text{هم فشار}} - 3200 = 0 \Rightarrow Q_{\text{هم فشار}} = 4600 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه های ۱۲۸ تا ۱۴۰)



فیزیک ۳

۱۱۱- گزینه «۴»

(امیرحسین برادران)

در بازه زمانی که نمودار زیر محور زمان قرار دارد، بردار مکان در جهت منفی محور X است. مطابق نمودار در بازه زمانی ۲s تا ۶s مکان متحرک منفی است.

در بازه زمانی که شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان منفی است، بردار سرعت در خلاف جهت محور X است. مطابق نمودار در بازه زمانی ۱s تا ۴s (مجموعاً ۳ ثانیه) متحرک در جهت منفی محور X در حال حرکت است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ و ۱۰)

۱۱۲- گزینه «۳»

(امیرحسین برادران)

با استفاده از معادله مکان - زمان، ابتدا شتاب را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow[v_0 = \frac{m}{s}, \Delta x = -15m]{t=10s} -15 = \frac{1}{2}a \times 10^2 + \frac{m}{s} \times 10$$

$$\Rightarrow a = -\frac{75}{100} \times 2 = -\frac{3}{2} \frac{m}{s^2}$$

اکنون لحظه تغییر جهت را مشخص می‌کنیم:

$$t_s = \left| \frac{v_0}{a} \right| = \left| \frac{\frac{m}{s}}{-\frac{3}{2}} \right| = \frac{2}{3} = 4s$$

با استفاده از رابطه مکان - زمان، مسافت طی شده در ۱۰ ثانیه اول حرکت

$$\ell = \ell_{0-4s} + \ell_{4s-10s} = \left| \frac{1}{2}at_s^2 \right| + \left| \frac{1}{2}a(10-t_s)^2 \right|$$

$$\Rightarrow \ell = \frac{3}{2} \times 4^2 + \frac{3}{2} \times 6^2 = 12 + 27 = 39m$$

$$\Rightarrow s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{39}{10} = 3.9 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ و ۲۰)

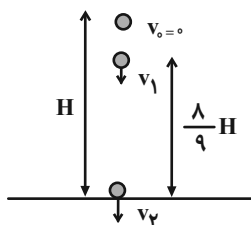
۱۱۳- گزینه «۲»

(زهره آقاممیری)

ابتدا تندی متحرک را در ارتفاع $\frac{\lambda}{9}H$ از زمین به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 62/5 = \frac{1}{2} \times 0.2v_1^2$$

$$\Rightarrow v_1^2 = 625 \Rightarrow v_1 = 25 \frac{m}{s}$$



با استفاده از رابطه سرعت - جابه‌جایی و با فرض جهت مثبت محور Y به سمت پایین، داریم:

$$v^2 = 2gy$$

$$\begin{cases} v_1^2 = 2g \times \frac{\lambda}{9}H \Rightarrow \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow v_2^2 = 625 \times 9 \Rightarrow v_2 = 75 \frac{m}{s} \\ v_2^2 = 2gH \end{cases}$$

و با استفاده از معادله سرعت - زمان، زمان حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} v_1 = gt_1 \Rightarrow t_1 = 2/5s \\ v_2 = gt_2 \Rightarrow t_2 = 7/5s \end{cases} \Rightarrow t_2 - t_1 = \Delta s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ و ۲۴)

۱۱۴- گزینه «۲»

(سیرافسان فلاح)

طبق قانون اول نیوتون، حرکت سریع مقوا، سبب افتادن سکه در لیوان می‌شود و طبق همین قانون، اگر خودروی در حال حرکت ترمز کند، چون در لحظه اول نیرو بر سر نشین‌ها وارد نمی‌شود، به حرکت خود به سمت جلو ادامه می‌دهند. بنابراین گزینه «۲» درست است.

برای گزینه «۱»، اگر نیروی وارد بر گوی سنگین را به آرامی زیاد کنیم، نخ بالای گوی پاره می‌شود و برای گزینه «۳»، اگر جسم در فضای تهی و خارج از جو زمین و دور از هر سیاره‌ای در حرکت باشد، چون نیرویی بر آن وارد نمی‌شود، به حرکت خود بر خط راست و با سرعت ثابت، ادامه می‌دهد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)



۱۱۵ - گزینه «۲»

(امیرمسین برادران)

ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت جسم را می‌یابیم:

$$F = ma \rightarrow a = \frac{F}{m = m_1 + m_2 + m_3}$$

$$\frac{m_1 = \frac{F}{a_1}, m_2 = \frac{F}{a_2}}{m_3 = \frac{F}{a_3}} \rightarrow a = \frac{F}{\frac{F}{a_1} + \frac{F}{a_2} + \frac{F}{a_3}}$$

$$\frac{a_1 = 2 \frac{m}{s^2}, a_2 = 4 \frac{m}{s^2}}{a_3 = 4 \frac{m}{s^2}} \rightarrow a = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}} \Rightarrow a = \frac{1}{1} \Rightarrow a = 1 \frac{m}{s^2}$$

اکنون با استفاده از معادله سرعت - زمان، داریم:

$$v = at + v_0 \rightarrow v = 1 \times 7 + 0 = 7 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

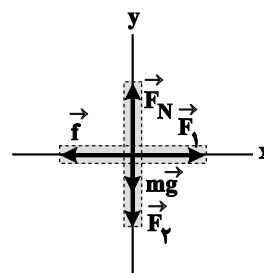
۱۱۶ - گزینه «۴»

(مرتضی یوسف‌نیا)

ابتدا مطابق شکل زیر، نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. چون جسم در

راستای قائم حرکت نمی‌کند، نیروی خالص در این راستا صفر است. بنابراین

داریم:



$$F_{net_y} = 0 \Rightarrow F_N - mg - F_p = 0 \Rightarrow F_N = mg + F_p$$

از طرف دیگر، چون مشخص نیست که جسم حرکت می‌کند یا ساکن

می‌ماند، بنابراین دو حالت زیر را برای آن در نظر می‌گیریم:

(۱) اگر $F_f < f_{s, \max} = \mu_s F_N = \mu_s (mg + F_p)$ باشد، جسم ساکنمی‌ماند. در این حالت با افزایش نیروی F_p ، نیروی اصطکاک ثابت و برابر $f_s = F_f$ است.

(۲) اگر جسم در حال حرکت باشد، در این حالت نیروی اصطکاک به صورت

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k (mg + F_p)$$

نیروی اصطکاک نیز افزایش می‌یابد.

بنابراین، با افزایش F_p ، نیروی اصطکاک می‌تواند تغییر نکند و یا بیشتر شود.

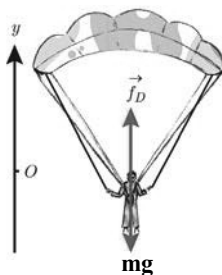
یعنی گزینه «۴» صحیح است.

