



آزمون تابستان «۲۸ شهریور ۱۴۰۴» دفترچه اول اختصاصی دوازدهم ریاضی (ریاضیات)

دفترچه سؤال

مدت زمان کل پاسخ‌گویی سوالات: ۱۲۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۸۰ سؤال

(۳۰ سؤال اجباری + ۵۰ سؤال اختیاری)

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخگویی
اجباری	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
ریاضی ۱	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
هندسه ۲	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
هندسه ۳	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵'
هندسه ۱	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵'
آمار و احتمال	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵'
ریاضیات گسسته	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
جمع کل	۸۰	۱-۸۰	۱۲۰'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	کاظم اجلالی-علی آزاد-مهدی براتی-شاهین پروازی-عادل حسینی-سجاد داوطلب-وحید راحتی-علی سرآبادانی-نیما سلطانی-احسان صادقی-حمید علیزاده-احسان غنی‌زاده-حمید مام‌قادری-سیدسپهر متولیان-امیر مرادیان-علی مرشد-مجتبی نادری-مهدی نصراللهی-امین نصراله-حسن نصرتی‌ناهوک-جهانبخش نیکنام
هندسه	امیرحسین ابومحبوب-عباس اسدی‌امیرآبادی-علی ایمانی-محمد بحیرایی-جواد حاتمی-حسین حاجیلو-محمد خندان-شهریار رحمانی-علیرضا شریف‌خطیبی-علی فتح‌آبادی-فرشاد فرامرزی-محمدابراهیم گیتی‌زاده-سینا محمدپور-مهرداد ملوندی-میلاد منصوری-سرژ یقیازاریان‌تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-رضا توکلی-جواد حاتمی-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-علیرضا شریف‌خطیبی-مرتضی فهیم‌علوی-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی-سروش موثینی-هومن نورانی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته
گزینشگر	سیدسپهر متولیان	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب یاسین کشاورزی مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی
ویراستاران (مستندسازی)	معصومه صنعت‌کار-مهسا محمدنیا-احسان میرزینی-سجاد سلیمی-فرشته کمرانی		

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصفری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۱: حد و پیوستگی: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۵۱

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

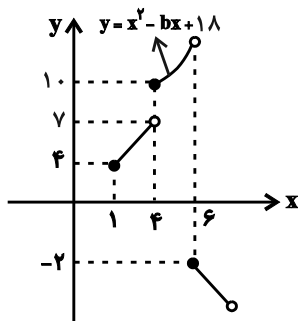
۱- مجموعه $(1, a-3b) \cup (3a+b, 4a-b)$ نشان‌دهنده همسایگی متقارن محذوف نقطه x_0 است. مقدار x_0 کدام می‌تواند باشد؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۲- با توجه به نمودار تابع $f(x)$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = a$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow a^+} [f(x)] - [\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)]$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

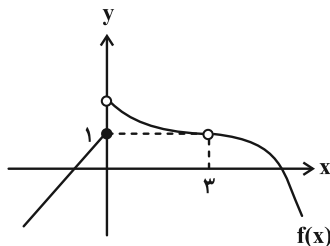
-۱۶ (۱)

-۲۰ (۲)

-۱۹ (۳)

-۲۱ (۴)

۳- کدام گزینه در مورد شکل مقابل صحیح نیست؟

(۱) تابع f در همسایگی محذوف ۳ تعریف شده است و در این نقطه حد دارد.(۲) تابع f در همسایگی صفر تعریف شده است و مقدار تابع با حد راست برابر نیست.(۳) تابع f در همسایگی چپ و راست صفر تعریف شده است ولی در این نقطه حد ندارد.(۴) تابع f در همسایگی چپ و راست ۳ تعریف شده است و حد تابع با مقدار تابع در این نقطه برابر است.۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{4})^-} [\frac{1}{x}] + \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{4})^-} [-\frac{3}{x}]$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

-۴ (۴)

-۲ (۳)

-۱ (۲)

-۳ (۱)

۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{[\cos x] + 2}{\sin 4x - 1}$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

-۳/۲ (۴)

۳/۲ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)



۶- اگر دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ در $x = a$ حد داشته باشند و بدانیم $\lim_{x \rightarrow a} g^2(x) = \frac{1}{25}$ و $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 4$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow a} (g(x) - 2f(x))$ کدام

می تواند باشد؟

(۱) $-\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{7}{5}$

(۳) $-\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{6}{5}$

۷- اگر $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + x^2 + ax + b}{x^2 - x - 2} = -2$ باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۸- اگر $f(x) = \frac{\sqrt[4]{x} - x}{|x^2 - 64|}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} f(x^2 - 6x + 17)$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{24}$ (۲) $-\frac{1}{8}$

(۳) $\frac{1}{24}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۹- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{a \sin 6x}{6x - \pi} & ; x > \frac{\pi}{6} \\ b[4 \sin x] + [-\frac{\pi}{x}] & ; x \leq \frac{\pi}{6} \end{cases}$ در $x = \frac{\pi}{6}$ پیوسته است. حاصل $a - b$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۷ (۲) ۱۰

(۳) -۷ (۴) ۹

۱۰- اگر تابع $f(x) = [x](x-1)$ بر بازه $(a, 0)$ پیوسته باشد، بیشترین مقدار a کدام گزینه می باشد؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۴ (۲) ۳

(۳) ۲ (۴) ۱

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع + مثلثات: صفحه‌های ۱ تا ۴۴

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۱- طول نقاط نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 2 - \sqrt{1-x} & ; x < 1 \\ 3x - x^2 & ; x \geq 1 \end{cases}$ را بر ۲ تقسیم می‌کنیم و سپس نمودار را $\frac{5}{4}$ واحد به سمت پائین انتقال می‌دهیم. مجموع صفرهای تابع جدید کدام است؟

$$\frac{47}{32} \quad (4)$$

$$\frac{73}{8} \quad (3)$$

$$\frac{55}{32} \quad (2)$$

$$\frac{7}{16} \quad (1)$$

۱۲- تابع $f(x) = x^2 - 6|x - 2|$ روی بازه $[a, 2]$ اکیداً صعودی و روی بازه $[2, b]$ اکیداً نزولی است. حداکثر مقدار $b - a$ کدام است؟

$$\frac{47}{32} \quad (4)$$

$$\frac{73}{8} \quad (3)$$

$$\frac{55}{32} \quad (2)$$

$$\frac{7}{16} \quad (1)$$

۱۳- خارج قسمت تقسیم چندجمله‌ای $P(x) = x^5(x^5 + 1)$ بر $x^2 + x$ را $Q(x)$ می‌نامیم. مقدار $Q(-1)$ کدام است؟

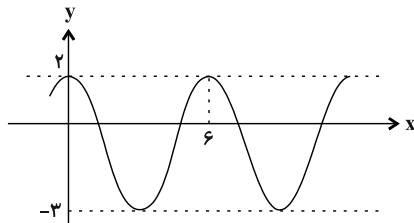
$$\frac{47}{32} \quad (4)$$

$$\frac{73}{8} \quad (3)$$

$$\frac{55}{32} \quad (2)$$

$$\frac{7}{16} \quad (1)$$

۱۴- بخشی از نمودار تابع $f(x) = a \sin^2 b\pi x + c$ در شکل زیر رسم شده است، مقدار $f(1201)$ کدام است؟



$$-\frac{7}{4} \quad (1)$$

$$\frac{7}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

۱۵- فقط سه عدد از بازه $(-a^2 + 1, 4)$ در دامنه تابع $f(x) = \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ قرار ندارند. مجموعه مقادیر ممکن برای $|a|$ کدام است؟

$$(0, \sqrt{2}] \quad (4)$$

$$[0, \sqrt{2}) \quad (3)$$

$$[\sqrt{2}, 2) \quad (2)$$

$$(\sqrt{2}, 2] \quad (1)$$

۱۶- جواب کلی معادله $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{3}{4}$ (که $k \in \mathbb{Z}$) کدام است؟

$$\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8} \quad (4)$$

$$k\pi + \frac{\pi}{8} \quad (3)$$

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \quad (2)$$

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (1)$$

۱۷- معادله $3 + 2\cos^2 \theta - 2\cos \theta = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

$$\frac{47}{32} \quad (4)$$

$$\frac{73}{8} \quad (3)$$

$$\frac{55}{32} \quad (2)$$

$$\frac{7}{16} \quad (1)$$

۱۸- مجموع جواب‌های معادله $\sin(x + \frac{\pi}{4}) + \sin(x + \frac{3\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ در بازه $[-\frac{\pi}{4}, \pi]$ کدام است؟

$$\frac{2\pi}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\pi}{6} \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (2)$$

$$\text{صفر} \quad (1)$$

۱۹- اگر $\tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ و $\tan \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ باشد، $\tan(2\alpha - \beta)$ برابر کدام است؟

$$\frac{5\sqrt{2}}{26} \quad (4)$$

$$\frac{19\sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

$$\frac{23\sqrt{2}}{10} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{17} \quad (1)$$

۲۰- مجموع جواب‌های معادله $\tan(x - \frac{\pi}{4}) = 1 + \tan 2x$ در بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟

$$\frac{3\pi}{2} \quad (4)$$

$$\frac{3\pi}{4} \quad (3)$$

$$2\pi \quad (2)$$

$$\pi \quad (1)$$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی ۱: شمارش، بدون شمردن + آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۷۰

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۲۱- اگر $\binom{13}{x^2+1} = \binom{13}{6x-4}$ باشد، آن‌گاه مجموع مقادیر ممکن برای x کدام است؟

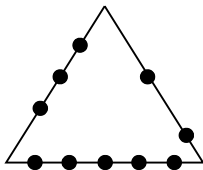
۱ (۴)

۳ (۳)

۸ (۲)

۲ (۱)

۲۲- با ۱۰ نقطه بر روی شکل روبه‌رو چند مثلث می‌توان رسم کرد؟



۱۱۰ (۱)

۱۰۹ (۲)

۱۲۰ (۳)

۱۱۹ (۴)

۲۳- از بین n کتاب ریاضی و $n-1$ کتاب شیمی، به ۲۵ حالت می‌توانیم ۲ کتاب هم‌مبحث را انتخاب کنیم. به چند طریق می‌توانیم ۴

کتاب از مجموع کتاب‌ها انتخاب کنیم؟

۱۵ (۴)

۲۵ (۳)

۱۲۶ (۲)

۳۳۰ (۱)

۲۴- می‌خواهیم با کنار هم قرار دادن حروف کلمه DYNAMICS به طور تصادفی کلمات هشت حرفی بسازیم. احتمال آن‌که کلمه

ساخته شده با حرف A شروع نشود و حروف کلمه MIC سه حرف آخر آن باشد، کدام است؟

 $\frac{3}{35}$ (۴) $\frac{3}{70}$ (۳) $\frac{1}{70}$ (۲) $\frac{7}{60}$ (۱)

۲۵- اگر یک زیرمجموعه پنج عضوی از مجموعه $\{A, B, C, D, E, F, G\}$ انتخاب کنیم، احتمال این‌که عضو A در آن باشد و

عضوهای E و F هم‌زمان در آن نباشند، کدام است؟

 $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{5}{7}$ (۳) $\frac{1}{21}$ (۲) $\frac{3}{7}$ (۱)

۲۶- در ظرفی ۳ مهره آبی و تعدادی مهره سبز داریم. به تصادف ۲ مهره از این ظرف خارج می‌کنیم. اگر احتمال هم‌رنگ بودن دو مهره

$\frac{1}{7}$ باشد، تعداد مهره‌های سبز کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۵

۲۷- دو تاس را پرتاب می‌کنیم. پیشامد آن که تفاضل اعداد رو شده بیشتر از ۲ باشد را A و پیشامد آن که اعداد رو شده در هر دو

تاس فرد باشد را B می‌نامیم. پیشامد $A' - B$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۲۳ (۲) ۱۵ (۳) ۲۶ (۴) ۱۷

۲۸- کدام یک از گزینه‌های زیر درست نیست؟

(۱) مجموعه تمام افراد یا اشیایی که درباره یک یا چند ویژگی آن‌ها تحقیق صورت گیرد جامعه است.

(۲) حجم جامعه آماری، برابر تعداد اعضای آن جامعه است.

(۳) نمونه، زیرمجموعه‌ای از جامعه است.

(۴) به هیچ عنوان امکان بررسی تمام اعضای جامعه وجود ندارد.

۲۹- متغیرهای «جرم یک درخت»، «تعداد گل‌های یک بازیکن»، «جنسیت افراد» و «فصل‌های یک سال» به ترتیب از راست به چپ

چه نوع کمیت‌هایی هستند؟

(۱) کمی پیوسته - کمی گسسته - کیفی اسمی - کیفی ترتیبی

(۲) کمی گسسته - کیفی ترتیبی - کیفی اسمی - کمی پیوسته

(۳) کمی پیوسته - کمی گسسته - کیفی ترتیبی - کمی گسسته

(۴) کمی پیوسته - کیفی ترتیبی - کیفی اسمی - کیفی ترتیبی

۳۰- نوع متغیر کدام یک از موارد زیر با بقیه متفاوت است؟

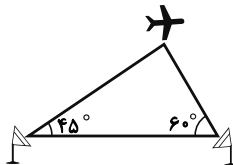
(۱) سرعت دوندگان یک مسابقه (۲) تعداد ماشین‌های یک پارکینگ

(۳) تعداد ملیت‌های افراد یک قاره (۴) تعداد دروس یک پایه تحصیلی

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۵۹ تا ۷۴

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- مطابق شکل، دو ایستگاه رادار، هواپیمایی را با زاویه‌های ۶۰° و ۴۵° درجه رصد کرده‌اند. اگر مجموع فاصله‌های هواپیما از دوایستگاه برابر $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ کیلومتر باشد، آنگاه فاصله این دو ایستگاه از یکدیگر چند کیلومتر است؟ $\left(\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \right)$ 

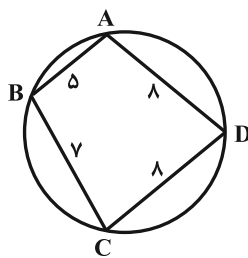
(۱) $2\sqrt{2}$

(۲) $2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

(۳) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$

(۴) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$

۳۲- در شکل مقابل، اندازه شعاع دایره محیطی چهارضلعی ABCD کدام است؟



(۱) $\frac{4\sqrt{77}}{7}$

(۲) $\frac{7\sqrt{22}}{2}$

(۳) $\frac{2\sqrt{77}}{7}$

(۴) $\frac{7\sqrt{22}}{4}$

۳۳- در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به طول ضلع ۱۵ واحد، نقطه D روی ضلع BC به فاصله ۱۳ واحد از رأس A قرار دارد. فاصله

نقطه D از ضلع AB، چند برابر فاصله آن از ضلع AC است؟ $(BD < CD)$

(۲) $0/6$

(۱) $0/375$

(۴) $0/875$

(۳) $0/75$

۳۴- در یک مثلث قائم‌الزاویه، نیمساز وارد بر وتر، آن را به دو پاره‌خط به طول‌های ۲ و ۶ تقسیم می‌کند. مساحت این مثلث کدام است؟

(۲) $10/8$

(۱) $9/6$

(۴) $13/2$

(۳) 12

۳۵- در مثلث ABC به اضلاع $AB = ۶$ ، $AC = ۷$ و $BC = ۹$ ، نیمساز زاویه داخلی A ، میانه CM را در نقطه I قطع می‌کند.

طول پاره خط MI کدام است؟

(۲) $\frac{\sqrt{۱۴}}{۵}$

(۱) $\frac{\sqrt{۱۴}}{۶}$

(۴) $\frac{۳\sqrt{۱۴}}{۵}$

(۳) $\frac{\sqrt{۱۴}}{۲}$

۳۶- در مثلث ABC ، اگر $AB = ۶$ ، $AC = ۹$ و $\hat{A} = ۱۲۰^\circ$ باشد، طول نیمساز داخلی AD کدام است؟

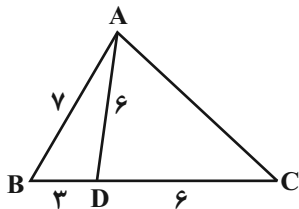
(۴) ۴

(۳) $\frac{۳}{۶}$

(۲) $\frac{۳}{۲}$

(۱) ۳

۳۷- در شکل مقابل، طول ضلع AC کدام است؟



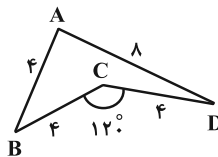
(۱) $\frac{۷}{۵}$

(۲) ۸

(۳) $\frac{۸}{۵}$

(۴) ۹

۳۸- در شکل مقابل با توجه به اندازه‌های داده شده، مساحت چهارضلعی $ABCD$ چند برابر $\sqrt{۳}$ است؟



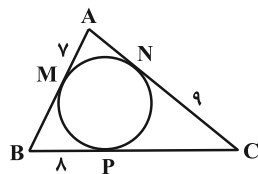
(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

۳۹- در شکل مقابل، اندازه شعاع دایره محاطی داخلی کدام است؟



(۱) $\sqrt{۱۵}$

(۲) $۳\sqrt{۲}$

(۳) $\sqrt{۲۱}$

(۴) $۲\sqrt{۶}$

۴۰- در مثلث ABC ، ضلع $BC = ۶$ و میانه $AM = ۶$ است. اگر نیمسازهای دو زاویه AMB و AMC ، دو ضلع AB و AC را

به ترتیب در نقاط P و Q قطع کنند، آن‌گاه مقدار $MP^2 + MQ^2$ کدام است؟

(۲) ۹

(۱) ۴

(۴) ۱۸

(۳) ۱۶



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۹ تا ۳۱

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۴۱- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2a+1 & a-2 \\ b+1 & a-b \end{bmatrix}$ یک ماتریس قطری و ماتریس $B = \begin{bmatrix} a & b+1 \\ a-2 & c \end{bmatrix}$ یک ماتریس اسکالر است. مجموع درایه‌های

ماتریس AB کدام است؟

(۱) -10 (۲) 10

(۳) -16 (۴) 16

۴۲- اگر $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & b \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ و ماتریس $B \times A$ ماتریسی قطری باشد، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس $B \times A$ کدام است؟

(۱) 6 (۲) صفر

(۳) -6 (۴) -12

۴۳- اگر $A^2 = 3A - 4I$ و $A^{-1} = mA + nI$ باشد، حاصل $m + n$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) -1

(۳) $\frac{1}{2}$ (۴) 1

۴۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه مجموع مجهولات دستگاه $AX = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ چند برابر مجموع مجهولات دستگاه $AX' = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ است؟

(۱) -3 (۲) -2

(۳) 3 (۴) 2

۴۵- کدام یک از دستگاه معادلات زیر بی‌شمار جواب دارد؟

(۱) $\begin{cases} 2x - y = 3 + 2y \\ -3x + 6y = x + 1 \end{cases}$ (۲) $\begin{cases} x - 2y = 2 + y \\ -2x + 9y = x - 6 \end{cases}$

(۳) $\begin{cases} 2x - 4y = y - 1 \\ x + y = 8 - x \end{cases}$ (۴) $\begin{cases} x + 2y = 5 - y \\ -x - 6y = x + 1 \end{cases}$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۴۶- اگر A و B دو ماتریس مربعی مرتبه ۲ و $|A+B|=6$ و $|B|=2$ باشد، دترمینان ماتریس $AB^{-1}+I$ کدام است؟

(۲) ۱۲

(۱) ۶

(۴) ۳

(۳) $\frac{1}{3}$

۴۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ ، B ماتریسی اسکالر از مرتبه ۳ و $|B|=|A|^2$ باشد، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس B کدام است؟

(۲) -۱۲

(۱) ۱۲

(۴) -۲۴

(۳) ۲۴

۴۸- ماتریس وارون پذیر $A = \begin{bmatrix} |A|^2 & 4|A| \\ 2 & |A| \end{bmatrix}$ مفروض است. مقدار مثبت $\frac{|A|^2-1}{|A|+2}$ چقدر است؟ 

(۲) $\frac{1}{8}$ (۱) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{2}{4}$

(۳) ۲

۴۹- معادله $\begin{vmatrix} 0 & x-a & x-b \\ a-x & 0 & x-c \\ b-x & c-x & 0 \end{vmatrix} = 0$ دارای چند جواب حقیقی است؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) بی‌شمار

(۳) ۳

۵۰- معادله $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & x^2 & x^3 \\ 1 & x^3 & x \end{vmatrix} = 0$ چند ریشه متمایز دارد؟

(۲) ۲

(۱) ۳

(۴) بی‌شمار

(۳) ۱

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: تجسم فضایی: صفحه‌های ۷۷ تا ۹۶

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش آموزان اختیاری است.