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۱۱۷ - گزینه «۲»

(امیرمسین برادران)

ابتدا نیروهای وارد بر چتر باز را رسم نموده و سپس با استفاده از قانون دوم

نیوتون تندی چتر باز را در لحظه t_1 می‌یابیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow f_D - mg = ma \rightarrow \frac{f_D = 36 v^2, m = 90 \text{ kg}}{a = 3 \frac{m}{s^2}, g = 10 \frac{m}{s^2}}$$

$$36 v_1^2 - 90 \times 10 = 90 \times 3 \Rightarrow 36 v_1^2 = 900 \times 4$$

$$\Rightarrow v_1^2 = \frac{900 \times 4}{36} = 100 \Rightarrow v_1 = 10 \frac{m}{s}$$

اکنون تندی حدی چتر باز را می‌یابیم. چون در حالت تندی حدی، نیروی

خالص وارد بر چتر باز صفر است، می‌توان نوشت:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow f_D - mg = 0 \Rightarrow f_D = mg$$

$$\Rightarrow 36 v_p^2 = 90 \times 10 \Rightarrow v_p^2 = \frac{900}{36}$$

$$\Rightarrow v_p = \frac{30}{6} = 5 \frac{m}{s}$$

در آخر با استفاده از رابطه شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{5 - 10}{25 - 5} = -0.5 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)



$$\frac{L_A = L_B}{\rightarrow \frac{1}{3} = \frac{16}{3} \times \frac{\Delta L_B \times 100}{48 L_B}} \Rightarrow \frac{\Delta L_B}{L_B} \times 100 = 3$$

$$\Rightarrow \Delta L_B = \frac{3}{100} L_B \Rightarrow \Delta L_B = 3\% L_B$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

(امیرمسین برادران)

۱۲۰- گزینه «۳»

به جسم دو نیرو وارد می‌شود:

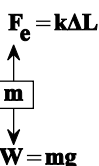
۱- نیروی فنر ۲- نیروی وزن ($W = mg$)

درحالتی که آسانسور با تندی ثابت به سمت پایین در حال حرکت است،

برایند نیروهای وارد بر آن صفر است. بنابراین داریم:

$$k\Delta L = mg \xrightarrow{\Delta L = 0.1 L_0} 0.1 k L_0 = mg$$

$$\Rightarrow k L_0 = 10 mg$$



پس از آن که حرکت آسانسور با شتاب ثابت ادامه می‌یابد، چون $\Delta L' < \Delta L$ ،

بنابراین $F_e' < mg$ می‌باشد، لذا برایند نیروها، یعنی $F_{net}' = mg - F_e'$ ، در

جهت حرکت آسانسور است، در نتیجه حرکت شتاب‌دار آسانسور از نوع

تندشونده خواهد بود و اندازه شتاب آن برابر است با:

$$mg - F_e' = ma$$

$$\xrightarrow{\frac{F_e' = 0.8 k L_0}{k L_0 = 10 mg}} mg - 0.8 \times 10 mg = ma$$

$$\Rightarrow 0.2 mg = ma \Rightarrow a = 0.2 g$$

$$\Rightarrow a = 0.2 \times 10 = 2 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۸، ۳۹، ۴۳ و ۴۴)

(رضا امامی)

۱۱۸- گزینه «۳»

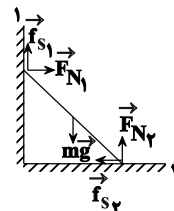
مطابق شکل زیر، از طرف دیوار قائم، نیروی F_{N1} وارد می‌شود. با توجه به

جهت سر خوردن نردبان و اینکه قرار است نردبان در آستانه حرکت باشد،

باید نیروی خالص در راستای قائم و افقی صفر باشد، بنابراین طبق قانون اول

نیوتون داریم:

$$\begin{cases} F_{(net)y} = 0 \Rightarrow mg = f_{s1} + F_{N1y} \\ F_{(net)x} = 0 \Rightarrow F_{N1x} = f_{s2} \end{cases}$$



هم‌چنین با توجه به این که نردبان در آستانه سر خوردن و دیوار قائم بدون

اصطکاک ($f_{s1} = 0$) است، داریم:

$$f_{s2} = \mu_s F_{N2} \xrightarrow{\frac{F_{N2} = mg, m = 8 \text{ kg}}{\mu_s = 0.6, g = 10 \frac{N}{kg}}} f_{s2} = 0.6 \times 80 = 48 \text{ N}$$

$$\xrightarrow{F_{N1x} = f_{s2}} F_{N1x} = 48 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۵ و ۴۶)

(امیرمسین برادران)

۱۱۹- گزینه «۲»

با توجه به نمودار، فنر A تحت تأثیر نیروی F_e ، چهار واحد و نیز B تحت

تأثیر نیروی $4F_e$ ، سه واحد تغییر طول می‌دهد. بنابراین ابتدا نسبت $\frac{k_B}{k_A}$ را

می‌یابیم:

$$\Rightarrow F_e = k\Delta x \Rightarrow \frac{F_{e,B}}{F_{e,A}} = \frac{k_B}{k_A} \times \frac{\Delta x_B}{\Delta x_A} \xrightarrow{\frac{F_{e,B} = 4F_e, \Delta x_B = 3\Delta x}{F_{e,A} = F_e, \Delta x_A = 4\Delta x}}$$

$$\Rightarrow \frac{k_B}{k_A} = \frac{16}{3}$$

$$\xrightarrow{\frac{\Delta L_A = \frac{48}{100} L_A}{F_A = F, F_B = \frac{F}{3}}} \frac{F}{F} = \frac{16}{3} \times \frac{\Delta L_B}{\frac{48}{100} \times L_A}$$



شیمی ۲

۱۲۱- گزینه «۴»

(ممد عظیمیان زواره)

در پلی اتن هر اتم کربن با چهار پیوند اشتراکی یگانه به چهار اتم دیگر (دو اتم کربن و دو اتم هیدروژن) متصل است. کربن ابتدایی و انتهایی هم با ۴ پیوند به ۳ اتم هیدروژن و یک اتم کربن متصل اند.

بررسی گزینه های درست:

گزینه «۱»: زیرا سلولز درشت مولکول محسوب می شود.

گزینه «۲»: شمار اتم های سازنده سلولز، روغن زیتون و پلی اتن زیاد و جرم مولی آنها بسیار زیاد است و به همین علت درشت مولکول محسوب می شوند.

گزینه «۳»: اتن (اتیلن)، در این شرایط به پلی اتن تبدیل می شود.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر؛ صفحه های ۱۰۲ تا ۱۰۵)

۱۲۲- گزینه «۲»

(هسین شکوه)

بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»: ویتامین K در سبزیجات یافت می شود و حلقه بنزنی دارد.

گزینه «۲»: ویتامین های C، D و A دارای گروه عاملی هیدروکسیل بوده، اما

فقط ویتامین C محلول در آب است.

گزینه «۳»: ویتامین A در هویج وجود دارد. همه ویتامین های مطرح شده در

کتاب دارای حلقه می باشند.

گزینه «۴»: ویتامین C محلول در آب بوده و مصرف بیش از اندازه آن برای

بدن ضرر ندارد و در ساختار خود دارای گروه عاملی استری است.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر؛ صفحه های ۱۱۳ و ۱۱۴)

۱۲۳- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

این ترکیب اتیل هپتانوات است که در انگور وجود دارد و این ترکیب از واکنش اتانول و هپتانوئیک اسید ایجاد می شود. در آناناس اتیل بوتانوات با فرمول مولکولی $C_6H_{12}O_2$ وجود دارد.

استر موجود در آناناس: اتیل بوتانوات ($C_6H_{12}O_2$)استر موجود در انگور: اتیل هپتانوات ($C_9H_{18}O_2$)

جرم مولی

$$C_3H_6 = (3 \times 12) + (6 \times 1) = 42 \text{ g.mol}^{-1}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر؛ صفحه های ۱۱۰ و ۱۱۵)

۱۲۴- گزینه «۲»

(ممد عظیمیان زواره)

الیاف a، b و c به ترتیب مربوط به پشم، پنبه و پلی استر می باشند.

بررسی موارد:

(آ) نادرست. الیاف طبیعی (پشم، پنبه و ...)، کمتر از ۵۰٪ الیاف تولیدی در جهان را تشکیل می دهند.

(ب) درست. الیاف پلی استر برخلاف پنبه و پشم، جزو الیاف ساختگی است.

(پ) درست. حدود نیمی از لباس های تولیدی در جهان، از پنبه تهیه می شود.