۵۱- از یک نقطه خارج یک صفحه به ترتیب از راست به چپ، چند خط و چند صفحه عمود بر صفحه مفروض می‌توان رسم کرد؟

(۱) یک - یک (۲) یک - بی‌شمار

(۳) بی‌شمار - بی‌شمار (۴) بی‌شمار - یک

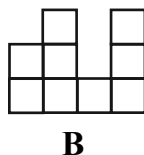
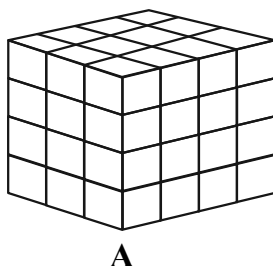
۵۲- دو صفحه متقاطع P و Q برهم عمودند و فصل مشترک آنها خط d است. گزینه نادرست کدام است؟(۱) هر خط موازی با P ، بر صفحه Q عمود است.(۲) هر خط عمود بر P ، با صفحه Q موازی یا بر آن واقع است.(۳) هر صفحه عمود بر خط d ، بر دو صفحه P و Q عمود است.(۴) صفحه گذرنده از خط d و عمود بر Q ، بر صفحه P منطبق است.۵۳- دو خط متنافر d و d' با صفحه P متقاطع هستند. چند خط یافت می‌شود که این دو خط را قطع کند و با صفحه P موازی باشد؟

(۱) هیچ (۲) یک

(۳) دو (۴) بی‌شمار

۵۴- هر قطر یک مکعب با چند یال آن مکعب متنافر است؟

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۵۵- تفاضل حداقل و حداکثر تعداد مکعب‌هایی که باید برداشته شود تا نمای بالای شکل A به صورت شکل B باشد، کدام است؟

(۱) ۲۷

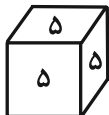
(۲) ۲۱

(۳) ۱۸

(۴) ۱۲

۵۶- روی تمام وجوه یک مکعب، عدد ۵ نوشته شده است. چه تعداد از این مکعب‌ها را به صورت ستونی روی هم قرار دهیم تا مجموع

تمام اعدادی که قابل رؤیت هستند، برابر ۲۴۵ شود؟



۱۰ (۲)

۹ (۱)

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۵۷- مثلث متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع $4\sqrt{3}$ را حول قاعده آن دوران داده‌ایم. در این صورت دو مخروط با قاعده یکسان حاصل

می‌شود که شعاع قاعده هر کدام از آن‌ها برابر است با

۳ (۴)

 $2\sqrt{3}$ (۳)

۶ (۲)

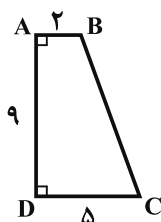
 $4\sqrt{3}$ (۱)

۵۸- اگر صفحه P ، کره‌ای به شعاع R را در فاصله $\frac{R}{4}$ از مرکز کره قطع کند و مساحت سطح مقطع حاصل 24π باشد، شعاع کره کدام است؟

 $2\sqrt{6}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۱) $4\sqrt{6}$ (۴) $4\sqrt{2}$ (۳)

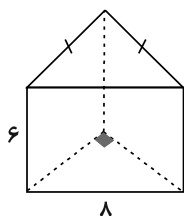
۵۹- دوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ را حول ضلع AD دوران داده و سپس شکل حاصل را با صفحه‌ای به موازات قاعده‌ها و به فاصله ۳

واحد از قاعده کوچک برش می‌دهیم. مساحت سطح مقطع حاصل کدام است؟

 9π (۱) 16π (۲) 12π (۳) 20π (۴)

۶۰- در شکل زیر، مستطیلی به ابعاد ۶ و ۸، یکی از وجه‌های منشوری است که قاعده‌های آن مثلث‌های قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین

هستند. مساحت سطح مقطع صفحه شامل رأس قائمه قاعده بالایی و وتر قاعده پایینی، با این منشور کدام است؟

 $10\sqrt{3}$ (۱) $12\sqrt{2}$ (۲) $4\sqrt{14}$ (۳) $8\sqrt{13}$ (۴)



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: آمار استنباطی: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۲۱

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

- ۶۱- برای بررسی تأثیر نوشابه‌های گازدار روی معده و میزان قاحق سوخت در مرزهای شرقی کشور در سال گذشته، بهتر است به ترتیب از کدام روش‌های گردآوری داده‌ها استفاده کنیم؟
 (۱) مشاهده - دادگان (۲) پرسش‌نامه - دادگان (۳) مصاحبه - مشاهده (۴) دادگان - پرسش‌نامه
- ۶۲- یکی از فروشگاه‌های زنجیره‌ای برای تبلیغ و جذب بیش‌تر مشتری بین هر ۱۰۰۰ نفری که خرید می‌کنند، قرعه‌کشی و به تعدادی از آنها به‌طور تصادفی تخفیف ویژه می‌دهد. نحوه انتخاب این اشخاص از میان مشتریان بر اساس کدام نوع نمونه‌گیری است؟
 (۱) تصادفی ساده (۲) خوشه‌ای (۳) طبقه‌ای (۴) سامانمند
- ۶۳- کدام یک از تعاریف زیر نادرست است؟
 (۱) خط فقر برابر است با نصف میانگین درآمد افراد جامعه.
 (۲) آمارها از نمونه‌ای به نمونه دیگر تغییر می‌کنند.
 (۳) پارامتر مشخصه‌ای عددی است که در صورت داشتن داده‌های کل جامعه قابل محاسبه است.
 (۴) در بررسی یک جامعه، نمونه‌گیری اریب، ارزش بالایی دارد.
- ۶۴- در یک نمونه‌گیری سامانمند بین ۳۵۰ نفر که به ترتیب از شماره ۱ تا ۳۵۰ شماره‌گذاری شده‌اند، می‌خواهیم یک نمونه ۵۰ تایی انتخاب کنیم. اگر یکی از اعضای انتخابی شماره ۴۱ باشد، آنگاه کدام شماره انتخاب نشده است؟
 (۱) ۷۶ (۲) ۱۰۴ (۳) ۲۱۶ (۴) ۳۰۴
- ۶۵- کدام نمونه‌گیری اریب نیست؟
 (۱) نمونه‌گیری از مدرسان کنکور برای بررسی وضعیت معیشتی معلمان تمام مقاطع.
 (۲) نمونه‌گیری از افراد در نظرسنجی یک وبگاه پرطرفدار برای رسیدن به حداکثر رأی مردم در مورد انتخاب رئیس جمهور.
 (۳) نمونه‌گیری از افراد حاضر در کتابخانه یک مدرسه برای بررسی میزان مطالعه دانش‌آموزان آن مدرسه.
 (۴) نمونه‌گیری از اولین نفر از هر ۱۰ دانش‌آموزی که از یک مدرسه خارج می‌شوند برای بررسی وسیله نقلیه مورد استفاده دانش‌آموزان این مدرسه.
- ۶۶- از اعداد صحیح ۰ تا N ، شش عدد ۳، ۴، ۶، ۸، ۹ و ۱۲ به تصادف انتخاب شده‌اند. برآورد نقطه‌ای از N به کمک پارامتر میانگین کدام است؟
 (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵
- ۶۷- در انتخاب یک نمونه دوتایی از مجموعه $S = \{1, 2, \dots, 99\}$ ، با کدام احتمال میانگین نمونه و جامعه یکسان است؟
 (۱) $\frac{1}{49}$ (۲) $\frac{2}{99}$ (۳) $\frac{1}{99}$ (۴) $\frac{1}{100}$
- ۶۸- اگر انحراف معیار برآورد میانگین نمونه‌ای ۳۶ تایی از یک جامعه برابر $\frac{1}{5}$ باشد، انحراف معیار برآورد میانگین نمونه‌ای ۳۲۴ تایی از این جامعه کدام است؟
 (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{9}$
- ۶۹- انحراف معیار برآورد میانگین براساس نمونه‌ای از یک جامعه، کمتر از $\frac{1}{2}$ انحراف معیار آن جامعه است، حداقل اندازه نمونه کدام است؟
 (۱) ۲۵ (۲) ۲۶ (۳) ۳۵ (۴) ۳۶
- ۷۰- در یک نمونه با اندازه ۱۹۶، حد بالا و پایین فاصله اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین جامعه برابر ۴۸ و ۴۱ است. انحراف معیار جامعه چقدر است؟
 (۱) $\frac{24}{5}$ (۲) ۲۶ (۳) ۲۷ (۴) $\frac{28}{5}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱ تا ۳۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۷۱- برای درستی گزاره « $n^2 + 7n + 11$ به ازای هر عدد طبیعی n ، عددی اول است.»، می‌توان از روش استفاده کرد.

(۱) اثبات - در نظر گرفتن همه حالت‌ها

(۲) اثبات - برهان خلف

(۳) رد - مثال نقض

(۴) رد - برهان خلف

۷۲- اگر باقی‌مانده تقسیم عدد a بر دو عدد ۷ و ۹ به ترتیب ۴ و ۵ باشد، باقی‌مانده تقسیم عدد a بر ۶۳ چقدر است؟

(۱) ۳۱ (۲) ۳۲ (۳) ۶۱ (۴) ۶۲

۷۳- باقی‌مانده تقسیم عدد $A = 3^{51} \times 2^{101}$ بر عدد ۱۳ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۷

۷۴- اگر $27a \equiv 2460 \pmod{11}$ باشد، باقی‌مانده تقسیم عدد $9a^2a^2$ بر ۹ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۷

۷۵- کدام یک از معادلات همنهشتی زیر در مجموعه اعداد صحیح جواب دارد؟

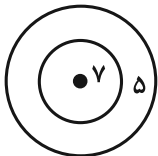
(۱) $30x \equiv 15 \pmod{42}$ (۲) $12x \equiv 9 \pmod{18}$ (۳) $8x \equiv 18 \pmod{20}$ (۴) $27x \equiv 21 \pmod{12}$ ۷۶- کوچک‌ترین عدد سه رقمی که در معادله $43x \equiv 26 \pmod{17}$ صدق می‌کند، کدام است؟

(۱) ۱۰۱ (۲) ۱۰۳ (۳) ۱۰۵ (۴) ۱۰۷

۷۷- تیراندازی به سمت یک هدف، شامل دو دایره هم‌مرکز، تیراندازی می‌کند. اگر او تیر را به دایره با شعاع کوچک‌تر بزند ۷ امتیاز و

اگر به دایره بزرگ‌تر و خارج دایره کوچک‌تر بزند، ۵ امتیاز می‌گیرد. اگر او کمتر از ۱۰ تیر انداخته و همه تیرها به داخل دایره

بزرگ‌تر اصابت کرده باشد و در پایان ۶۱ امتیاز گرفته باشد، چند حالت برای او در این تیراندازی می‌تواند ثبت شود؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۷۸- مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی x که در معادله $57x - 87y = 342$ صدق کند، کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۷۹- به چند طریق می‌توان ۱۰۰ کیلوگرم برنج را به کیسه‌های ۳ و ۵ کیلوگرمی تقسیم کرد به گونه‌ای که تمام کیسه‌های استفاده شده

به‌طور کامل پر شوند؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۸۰- به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی n ، معادله سیاله $(4n+1)x + (3n-2)y = c$ به ازای هر عدد طبیعی دلخواه c ، در مجموعه

اعداد صحیح دارای جواب است؟

(۱) ۸۶ (۲) ۸۴ (۳) ۸۲ (۴) ۸۰

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.



آزمون تابستان «۲۸ شهریور ۱۴۰۴» دفترچه دوم اختصاصی دوازدهم ریاضی (فیزیک و شیمی)

دفترچه سؤال

مدت زمان کل پاسخ گویی سوالات: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سوالات: ۶۰ سؤال

(۲۰ سوال اجباری + ۴۰ سوال اختیاری)

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخگویی
اجباری	۲	۸۱-۹۰	۱۵'
اختیاری	۳	۹۱-۱۰۰	۱۵'
اختیاری	۱	۱۰۱-۱۱۰	۱۵'
اجباری	۲	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
اختیاری	۳	۱۲۱-۱۳۰	۱۰'
اختیاری	۱	۱۳۱-۱۴۰	۱۰'
جمع کل	۶۰	۸۱-۱۴۰	۷۵'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
فیزیک	بابک اسلامی-زهره آقامحمدی-محمدعلی راست پیمان-بهنام رستمی-امیر ستارزاده-مهدی سلطانی-محمد رضا شیروانی زاده محمد عظیم پور-پوریا علاقه مند-مسعود قره خانی-محسن قندچلر-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-غلامرضا مجبی-امیر محمودی انزلی حسین مخدومی-سیدعلی میرنوری-حسام نادری-مصطفی وانقی
شیمی	مریم اکبری-محمد رضا پورچاوید-کامران جعفری-ایمان حسین نژاد-موسی خیاط علی محمدی-حمید ذبیحی-یاسر راش-حسن رحمتی کوکنده فرزاد رضایی-روزبه رضوانی-رضا سلیمانی-آروین شجاعی-مینا شرافتی پور-امیرحسین طیبی-رسول عابدینی زواره-محمد عظیمیان زواره محمدپارسا فراهانی-محمد کوهستانیان-حسن لشکری-محمدحسن محمدزاده مقدم-سیدمحمد معروفی-مرتضی نصیرزاده-محمد وزیری

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	آرش ظریف
گروه ویراستاری	سینا صالحی حسین بصیرتر کمپور زهره آقامحمدی	یاسر راش مجتبی محجوب امیرعلی بیات فرزاد حلاج مقدم
مسئول درس	حسام نادری	آرش ظریف
مستند سازی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	پرهام مهرآرا سجاد بهارلویی	محسن دستجردی بیتا مرادی آتیلا ذاکری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۴۳



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

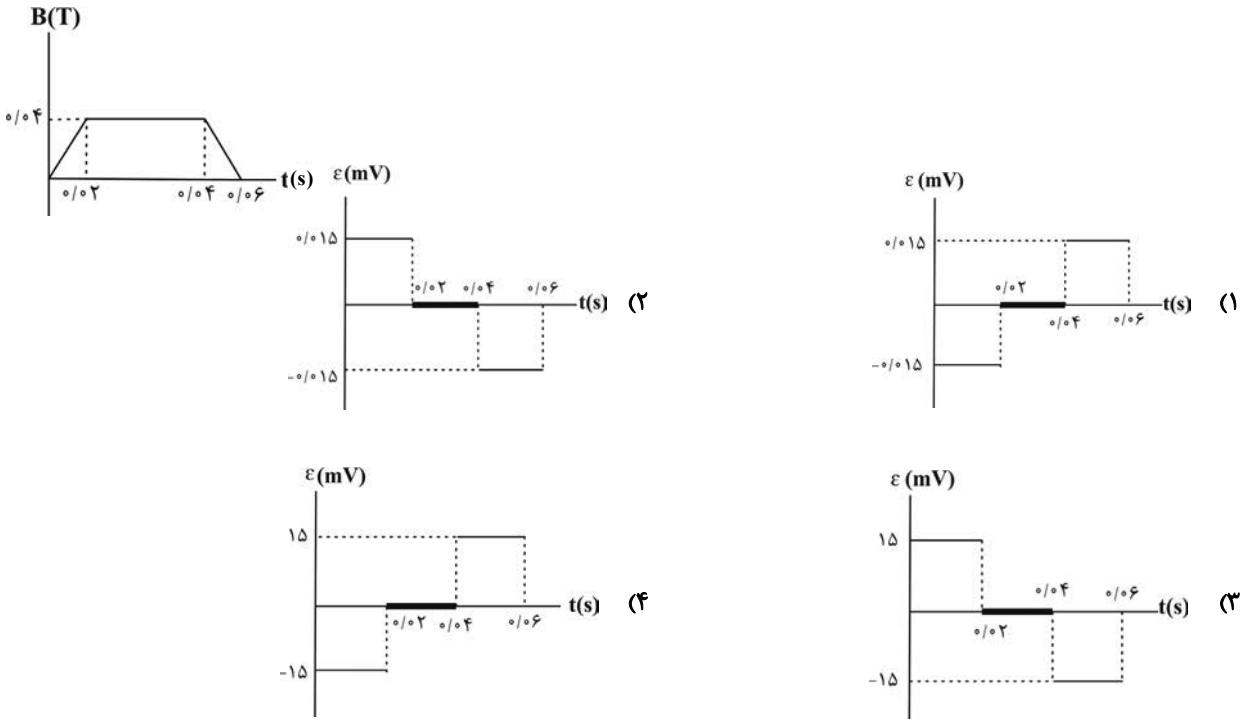
فیزیک ۲: القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۸۱- اگر سطح حلقه‌ای به مساحت 10 cm^2 با خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی 2 T زاویه 30° بسازد، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه چند ویر می‌باشد؟

- (۱) 0.1 (۲) 0.001 (۳) 0.1 (۴) $\frac{\sqrt{3}}{1000}$

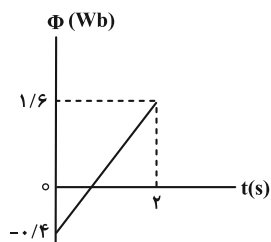
۸۲- نمودار اندازه میدان مغناطیسی گذرنده از حلقه‌ای به شعاع 5 cm که سطح آن به طور ثابت، عمود بر خط‌های میدان مغناطیسی قرار دارد، بر حسب زمان به صورت شکل زیر است. نمودار نیروی محرکه القا شده در این حلقه بر حسب زمان کدام است؟ ($\pi = 3$)



۸۳- معادله شار مغناطیسی گذرنده از سیم‌لوله‌ای به مقاومت الکتریکی ۲ اهم که شامل ۸۰ دور سیم است و در یک مدار بسته قرار دارد، بر حسب زمان در SI به صورت $\Phi = 5 \times 10^{-4} \cos(100\pi t)$ می‌باشد. در بازه زمانی $\frac{1}{100}\text{ s}$ تا $\frac{1}{50}\text{ s}$ ، اندازه جریان متوسط القا شده در سیم‌لوله چند آمپر است؟

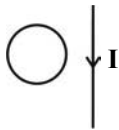
- (۱) 0.8 (۲) 2 (۳) 4 (۴) 2.5

۸۴- نمودار شار مغناطیسی عبوری از حلقه‌ای رسانا به مقاومت الکتریکی 10Ω بر حسب زمان مطابق شکل زیر است. بر اثر این تغییر شار، چه تعداد الکترون در بازه زمانی صفر تا 2 s در مدار جاری می‌شوند؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19}\text{ C}$)



- (۱) $12/5 \times 10^{17}$
(۲) $6/25 \times 10^{19}$
(۳) $6/25 \times 10^{17}$
(۴) $12/5 \times 10^{19}$

۸۵- در شکل زیر، سیم راست حامل جریان و حلقه رسانا در صفحه کاغذ قرار دارند. اگر جریان گذرنده از سیم (I) کاهش یابد، جریان القایی در حلقه ثابت ... و اگر جریان تغییری نکند و حلقه به سمت چپ حرکت کند، جریان القایی در حلقه ... می شود.



- (۲) پادساعتگرد - پادساعتگرد
(۴) پادساعتگرد - ساعتگرد

- (۱) ساعتگرد - ساعتگرد
(۳) ساعتگرد - پادساعتگرد

۸۶- یکای شار مغناطیسی و ضریب القاوری در SI به ترتیب از راست به چپ ... و ... بوده و شار مغناطیسی ... ضریب القاوری کمیتی ... است.

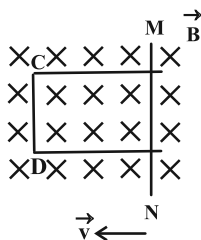
- (۲) $\Omega \cdot s$ ، Wb، همانند، نردهای

- (۱) $\Omega \cdot s$ ، برخلاف، برداری

- (۴) m ، V، همانند، نردهای

- (۳) m ، V، برخلاف، برداری

۸۷- در شکل زیر، سطح قاب فلزی بر خطهای میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ عمود است. اگر میله رسانای MN را با تندی ثابت v به طرف چپ حرکت دهیم، جریان القایی ایجاد شده در قاب از ... و مقدار آن ... است. (مقاومت الکتریکی قاب را ثابت فرض کنید).



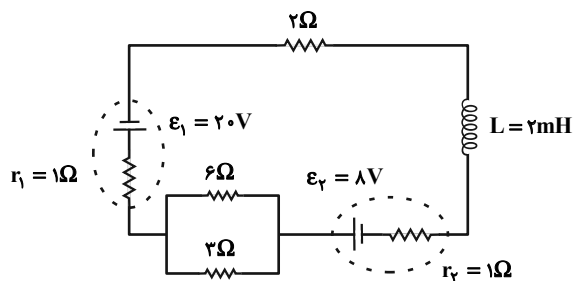
- (۱) C به D - ثابت

- (۲) D به C - ثابت

- (۳) C به D - متغیر

- (۴) D به C - متغیر

۸۸- در مدار شکل زیر، انرژی مغناطیسی ذخیره شده در القاگر چند میلی ژول است؟ (از مقاومت الکتریکی سیمولوله صرف نظر شود).



- (۱) ۲

- (۲) ۴

- (۳) ۸

- (۴) ۱۶

۸۹- معادله جریان - زمان برای جریان متناوبی در SI، به صورت $I = 0.2 \sin \frac{50\pi}{3} t$ است. در چه لحظه ای بر حسب ثانیه، برای سومین بار اندازه نیروی محرکه القایی به بیشترین مقدار خود می رسد؟

- (۴) ۰/۰۹

- (۳) ۰/۱۲

- (۲) ۰/۱۵

- (۱) ۰/۲۱

۹۰- در مورد مبدل ها کدام گزینه نادرست می باشد؟

- (۱) برای انتقال توان الکتریکی در فاصله های دور تا جایی که امکان دارد باید از ولتاژهای بالا و جریان های کم استفاده کرد.

- (۲) در خط های انتقال توان الکتریکی به طور معمول از ولتاژ در حدود ۴۰۰V استفاده می کنند.

- (۳) پیچ های مبدل را دور هسته آهنی (فرومغناطیس نرم) می پیچند.

- (۴) ولتاژ تولید شده در نیروگاه تا استفاده در منازل چندین بار تغییر می کند.

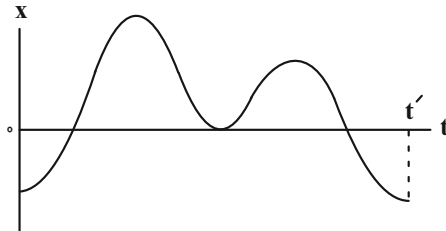
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست + دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۱ تا ۴۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۹۱- نمودار مکان - زمان متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = t'$ ،

به ترتیب از راست به چپ، جهت حرکت و جهت نیروی وارد شده بر متحرک چند بار تغییر کرده است؟



(۱) ۴ و ۴

(۲) ۳ و ۳

(۳) ۴ و ۳

(۴) ۳ و ۴

۹۲- دو متحرک A و B هم‌زمان از یک نقطه و از حال سکون به ترتیب با شتاب‌های ثابت a و $\frac{1}{4}a$ بر روی مسیری مستقیم به سوی

مقصودی یکسان شروع به حرکت می‌کنند. اگر متحرک A، ۱۵ ثانیه زودتر به مقصد برسد، نسبت سرعت متوسط متحرک A

به سرعت متوسط متحرک B در کل حرکت کدام است؟

(۴) $\frac{1}{4}$

(۳) ۴

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) ۲

۹۳- در شرایط خلأ، سنگی از بالای صخره‌ای رها می‌شود و $\frac{3}{5}$ ثانیه پس از سقوط به زمین می‌رسد. ارتفاع صخره چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

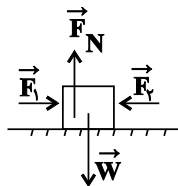
(۴) ۸۰

(۳) ۴۵

(۲) $\frac{61}{25}$ (۱) $\frac{122}{5}$

۹۴- در شکل زیر، نیروهای وارد بر یک جسم نشان داده شده است. اگر جسم در حال تعادل باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر

صحیح است؟

(۱) عکس‌العمل نیروی $\vec{F}_N$ ، نیروی $\vec{W}$ است.(۲) عکس‌العمل نیروی $\vec{F}_1$ ، نیروی $\vec{F}_2$ است.(۳) عکس‌العمل نیروی $\vec{W}$ ، به سطح زمین اعمال می‌شود.(۴) عکس‌العمل نیروی $\vec{W}$ ، به مرکز زمین اعمال می‌شود.

۹۵- به یک جسم ۵ کیلوگرمی، هم‌زمان چهار نیروی ۲۰، ۱۰، ۵ و ۱۵ نیوتونی وارد می‌شود و جسم در حال تعادل است. اگر فقط نیروی

۲۰ نیوتونی حذف شود و دیگر نیروها با همان اندازه و جهت اثرگذار باشند، اندازه تغییر سرعت جسم بعد از ۴s چند متر بر

ثانیه خواهد شد؟

(۴) ۱۶

(۳) ۱۲

(۲) ۸

(۱) ۵

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۹۶- صندوقی به جرم 80 kg با نیرویی ثابت و افقی به اندازه 480 N از حال سکون روی سطحی افقی کشیده می‌شود. اگر پس از

گذشت 30 ثانیه نیروی افقی حذف شود، صندوق چند ثانیه پس از قطع نیرو می‌ایستد؟ ($\mu_k = 0.4$ و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۴) $22/5$ (۳) 15 (۲) $7/5$ (۱) $3/5$

۹۷- فنی به جرم ناچیز و طول عادی 10 cm را از سقف یک آسانسور ساکن آویزان می‌کنیم و به سر دیگر آن وزنه‌ای به جرم m وصل

می‌کنیم تا بعد از تعادل، طول فنر به 13 cm برسد. اگر آسانسور با شتاب ثابت و رو به بالای $1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ شروع به حرکت کند، بعد از

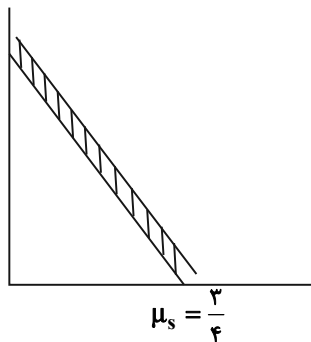
ایجاد تعادل، طول فنر چند سانتی‌متر می‌شود؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۴) $16/3$ (۳) $15/3$ (۲) $6/7$ (۱) $13/3$

۹۸- مطابق شکل زیر، نردبانی به جرم 15 kg به دیوار قائم و بدون اصطکاکی تکیه دارد. اگر پایه آن روی سطح افقی در آستانه سر

خوردن باشد، اندازه نیرویی که از طرف دیوار قائم به نردبان وارد می‌شود، چند برابر نیرویی است که از طرف سطح افقی به

نردبان وارد می‌شود؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{5}{3}$

۹۹- جسمی روی باسکول در کف آسانسور ساکنی قرار دارد و باسکول وزن جسم را W نشان می‌دهد. در کدام موارد زیر الزاماً

باسکول وزن جسم را کم‌تر از W نشان می‌دهد؟

الف) آسانسور به سمت پایین شروع به حرکت کند.

ب) در حالی که آسانسور به طرف بالا در حال حرکت است، متوقف شود.

پ) بردار شتاب حرکت آسانسور به سمت بالا باشد.

ت) آسانسور به صورت کندشونده حرکت کند.

(۴) پ و ت

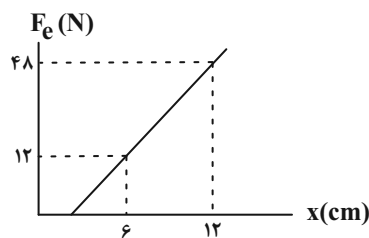
(۳) ب و پ

(۲) الف و ب

(۱) الف و ت

۱۰۰- نمودار اندازه نیروی کشسانی فنری با جرم ناچیز بر حسب طول آن مطابق شکل زیر است. به ترتیب از راست به چپ، طول عادی

فنر بر حسب سانتی‌متر و ثابت فنر بر حسب نیوتون بر متر کدام است؟

(۱) 4 و 600 (۲) 4 و 800 (۳) 6 و 600 (۴) 6 و 800

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۹

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

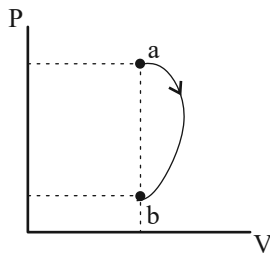
۱۰۱- با توجه به قانون اول ترمودینامیک، کدام حالت برای یک فرایند ترمودینامیکی معتبر است؟

(۱) دستگاه ۱۵۰J گرما بگیرد، محیط ۳۲۰J کار انجام دهد و انرژی درونی دستگاه ۴۷۰J کم شود.

(۲) محیط ۳۰۰J گرما بگیرد، محیط ۲۵۰J کار انجام دهد و انرژی درونی دستگاه ۵۵۰J کم شود.

(۳) دستگاه ۱۵۰J گرما بگیرد، دستگاه ۴۰J کار انجام دهد و انرژی درونی دستگاه ۱۱۰J زیاد شود.

(۴) محیط ۸۰۰J گرما بگیرد، دستگاه ۲۵۰J کار انجام دهد و انرژی درونی دستگاه ۵۵۰J کم شود.

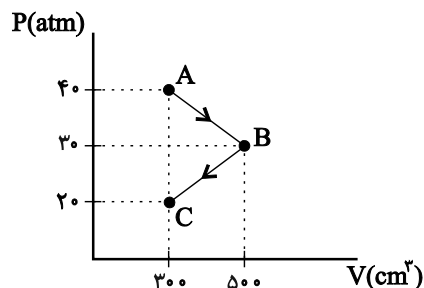
۱۰۲- نمودار $P-V$ برای مقدار معینی گاز آرمانی در شکل زیر نشان داده شده است. کدام گزینه در مورد تغییرات انرژی درونی (ΔU) و کار انجام شده بر روی گاز (W) درست است؟(۱) $W > 0, \Delta U > 0$ (۲) $W < 0, \Delta U > 0$ (۳) $W > 0, \Delta U < 0$ (۴) $W < 0, \Delta U < 0$ ۱۰۳- در شکل زیر، اندازه کار انجام شده توسط گاز آرمانی در مسیر $A \rightarrow B$ چند ژول است؟ ($1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$)

(۱) ۱۰۰

(۲) ۷۰۰

(۳) ۴۰۰

(۴) ۶۰۰

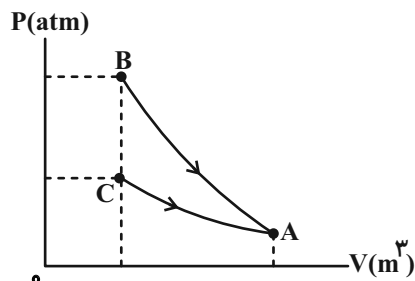
۱۰۴- نمودار $P-V$ دو فرایند هم‌دما و بی‌دررو برای مقدار معینی گاز آرمانی مطابق شکل زیر رسم شده است. اگر انرژی درونی گاز درنقاط B و C را به ترتیب با U_B و U_C نمایش دهیم، در این صورت $U_B - U_C$ برابر با کدام گزینه است؟

(۱) گرمای مبادله شده در فرایند بی‌دررو

(۲) کار انجام شده توسط گاز در فرایند بی‌دررو

(۳) گرمای مبادله شده در فرایند هم‌دما

(۴) کار انجام شده روی گاز در فرایند هم‌دما



۱۰۵- انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل برابر با $80J$ است. طی یک فرایند ترمودینامیکی، حجم و فشار گاز را به ترتیب ۳ برابر و $\frac{4}{3}$ برابر می‌کنیم. اگر طی این تغییرات، اندازه کار انجام گرفته بر روی گاز برابر با $70J$ باشد، اندازه گرمای مبادله شده بین گاز و محیط چند ژول است؟

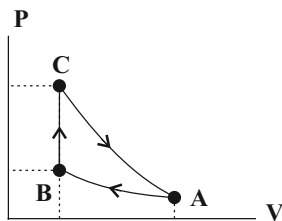
(۴) ۳۲۰

(۳) ۳۱۰

(۲) ۲۴۰

(۱) ۱۷۰

۱۰۶- مطابق شکل زیر، چرخه‌ای از سه فرایند هم‌دما، هم‌حجم و بی‌دررو تشکیل شده است. اگر گاز در فرایند بی‌دررو $240J$ کار انجام دهد، گرمای مبادله شده در فرایند هم‌حجم چند ژول است؟



(۱) ۲۴۰

(۲) -۲۴۰

(۳) ۴۴۰

(۴) -۴۴۰

۱۰۷- کدام یک از عبارتهای زیر، درباره ماشین‌های گرمایی درست است؟

(الف) از نظر تاریخی، نخستین ماشین‌های گرمایی، ماشین‌های درون‌سوز بوده‌اند.

(ب) ماشین نیوکامن، ماشین استرلینگ و ماشین بخار، انواع مختلفی از ماشین‌های گرمایی برون‌سوز هستند.

(پ) چرخه یک ماشین بنزینی شامل شش فرایند است که دو فرایند از آن، با حرکت پیستون همراه‌اند.

(ت) در یک ماشین بنزینی، فرایندهای انجام شده در ضربه‌های تراکم و قدرت را می‌توان بی‌دررو در نظر گرفت.

(۴) ب و پ

(۳) الف و پ

(۲) ب و ت

(۱) الف و ت

۱۰۸- یک ماشین گرمایی در هر چرخه $1500J$ ژول گرما از منبع دما بالا دریافت کرده و $300J$ کار روی محیط انجام می‌دهد. برای این که بازده این ماشین به اندازه ۵ درصد افزایش یابد، باید ماشین را طوری طراحی کنیم که ...

(۱) با ثابت بودن گرمای دریافتی، $300J$ ژول کار بیشتری روی محیط انجام دهد.

(۲) $300J$ ژول گرمای کمتر از منبع دما بالا بگیرد ولی کار انجام شده ثابت بماند.

(۳) با ثابت بودن گرمای دریافتی، $75J$ ژول کار بیشتر روی محیط انجام دهد.

(۴) گزینه‌های ۲ و ۳ هر دو صحیح هستند.

۱۰۹- اگر در چرخه یک ماشین گرمایی، تمام گرمای گرفته شده از منبع دما بالا به کار تبدیل شود، قانون اول ترمودینامیک ... قانون دوم ترمودینامیک، نقض ...

(۴) همانند - نمی‌شود

(۳) همانند - می‌شود

(۲) برخلاف - نمی‌شود

(۱) برخلاف - می‌شود

۱۱۰- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

(۱) ممکن نیست گرما به خودی خود از جسمی با دمای پایین به جسمی با دمای بالا منتقل شود.

(۲) اگر قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی نقض شود، قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی نیز نقض می‌شود.

(۳) در چرخه یک یخچال داریم: $Q_L + W = Q_H$

(۴) در کولر گازی به مانند یخچال، منبع دما پایین، هوا و اجسام درون اتاق و منبع دما بالا، هوای بیرون اتاق است.



وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: پوشاک، نیازی پایان ناپذیر: صفحه‌های ۹۹ تا ۱۲۳

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۱۱- کدام گزینه درست است؟

- (۱) پلی‌لاکتیک اسید در شیر ترش شده یافت می‌شود.
 (۲) از پلی استیرن در ظروف یکبار مصرف و از پلی پروپن در سرنگ پلاستیکی استفاده می‌شود.
 (۳) پلیمرهای سبز از فراورده‌های نفتی حاصل می‌شوند.
 (۴) پلی اتن سبک دارای ساختار خطی و پلی اتیلن سنگین دارای ساختار شاخه‌دار است.