(ت) درست. سلولز (پلیمر سازنده الیاف پنبه) از گلوکز ($C_6H_{12}O_6$) تشکیلشده است. همانند اتانول (C_2H_6O)، در سلولز نیز سه نوع عنصر C، H و O

وجود دارد.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر؛ صفحه های ۱۰۰، ۱۰۱ و ۱۰۲)

۱۲۵- گزینه «۱»

(مسعود یغفری)

عبارت های (پ)، (ت) و (ث) نادرست است.

بررسی عبارت ها:

عبارت (آ): این ترکیب شامل گروه های عاملی استری، آمینی، اتری و آمیدی

است.



(امیرمهر سعیری)

۱۲۷- گزینه «۳»

گزینه «۳» نادرست و بقیه گزینه‌ها درست می‌باشند.

جسم نشان داده شده از پلی‌اتن ساخته شده که برای تولید این پلیمر از

واکنش بسپارش گاز اتن (اتیلن) استفاده می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: کاتالیزگرهایی که در واکنش پلیمری شدن اتن شرکت می‌کنند

می‌توانند محتوی اتم‌های آلومینیم (فلز اصلی دسته p) یا تیتانیوم (فلز واسطه

دسته d) در خود باشد.

گزینه «۲»: نایلون، پلی‌اتن و تفلون از جمله پلیمرهای ساختگی بوده و به

همین خاطر، در طبیعت یافت نشده و طی واکنش بسپارش تولید می‌شود.

گزینه «۴»: با تغییر نوع مونومر مصرف شده در واکنش پلیمری شدن،

می‌توان فراورده جدید با ساختار و خواص متفاوت را تهیه کرد.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۶ و ۱۲۳)

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

۱۲۸- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: طبق نمودار صفحه ۱۱۲ شیمی ۲، انحلال‌پذیری الکل‌هایی با

بیش از ۷ اتم کربن دقیقاً صفر نیست و اندکی بیشتر است. دلیل این اتفاق

وجود گروه هیدروکسیل در ساختار الکل‌هاست که با وجود کوچک بودن

باعث انحلال‌پذیری کم الکل‌ها می‌شود.

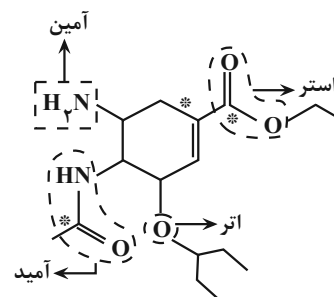
گزینه «۲»: تمام الکل‌ها با یکدیگر پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهند، اما در

الکل‌های ناقصی، چون میزان این جاذبه کم است، از آن صرف‌نظر می‌کنیم.

گزینه «۳»: در ساختار ویتامین (ث)، یک حلقه ۵ضلعی داریم که در یک

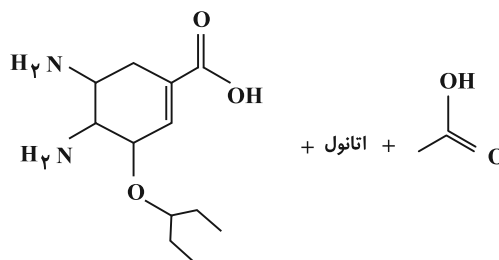
رأس آن اتم اکسیژن وجود دارد، در حالی‌که در حلقه بنزن، ۶ اتم کربن

داریم.



عبارت (ب): اگر مولکول آب با گروه آمیدی واکنش دهد، یک ترکیب آمینی

و یک اسید تولید می‌شود. استیک‌اسید، اسیدی دوکربنه است.



عبارت (پ): فرمول مولکولی این ترکیب به صورت $C_{16}H_{28}O_4N_2$ است و

در هر واحد فرمولی آن ۵۰ اتم وجود دارد.

عبارت (ت): ۳ اتم کربن مشخص شده با علامت ستاره در عبارت (آ)، با هیچ

اتم هیدروژنی پیوند اشتراکی ندارند. $\frac{3}{16} \times 100 = 18.75\%$

عبارت (ث): در ساختار این ترکیب، یک حلقه ۵ضلعی و در ساختار

ویتامین (ث)، یک حلقه ۵ضلعی وجود دارد. در ساختار هر دو ترکیب، پیوند

دوگانه ($C=C$) وجود دارد و هر دو ترکیب سیرنشده هستند؛ بنابراین

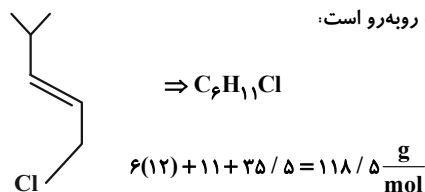
می‌توانند با بخار برم وارد واکنش شوند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

(علیرضا بیانی)

۱۲۶- گزینه «۴»

مونومر آن به صورت روبه‌رو است:



(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۶)



$$\bar{R} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = + \frac{\Delta n}{\Delta t} = 0.025 = \frac{\Delta n}{60} \Rightarrow \Delta n = 1.5 \text{ mol}$$

در کنار ۱/۵ مول استر، ۱/۵ مول آب نیز تولید می‌شود. طبق قانون پایستگی جرم، جرم مخلوط واکنش‌دهنده‌ها با جرم مخلوط فراورده‌ها برابر است. پس مجموع جرم ۱/۵ مول استر و ۱/۵ مول آب تولیدی ۲۰۱ گرم است، پس می‌توان جرم مولی استر و فرمول آن را حساب کرد:

$$? \text{ g H}_2\text{O} = 1.5 \text{ mol H}_2\text{O} \times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 27 \text{ g H}_2\text{O}$$

$$\Rightarrow \text{جرم استر} = 201 - 27 = 174 \text{ g}$$

$$? \frac{\text{g}}{\text{mol}} = \frac{174 \text{ g}}{1.5 \text{ mol}} = 116 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

از طرفی می‌دانیم فرمول کلی استرهای یک‌عاملی سیر شده، $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$ می‌باشد، پس داریم:

$$12n + 2n + 32 = 116 \Rightarrow n = 6$$

در نتیجه فرمول استر حاصل $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_2$ می‌باشد.

درصد جرمی کربن در استر:

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{6 \times 12}{116} \times 100 \approx 62\%$$

برای به‌دست آوردن تعداد پیوندهای اشتراکی از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

تعداد پیوندها در ترکیب آلی

$$= \frac{C \times 4 + H \times 1 + O \times 2}{2} = \frac{6 \times 4 + 12 + 2 \times 2}{2} = 20$$

$$\text{پیوند اشتراکی} = 1.5 \text{ mol} \times \frac{20 \text{ mol}}{1 \text{ mol}} = 30 \text{ mol}$$

$$= 30 \text{ mol}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲ و ۱۱۴ تا ۱۱۶)

گزینه «۴»: ویتامین (D) حلقه دارد، اما حلقه بنزن نیست، پس یک ترکیب آلی غیرآروماتیک است.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۴)

۱۲۹- گزینه «۲»

(مسئله رسمتی/کوتاه)

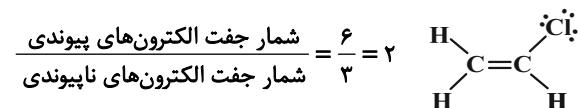
فقط موارد (ت) و (ث) درست هستند.

(آ) پلی‌استیرن، از هیدروکربن سیر نشده استیرن تولید می‌شود که پلی‌استیرن نیز سیر نشده و دارای حلقه بنزنی می‌باشد.

(ب) تفلون در حلال‌های آلی حل نمی‌شود.

(پ) پلیمری که در تهیه دبه‌های آب استفاده می‌شود پلی‌اتن سنگین و بدون شاخه می‌باشد.