۱۱۲- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

- الف) پلیمرهای حاصل از هیدروکربن‌های سیرنشده میل چندانی به انجام واکنش ندارند.
 ب) هیدروکربن‌های غیرحلقوی که در ساختار خود پیوند دوگانه کربن - کربن در زنجیر کربنی داشته باشد، می‌تواند در شرایط مناسب در واکنش پلیمری شدن شرکت کند.

- پ) در پلیمرهای طبیعی موجود در شاخ گوزن، گروه عاملی آمینی در واحد تکرار شونده آن وجود دارد.
 ت) فورمیک اسید بر اثر گزش مورچه سرخ وارد بدن شده و باعث سوزش و خارش در محل گزیدگی می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۱۳- $\frac{1}{6}$ کیلوگرم از نوعی پلی‌آمید سیرشده در مقدار کافی آب و در محیط مناسب آبکافت می‌شود. اگر در پایان 575 گرم دی‌آمین تککربنه به‌دست آید، فرمول مولکولی کربوکسیلیک اسید حاصل کدام است؟ ($O = 16, N = 14, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

(۱) $C_7H_4O_4$ (۲) $C_6H_8O_2$ (۳) $C_7H_6O_2$ (۴) $C_6H_6O_4$

۱۱۴- چند مورد از موارد زیر درست است؟

- الف) در حال حاضر مقدار تولید جهانی الیاف پلی‌استر بسیار بیشتر از الیاف پنبه است.
 ب) الیاف پنبه از سلولز تشکیل شده که از اتصال تعداد زیادی مولکول‌های گلوکز به یکدیگر به وجود می‌آید.
 پ) در تولید همه پلیمرهای مقابل، پیوند دوگانه شکسته می‌شود: تفلون، پلی‌اتن، پلی‌وینیل کلرید، پلی استیرن
 ت) فرایند بسپارش گاز اتن را می‌توان نوعی چگالش دانست.
 ث) هر ترکیب آلی که در واکنش پلیمری شدن شرکت می‌کند؛ حتماً پیوند دوگانه کربن-کربن در زنجیره کربنی خود دارد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۵- چند مورد از مطالب زیر درست هستند؟

- * پروپان همانند پلی‌اتن یک هیدروکربن کوچک مولکول محسوب می‌شود.
- * مونومر پلیمرهای سازنده ظروف یکبار مصرف و کیسه خون را می‌توان به‌ترتیب از جایگزینی یک گروه متیل با حلقه بنزنی در مونومر سازنده سرنگ و افزودن یک مول گاز هیدروژن کلرید به یک مول گاز اتین تهیه کرد.
- * با اندازه‌گیری جرم پلیمرها می‌توان به فرمول مولکولی دقیق آن‌ها پی برد.
- * در واکنش بسپارش سیانواتن برخلاف واکنش بسپارش لاکتیک اسید، قدرت نیروهای بین مولکولی در ساختار فراورده، بیشتر از ساختار مونومرهای سازنده آن است.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۱۶- از واکنش دو مول متانول با مقدار کافی از اگزالیک اسید ($\text{HOOC}-\text{COOH}$) چند گرم فراورده آلی به دست می آید؟ (بازده

درصدی واکنش برابر با ۸۵٪ است.) (ترکیب آلی حاصل دی استر است.) ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

۱۱۰/۵۵ (۴)

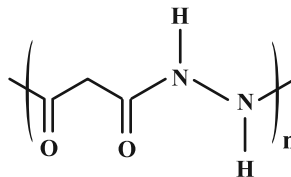
۷۳/۹۵ (۳)

۸۷/۵ (۲)

۱۰۰/۳ (۱)

۱۱۷- برای آبکافت کامل ۲ گرم از یک نمونه پلی آمید با ساختار زیر، به چند مولکول آب نیاز است؟

($\text{O} = 16, \text{N} = 14, \text{C} = 12, \text{H} = 1 : \text{g.mol}^{-1}$)

۲/۴۰۸×۱۰^{۲۲} (۴)۶/۰۲×۱۰^{۲۲} (۳)۳/۰۱×۱۰^{۲۲} (۲)۴/۸۱۶×۱۰^{۲۲} (۱)

۱۱۸- فرمول ساختاری لاکتیک اسید به صورت $\text{H}_3\text{C}-\overset{\text{OH}}{\underset{|}{\text{C}}}\text{H}-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{OH}$ می باشد. با توجه به آن چند مورد از مطالب زیر درست هستند؟

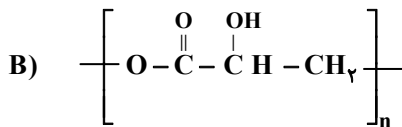
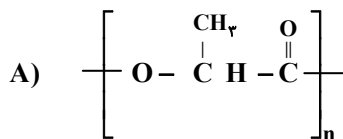
(الف) از شیر ترش شده می توان برای تهیه A استفاده کرد.

(ب) پلی لاکتیک اسید از دسته پلیمرهای سبز است.

(پ) از پلی لاکتیک اسید در تولید ظرفهای پلاستیکی یکبار مصرف استفاده می شود.

(ت) مونومرهای B به علت داشتن گروه عاملی هیدروکسیل و کربوکسیل نیاز به

مونومر دیگری برای تشکیل پلیمر ندارد.



۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۱۱۹- از واکنش ۳۳/۳ گرم از یک کربوکسیلیک اسید راست زنجیر که زنجیر هیدروکربنی آن سیر شده است با مقدار کافی از یک

الکل سیر شده، به تقریب ۳/۴۴ گرم آب تولید می شود. درصد جرمی کربن در این اسید چند برابر درصد جرمی اکسیژن

می باشد؟ (بازده درصدی واکنش را ۴۲/۵٪ در نظر بگیرید.) ($\text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1 : \text{g.mol}^{-1}$)

۰/۶۶۷ (۴)

۰/۸۰۰ (۳)

۱/۱۲۵ (۲)

۱/۲۵۰ (۱)

۱۲۰- در شرایط مناسب از واکنش بین ۱/۲ مول متیل آمین با کربوکسیلیک اسیدی با گروه آلکیل خطی و سیر شده ۸۷/۶ گرم از یک آمید

تولید می شود. تعداد اتمهای کربن در یک مولکول از آمید تولید شده کدام است؟ ($\text{O} = 16, \text{N} = 14, \text{C} = 12, \text{H} = 1 : \text{g.mol}^{-1}$)

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۱ تا ۳۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۲۱- همه گزینه‌های زیر نادرست هستند، به جز:

- (۱) ضد یخ به راحتی در آب حل می‌شود، زیرا دارای مولکول‌های قطبی است و در ساختار خود دارای گروه عاملی کربوکسیل است.
- (۲) بخش چربی دوست صابون‌ها دارای بخش باردار است.
- (۳) وازلین هیدروکربنی سیرشده از گروه آلکان‌ها است که در ساختار خود تنها کربن و هیدروژن دارد و دارای ۷۶ جفت الکترون پیوندی است.
- (۴) در دمای اتاق همه ترکیب‌های یونی به خوبی در آب حل می‌شوند.

۱۲۲- کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

- (الف) کار روی رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی، پیش‌زمینه‌ای ارائه نظریه اسید و باز آرنیوس بود.
- (ب) هرچه رسانایی الکتریکی محلولی بیشتر باشد، آن محلول اسیدی‌تر است.
- (پ) اگر در محلول ۰/۱ مولار استیک اسید، غلظت یون هیدرونیوم $10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ باشد، درجه یونش آن برابر است با ۱/۳۵
- (ت) انحلال نمک پتاسیم اسید چرب در آب باعث افزایش غلظت یون هیدروکسید می‌شود.
- (ث) تعداد یون‌های آزاد شده از انحلال سه مول HF در آب برابر با یون‌های آزاد شده از انحلال سه مول NaOH در آب است.
- (۱) «ب»، «پ» و «ث» (۲) «ب»، «پ» و «ت»
- (۳) «ت» و «ث» (۴) «الف»، «ب» و «ث»

۱۲۳- نمونه‌ای آب دارای ۱۱۵۲ ppm مخلوط کاتیون‌های منیزیم و کلسیم است. اگر به ازای هر ۳ گرم یون کلسیم ۵ گرم یون منیزیم وجود داشته باشد، به تقریب چند گرم نمک سدیم فسفات به ۱۰ لیتر از این آب اضافه شود تا یک صابون بتواند در آن کاملاً حل گردد؟

($16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ O , $24 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ Mg , $40 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ Ca , $23 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ Na , $31 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ P و چگالی محلول $1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$)

- (۱) ۴۰ (۲) ۴۵
- (۳) ۶۶ (۴) ۲۴

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۱۲۴- در دمای اتاق با توجه به ثابت یونش اسیدهای $HA(K_a = 9 \times 10^{-8} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1})$ و $HB(K_a = 2 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1})$ که

مربوط به دمای 25°C می باشد، کدام نتیجه گیری در این دما همواره درست است؟

(۱) pH محلول آبی HB کوچک تر از pH محلول اسید HA است.

(۲) در دمای 25°C رسانایی الکتریکی محلول آبی HA کمتر از رسانایی الکتریکی محلول آبی HB است.

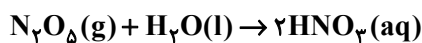
(۳) غلظت یون A^- در محلول ۰/۱ مولار HA کمتر از غلظت یون B^- در محلول ۰/۱ مولار HB است.

(۴) جرم سدیم هیدروکسید لازم برای خنثی کردن ۰/۵ لیتر محلول ۳ مولار HB کمتر از جرم سدیم هیدروکسید لازم برای خنثی کردن ۰/۵ لیتر محلول سه مولار HA است.

۱۲۵- اگر ۳/۳۶ میلی لیتر گاز N_2O_5 در شرایط STP در ۵۰۰ میلی لیتر آب مقطر به طور کامل حل شود، pH تقریبی محلول به دست

آمده کدام بوده و در این محلول، غلظت یون هیدرونیوم چند برابر غلظت یون هیدروکسید است؟ (گزینه ها را از راست به چپ

بخوانید). ($\log 2 \approx 0/3$, $\log 3 \approx 0/5$) (واکنش در دمای اتاق انجام می شود).



$$3/6 \times 10^7 - 2/9 \quad (2)$$

$$3/6 \times 10^7 - 3/2 \quad (1)$$

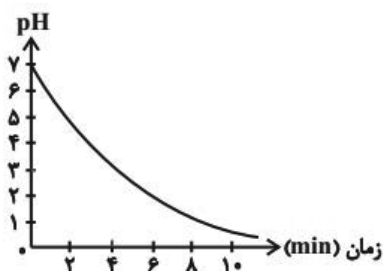
$$1/6 \times 10^7 - 2/9 \quad (4)$$

$$1/6 \times 10^7 - 3/2 \quad (3)$$

۱۲۶- گاز هیدروژن کلرید حاصل از واکنش گازهای هیدروژن و کلر را در آب حل کرده و نمودار تغییرات pH محلول بر حسب زمان به

صورت زیر است. اگر حجم آب اولیه را ۳ لیتر در نظر بگیریم، پس از ۶ دقیقه از شروع واکنش، محلول حاصل با چند میلی لیتر

محلول یک مولار سدیم هیدروکسید خنثی می شود؟ (از تغییر حجم محلول صرف نظر کنید).



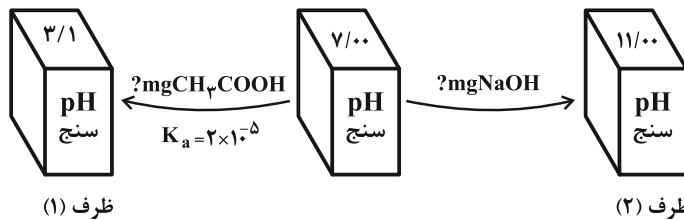
(۱) ۱۵

(۲) ۳۰

(۳) ۱۵۰

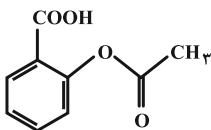
(۴) ۳۰۰

۱۲۷- در شکل‌های زیر به ترتیب از راست به چپ چند میلی گرم ماده حل شونده به ظرف (۱) و چند میلی گرم ماده حل شونده به ظرف (۲) افزوده شده است؟ (حجم نهایی محلول موجود در هر ظرف را ۱ لیتر در نظر بگیرید.) ($C = 12, H = 1, O = 16, Na = 23 : g.mol^{-1}$)



- (۱) ۱۹۸۰ و ۴۰
(۲) ۱۹۸ و ۴
(۳) ۱۹۲۰ و ۴
(۴) ۱۹۲ و ۴۰

۱۲۸- آسپرین با ساختار شیمیایی زیر یکی از داروهای است که در ساختار خود دارای و است و این دارو باعث pH شیره معده می‌شود و همچنین مصرف آن می‌تواند سبب سوزش معده شود.



- (۲) گروه استری، کربوکسیل، افزایش، افزایش
(۴) گروه استری، حلقه آروماتیک، کاهش، کاهش

- (۱) گروه اتری، حلقه آروماتیک، افزایش، کاهش
(۳) حلقه آروماتیک، کربوکسیل، کاهش، افزایش

۱۲۹- اگر غلظت مولار یون $OH^-(aq)$ در یک لیتر محلول لوله بازکن حاوی NaOH برابر $5 \times 10^{-5} mol.L^{-1}$ باشد، چند مورد از مطالب زیر، درباره

این محلول در دمای $25^\circ C$ نادرست است؟ ($Na = 23, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1}$) (دما را $25^\circ C$ در نظر بگیرید.) ($\log 5 \simeq 0.7$)

* pH آن برابر ۹/۳ است و گل ادریسی در این محلول قرمز رنگ است.

* با دی‌نیتروژن پنتاکسید واکنش می‌دهد.

* در هر لیتر از آن 2×10^{-4} گرم NaOH وجود دارد و مانند پتاس سوزآور (KOH) ماده‌ای خورنده به شمار می‌رود.

* محلول NaOH رنگ کاغذ pH را به آبی تغییر می‌دهد.

* با افزودن یک لیتر آب به این محلول، pH محلول جدید برابر ۱۰ است.

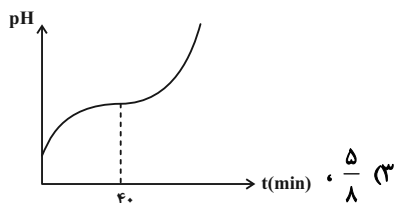
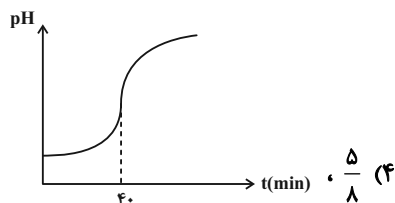
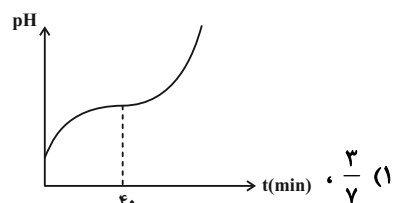
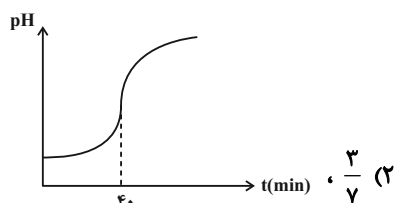
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳۰- ۱۰۰ میلی لیتر محلول هیدروکلریک اسید ۰/۰۱ مولار در اختیار داریم. در صورتی که بخواهیم با یک قطره چکان حاوی محلول ۰/۵

مولار سدیم هیدروکسید و با سرعت $0.5 mL.min^{-1}$ آن را خنثی کنیم، نسبت زمانی که طول می‌کشد تا pH محلول به ۲/۳

برسد، به زمانی که طول می‌کشد تا pH محلول به ۲/۷ برسد کدام است و نمودار تغییرات pH محلول در کدام گزینه به درستی

آمده است؟ (از تغییرات حجم در محلول نهایی صرف نظر می‌شود.)



وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۲۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۳۱- با توجه به معادله انحلال‌پذیری $S = 0.8 + 0.0072T$ که مربوط به سدیم نیترات است، تعیین کنید که در دمای 283 K با 160 g از این نمک،به تقریب چند میلی‌لیتر محلول سیرشده با چگالی 1.1 g.mL^{-1} می‌توان تهیه کرد؟ ($\text{Na} = 23, \text{N} = 14, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

۳۲۷ (۱) ۳۲۰ (۲) ۵۰۰ (۳) ۳۸۰ (۴)

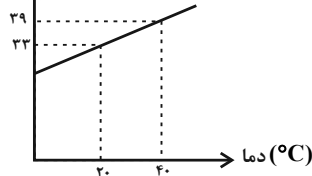
۱۳۲- در کدام گزینه هر دو ترکیب از نظر حلالیت در آب ویژگی یکسانی دارند؟

(۱) سدیم کلرید- نقره کلرید (۲) پتاسیم نیترات- کلسیم سولفات

(۳) پتاسیم کلرید- سدیم نیترات (۴) لیتیم سولفات- باریم سولفات

۱۳۳- نمودار زیر مربوط به انحلال‌پذیری پتاسیم کلرید در آب است. در دمای اتاق (25°C)، چند گرم از آن در 400 g گرم آب باید حل شود تا محلول سیر شده بدست آید؟

انحلال‌پذیری
 $\left(\frac{\text{gKCl}}{100\text{gH}_2\text{O}} \right)$



۱۲۶ (۱)

۱۱۵/۵ (۲)

۱۳۸ (۳)

۱۲۰/۷۵ (۴)

۱۳۴- با قرار دادن مقداری از خون فردی در دستگاه گلوکومتر، نمایشگر عدد ۹۶ را نشان می‌دهد. به تقریب غلظت گلوکز بر حسب

ppm و میلی مولار گلوکز به ترتیب از راست به چپ در این نمونه خون کدام است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

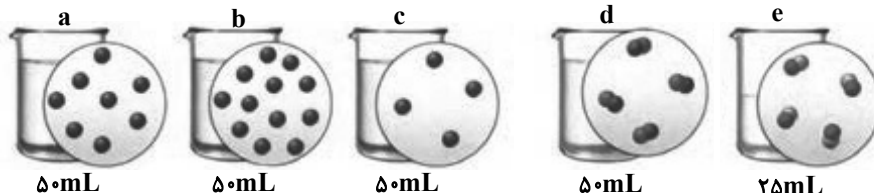
($\text{C} = 12, \text{H} = 1, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$, $d_{\text{خون}} \approx 1\text{ g.mL}^{-1}$)

۵۳، ۹۶۰ (۴)

۵/۳، ۹۶۰۰ (۳)

۵/۳، ۹۶۰ (۲)

۵۳، ۹۶۰۰ (۱)

۱۳۵- اگر در محلول‌های آبی (a) تا (e) هر ذره هم ارز با 0.2 mol باشد، چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟ ($1\text{ g.mL}^{-1} \approx d_{\text{محلول‌ها}}$)

۵۰mL

۵۰mL

۵۰mL

۵۰mL

۲۵mL

* مولاریته محلول (a) با (e) برابر است.

* غلظت مولی محلول بدست آمده از مخلوط کردن دو محلول (a) و (c) برابر $2/4\text{ mol.L}^{-1}$ است. (حل شونده‌ها با هم واکنش نمی‌دهند.)

* اگر غلظت ppm دو محلول (d) و (e) با هم برابر باشد. جرم مولی حل شونده (d) نصف جرم مولی حل شونده (e) است.

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

۱۳۶- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

(آ) نقره کلرید و باریم کلرید از جمله مواد نامحلول در آب به شمار می‌آیند.

(ب) انحلال‌پذیری لیتیم سولفات در آب با افزایش دما کاهش می‌یابد.

(پ) در دمای 25°C ، می‌توان از استون، محلول سیر شده در آب تهیه کرد.

(ت) اغلب سنگ‌های کلیه از رسوب برخی نمک‌های کلسیم‌دار در کلیه‌ها تشکیل می‌شوند.

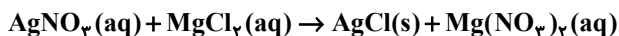
۴) ۲

۳) ۱

۲) ۴

۱) ۳

۱۳۷- ۷۵ میلی لیتر محلول ۵۱ درصد جرمی نیتрат با چگالی $1/6 \text{ g.mL}^{-1}$ ، با چند گرم منیزیم کلرید به طور کامل واکنش خواهد داد؟ (معادله واکنش موازنه نشده است.) ($N = 14, O = 16, Mg = 24, Cl = 35/5, Ag = 108 : \text{g.mol}^{-1}$)



(۴) ۲۴/۶۵

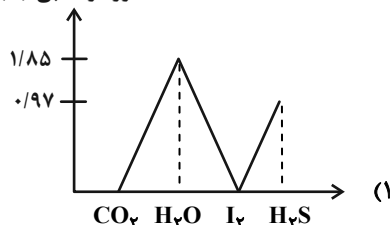
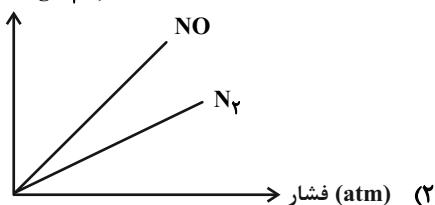
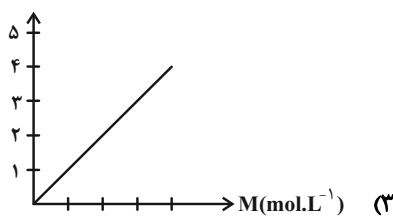
(۳) ۲۲/۸

(۲) ۱۶/۷

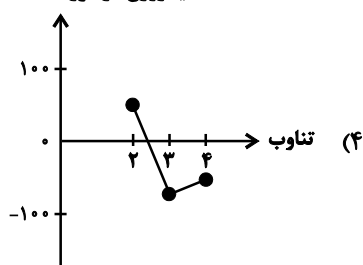
(۱) ۱۷/۱

۱۳۸- کدام یک از نمودارهای زیر، نادرست است؟

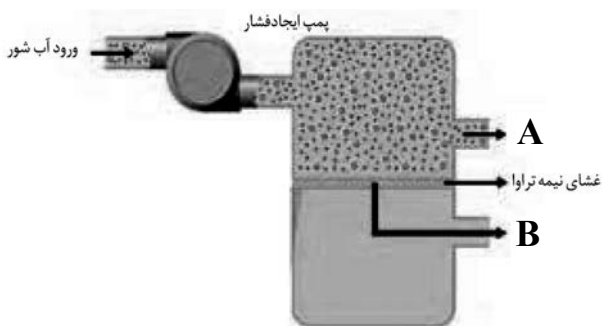
گشتاور دو قطبی (D)

انحلال پذیری
($\text{g} / 100 \text{ g H}_2\text{O}$)مجموع غلظت مولی یون ها در
محلول M مولار منیزیم سولفاتنقطه جوش ($^{\circ}\text{C}$) ترکیبات دوتایی

هیدروژن دار گروه ۱۷



۱۳۹- با توجه به شکل داده شده که چگونگی تولید آب شیرین از آب شور را نشان می دهد، کدام یک از موارد زیر نادرست است؟



الف) غلظت آب خروجی از A بیشتر از آب شور ورودی است.

ب) آب شیرین از مخزن بالا به مخزن پایین منتقل می شود.

پ) این دستگاه بر اساس فرایند اسمز عمل می کند.

ت) از این روش می توان برای تولید آب آشامیدنی استفاده کرد.

(۱) الف

(۲) الف و ب

(۳) پ و ت

(۴) پ

۱۴۰- کدام گزینه از لحاظ درستی یا نادرستی با سایر گزینه ها متفاوت است؟

(۱) مولکول CH_4 برخلاف مولکول H_2S در میدان الکتریکی جهت گیری نمی کند.(۲) نقطه جوش HF به دلیل قوی تر بودن پیوند هیدروژنی در مقایسه با مولکول های H_2O ، بالاتر است.(۳) گشتاور دو قطبی مولکول CO همانند مولکول HCl مخالف صفر است.(۴) مقایسه نیروی بین مولکولی هالوژن های دوره سوم تا پنجم در دمای 25°C و فشار 1 atm به صورت $\text{I}_2 > \text{Br}_2 > \text{Cl}_2$ درست است.



دفترچه سؤال

آزمون هوش و استعداد

(دوره دوم)

۲۸ شهریور

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰

زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، سجاد محمدنژاد، حمید گنجی، حامد کریمی، فرزاد شیرمحمدلی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

برای مشاهده پاسخ‌ها، به صفحه شخصی خود در سایت کانون مراجعه کنید.

۲۵۱- عبارتهای زیر با تغییر، از یک متن انتخاب شده است. کدام مورد نادرستی نگارشی دارد؟

(۱) به عقیده ناصر خسرو، خردی که در بند نیازهای حیوانی بشر نباشد، او را به همراهی دین، به رستگاری می‌رساند.

(۲) اما ناصر خسرو آن چیزی را خرد واقعی می‌شمارد که انسان را به جانب دین سوق دهد و در تلازم و همگام با شرع باشد.

(۳) ناصر خسرو در این مورد خشک و متعصب است و هر دیدگاهی که مغایر با آنچه در ذهن اوست را رد می‌کند.

(۴) در واقع، خردستایی ناصر خسرو در چارچوب اعتقادات دینی و مذهبی اوست و با مبانی آن ارتباط تنگاتنگ دارد.

۲۵۲- واژه‌های اول و یازدهم عبارت حاصل از مرتب کردن کلمه‌های زیر به ترتیب کدامند؟

«ادبیات - اسلامی - خورده‌است - نیست - ایرانی - فارسی - با - عرفان - گره - شکی - که - و»

(۱) شکی - فارسی (۲) ادبیات - گره

(۳) ادبیات - فارسی (۴) شکی - گره

۲۵۳- با همه حروف به هم ریخته «ر س س ف ک م و و ه ی» نام یک کشور و نام پایتخت آن ساخته می‌شود، ولی یک حرف اضافه می‌ماند. آن حرف

کدام است؟ از هر حرف باید به همان اندازه‌ای که هست استفاده شود.

(۱) ر (۲) ف

(۳) ک (۴) هـ

۲۵۴- اگر حروف عبارت «تک‌درخت به پای طوفان نشسته» را به ترتیب حروف الفبا از راست به چپ بنویسیم، چهارمین حرف سمت چپ اولین حرف از

سمت راست دومین حرف از سمت راست، کدام خواهد بود؟ حروف تکراری را تنها یک بار در نظر بگیرید.

(۱) پ (۲) ت

(۳) خ (۴) د

۲۵۵- در کلمه «دارآباد» سه جفت حرف «د - ر»، «آ - ب» و «ب - ا» به ترتیب دارای یک فاصله، بدون فاصله و بدون فاصله هستند و در الفبا نیز همین

تعداد فاصله را دارند. یعنی فاصله بین دو حرف خاص در آن کلمه، با فاصله بین آن دو حرف خاص در الفبا برابر است. چند جفت حرف با این

ویژگی‌ها در کلمه «آفتاب‌پرست» وجود دارد؟

(۱) یک (۲) دو

(۳) سه (۴) چهار

۲۵۶- در ادامه الگوی «الف ب ت ج ذ ش ...» کدام جفت حروف با همین ترتیب دیده می‌شود؟

- (۱) ف ن
 (۲) ف م
 (۳) غ ن
 (۴) غ م

۲۵۷- کدام ضرب‌المثل با بیت زیر هم‌معناست؟

«در همه کاری که در آیی نخست / رخنه بیرون شدنش کن درست»

(۱) اول چاله‌ش رُ بکن، بعد مناره ش رُ بدزد

(۲) مار تا راست نشد تو سوراخ نرفت

(۳) وای از روزی که داروغه دزد باشد

(۴) موش به سوراخ نمی‌رفت جارو به دمش می‌بست

* در یک جدول سودوکوی چهار در چهار، هر ردیف و هر ستون دقیقاً دارای یکی از عددهای ۱، ۲، ۳ و ۴ است. بر این اساس به دو پرسش بعدی پاسخ دهید.

۲۵۸- برای حل جدول سودوکوی زیر، یعنی تعیین عدد همه خانه‌ها، عدد حداقل چند خانه دیگر آن باید کامل مشخص شود؟

۱			
	۳		
			۴
	۲		

(۱) یک خانه

(۲) دو خانه

(۳) سه خانه

(۴) نیاز نیست عدد خانه دیگری مشخص شود.

۲۵۹- جدول سودوکوی زیر به چند حالت کاملاً حل می‌شود؟

۱			
	۱		۲
		۱	
۳			۱

(۱) یک حالت

(۲) دو حالت

(۳) سه حالت

(۴) چهار حالت

۲۶۰- یک مربی فوتبال در دوران حرفه‌ای خود، تاکنون صدوپنجاه بازی سرمربیگری و آمار پنجاه درصد پیروزی را ثبت کرده است. این سرمربی حداقل

چند بازی دیگر باید سرمربی باشد تا آمار پیروزی‌هایش را به حداقل شصت درصد برساند؟

(۱) ۱۰

(۲) ۲۴

(۴) ۵۲

(۳) ۳۸

۲۶۱- صد جعبه از یک کالا را با تخفیف بیست درصدی فروختیم، حداقل چند جعبه از همان کالا را با افزایش قیمت پنج درصدی بفروشیم که در مجموع

زیان نکرده باشیم؟

(۲) ۲۱۰

(۱) ۱۴۰

(۴) ۴۰۰

(۳) ۳۰۵

۲۶۲- برای انجام یک کار، ده کارگر استخدام شده بودند ولی پس از شش روز کار، نیمی از آنان مجبور شدند کار را ترک کنند. در نتیجه، انجام کار باقی مانده شش

روز بیشتر طول کشید. اگر کارگرها کار را ترک نمی کردند، کل کار از آغاز چند روزه تمام می شد؟ کارگرها مهارت کاری یکسان دارند.

(۲) ۱۲

(۱) ۱۰

(۴) ۱۸

(۳) ۱۶

۲۶۳- با طنابی ابتدا یک دایره و سپس بار دیگر، یک مربع ساختیم. اختلاف مساحت این دو، برابر $9\pi - \frac{9\pi^2}{4}$ واحد مربع شد. طول طناب چند واحد بوده است؟

(۲) ۲۱

(۱) 6π

(۴) ۲۷

(۳) 8π

۲۶۴- پنج کتاب با عنوان های «الف، ب، پ، ت، ث» باید به شکلی در یک قفسه کنار هم چیده شوند که کتاب های «الف و ب» کنار هم باشند و

کتاب های «ت و ث» کنار هم نباشند. چند حالت برای این کنار هم قرار گرفتن کتاب ها هست؟

(۲) ۱۸

(۱) ۱۵

(۴) ۲۴

(۳) ۲۱

۲۶۵- به جای علامت سؤال الگوی عددی زیر، کدام عدد را می توان قرار داد؟

۹	۸
۲۱	۱۴

(۱)

۵	۲
۳	۶

(۲)

۱۹	۶۰
۱۳	۳۹

(۳)

۷۰	?
۱۸	۹

(۴)

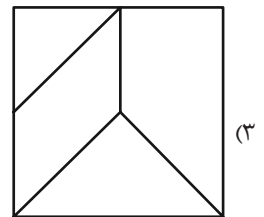
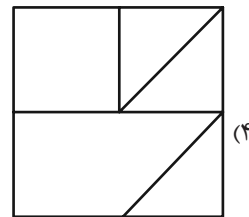
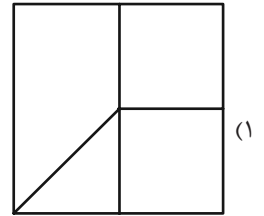
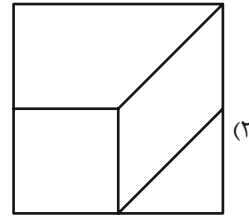
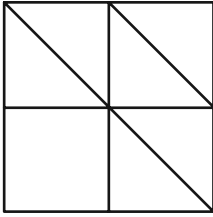
(۱) ۱

(۲) ۲

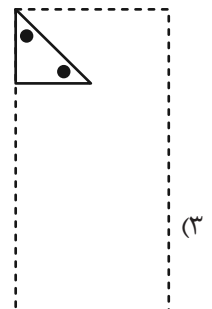
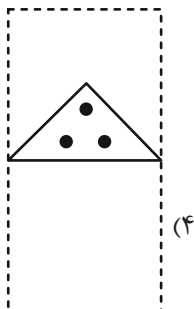
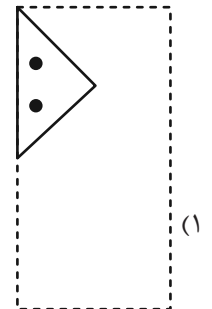
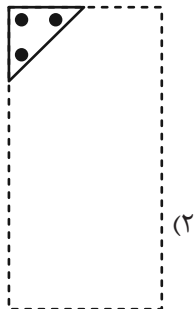
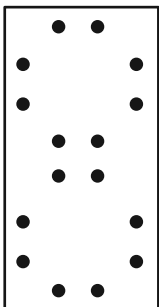
(۳) ۳

(۴) ۴

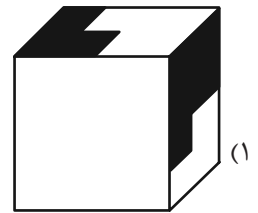
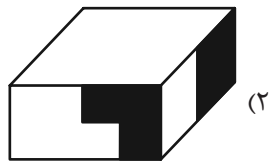
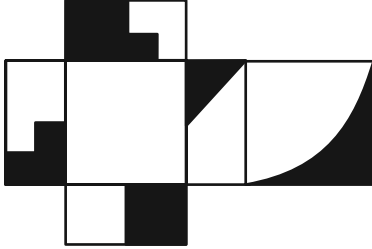
۲۶۶- سه برگه کاغذ شفاف مربع شکل و هم اندازه را روی هم انداختیم و چرخاندیم تا شکل زیر حاصل شود. کدام گزینه یکی از این سه برگه نیست؟



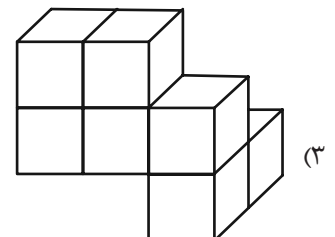
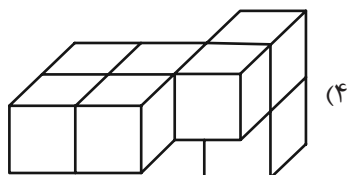
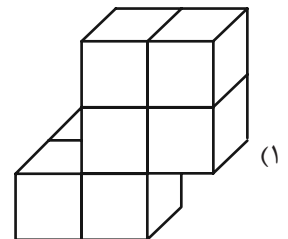
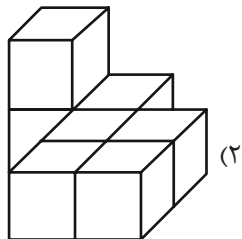
۲۶۷- برگه تا و سوراخ شده کدام گزینه را اگر باز کنیم ممکن است شکل زیر حاصل شود؟



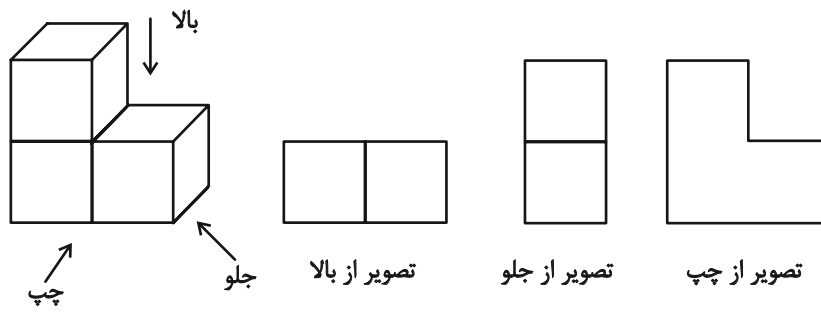
۲۶۸- از شکل گسترده زیر مکعب مستطیلی با کدام نما ساخته نمی شود؟ پشت برگه کاملاً سفید است.



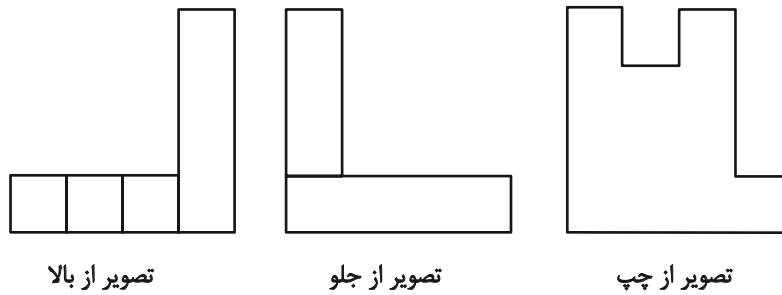
۲۶۹- کدام حجم از چرخش دیگر حجم ها حاصل نشده است؟



۲۷۰- در تصویرهای زیر، نمای شکلی سه‌بعدی از سه جهت نشان داده شده است.



نمای شکل سه‌بعدی دیگری از سه جهت به همین شکل نشان داده شده است.