(ت) وینیل کلرید یا کلرواتن با فرمول مولکولی $\text{C}_2\text{H}_3\text{Cl}$ مونومر پلیمر استفاده شده در تهیه کیسه خون می‌باشد:



(ث) پلی‌اتن سنگین نسبت به پلی‌اتن سبک نیروی بین مولکولی قوی‌تری دارد و چگالی آن بیشتر است.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۰۹)

۱۳۰- گزینه «۴»

(میلاد شیخ‌الاسلامی قباوی)

می‌دانیم در واکنش اسید و الکل یک‌عاملی که منجر به تولید استر و آب می‌شود، ضریب تمام مواد برابر یک است. پس سرعت واکنش با سرعت تولید یا مصرف تک‌تک مواد برابر است. با استفاده از این نکته می‌توان مول تولیدی استر را محاسبه کرد:



شیمی ۱

۱۳۱- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

کلسیم فسفات ← نامحلول	آمونیم نیترات ← محلول
سدیم نیترات ← محلول	استون ← محلول
کلسیم سولفات ← کم محلول	شکر ← محلول
باریم سولفات ← نامحلول	
منیزیم سولفات ← محلول	
در نتیجه	
محلول ← ۵ ماده	
کم محلول ← ۱ ماده	
نامحلول ← ۲ ماده	

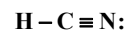
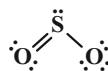
(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲، ۱۰۹، ۱۱۳ و ۱۱۲)

۱۳۲- گزینه «۴»

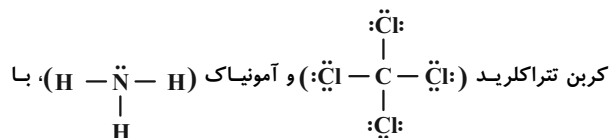
(پیمان شاه‌یکباغی)

فقط مورد چهارم درست است.

SO_2 و HCN با توجه به ساختار لوویس‌شان و جهت‌گیری در میدان الکتریکی، مولکول‌های قطبی به شمار می‌روند و مولکول نشان داده شده در داخل میدان با توجه اینکه جهت‌گیری نکرده، یک مولکول ناقطبی می‌باشد.



مولکول‌های قطبی برخلاف ناقطبی‌ها، دارای گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر بوده و برای همین در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند و اگر جرم مولی آن‌ها به هم نزدیک باشد، مولکول‌های قطبی نقطه جوش بالاتری دارند. طبق یک قاعده کلی نقطه ذوب و جوش ترکیبات قطبی از ترکیبات ناقطبی با جرم مولی برابر یا نزدیک به هم، بیشتر است.



توجه به ساختارشان، به ترتیب یک مولکول ناقطبی و قطبی می‌باشند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۱۳۳- گزینه «۴»

(مفسر بابامیری)

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه «۱»: مولکول آب به دلیل جفت‌الکترون‌های ناپیوندی روی اتم مرکزی، قطبی بوده و این قطبیت باعث خواص ویژه‌ای در آب شده است.

گزینه «۲»: اتم اکسیژن سر منفی بوده و به سمت قطب مثبت قرار می‌گیرد. اتم‌های هیدروژن نیز سر مثبت می‌باشند و به سمت قطب منفی قرار می‌گیرند.

گزینه «۳»: آب، قطبی و CO_2 ، O_2 و CH_4 همگی ناقطبی هستند، بنابراین در میدان الکتریکی، رفتاری متفاوت با آب دارند.

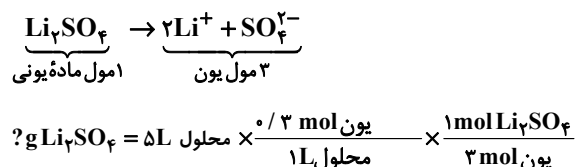
گزینه «۴»: در HF به دلیل جاذبه بین H و F و مولکول مجاور بین دو مولکول پیوند هیدروژنی وجود دارد که از جاذبه بین مولکول‌های H_2S قوی‌تر بوده و در نتیجه HF نقطه جوش بیشتری دارد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۴، ۱۰۶ و ۱۰۷)

۱۳۴- گزینه «۳»

(عبدالرضا دارفواه)

از حل شدن هر مول لیتیم سولفات در آب، ۳ مول یون آزاد می‌شود.



$$\times \frac{110 \text{ g Li}_2\text{SO}_4}{1 \text{ mol Li}_2\text{SO}_4} = 55 \text{ g Li}_2\text{SO}_4$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

۱۳۵- گزینه «۲»

(مسر رحمتی‌کوکنره)

فقط مقایسه (ت) نادرست است.

بررسی موارد:

(آ) قدرت پیوند هیدروژنی در مولکول‌های داده شده به صورت $\text{HF} < \text{H}_2\text{O} < \text{NH}_3$ می‌باشد، بنابراین میزان قطبی بودن این مولکول‌ها درست مقایسه شده است. H_2S به دلیل نداشتن پیوند هیدروژنی از این ۳ ماده کمتر و به دلیل قطبی بودن از CH_4 ناقطبی قطبی‌تر است.

(ب) NO به دلیل قطبی بودن از مولکول‌های O_2 و N_2 دمای جوش بالاتری دارد. و O_2 نیز به دلیل داشتن جرم مولی بیشتر نسبت به N_2 ، دمای جوش بالاتری دارد.

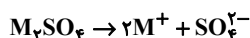
(پ) مولکول H_2O به دلیل داشتن پیوند هیدروژنی، گشتاور دوقطبی بیشتری نسبت به مولکول قطبی H_2S دارد. گشتاور CH_4 نیز صفر می‌باشد.

(ت) هرچه نقطه جوش یک گاز، بیشتر باشد، آسان‌تر مایع می‌شود. HCl برخلاف O_2 و F_2 قطبی است و دمای جوش بالاتری دارد (-85°C).



(روزبه رضوانی)

۱۳۸- گزینه «۳»



$$8/7 g M_2SO_4 = 50.0 mL \times \frac{0.2 mol M^+}{1000 mL} \times \frac{1 mol M_2SO_4}{2 mol M^+}$$

$$x \times \frac{(2x + 96) g M_2SO_4}{1 mol M_2SO_4} \Rightarrow 8/7 = \frac{2x + 96}{20} \Rightarrow x = 39 g \cdot mol^{-1}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

(فسین ناصری ثانی)

۱۳۹- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: شکل نشان‌دهنده پدیده اسمز است که طی آن مولکول‌های آب با عبور از غشای نیمه‌تراوا از سمت محلول رقیق‌تر به سمت محلول غلیظ‌تر جابه‌جا می‌شوند.

گزینه «۲»: در پدیده اسمز مولکول‌های آب به‌صورت خودبه‌خود از محلول رقیق به محلول غلیظ جابه‌جا می‌شوند.

گزینه «۳»: هرگاه بر محلول غلیظ (محلول سمت چپ در شکل) فشار کافی وارد شود، در آن صورت جهت جابه‌جایی خالص مولکول‌های آب عوض شده و از محلول غلیظ به سمت محلول رقیق می‌روند که این فرایند «اسمز معکوس» نامیده می‌شود.

گزینه «۴»: با پدیده اسمز نمی‌توان نمک‌های محلول در آب دریا را از آن جدا و آب شیرین تهیه کرد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

(سیدصدرا عارل)

۱۴۰- گزینه «۱»

همه عبارت‌ها نادرست‌اند.