این حجم حداکثر از چند مکعب واحد تشکیل شده است؟

۱۴ (۲)

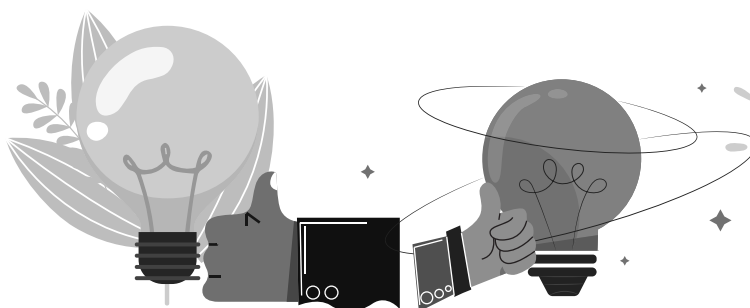
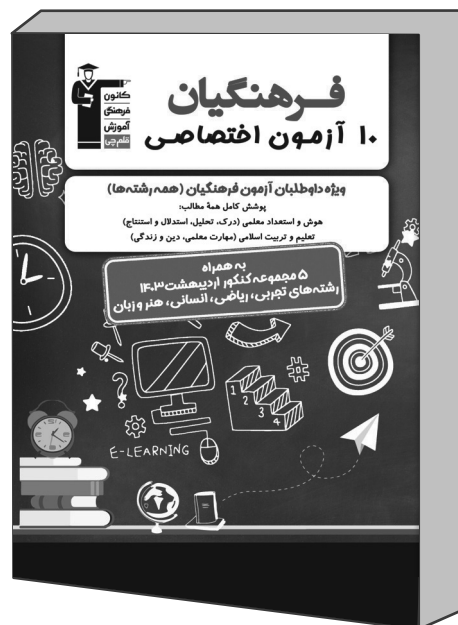
۱۳ (۱)

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

منابع مناسب هوش و استعداد

دوره دوم





آزمون ۲۸ شهریور ۱۴۰۴

اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلالی-علی آزاد-مهدی براتی-شاهین پروازی-عادل حسینی-سجاد داوطلب-وحید راحتی-علی سرآبادانی-نیما سلطانی-احسان صادقی-حمید علیزاده-احسان غنی‌زاده-حمید مام‌قادری-سیدسپهر متولیان-امیر مرادیان-علی مرشد-مجتبی نادری-مهدی نصراللهی-امین نصراله-حسن نصرتی‌ناهوک-جهانبخش نیکنام
هندسه	امیرحسین ابومحبوب-عباس اسدی‌امیرآبادی-علی ایمانی-محمد بحیرایی-جواد حاتمی-حسین حاجیلو-محمد خندان-شهریار رحمانی-علیرضا شریف‌خطیبی-علی فتح‌آبادی-فرشاد فرامرزی-محمدابراهیم گیتی‌زاده-سینا محمدپور-مهرداد ملوندی-میلاد منصوری-سرژ یقیا‌زاد-یان تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-رضا توکلی-جواد حاتمی-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-علیرضا شریف‌خطیبی-مرتضی فهیم‌علوی-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی-سروش موئینی-هومن نورانی
فیزیک	بابک اسلامی-زهره آقامحمدی-محمدعلی راست‌پیمان-بهنام رستمی-امیر ستارزاده-مهدی سلطانی-محمد رضا شیروانی‌زاده-محمد عظیم‌پور-پوریا علاقه‌مند-مسعود قره‌خانی-محسن قندچلر-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-غلامرضا محبی-امیر محمودی‌انزایی-حسین مخدومی-سیدعلی میرنوری-حسام نادری-مصطفی وائقی
شیمی	مریم اکبری-محمد رضا پورجاوید-کامران جعفری-ایمان حسین‌نژاد-موسی خیاط‌علیمحمدی-حمید ذیحی-یاسر راش-حسن رحمتی‌کوکنده-فرزاد رضایی-روزبه رضوانی-رضا سلیمانی-آروین شجاعی-مینا شرافتی‌پور-امیرحسین طیبی-رسول عابدینی‌زواره-محمد عظیمیان‌زواره-محمد یارسا‌فراهانی-محمد کوهستانیان-حسن لشکری-محمدحسن محمدزاده‌مقدم-سیدمحمد معروفی-مرتضی نصیرزاده-محمد وزیری

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدسپهر متولیان	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	حسام نادری	آرش ظریف
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب یاسین کشاورزی مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیرتر کمپور زهره آقامحمدی	یاسر راش مجتبی محبوب امیرعلی بیات فرزاد حلاج‌مقدم
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	حسام نادری	آرش ظریف
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	معصومه صنعت‌کار-مهسا محمدنیا-احسان میرزینلی-سجاد سلیمی-فرشته کمرانی پرهام مهرآرا سجاد بهارلویی				

گروه هنر و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

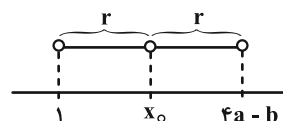
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



حسابان ۱

گزینه «۳» - ۱

(عمید علیزاده)



$$x_0 = a - 3b = 3a + b \Rightarrow 2a = -4b \Rightarrow a = -2b$$

$$r = 4a - b - x_0 = x_0 - 1 \Rightarrow 4a - b - (3a + b) = a - 3b - 1$$

$$\Rightarrow a - 2b = a - 3b - 1 \Rightarrow b = -1, a = 2 \Rightarrow x_0 = 5$$

توجه: اگر مجموعه را به صورت $(3, 5) \cup (1, 4a + b)$ درنظر می‌گرفتیم، مجموعه $(1, 3) \cup (-1, 1)$ به دست می‌آمد که $x_0 = 1$

در گزینه‌ها وجود ندارد.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

گزینه «۴» - ۲

(علی آزاد)

ابتدا برای به دست آوردن حد تابع در نقطه $x = 3$ می‌بایست معادله خط را

$$\text{در بازه } [1, 4] \text{ به دست آورد: } \frac{y-4}{4-1} = \frac{y-4}{3} = 1 \Rightarrow \text{شیب خط} = \frac{y-4}{4-1} = 1$$

$$f(x) = x + c \xrightarrow{A(1,4)} 4 = 1 + c \Rightarrow c = 3$$

$$\Rightarrow f(x) = x + 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} (x + 3) = 6 \Rightarrow a = 6$$

حال برای محاسبه حد خواسته شده می‌بایست ضریب b را در معادله سهمیبه دست آورد. با جایگذاری نقطه $(4, 10)$ در معادله سهمی خواهیم داشت:

$$f(x) = x^2 - bx + 18 \xrightarrow{(4,10)} 10 = 16 - 4b + 18 \Rightarrow b = 6$$

$$\Rightarrow \left(\lim_{x \rightarrow 6^+} [f(x)] \right) - \left(\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) \right) = [(-2)^-] - [6^2 - 6 \times 6 + 18] = -3 - 18 = -21$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۲۵)

گزینه «۴» - ۳

(عمید علیزاده)

تابع $f(x)$ در نقطه $x = 3$ حد دارد ولی تابع در این نقطه تعریف نشده و

مقدار ندارد. پس گزینه «۴» صحیح نیست.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۹)

گزینه «۱» - ۴

(مجتبی نادر)

وقتی $x \rightarrow (\frac{1}{4})^-$ ، این یعنی x با مقادیر کمتر از $\frac{1}{4}$ به این عدد نزدیکمی‌شود یعنی $\frac{1}{4} < x < 0$ ، بنابراین $\frac{1}{x} > 4$ و این یعنی $\frac{1}{x}$ کمی بیشتر از

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{4})^-} \left[-\frac{1}{x} \right] = [4^+] = 4 \quad \text{عدد ۴ است، پس:}$$

به‌طور مشابه وقتی $x \rightarrow (\frac{1}{4})^-$ آنگاه $0 < x < \frac{1}{4}$ و لذا $\frac{1}{x} > 4$ پس $-\frac{3}{x} < -6$ و این یعنی $-\frac{3}{x}$ کمی کمتر از عدد -6 است، پس:

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{4})^-} \left[-\frac{3}{x} \right] = [(-6)^-] = -7$$

و لذا خواهیم داشت:

$$\text{حاصل حد} = 4 + (-7) = -3$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۴)

گزینه «۱» - ۵

(وید رافتی)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{[\cos x] + 2}{\sin 4x - 1} = \frac{\left[-\frac{\sqrt{2}}{2} \right] + 2}{0 - 1} = \frac{-1 + 2}{-1} = -1$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۱)

گزینه «۲» - ۶

(علی آزاد)

$$\lim_{x \rightarrow a} g^2(x) = \left(\lim_{x \rightarrow a} g(x) \right)^2 = \frac{1}{\Delta^2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \pm \frac{1}{\Delta}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\pm \frac{1}{\Delta}} = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm \frac{4}{\Delta}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (g(x) - 2f(x)) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) - 2 \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

$$= \left(\pm \frac{1}{\Delta} \right) - 2 \left(\pm \frac{4}{\Delta} \right) = \pm \frac{7}{\Delta}$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۱)

گزینه «۴» - ۷

(علی آزاد)

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3 + x^2 + ax + b}{x^2 - x - 2} = -2$$

با توجه به اینکه حد مخرج کسر صفر می‌باشد، می‌بایست $x = -1$ ریشه صورت کسر نیز باشد.



(لازم اجلائی)

-۹ گزینه «۴»

مقدار تابع و حدود چپ و راست را حساب می‌کنیم:

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = b\left[\sin \frac{\pi}{6}\right] + \left[-\frac{\pi}{6}\right] = 2b - \frac{\pi}{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^-} b[\sin x] + \left[-\frac{\pi}{x}\right] = b - \frac{\pi}{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^+} \frac{a \sin 6x}{6x - \pi} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^+} \frac{a \sin(\pi - 6x)}{-(\pi - 6x)} = -a$$

پس برای پیوستگی در $x = \frac{\pi}{6}$ ، سه مقدار بالا باید برابر باشند:

$$\Rightarrow \begin{cases} 2b - \frac{\pi}{6} = b - \frac{\pi}{6} \Rightarrow b = -1 \\ b - \frac{\pi}{6} = -a \Rightarrow a = 8 \end{cases} \Rightarrow a - b = 9$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

(امیر مرادیان)

-۱۰ گزینه «۳»

تابع f چون شامل $[x]$ می‌باشد پس ممکن است در نقاط صحیح ناپیوستهباشد، ($x > 0$ و $x \in \mathbb{Z}$ را بررسی می‌کنیم)

$$x = 1 \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} [x](x-1) = (1)(0) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} [x](x-1) = (0)(0) = 0 \\ f(1) = 1 \times (0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{در } x = 1 \text{ پیوسته است.}$$

$$x = 2 \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} [x](x-1) = 2 \times (1) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} [x](x-1) = (1)(1) = 1 \\ f(2) = 2 \times (1) = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{در } x = 2 \text{ پیوسته نیست.}$$

پس اگر $a = 2$ باشد، تابع f در بازه $(0, 2)$ پیوسته می‌باشد. دقت کنیدکه به ازای $a > 2$ تابع f در نقطه $x = 2$ ناپیوسته می‌باشد.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۳۶ و ۱۴۵ تا ۱۵۱)

$$2(-1)^3 + (-1)^2 + a(-1) + b = 0 \Rightarrow b - a = 1$$

$$\begin{array}{r} 2x^3 + x^2 + ax + b \quad | \quad x+1 \\ \underline{-(2x^3 + 2x^2)} \\ -x^2 + ax + b \\ \underline{-(-x^2 - x)} \\ (a+1)x + b \\ \underline{-((a+1)x + (a+1))} \\ b - a - 1 = 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3 + x^2 + ax + b}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(2x^2 - x + (a+1))}{(x-2)(x+1)}$$

$$= \frac{2+1+a+1}{-3} = -2 \Rightarrow 4+a=6 \Rightarrow a=2$$

$$\xrightarrow{b-a=1} b=3 \Rightarrow a+b=5$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۶ و ۱۴۱ تا ۱۴۴)

(شاهین پروازی)

-۸ گزینه «۱»

ابتدا حد تابع $y = x^2 - 6x + 17$ را در یک همسایگی $x = 3$ حساب می‌کنیم:

$$y = (x-3)^2 + 8$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 6x + 17) = 8$$

توجه کنید مقادیر سهمی $y = x^2 - 6x + 17$ با مقادیر بیشتر از ۸ به آن

نزدیک می‌شود، پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x^2 - 6x + 17) = \lim_{x \rightarrow 8^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 8^+} \frac{\sqrt[4]{x} - x}{x^2 - 64}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 8^+} \frac{\sqrt[4]{x} - x}{x^2 - 64} = \lim_{x \rightarrow 8^+} \frac{\sqrt[4]{x}(4 - \sqrt[4]{x^3})}{(x-8)(x+8)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 8^+} \frac{\sqrt[4]{x}(2 - \sqrt[4]{x})(2 + \sqrt[4]{x})}{(\sqrt[4]{x} - 2)(\sqrt[4]{x^3} + 2\sqrt[4]{x} + 4)(x+8)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 8^+} \frac{-\sqrt[4]{x}(2 + \sqrt[4]{x})}{(\sqrt[4]{x^3} + 2\sqrt[4]{x} + 4)(x+8)} = -\frac{1}{24}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)



حسابان ۲

۱۱- گزینه «۴»

(عادل حسینی)

ضابطه تابع تبدیل یافته به صورت $g(x) = f(2x) - \frac{5}{4}$ است. ضابطه‌های g

را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{3}{4} - \sqrt{1-2x} & ; x < \frac{1}{2} \\ 6x - 4x^2 - \frac{5}{4} & ; x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

حال معادله $g(x) = 0$ را برای هر کدام از ضابطه‌ها حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} \frac{3}{4} - \sqrt{1-2x} = 0 \Rightarrow 1-2x = \frac{9}{16} \Rightarrow x = \frac{7}{32} \text{ قابل قبول} \\ 6x - 4x^2 - \frac{5}{4} = 0 \xrightarrow{\Delta=16} x = \frac{6 \pm 4}{8} \xrightarrow{x \geq \frac{1}{2}} x = \frac{5}{4} \end{cases}$$

مجموع صفرهای تابع برابر است با: $\frac{7}{32} + \frac{5}{4} = \frac{47}{32}$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

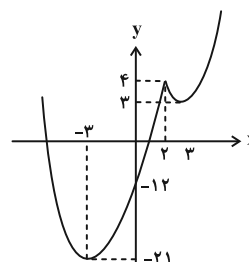
۱۲- گزینه «۳»

(کاظم ایلالی)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 6x + 12 & ; x \geq 2 \\ x^2 + 6x - 12 & ; x \leq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} (x-3)^2 + 3 & ; x \geq 2 \\ (x+3)^2 - 21 & ; x \leq 2 \end{cases}$$

بنابراین نمودار تابع f به صورت زیر است.



بنابراین تابع f روی بازه $[-3, 2]$ و هر زیرمجموعه‌ای از آن اکیداً صعودی و

روی بازه $[2, 3]$ و هر زیرمجموعه‌ای از آن اکیداً نزولی است. پس کمترین

مقدار a برابر ۳- و بیشترین مقدار b برابر ۳ است و در نتیجه بیشترین مقدار

ممکن $b - a$ برابر ۶ است.

(حسابان ۲- تابع: مشابه کار در کلاس صفحه ۱۸)

۱۳- گزینه «۳»

(کاظم ایلالی)

با استفاده از اتحاد $a^5 + b^5 = (a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$

چندجمله‌ای $P(x)$ را تجزیه می‌کنیم.

$$\begin{aligned} P(x) &= x^{10} + x^5 = (x^2)^5 + x^5 \\ &= (x^2 + x)((x^2)^4 - (x^2)^3x + (x^2)^2x^2 - (x^2)x^3 + x^4) \\ &= (x^2 + x)(x^8 - x^5 + x^6 - x^5 + x^4) \\ &= (x^2 + x)Q(x) \end{aligned}$$

بنابراین داریم:

$$Q(x) = x^8 - x^5 + x^6 - x^5 + x^4 \Rightarrow Q(-1) = 5$$

(حسابان ۲: تابع: مشابه تمرین ۸ صفحه ۲۲)

۱۴- گزینه «۴»

(عادل حسینی)

ابتدا ضابطه را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = a\left(\frac{1 - \cos 2b\pi x}{2}\right) + c = -\frac{a}{2}\cos 2b\pi x + \frac{a}{2} + c$$

کم‌ترین مقدار تابع بالا به ازای $\cos 2b\pi x = -1$ رخ می‌دهد، پس

$a + c = -3$ است. از طرفی بیش‌ترین مقدار نیز به ازای $\cos 2b\pi x = 1$

رخ می‌دهد، داریم:



$$\sin^2 x + \cos^2 x = \frac{3}{4} \Rightarrow 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin^2 2x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin 2x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow 2x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

(موانبش نیکنام)

۱۷- گزینه «۱»

معادله را بر حسب $\cos \theta$ به صورت زیر می‌نویسیم:

$$3(2 \cos^2 \theta - 1) - 2\left(\frac{1 + \cos \theta}{2}\right) + 3 = 0$$

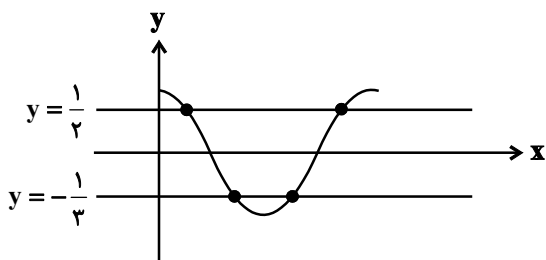
$$\Rightarrow 6 \cos^2 \theta - \cos \theta - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (3 \cos \theta + 1)(2 \cos \theta - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$$

حال برای پیدا کردن تعداد جواب‌ها، نمودار $y = \cos x$ و خطوط $y = \frac{1}{2}$

و $y = -\frac{1}{3}$ را در یک دستگاه رسم می‌کنیم:



با توجه به شکل بالا، خط‌ها نمودار تابع کسینوس را در ۴ نقطه قطع می‌کنند.