راه حل: زمانی ما پدیده اسمز و اسمز معکوس داریم که از غشای نیمه‌تراوا استفاده کنیم، اما در این سوال، غشای تراوا استفاده شده است و تنها اتفاقی که می‌افتد، این است که یون‌های نمک از غشا عبور کرده و محلولی همگن در دو طرف غشا پس از مدتی به‌وجود خواهد آمد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

همچنین با وجود جرم مولی بیشتر F_2 نسبت به O_2 ، دمای جوش O_2 ($-183^\circ C$)، بیشتر از دمای جوش F_2 ($-188^\circ C$) می‌باشد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

(امیرمسین طیبی)

۱۳۶- گزینه «۲»

محلول با کاهش دما به یک محلول سیرنشده تبدیل شده است که با تبخیر شدن بخشی از حلال دوباره به حالت سیرشده باز می‌گردد. در نتیجه می‌توانیم نتیجه بگیریم که انحلال‌پذیری این محلول با دما رابطه عکس دارد و معادله انحلال‌پذیری آن، یک خط با شیب منفی می‌باشد.

ابتدا جرم حل‌شونده موجود در محلول سیرشده نمک X در دمای $60^\circ C$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\theta = 60^\circ C \Rightarrow \frac{16 g X}{116 g \text{ محلول}} = \frac{? g X}{34 / 8 g \text{ محلول}} \Rightarrow 4 / 8 g X$$

پس در محلول اولیه $30 g$ آب و $4 / 8 g$ نمک X وجود داشته است.

$$\theta = 20^\circ C \Rightarrow \frac{S_2 g X}{100 g \text{ آب}} = \frac{4 / 8 g X}{(30 - 18) g \text{ آب}} \Rightarrow S_2 = 40 g X$$

معادله انحلال‌پذیری برحسب دمای نمک X را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \theta_1 = 60^\circ C &\rightarrow S_1 = 16 \\ &\Rightarrow S = -0 / 6 \theta + 52 \\ \theta_2 = 20^\circ C &\rightarrow S_2 = 40 \end{aligned}$$

انحلال‌پذیری نمک X در دمای $45^\circ C$ را محاسبه می‌کنیم.

$$S(45^\circ C) = (-0 / 6 \times 45) + 52 = 25 g / 100 g H_2O$$

غلظت مولار محلول سیرشده نمک X در دمای $45^\circ C$ را محاسبه می‌کنیم.

$$C_M = \frac{n}{V} = \frac{25 g X \times \frac{1 mol X}{125 g X}}{125 g \text{ محلول} \times \frac{1 mL \text{ محلول}}{1 g \text{ محلول}} \times \frac{1 L \text{ محلول}}{1000 mL \text{ محلول}}} = \frac{0.2 mol X}{0.125 L \text{ محلول}} = 1.6 \frac{mol}{L}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۳)

(رضا سلیمانی)

۱۳۷- گزینه «۱»

فقط عبارت اول نادرست است.

عبارت اول: ردپای آب نشان می‌دهد که هر فرد چه مقدار از آب قابل استفاده و در دسترس (نه تمام آب‌های جهان) را مصرف می‌کند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۰، ۱۱۶، ۱۱۷ و ۱۲۲)



شیمی ۳

۱۴۱- گزینه «۴»

(امیر قاسمی)

فقط عبارت چهارم درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: صابون مایع و جامد از سر ناقطبی خود در جری حل می‌شوند.

عبارت دوم: با توجه به اینکه سر ناقطبی پاک‌کننده‌های صابونی از یک

هیدروکربن بلندزنجیر ساخته شده و سر قطبی آن‌ها گروه $(-COO^-)$

است پس سر قطبی کوچکتر از سر ناقطبی است.

عبارت سوم: اسیدهای چرب، کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیر بلند کربنی

هستند و در واکنش با $NaOH$ ، صابون جامد تولید می‌کنند اما ترکیب

$C_5H_{11}COOH$ یک اسید بلندزنجیر نیست، که بتواند در واکنش با

$NaOH$ ، صابون جامد تولید کند.

عبارت پنجم: قسمت آنیونی صابون، قطبی نیست. (بخش آنیونی در آب حل می‌شود).

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۵، ۶ و ۸)

۱۴۲- گزینه «۳»

(سیدرستم هاشمی‌دهکردی)

فقط مورد چهارم نادرست است.

محلول NH_3 در آب دارای خاصیت بازی (با $pH > 7$) و محلول N_2O_5

در آب، اسیدی (با $pH < 7$) است.

بررسی سایر موارد:

مورد اول: NH_3 باز ضعیف بوده و در محلول آبی آن، بخش عمده

مولکول‌های آن به‌صورت یونیده نشده می‌باشد.

مورد دوم: N_2O_5 با آب اسید قوی HNO_3 را تولید می‌کند که تقریباً

تمام مولکول‌های آن یونش می‌یابند.

مورد سوم: مطابق واکنش‌های زیر، یک مول N_2O_5 ، ۴ مول یون و یک مول

NH_3 ، به علت یونش ناکامل، کم‌تر از ۲ مول یون تشکیل می‌دهد.



(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

۱۴۳- گزینه «۱»

(امیرمسین معروفی)

$$1 \text{ ظرف } pH = 3/7 \Rightarrow [H^+] = 10^{-3/7} = 10^{-4} \times 10^{1/7} = 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K_a = \frac{[H^+][CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]_{\text{نهایی}}}$$

$$[CH_3COOH]_{\text{نهایی}} = [CH_3COOH]_{\text{اولیه}} - [H^+]$$

$$\Rightarrow K_a = \frac{[H^+][CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]_{\text{اولیه}} - [H^+]}$$

$$\frac{[H^+][CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]_{\text{اولیه}} - [H^+]} = 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$2 \times 10^{-5} = \frac{2 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{-4}}{[CH_3COOH]_{\text{اولیه}} - 2 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow [CH_3COOH]_{\text{اولیه}} = 2 / 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? \text{ mol } CH_3COOH = 1 \text{ L} \times \frac{2 / 2 \times 10^{-3} \text{ mol } CH_3COOH}{1 \text{ L}}$$

$$= 2 / 2 \times 10^{-3} \text{ mol } CH_3COOH$$

$$CH_3COOH = 24 + 32 + 4 = 60 \text{ g.mol}^{-1} \text{ جرم مولی}$$

$$? \text{ g } CH_3COOH = 2 / 2 \times 10^{-3} \text{ mol } CH_3COOH$$

$$\times \frac{60 \text{ g } CH_3COOH}{1 \text{ mol } CH_3COOH} = 0.132 \text{ g } CH_3COOH$$

$$2 \text{ ظرف } pH = 11 \Rightarrow [H^+] = 10^{-11} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow [OH^-] = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} = M\alpha \xrightarrow{\alpha=1} M = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$n = M.V = 10^{-3} \times 1 = 10^{-3} \text{ mol}$$

$$\Rightarrow ? \text{ mg } NaOH = 10^{-3} \text{ mol } NaOH \times \frac{40 \text{ g } NaOH}{1 \text{ mol } NaOH} \times \frac{10^3 \text{ mg}}{1 \text{ g}}$$

$$= 40 \text{ mg } NaOH$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۱۴۴- گزینه «۴»

(مسین ناصری‌ثانی)

بررسی عبارت‌ها:

عبارت «آ»، با توجه به این که ثابت یونش BOH از AOH بزرگ‌تر است، پس

BOH باز قوی‌تری است.

عبارت «ب»، چون BOH باز قوی‌تری است، بنابراین در شرایط یکسان، در

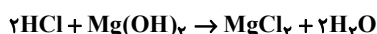
مقایسه با AOH بیشتر یونش یافته و درجه یونش بزرگ‌تری دارد.



مورد دوم: سدیم هیدروکسید یک باز قوی است و برای باز کردن لوله‌هایی مناسب است که حاوی آلاندهای اسیدی باشند، نه هر نوع آلاندهای.

مورد سوم: دیواره داخلی معده به‌طور طبیعی مقدار کمی از یون‌های هیدرونیوم را جذب می‌کند.

مورد چهارم:



$$? \text{ L Mg}(\text{OH})_2 = 3 \text{ L HCl} \times \frac{0.03 \text{ mol HCl}}{1 \text{ L HCl}} \times \frac{1 \text{ mol Mg}(\text{OH})_2}{2 \text{ mol HCl}}$$

$$\times \frac{1 \text{ L Mg}(\text{OH})_2}{0.02 \text{ mol Mg}(\text{OH})_2} = 2.25 \text{ L Mg}(\text{OH})_2$$

مورد پنجم: جوش شیرین به تنهایی نیز می‌تواند به عنوان ضد اسید استفاده شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

(اسلام طالبی)

۱۴۷- گزینه «۲»

$$\text{pH} = 1 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow [\text{HCl}] = 0.1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = 10.7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-10.7} \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-3.3} = 10^{-4} \times 10^{0.7}$$

$$= 5 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K_b = 10^{-5} = \frac{(5 \times 10^{-4})^2}{[\text{BOH}]} \Rightarrow [\text{BOH}] = 0.025 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{M}_1 \text{V}_1 = \text{M}_2 \text{V}_2 \Rightarrow 0.01 = 0.025 \times V \Rightarrow V = 0.4 \text{ L} = 400 \text{ mL}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

۱۴۸- گزینه «۲»

با توجه به جدول زیر گزینه ۲ صحیح است.

ویژگی	نوع مخلوط	سوسپانسیون‌ها	کلوئیدها	محلول‌ها
رفتار در برابر نور	نور را پخش می‌کنند.	نور را پخش می‌کنند.	نور را پخش می‌کنند.	نور را عبور می‌دهند.
همگن بودن	ناهمگن	ناهمگن	ناهمگن	همگن
پایداری	ناپایدار / ته‌نشین می‌شوند.	پایدار / ته‌نشین نمی‌شوند.	پایدار / ته‌نشین نمی‌شوند.	پایدار / ته‌نشین نمی‌شوند.
ذره‌های سازنده	ذره‌های ریز ماده	توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت	یون‌ها یا مولکول‌های مجزا	

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۶ و ۷)

عبارت «پ» از آنجا که در شرایط یکسان، BOH به میزان بیشتری یونش می‌یابد، در نتیجه در محلول آن غلظت OH^- بیشتر و غلظت H^+ کمتر بوده و pH محلول آن در مقایسه با محلول AOH بیشتر خواهد بود.

عبارت «ت»: BOH در مقایسه با AOH باز قوی‌تری است. بنابراین در شرایط یکسان به میزان بیشتری یونیده می‌شود و ذرات یونش نیافته در محلول آن کمتر از محلول AOH خواهد بود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

(رضا سلیمانی)

۱۴۵- گزینه «۳»

قدرت اسیدی (K_a) نیترواسید (HNO_2) از هیدروسیانیک‌اسید (HCN) بیشتر است. در نتیجه میزان یون‌های حاصل از تفکیک نیترواسید (HNO_2) بیشتر خواهد بود.

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه «۱»: غلظت یون سیانید (CN^-) کمتر از یون (NO_2^-) است.

گزینه «۲»: فلز منیزیم با محلول نیترواسید نسبت به هیدروسیانیک‌اسید سریع‌تر واکنش می‌دهد، چون غلظت یون هیدرونیوم (H_3O^+) آن بیشتر است ولی در نهایت حجم گاز H_2 تولید شده برابر است.

گزینه «۳»: pH محلول هیدروسیانیک‌اسید، از pH محلول نیترواسید بیشتر است چون دارای هیدرونیوم (H_3O^+) کمتری است. سرعت واکنش فلز منیزیم با pH محلول اسیدی رابطه عکس دارد.

گزینه «۴»: چون میزان یونش در هیدروسیانیک‌اسید (HCN) کمتر است، میزان غلظت مولکولی (HCN) بیشتر از (HNO_2) خواهد بود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

(سهراب صادقی‌زاده)

۱۴۶- گزینه «۱»

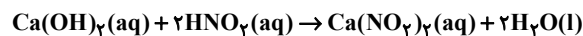
تنها مورد چهارم درست است. بررسی موارد:

مورد اول: در بازها، هرچه K_b بزرگ‌تر باشد، آن باز قوی‌تر است.



۱۴۹- گزینه «۲»

(شاهر رمضانیان)



$$\text{Ca(OH)}_2 : \text{pH} = 11/6 \xrightarrow{\text{pH} + \text{pOH} = 14}$$

$$\text{pOH} = 14 - 11/6 = 2/6 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-2/6}$$

$$[\text{OH}^-] = 10^{-3+0/6} = 10^{-3} \times 10^{0/6} = 4 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$M_{\text{Ca(OH)}_2} = \frac{[\text{OH}^-]}{2} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$m_1 v_1 n_1 = m_2 v_2 n_2 \Rightarrow 2 \times 10^{-3} \times 20 \times 2 = m_2 \times 8 \times 1$$

$$\Rightarrow m_2 = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \rightarrow \text{غلظت اسید}$$

$$[\text{H}^+] = 10^{-3/7} = 10^{-4+0/3} = 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{[\text{H}^+]}{M} = \frac{2 \times 10^{-4}}{10^{-2}} = 0/02$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۹، ۲۳ تا ۲۸ و ۳۱)

۱۵۰- گزینه «۲»

(سهراب صادقی‌زاده)

چون pH محلول نهایی کوچک‌تر از ۷ است، محلول حاصل خاصیت اسیدی

دارد و باید از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$[\text{H}^+]_{\text{نهایی}} = \frac{\text{mol H}^+ - \text{mol OH}^-}{V_1 + V_2} = \frac{M_1 V_1 - \text{mol OH}^-}{V_1 + V_2}$$

$$\text{pH}_{\text{نهایی}} = 5/7 \rightarrow [\text{H}^+]_{\text{نهایی}} = 10^{-5/7} = 10^{-6} \times 10^{0/3}$$

$$= 2 \times 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$M_1 = \frac{\text{ppm} \times d}{1000 \times \text{جرم مولی}} = \frac{109/5 \times 1/17}{1000 \times 36/5} \approx 3/5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$2 \times 10^{-6} = \frac{3/5 \times 10^{-3} \times 2 - \text{mol OH}^-}{2} \rightarrow \text{mol OH}^- \approx 7 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$\Rightarrow 7 \times 10^{-3} \text{ mol NaHCO}_3 \times \frac{84 \text{ g NaHCO}_3}{1 \text{ mol NaHCO}_3} \approx 0/6 \text{ g NaHCO}_3$$

$$\text{جرم ماده خالص} = \frac{\text{جرم ماده ناخالص}}{\text{درصد خلوص}} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{جرم ماده ناخالص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{درصد خلوص}} \times 100$$

$$= \frac{0/6}{80} \times 100 = 0/75 \text{ g NaHCO}_3$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

شیمی ۳- آشنا

۱۵۱- گزینه «۴»

(کتاب اول)

کلوئیدها و سوسپانسیون‌ها هر دو مخلوط‌هایی ناهمگن هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): نیروی غالب در چربی از نوع وان‌دروالسی است که برای پاک کردن

آن از روی لباس (آلاینده) می‌توان از حلال‌های ناقطبی استفاده کرد.

گزینه (۲): اوره ترکیبی قطبی بوده و بین مولکول‌های آن پیوند هیدروژنی برقرار

می‌شود. یعنی میان اتم N از یک مولکول و H از مولکول دیگر پیوند

هیدروژنی برقرار می‌شود.

گزینه (۳): چربی‌ها، مخلوطی از اسیدهای چرب و استرها با بلند زنجیر (سه

عاملی) می‌باشند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۳ تا ۷)

۱۵۲- گزینه «۴»

(کتاب اول)

هر ۴ عبارت نادرست هستند.