(مسابان ۲- مثلثات: مشابه تمرین ۱ صفحه ۴۴)

$$2 = -\frac{a}{2}(1) + \frac{a}{2} + c \Rightarrow c = 2 \xrightarrow{a+c=-3} a = -5$$

$$\Rightarrow f(x) = 2 - 5 \sin^2 b\pi x$$

دوره تناوب تابع f برابر با دوره تناوب تابع $\cos 2b\pi x$ است، پس در این

سؤال داریم:

$$T_f = \frac{2\pi}{2|b|\pi} = \frac{1}{|b|} = 6 \Rightarrow |b| = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow f(x) = 2 - 5 \sin^2\left(\frac{\pi}{6}x\right)$$

$$\Rightarrow f(1201) = 2 - 5 \sin^2\left(\frac{1201\pi}{6}\right)$$

$$= 2 - 5 \sin^2\left(200\pi + \frac{\pi}{6}\right) = 2 - 5 \sin^2 \frac{\pi}{6} = 2 - 5\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(کناظم ابلالی)

۱۵- گزینه «۱»

دامنه تابع f را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\pi x}{2} \neq (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow x \neq 2k+1, k \in \mathbb{Z}$$

یعنی اعداد فرد در دامنه تابع f قرار ندارند. بنابراین باید فقط سه عدد فرد

عضو بازه $(-a^2+1, 4)$ باشند. این اعداد باید، ۱، ۳ و ۱- باشند، بنابراین

$$-3 \leq -a^2+1 < -1$$

داریم:

$$-4 \leq -a^2 < -2 \Rightarrow 2 < a^2 \leq 4 \Rightarrow \sqrt{2} < |a| \leq 2$$

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

(ممیر مام‌قارری)

۱۶- گزینه «۴»

$$\sin^4 x + \cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$$

$$= 1 - 2(\sin x \cos x)^2 = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$$



۱۸- گزینه «۱»

(شاهین پروازی)

اختلاف زوایای $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$ ، $\frac{\pi}{4}$ است؛

$$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

پس معادله به صورت زیر خواهد شد:

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

از اتحاد $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$ استفاده می‌کنیم؛

$$\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

جواب‌های این معادله در بازه $\left[-\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ ، $-\frac{\pi}{3}$ و $\frac{\pi}{3}$ می‌باشد که مجموع آن‌ها

صفر می‌شود.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

۱۹- گزینه «۴»

(سیرسپهر متولیان)

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2 \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)}{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{6\sqrt{2}}{9} = \frac{6\sqrt{2}}{9}$$

$$\tan(2\alpha - \beta) = \frac{\tan 2\alpha - \tan \beta}{1 + \tan 2\alpha \tan \beta} = \frac{\frac{6\sqrt{2}}{9} - \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \frac{6\sqrt{2}}{9} \times \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\frac{6\sqrt{2}}{9} - \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \frac{6 \times 2}{9 \times 2}} = \frac{\frac{6\sqrt{2}}{9} - \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \frac{6}{9}} = \frac{\frac{6\sqrt{2}}{9} - \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{15}{9}} = \frac{6\sqrt{2} - \frac{9\sqrt{2}}{2}}{15} = \frac{12\sqrt{2} - 9\sqrt{2}}{30} = \frac{3\sqrt{2}}{30} = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

$$\Rightarrow \tan(2\alpha - \beta) = \frac{5\sqrt{2}}{13} = \frac{5\sqrt{2}}{26}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه ۴۲)

۲۰- گزینه «۲»

(ناظم اجلالی)

توجه کنید که $x = \frac{\pi}{4}$ و $x = \frac{3\pi}{4}$ جواب‌های معادله هستند، زیرا:

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) = 1 + \tan\left(\frac{3\pi}{4}\right) \Rightarrow \tan \frac{\pi}{4} = 1 + \tan \pi \Rightarrow 1 = 1 + 0$$

$$\tan\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) = 1 + \tan\left(2 \times \frac{3\pi}{4}\right) \Rightarrow \tan \frac{\Delta\pi}{4} = 1 + \tan 3\pi \Rightarrow 1 = 1 + 0$$

اکنون با شرط $x \neq \frac{\pi}{4}$ و $x \neq \frac{3\pi}{4}$ می‌توان نوشت:

$$\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan x - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan x \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\tan x - 1}{1 + \tan x}$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

بنابراین معادله به صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{\tan x - 1}{\tan x + 1} = 1 + \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

اگر فرض کنیم $t = \tan x$ معادله به صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{t-1}{t+1} = 1 + \frac{2t}{1-t^2} \Rightarrow \frac{t-1}{t+1} = \frac{1-t^2+2t}{1-t^2}$$

$$\Rightarrow \frac{t-1}{t+1} = \frac{-t^2+2t+1}{(1-t)(1+t)} \Rightarrow -(t-1)^2 = -t^2+2t+1$$

$$\Rightarrow -t^2+2t-1 = -t^2+2t+1 \Rightarrow -1=1$$
 غ ق

پس معادله جواب دیگری ندارد و فقط $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$ جواب‌های آن در بازه

$(0, 2\pi)$ هستند. مجموع جواب‌های آن 2π است.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)



ریاضی ۱

۲۱- گزینه «۳»

(افسان غنی زاده)

دو حالت داریم:

حالت اول:

$$x^2 + 1 = 6x - 4 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow (x-5)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-5=0 \Rightarrow x=5 & \text{غ ق ق} \\ x-1=0 \Rightarrow x=1 & \text{ق ق} \end{cases}$$

حالت دوم:

$$x^2 + 1 + 6x - 4 = 13 \Rightarrow x^2 + 6x - 16 = 0$$

$$\Rightarrow (x+8)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+8=0 \Rightarrow x=-8 & \text{غ ق ق} \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 & \text{ق ق} \end{cases}$$

بنابراین ۲ تا جواب برای x داریم که مجموع آنها برابر است با:

$$x = 1 + 2 = 3 = \text{مجموع مقادیر برای } x$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۲۲- گزینه «۲»

(علی سرآبادانی)

با انتخاب سه نقطه غیر هم‌خط، یک مثلث رسم می‌شود. فقط باید از پاره‌خط‌هایی که ۳ نقطه و ۵ نقطه روی آن‌ها قرار دارد، این سه نقطه را انتخاب نکرد. لذا طبق اصل متمم داریم:

$$\binom{10}{3} - \binom{5}{3} - \binom{3}{3} = 120 - 10 - 1 = 109$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۲۳- گزینه «۱»

(امین نصراله)

$$\binom{n}{2} + \binom{n-1}{2} = 25 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} + \frac{(n-1)(n-2)}{2} = 25$$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)(n+n-2)}{2} = 25$$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)(2n-2)}{2} = 25$$

$$\Rightarrow (n-1)^2 = 25 \Rightarrow n-1 = \pm 5$$

$$\Rightarrow n = 6 \text{ قابل قبول است} \Rightarrow n = 6 \text{ یا } n = -4$$

$$\Rightarrow n + (n-1) = 6 + 5 = 11 \text{ : تعداد کل کتاب‌ها}$$

$$\binom{11}{4} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8}{4 \times 3 \times 2} = 330$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۲۴- گزینه «۲»

(فسن نصرتی ناهوک)

سه حرف C، I و M در آخر کلمه به ۳! حالت مختلف قرار می‌گیرند. از بین حروف باقیمانده D، Y، N، A، S، طبق فرض A نباید اول قرار گیرد، پس برای خانه اول ۴ حالت داریم و برای خانه‌های بعدی به ترتیب ۴، ۳، ۲، ۱ حالت داریم. طبق اصل ضرب:

حرف A نباشد

۴	۳	۲	۱	---
---	---	---	---	-----

حروف C، I، M

$$n(B) = 4 \times 4 \times 3!$$

همچنین تعداد کل حالت‌های ساختن کلمه‌های هشت حرفی برابر است

$$\text{با: } n(S) = 8!$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4 \times 4 \times 3!}{8!} = \frac{4 \times 4 \times 6}{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!} = \frac{1}{70}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۲۵- گزینه «۱»

(افسان صادقی)

ما به $\binom{7}{5} = 21$ طریق می‌توانیم یک زیرمجموعه ۵ عضوی از مجموعه

۷ عضوی مورد نظر انتخاب کنیم. برای این که عضو A در زیرمجموعه

انتخابی بوده و عضوهای E و F همزمان در آن نباشند، باید چهار عضو از

مجموعه $\{B, C, D, E, F, G\}$ را طوری انتخاب کنیم که یا E در آن

باشد یا F و یا هیچ کدام در آن نباشند. پس تعداد حالات برابر می‌شود با:



$$B = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$$

$$A \cap B = \{(1,5), (5,1)\}$$

$$\begin{aligned} n(A' - B) &= n(A' \cap B') = n((A \cup B)') \\ &= n(U) - [n(A) + n(B) - n(A \cap B)] \\ &= 36 - 12 - 9 + 2 = 17 \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۶)

(سیار دواطلب)

۲۸- گزینه «۴»

معمولاً در جامعه‌های با حجم کم و در دسترس می‌توانیم ویژگی تمام اعضا را بررسی کنیم. در این حالت اصطلاحاً می‌گوییم سرشماری کرده‌ایم.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

(نیما سلطانی)

۲۹- گزینه «۱»

- جرم یک درخت کمی پیوسته است.

- تعداد گل‌های یک بازیکن کمی گسسته است.

- جنسیت کیفی است و هیچ ترتیبی ندارد پس کیفی اسمی است.

- فصل‌های یک سال کیفی ترتیبی است.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

(مهری نصرالهی)

۳۰- گزینه «۱»

سرعت دوندگان یک مسابقه متغیر کمی پیوسته است.

سایر گزینه‌ها متغیر کمی گسسته هستند.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

$$\binom{6}{4} - \binom{4}{2} = 15 - 6 = 9$$

انتخاب همزمان
F و E برای مجموعه
تعداد کل حالات انتخاب
۴ عضو از ۶ عضو

پس با احتمال $\frac{9}{21} = \frac{3}{7}$ می‌توان زیرمجموعه مذکور را انتخاب کرد.

(ریاضی ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۵۱)

(علی مرشد)

۲۶- گزینه «۲»

اگر تعداد مهره‌های سبز ظرف n باشد، داریم:

اگر $n > 1$ باشد:

$$\frac{1}{2} = \frac{\binom{n}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{n+3}{2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\frac{n(n-1)}{2} + 3}{\frac{(n+3)(n+2)}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\frac{n^2 - n + 6}{2}}{\frac{n^2 + 5n + 6}{2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{n^2 - n + 6}{n^2 + 5n + 6}$$

$$\Rightarrow n^2 - 7n + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 6 \\ n = 1 \end{cases}$$

اگر $n = 1$ باشد:

$$\frac{1}{2} = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{1+3}{2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{4}{2}} = \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

پس به‌ازای $n = 1$ نیز تساوی برقرار است و $n = 1$ نیز قابل قبول است.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

(مهری براتی)

۲۷- گزینه «۴»

ابتدا هر یک از پیشامدها را مشخص می‌کنیم:

$$A = \{(1,4), (1,5), (1,6), (2,5), (2,6), (3,6), (4,1), (5,1), (5,2), (6,1), (6,2), (6,3)\}$$

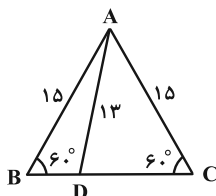


$$2R = \frac{BD}{\sin \hat{A}} \Rightarrow R = \frac{BD}{2 \sin \hat{A}} = \frac{3\sqrt{11}}{2 \times \frac{2\sqrt{7}}{8}} = \frac{4\sqrt{11}}{\sqrt{7}} = \frac{4\sqrt{77}}{7}$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۶۰ تا ۶۷)

گزینه «۴» - ۳۳ (مهردار ملونری)

مطابق شکل فرض می‌کنیم ضلع AB به نقطه D نزدیک‌تر است. با توجه به قضیه سینوس‌ها اندازه پاره‌های BD و CD مشخص می‌شود.



$$AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \times BD \times \cos 60^\circ$$

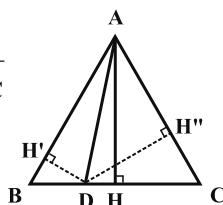
$$\Rightarrow 169 = 225 + BD^2 - 2 \times 15 \times BD \times \frac{1}{2} \Rightarrow BD^2 - 15BD + 56 = 0$$

$$\Rightarrow (BD - 7)(BD - 8) = 0 \xrightarrow{BD < CD} \begin{cases} BD = 7 \\ CD = 8 \end{cases}$$

حال با نوشتن نسبت مساحت در مثلث‌های ABD و ACD داریم:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \frac{\frac{1}{2}BD \times AH}{\frac{1}{2}CD \times AH} = \frac{\frac{1}{2}DH' \times AB}{\frac{1}{2}DH'' \times AC}$$

$$\Rightarrow \frac{DH'}{DH''} = \frac{BD}{CD} = \frac{7}{8} = 0.875$$



توجه: در دو مثلث قائم‌الزاویه BDH' و CDH'' نیز می‌توانستیم با نوشتن نسبت مثلثاتی سینوس برای زاویه 60° ، نسبت مورد نظر را به دست آوریم. (هنر سه ۲- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

گزینه «۱» - ۳۴ (ممر بیری)

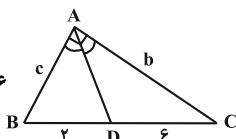
با توجه به شکل و فرض مسئله داریم:

$$\text{نیمساز } AD: \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{c}{b} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow b = 3c \quad (1)$$

$$\Delta ABC: AC^2 + AB^2 = BC^2 \Rightarrow b^2 + c^2 = 64$$

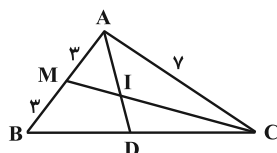
$$\xrightarrow{(1)} 9c^2 + c^2 = 64 \Rightarrow c^2 = \frac{64}{10}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}b \cdot c = \frac{3}{2}c^2 = \frac{3}{2} \times \frac{64}{10} = 9.6$$



(هنر سه ۲- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

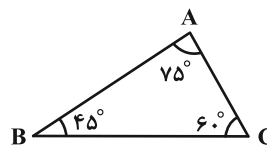
گزینه «۴» - ۳۵ (میلار منهوری)



هندسه ۲

گزینه «۴» - ۳۱

(امیرحسین ابومضوب)



با توجه به شکل و نوشتن قضیه سینوس‌ها داریم:

$$\frac{AB}{\sin \hat{C}} = \frac{AC}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \frac{AB}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{AC}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow \sqrt{2}AB = \sqrt{3}AC$$

$$\Rightarrow AB = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}AC \Rightarrow AB = \frac{\sqrt{6}}{2}AC$$

با توجه به فرض مسئله $AB + AC = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ است، پس:

$$AB + AC = \frac{\sqrt{6}}{2}AC + AC = \sqrt{3} + \sqrt{2} \Rightarrow AC = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\frac{\sqrt{6}}{2} + 1} = \sqrt{2}$$

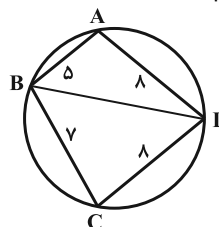
حال با نوشتن دوباره قضیه سینوس‌ها داریم:

$$\frac{AC}{\sin 45^\circ} = \frac{BC}{\sin 75^\circ} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{BC}{\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}} \Rightarrow BC = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

گزینه «۱» - ۳۲ (ممر فذران)

قطر BD را رسم می‌کنیم.



چهارضلعی $ABCD$ محاطی است، پس هر دو زاویه روبه‌روی آن مکمل یکدیگرند و کسینوس آنها قرینه یکدیگر است. در نتیجه:

$$\cos \hat{A} = -\cos \hat{C}$$

حال با توجه به قضیه کسینوس‌ها در دو مثلث ABD و BCD داریم:

$$\begin{cases} \Delta ABD: BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos \hat{A} \\ \Delta BCD: BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2BC \cdot CD \cdot \cos \hat{C} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} BD^2 = 25 + 64 - 2 \times 5 \times 8 \times \cos \hat{A} \\ BD^2 = 49 + 64 - 2 \times 7 \times 8 \times \cos \hat{C} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 89 - 80 \cos \hat{A} = 113 - 112 \cos \hat{C} \xrightarrow{\cos \hat{A} = -\cos \hat{C}}$$

$$192 \cos \hat{A} = -24 \Rightarrow \cos \hat{A} = -\frac{1}{8} \Rightarrow BD = \sqrt{99} = 3\sqrt{11}$$

$$\cos \hat{A} = -\frac{1}{8} \Rightarrow \sin \hat{A} = \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{8}\right)^2} = \frac{3\sqrt{7}}{8}$$

حال با توجه به قضیه سینوس‌ها، اندازه شعاع دایره محیطی را به دست می‌آوریم:



حال مساحت چهارضلعی ABCD را به دست می آوریم:

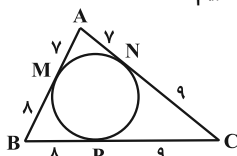
$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= S_{ABD} - S_{BCD} \\ &= \frac{1}{2} AB \times AD \times \sin \hat{A} - \frac{1}{2} \times BC \times CD \times \sin \hat{C} \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 8 \times \sin 60^\circ - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 120^\circ = 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۶۴ تا ۶۷)

۳۹- گزینه «۳»

(سینا ممدپور)

می دانیم طول دو مماس رسم شده از هر نقطه خارج دایره بر آن، با هم برابر است، پس مطابق شکل داریم:



یعنی طول اضلاع مثلث ABC برابر ۱۵، ۱۶ و ۱۷ است.