بررسی همه موارد:

- بازها همانند اسیدها باعث آسیب به دست می‌شوند. (حتی آسیب شدیدتری

نسبت به اسیدها ایجاد می‌کنند).

- اسید معده، هیدروکلریک اسید است.



گزینه «۴»:

$$HA \Rightarrow \begin{cases} \text{غلظت اولیه اسید} = 0.04 + 0.008 = 0.048 \text{ mol.L}^{-1} \\ \alpha_{HA} = \frac{0.008}{0.048} = \frac{1}{6} \end{cases}$$

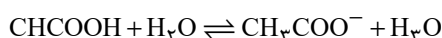
$$HB \Rightarrow \begin{cases} \text{غلظت اولیه اسید} = 0.002 + 0.0001 = 0.0021 \text{ mol.L}^{-1} \\ \alpha_{HB} = \frac{0.0001}{0.0021} = \frac{1}{21} \end{cases}$$

$$\frac{1}{6} > \frac{1}{21}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۵)

(کتاب اول)

۱۵۵- گزینه «۲»

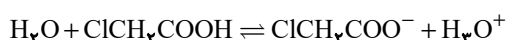


$$K_{a \text{ اتانویک اسید}} = \frac{[H^+][CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$$

$$= \frac{[H^+]^2}{M_{CH_3COOH} - [H^+]}$$

$$pH = 3 \Rightarrow 2 \times 10^{-5} = \frac{10^{-6}}{M_{CH_3COOH} - 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow M_{CH_3COOH} = 5 \times 10^{-2} + 10^{-3} = 0.051 \text{ mol.L}^{-1}$$



$$K_{a \text{ کلرواتانویک اسید}} = \frac{[H^+][ClCH_2COO^-]}{[ClCH_2COOH]}$$

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M_{ClCH_2COOH} - [H^+]}$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^{-3} = \frac{10^{-6}}{M_{ClCH_2COOH} - 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow M_{ClCH_2COOH} = 5 \times 10^{-4} + 10^{-3} = 1.5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{M_{ClCH_2COOH}}{M_{CH_3COOH}} = \frac{1.5 \times 10^{-3}}{0.051} \approx 0.03$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵)

- آرنیوس نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد.

- اگر در محلولی $[H_3O^+] = [OH^-]$ باشد، آن محلول خنثی است و خاصیت اسیدی یا بازی ندارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

(کتاب اول)

۱۵۳- گزینه «۳»

با توجه به نمودار، اسید HA به‌طور کامل یونیده می‌شود از این رو اسیدی قوی بوده و محلول آن شامل یون‌های آب‌پوشیده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): از آنجایی که اسید HB به‌طور جزئی یونیده می‌شود پس اسیدی ضعیف بوده و می‌تواند استیک اسید باشد در عوض اسید HA به‌طور کامل یونیده شده و می‌تواند نیتریک اسید باشد.

گزینه (۲): نظر به این که HA اسید قوی‌تری از HB است، در شمار مول‌های برابر از این اسیدها، رسانایی الکتریکی HA بیشتر خواهد بود.

گزینه (۴): طبق رابطه $pH = -\log[H^+]$ هرچه اسیدی قوی‌تر باشد غلظت یون هیدرونیوم بیشتر بوده و pH محلول کوچکتر می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

(کتاب اول)

۱۵۴- گزینه «۳»

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه (۱): خلصت اسیدی وابسته به $[H^+]$ است که در محلول HA بیش‌تر است و در نتیجه خاصیت اسیدی محلول HA بیش‌تر است.

گزینه (۲): HA و HB هر دو اسید ضعیف ($\alpha < 1$) هستند و هیچ‌یک نمی‌توانند نیتریک اسید باشند.

گزینه «۳»:

$$\left. \begin{aligned} HA : K_a &= \frac{(8 \times 10^{-3})(8 \times 10^{-3})}{4 \times 10^{-2}} = 16 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \\ HB : K_a &= \frac{(10^{-4})(10^{-4})}{2 \times 10^{-3}} = 5 \times 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 16 \times 10^{-4} \\ 5 \times 10^{-6} \end{aligned} = 320$$



۱۵۶- گزینه «۲»

(کتاب اول)

ابتدا غلظت اولیه باز AOH را محاسبه می کنیم:

$$\text{AOH} \Rightarrow \begin{cases} \text{pH} = 11 \rightarrow \text{pOH} = 3 \rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \\ [\text{OH}^-] = M \cdot \alpha \Rightarrow 10^{-3} = M \times \frac{1}{100} \rightarrow M = 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} ? \text{gHCl} &= 50 \text{ mL محلول} \times \frac{10^{-2} \text{ mol AOH}}{1000 \text{ mL محلول}} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol AOH}} \times \frac{36.5 \text{ g HCl}}{1 \text{ mol HCl}} \\ &= 0.1825 \text{ gHCl} \end{aligned}$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی: صفحه های ۲۵، ۲۸ و ۲۹)

۱۵۷- گزینه «۳»

(کتاب اول)

ابتدا از طریق $\text{pH} \leftarrow \text{pOH} \xleftarrow{\text{وسپس}} [\text{OH}^-] = [\text{KOH}]$ را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} \text{pH} = 12.7 \rightarrow \text{pOH} = 1.3 \rightarrow [\text{OH}^-] \\ = 10^{-\text{pOH}} = 10^{-1.3} = 10^{-2} \times 10^{0.7} = 5 \times 10^{-2} \text{ mol/L} \end{aligned}$$

$$? \text{gKOH} = 100 \text{ mL محلول} \times \frac{5 \times 10^{-2} \text{ mol KOH}}{1000 \text{ mL محلول}} \times \frac{56 \text{ g KOH}}{1 \text{ mol KOH}} = 0.28 \text{ gKOH}$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی: صفحه های ۲۵، ۲۸ و ۲۹)

۱۵۸- گزینه «۳»

(کتاب اول)

برای زدودن مسیر لوله ای که با مخلوطی از اسیدهای چرب مسدود شده باشد از محلول غلیظ سدیم هیدروکسید استفاده می شود. همچنین برای پاک کردن لوله ها از رسوب کلسیم کربنات، می توان از محلول هیدروکلریک اسید بهره جست.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه (۱): گل آدریسی در خاک اسیدی به رنگ آبی و در خاک قلیایی به رنگ قرمز شکوفا می شود.

گزینه (۲) از محلول پتاسیم هیدروکسید به عنوان ضداسید برای رفع سوزش معده استفاده نمی شود.

گزینه (۴): از جوهر نمک برای پاک کردن موادی که خصلت بازی (مانند کلسیم کربنات) دارند استفاده می شود.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی: صفحه های ۳۱، ۳۲ و ۳۳)

۱۵۹- گزینه «۳»

(کتاب اول)

بررسی گزینه های نادرست:

گزینه (۱): برخی ترکیبات مانند آمونیاک در آب به میزان کمی یونش پیدا می کنند و الکترولیت ضعیف اند در حالی که شکر غیر الکترولیت است.

گزینه (۲): محلول شیشه پاک کن همانند محلول آب و صابون دارای pH بزرگ تر از ۷ است.

گزینه (۴): در غلظت و دمای یکسان، رسانایی الکتریکی محلول لوله باز کن از محلول شیشه پاک کن بیش تر است، زیرا محلول لوله بازکن حاوی باز قوی است و به میزان بیش تری یونش می یابد.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی: صفحه های ۲۸ و ۲۹)

۱۶۰- گزینه «۱»

(کتاب اول)

$$[\text{H}^+]_{\text{شیره معدۀ}} = 10^{-1/4} = 10^{-2} \times 10^{0.6} = 4 \times 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$[\text{Mg}(\text{OH})_2] = 290 \frac{\text{g}}{\text{لیتر}} \times \frac{1 \text{ mol}}{58 \text{ g}} = 5 \text{ mol/L}$$

$$M_b V_b n_b = M_a V_a n_a$$

$$M_b V_b \times 2 = (4 \times 10^{-2}) \times \left(\frac{2/5}{2} \times 1000 \right) \times 1$$

$$\Rightarrow V_b = ? \text{ mL Mg}(\text{OH})_2 = \frac{50}{5 \times 2} = 5 \text{ mL}$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی: صفحه های ۳۰ تا ۳۲)



دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دوره دوم)

۳۰ شهریور

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰

زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ، حمیدرضا رحیم خانلو	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، سپهر حسن‌خان‌پور، فاطمه راسخ، هادی زمانیان، کیارش صانعی، محمدرضا اسفندیار، آرین توسل، عرشیا مرزبان، علی رضا جعفری	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ



استعداد تحلیلی

۲۵۱- گزینه ۳»

(ممدیر اصفهانی)

ضرب المثل صورت سؤال به نسبی بودن دانش اشاره می کند. خرس که در این ضرب المثل نماد نادانی است، در جایی به جز میان آدمیان، به بوعلی سینا مانند شده است، چرا که بوعلی سینا نماد دانایی است. دقت کنید پزشک بودن بوعلی سینا یا انحصارهای دیگر گزینه ها در صورت سؤال نیست.

(هوش کلامی)

۲۵۲- گزینه ۱»

(ممدیر اصفهانی)

ضرب المثل هست با این بیان که «از گیر گرگ در رفتیم، گیر گفتار افتادیم» که یعنی از چاله به چاله افتادن. متن صورت سؤال از فرار از چاله به چاله سخن می گوید، از ترجیح بین عقب رجاره و مار غاشیه.

(هوش کلامی)

۲۵۳- گزینه ۱»

(سپهر حسن فان پور)

حروف غیر یک نقطه ای الفبای فارسی:

«پ ت ث ج ح د ر ژ س ش ص ط ع ق ک گ ل م و ه ی»

پانزدهمین حرف از سمت چپ: ر

دومین حرف سمت راست پانزدهمین حرف از سمت چپ: ح

از دومین حرف سمت راست پانزدهمین حرف از سمت چپ، چهار حرف به

سمت راست: پ

سمت چپ کدام حرف هستیم: ا

(هوش کلامی)

۲۵۴- گزینه ۴»

(سپهر حسن فان پور)

الگوی «ب، پ، ث، چ، ذ، ...» الگوی حروفی از الفباست که شماره ی آن ها،

۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷

عدد اول است:

پس با حروف «ز» و «ص» ادامه می یابد.

(هوش کلامی)

۲۵۵- گزینه ۴»

(سپهر حسن فان پور)

مرتّب شده ی کلمات به ترتیب فرهنگ لغت (لغت نامه):

رادمردی - راهدار - رستگار - رستنی - رنگارنگ - رود - روزگار - روش -
رهایی - رهنورد

واژه های که در جایگاه ششم می آید، «رود» است که بی نقطه است.

(هوش کلامی)

۲۵۶- گزینه ۱»

(سپهر حسن فان پور)

به جز «نهی»، در همه ی کلمات حروف از چپ به راست به ترتیب الفباست. مثلاً در واژه «مصر»، «ر» در الفبا پیش از «ص» و «ص» پیش از «م» آمده است. «نهی» چنین نیست، برعکس است.

(هوش کلامی)

۲۵۷- گزینه ۳»

(فاطمه راسخ)

دو حرف پایانی هر کلمه در هر گزینه، برعکس، دو حرف نخست کلمه ی بعد است:

تعاریف - فیل \ فیل - لیوان \ لیوان - نادرست \ نادرست - تساهل

گرافه - هفته \ هفته - هتاک \ هتاک - کاربرد \ کاربرد - درویش

اصالت - تلقین \ تلقین - نیاکان \ نیاکان - ناحیه \ ناحیه - هیاهو

در گزینه ی پاسخ در ترکیب «ناخدا - دایره» این قاعده به هم ریخته است.

(هوش کلامی)

۲۵۸- گزینه ۲»

(هاری زمانیان)

تعداد روزهای بارش هر ابر را جداگانه محاسبه می کنیم:

۲۷۰ = ۹ × ۳۰: ابر اول

۷۵ = ۳ × ۲۵: ابر دوم

۱۵۰ = ۵ × ۳۰: ابر سوم

۱۶۵ = $\frac{۲۷۰ + ۷۵ + ۱۵۰}{۳} = \frac{۴۹۵}{۳}$: ابر چهارم

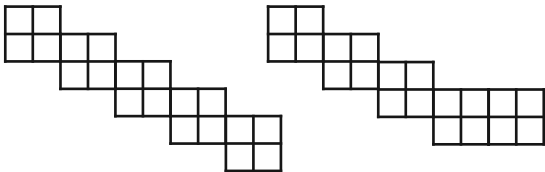
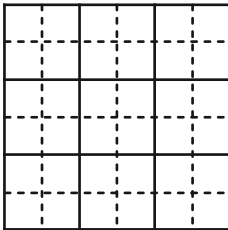
برای محاسبه شمارنده ها داریم:

$$165 = 3 \times 5 \times 11 \Rightarrow \begin{cases} 3 \times 5 = 15 \\ 3 \times 11 = 33 \\ 5 \times 11 = 55 \end{cases}$$

واضح است که ۲۵ شمارنده ۱۶۵ نیست.

(هوش ریاضی)





با محیط ۳۲ واحد

با محیط ۳۰ واحد

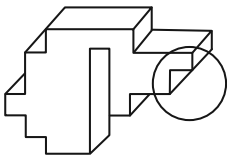
(هوش ریاضی)



(معمیر اصفهانی)

۲۶۹- گزینه «۱»

شکل گزینه «۱» باید به صورت زیر می بود تا با دیگر گزینه ها متفاوت نباشد:

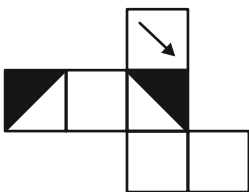


(هوش غیرکلامی)

(معمیر اصفهانی)

۲۷۰- گزینه «۲»

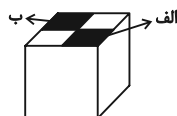
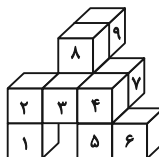
اگر شکل گزینه «۲» به صورت زیر می بود، مثل دیگر گزینه ها می شد:



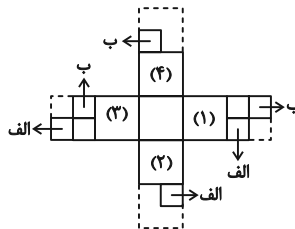
(هوش غیرکلامی)

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$27 - 9 = 18$$



برای پر کردن قسمت «الف»، باید یکی از قطعه ها را به وجه های (۱) و یا (۲) چسباند و یا مربع چسبیده به وجه (۳).
برای پر کردن قسمت «ب» نیز باید یکی از قطعه ها را به وجه های (۳) و یا (۴) چسباند و یا مربع چسبیده به وجه (۱).



بنابراین در مجموع $3 \times 3 = 9$ حالت برای خواسته صورت سؤال ممکن است.

(هوش غیرکلامی)

(علی رضا جعفری)

۲۶۸- گزینه «۴»

باید مکعبی انتخاب کرد که دو وجه مقابل آن، طرح هایی مثلثی و دایره ای داشته باشد. همچنین از آن جا که نور به صورت مستقیم حرکت می کند، دایره باید از مثلث بزرگ تر باشد.

(هوش غیرکلامی)