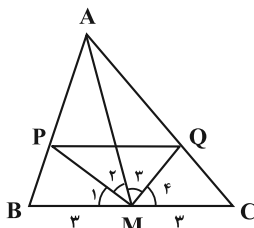
با معلوم بودن طول سه ضلع مثلث، ابتدا مساحت را با قاعده هرون به دست آورده و سپس شعاع دایره محاطی داخلی را محاسبه می کنیم:

$$\begin{aligned} P &= \frac{15 + 16 + 17}{2} = 24 \Rightarrow S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} \\ &= \sqrt{24 \times 9 \times 8 \times 7} = 24\sqrt{21} \Rightarrow r = \frac{S}{P} = \frac{24\sqrt{21}}{24} = \sqrt{21} \end{aligned}$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۷۱ تا ۷۴)

۴۰- گزینه «۳»

(مهم قنران)



با توجه به قضیه نیمسازهای زوایای داخلی در دو مثلث AMB و AMC داریم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta AMB: \frac{AP}{BP} &= \frac{AM}{BM} = \frac{6}{3} = 2 \\ \Delta AMC: \frac{AQ}{QC} &= \frac{AM}{CM} = \frac{6}{3} = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{QC}$$

بنابراین با توجه به عکس قضیه تالس نتیجه می گیریم که $PQ \parallel BC$ است.

$$\frac{PQ}{BC} = \frac{AP}{AB} = \frac{AP}{AP+BP} = \frac{AM}{AM+BM} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow PQ = \frac{2}{3} BC = \frac{2}{3} \times 6 = 4$$

حال با توجه به این که MP و MQ نیمساز زوایای داخلی در دو مثلث AMB و AMC هستند، می توان نوشت:

$$\hat{M}_1 + \hat{M}_2 + \hat{M}_3 + \hat{M}_4 = 180^\circ \xrightarrow{\hat{M}_1 = \hat{M}_2, \hat{M}_3 = \hat{M}_4} \hat{M}_2 + \hat{M}_3 = 90^\circ$$

پس مثلث PMQ قائم الزاویه است و طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$MP^2 + MQ^2 = PQ^2 = 4^2 = 16$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۶۸ تا ۷۰)

طبق قضیه میانه ها در مثلث ABC داریم:

$$AC^2 + BC^2 = 2CM^2 + \frac{AB^2}{2} \Rightarrow 49 + 81 = 2CM^2 + 18$$

$$2CM^2 = 112 \Rightarrow CM^2 = 56 \Rightarrow CM = 2\sqrt{14}$$

AI نیمساز زاویه داخلی A در مثلث AMC است، بنابراین طبق قضیه

نیمسازهای زاویه های داخلی داریم:

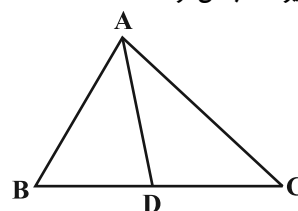
$$\begin{aligned} \frac{MI}{CI} &= \frac{AM}{AC} = \frac{3}{7} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{MI}{CM} = \frac{3}{10} \\ \Rightarrow MI &= \frac{3\sqrt{14}}{5} \end{aligned}$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۶۷ و ۶۸)

۳۶- گزینه «۳»

(پوار فاطمی)

با در اختیار داشتن طول دو ضلع مثلث و اندازه زاویه بین این دو ضلع، طول نیمساز داخلی زاویه از رابطه زیر محاسبه می شود:



$$AD = \frac{2bc \cos \frac{\hat{A}}{2}}{b+c} = \frac{2 \times 9 \times 6 \times \cos 60^\circ}{9+6} = \frac{2 \times 54 \times \frac{1}{2}}{15} = \frac{18}{5} = 3 \frac{3}{5}$$

(هنر سه ۲- مشابه تمرین ۵ صفحه های ۷۳ و ۷۴)

۳۷- گزینه «۲»

(امیر حسین ابومحبوب)

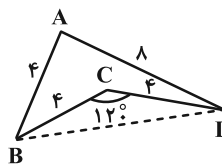
طبق قضیه استوارت در مثلث ABC داریم:

$$\begin{aligned} AB^2 \times DC + AC^2 \times BD &= AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC \\ \Rightarrow 49 \times 6 + AC^2 \times 3 &= 36 \times 9 + 3 \times 6 \times 9 \\ \Rightarrow 294 + 3AC^2 &= 324 + 162 \Rightarrow 3AC^2 = 192 \\ \Rightarrow AC^2 &= 64 \Rightarrow AC = 8 \end{aligned}$$

(هنر سه ۲- مشابه تمرین ۵ صفحه ۶۷)

۳۸- گزینه «۲»

(مهم قنران)



کافی است از B به D وصل کنیم و سپس قضیه کسینوس ها را در مثلث BCD به کار ببریم:

$$\begin{aligned} \Delta BCD: DB^2 &= BC^2 + CD^2 - 2BC \times CD \times \cos 120^\circ \\ &= 4^2 + 4^2 - 2 \times 4 \times 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 48 \Rightarrow BD = 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

اکنون قضیه کسینوس ها را در مثلث ABD به کار می بریم:

$$\begin{aligned} \Delta ABD: BD^2 &= AB^2 + AD^2 - 2AB \times AD \times \cos \hat{A} \\ \Rightarrow 48 &= 16 + 64 - 2 \times 4 \times 8 \times \cos \hat{A} \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ \end{aligned}$$



هندسه ۳

۴۱- گزینه «۴»

(علیرضا شریف فطیپی)

$$A = \begin{bmatrix} 2a+1 & a-2 \\ b+1 & a-b \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a-2=0 \\ b+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a=2 \\ b=-1 \end{matrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} a & b+1 \\ a-2 & c \end{bmatrix} \xrightarrow[b=-1]{a=2} B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$$

۱۶ = مجموع درایه‌های AB

تذکر: در ماتریس اسکالر، درایه‌های خارج قطر اصلی برابر صفر و درایه‌های واقع بر قطر اصلی برابر یکدیگرند، پس در ماتریس B، c لزوماً برابر ۲ است.

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۱۲، ۱۷ و ۱۸)

۴۲- گزینه «۲»

(امیر حسین ابومحبوب)

ماتریس قطری ماتریسی است که درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن همگی برابر صفر هستند.

$$B \times A = \begin{bmatrix} 3 & b \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3a+b & 6+4b \\ 2a-1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6+4b=0 \Rightarrow b=-\frac{3}{2} \\ 2a-1=0 \Rightarrow a=\frac{1}{2} \end{cases}$$

با جای گذاری مقادیر a و b، ماتریس B × A ماتریس صفر خواهد شد که مجموع تمام درایه‌های آن برابر صفر می‌شود.

(هنر سه ۳- مشابه تمرین ۶ صفحه ۲۱)

۴۳- گزینه «۳»

(سرژ یقیا زاریان تبریزی)

راه حل اول:

$$A^2 = 3A - 4I \Rightarrow A^2 - 3A = -4I \Rightarrow A(A - 3I) = -4I$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{4}A(A - 3I) = I \Rightarrow A^{-1} = -\frac{1}{4}(A - 3I)$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{4}A + \frac{3}{4}I = mA + nI \Rightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{4} \\ n = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow m + n = -\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

راه حل دوم:

$$A^{-1} = mA + nI \xrightarrow{\times A} A^{-1}A = mA^2 + nIA$$

$$\Rightarrow I = mA^2 + nA \quad (1)$$

$$A^2 = 3A - 4I \Rightarrow 4I = 3A - A^2 \Rightarrow I = -\frac{1}{4}A^2 + \frac{3}{4}A \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow m = -\frac{1}{4} \text{ و } n = \frac{3}{4} \Rightarrow m + n = -\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۱۰ تا ۲۳)

۴۴- گزینه «۱»

(میلاد منصوری)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 3 - 2 = 1$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

بنابراین داریم:

$$AX = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} \Rightarrow X = A^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -11 \end{bmatrix}$$

$$AX' = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow X' = A^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

مجموع مجهولات دستگاه اول برابر $-3 = 8 + (-11)$ و مجموع مجهولاتدستگاه دوم برابر $1 = (-1) + 2$ است، پس مجموع مجهولات دستگاه اول،

(۳-) برابر مجموع مجهولات دستگاه دوم است.

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۶)

۴۵- گزینه «۲»

(مهرادر ملونری)

معادلات همه دستگاه‌ها را مرتب کرده و شرط داشتن بی‌شمار جواب را

بررسی می‌کنیم.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ -4x + 6y = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{-4} = \frac{-3}{6} \neq \frac{3}{1} \quad (\text{فاقد جواب}) \quad \text{گزینه «۱»}$$

گزینه «۲»:

$$\begin{cases} x - 3y = 2 \\ -3x + 9y = -6 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{-3} = \frac{-3}{9} = \frac{2}{-6} \quad (\text{بی‌شمار جواب})$$



گزینه «۳»:

$$\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 8 \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{2} \neq \frac{-5}{1} \quad (\text{جواب منحصر به فرد})$$

$$\begin{cases} x + 3y = 5 \\ -2x - 6y = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{-2} = \frac{3}{-6} \neq \frac{5}{1} \quad (\text{فاقد جواب})$$

(هنر سه -۳- مشابه کار در کلاس صفحه ۲۶)

۴۶- گزینه «۴»

(شهریار رحمانی)

$$AB^{-1} + I = AB^{-1} + BB^{-1} = (A + B)B^{-1}$$

$$\Rightarrow |AB^{-1} + I| = |A + B| |B^{-1}| = 6 \times \frac{1}{2} = 3$$

(هنر سه -۳- صفحه‌های ۲۲، ۲۳ و ۲۷ تا ۳۱)

۴۷- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومصوب)

با استفاده از دستور ساروس برای محاسبهٔ دترمینان ماتریس‌های 3×3 داریم:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -2 \end{vmatrix} = (-2 - 8 + 0) - (2 - 4 + 0) = -10 - (-2) = -8$$

$$|B| = |A^T| = |A| = 64$$

$$\text{اگر } B = \begin{bmatrix} b & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & b \end{bmatrix} \text{ باشد، در این صورت داریم:}$$

$$|B| = b^3 = 64 \Rightarrow b = 4$$

$$B \text{ مجموع درایه‌های ماتریس } 3 \times 4 = 12$$

(هنر سه -۳- صفحه‌های ۱۲ و ۲۷ تا ۳۱)

۴۸- گزینه «۱»

(مهردار ملونری)

چون A وارون پذیر است، پس $|A| \neq 0$ خواهد بود. دترمینان ماتریس A برابر است با:

$$|A| = \begin{vmatrix} |A|^2 & 4|A| \\ 2 & |A| \end{vmatrix} = |A|^3 - 8|A| \Rightarrow |A|^3 = 9|A|$$

$$\xrightarrow{|A| \neq 0} |A|^2 = 9 \Rightarrow |A| = \pm 3$$

داریم:

$$\frac{|A|^2 - 1}{|A| + 2} \begin{cases} |A|=3 \rightarrow \frac{9-1}{3+2} = \frac{8}{5} = 1\frac{1}{5} \\ |A|=-3 \rightarrow \frac{9-1}{-3+2} = \frac{8}{-1} = -8 \end{cases}$$

(هنر سه -۳- مشابه تمرین ۳ صفحه ۳۰)

۴۹- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

اگر دترمینان را بر حسب سطر اول آن محاسبه کنیم، داریم:

$$\begin{aligned} & -(x-a) \begin{vmatrix} a-x & x-c \\ b-x & 0 \end{vmatrix} + (x-b) \begin{vmatrix} a-x & 0 \\ b-x & c-x \end{vmatrix} \\ & = -(x-a)[0 - (x-c)(b-x)] + (x-b)[(a-x)(c-x) - 0] \\ & = -(x-a)(x-c)(b-x) + (x-b)(x-a)(x-c) = 0 \end{aligned}$$

بنابراین حاصل دترمینان به ازای تمامی مقادیر حقیقی x ، برابر صفر است و

در نتیجه معادله بی‌شمار جواب حقیقی دارد.

(هنر سه -۳- صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۵۰- گزینه «۲»

(علیرضا شریف‌نظیری)

دترمینان ماتریس را با بسط نسبت به سطر اول به دست می‌آوریم:

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & x^2 & x^3 \\ 1 & x^3 & x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (x^3 - x^6) - x(x - x^3) + x^2(x^3 - x^2) = 0$$

$$\Rightarrow x^3 - x^6 - x^2 + x^6 + x^5 - x^4 = 0 \Rightarrow x^3 - x^6 - x^2 + x^5 = 0$$

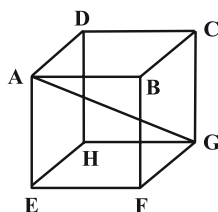
$$\Rightarrow x^3(1 - x^3) - x^2(1 - x^3) = 0 \Rightarrow (x^3 - x^2)(1 - x^3) = 0$$

$$\Rightarrow x^2(x-1)(1-x^3) = 0$$

$$\Rightarrow -x^2(x-1)^2(x^2+x+1) = 0 \Rightarrow x = 0, 1$$

پس این معادله دو ریشه متمایز دارد.

(هنر سه -۳- صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)



(هنرسه ۱- مشابه کار در کلاس صفحه ۸۲)

۵۵- گزینه «۱»

(فرشاد فرامرزی)

مکعب بزرگ از $4 \times 4 \times 3 = 48$ مکعب کوچک تشکیل شده است. حداکثر

مکعب‌هایی که می‌تواند برداشته شود برابر است با: $48 - 9 = 39$ که در

این صورت تنها یک ردیف به شکل B باقی می‌ماند.

همچنین حداقل باید $3 \times 4 = 12$ مکعب از شکل برداشته شود (۳ ستون

مکعب از بالا به پایین که هر کدام شامل ۴ مکعب هستند). در نتیجه تفاضل

حداقل و حداکثر تعداد مکعب‌هایی که باید برداشته شود، برابر است با:

$$39 - 12 = 27$$

(هنرسه ۱- صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

۵۶- گزینه «۴»

(علی فتح آباری)

فرض کنید n مکعب را روی هم قرار داده باشیم. بدیهی است که فقط ۴

وجه جانبی مکعب پایینی و مکعب‌های میانی قابل رؤیت هستند و در مکعب

بالایی، علاوه بر ۴ وجه جانبی، وجه بالایی آنها نیز دیده می‌شود، بنابراین

داریم: $4n + 1 = 5 + (n - 1) \times 4$ مجموع تعداد وجوه قابل رؤیت

$$5(4n + 1) = 245 \Rightarrow 4n + 1 = 49$$

$$\Rightarrow 4n + 1 = 49 \Rightarrow 4n = 48 \Rightarrow n = 12$$

(هنرسه ۱- مشابه تمرین ۳ صفحه ۹۱)

هندسه ۱

۵۱- گزینه «۲»

(مهمرب قدران)

از یک نقطه خارج یک صفحه، تنها یک خط عمود بر صفحه مفروض می‌توان

رسم کرد و تمام صفحات گذرنده از این خط، بر صفحه مفروض عمود هستند.

بنابراین از یک نقطه خارج یک صفحه، یک خط و بی‌شمار صفحه عمود بر

صفحه مفروض قابل رسم است.

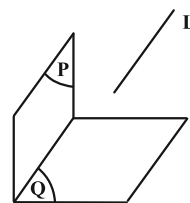
(هنرسه ۱- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۶)

۵۲- گزینه «۱»

(مهمرب ابراهیم کیتی زاده)

اگر خط L با صفحه P موازی باشد، مطابق شکل L لزوماً بر Q عمود

نیست، پس گزینه «۱» نادرست است.



(هنرسه ۱- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۶)

۵۳- گزینه «۴»

(مهمرب ابراهیم کیتی زاده)

می‌دانیم اگر خطی با یکی از دو صفحه موازی، متقاطع باشد، حتماً با دیگری

نیز متقاطع است، پس هر صفحه موازی با صفحه P، دو خط d و d' را قطع

می‌کند و خط واصل بین دو نقطه تلاقی، شرایط مسئله را داراست.

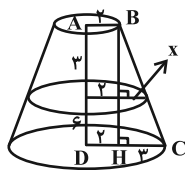
(هنرسه ۱- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۶)

۵۴- گزینه «۲»

(علی ایمانی)

مطابق شکل زیر، قطر AG با یال‌های EF, BF, DH, CD, BC

و EH متناظر است.



طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث BHC داریم:

$$\frac{x}{3} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{4}$$

بنابراین مطابق شکل، شعاع دایره مورد نظر برابر ۳ است و در نتیجه مساحت

$$S = \pi(3)^2 = 9\pi$$

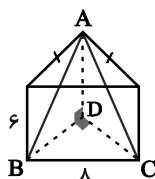
سطح مقطع برابر است با:

(هنر سه ۱- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۶)

(مسیر فایلو)

۶۰- گزینه «۴»

از آنجا که مثلث DBC قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین به طول وتر ۸ است، داریم:



$$BD^2 + CD^2 = BC^2 \Rightarrow x^2 + x^2 = 64$$

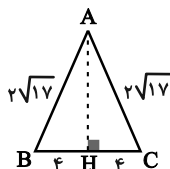
$$\Rightarrow x^2 = 32 \Rightarrow x = 4\sqrt{2}$$

در مثلث قائم‌الزاویه ABD بنا به قضیه فیثاغورس داریم:

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 \Rightarrow AB^2 = 36 + 32 = 68$$

$$\Rightarrow AB = 2\sqrt{17}$$

برای پیدا کردن مساحت مثلث ABC، طول ارتفاع وارد بر BC را حساب می‌کنیم.



$$\Delta ABH \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{68 - 16}$$

$$= \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

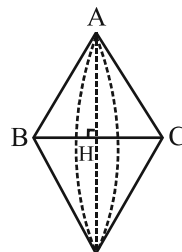
$$S(\Delta ABC) = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} (2\sqrt{13}) \times 8 = 8\sqrt{13}$$

بنابراین:

(هنر سه ۱- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

(ممر فندان)

۵۷- گزینه «۲»



اگر مثلث متساوی‌الاضلاع را حول قاعده آن دوران دهیم، آنگاه مطابق شکل

دو مخروط با قاعده یکسان ایجاد می‌شود که شعاع قاعده هر کدام برابر طول

ارتفاع وارد بر قاعده مثلث و ارتفاع هر کدام برابر نصف طول قاعده مثلث است.

اندازه ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع $4\sqrt{3}$ برابر است با:

$$h = 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6$$

(هنر سه ۱- مشابه تمرین ۲ (ت) صفحه ۹۶)

(عباس اسری امیرآبادی)

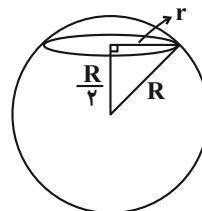
۵۸- گزینه «۳»

$$r^2 = R^2 - \frac{R^2}{4} = \frac{3R^2}{4} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{3}}{2} R$$

$$S = \pi r^2 = \frac{3}{4} \pi R^2 = 24\pi$$

(سطح مقطع)

$$\Rightarrow R^2 = 32 \Rightarrow R = 4\sqrt{2}$$



(هنر سه ۱- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

(ممر فندان)

۵۹- گزینه «۱»

از دوران دوزنقه قائم‌الزاویه حول ارتفاع، یک مخروط ناقص به‌وجود می‌آید.

سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه‌ای موازی با قاعده‌های دوزنقه قائم‌الزاویه

با این مخروط ناقص، یک دایره است.



آمار و احتمال

۶۱- گزینه «۱»

(علیرضا شریف‌فطیپی)

تأثیر نوشابه‌های گازدار روی معده را با آزمایش یا مشاهده می‌توان بررسی کرد و بررسی میزان قاچاق سوخت در سال گذشته با توجه به اطلاعات ثبت‌شده که همان دادگان است، امکان‌پذیر می‌باشد.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۸)

۶۲- گزینه «۳»

(علیرضا شریف‌فطیپی)

چون مشتریان فروشگاه به‌صورت گروه‌های ۱۰۰۰ نفره طبقه‌بندی شده و از هر طبقه، نمونه تصادفی ساده می‌گیریم، بنابراین از نمونه‌گیری طبقه‌ای استفاده کرده‌ایم.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

۶۳- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومحموب)

اگر یک روش نمونه‌گیری از نمونه‌گیری ایده‌آل فاصله بگیرد و به سمتی خاص انحراف پیدا کند، آن روش نمونه‌گیری اریب است. بنابراین آمارشناسان تلاش می‌کنند تا با شناسایی منابع تولید اریبی، نمونه‌گیری‌ها را تا جایی که می‌توانند نااریب کنند و در واقع نمونه‌گیری نااریب، ارزش بالایی برای بررسی یک جامعه دارد.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۰۴، ۱۰۹ و ۱۱۶)

۶۴- گزینه «۴»

(مهمرب قنبران)

با توجه به این‌که از بین ۳۵۰ نفر، قرار است یک نمونه ۵۰ تایی انتخاب کنیم، پس از میان هر ۷ نفر، دقیقاً یک نفر باید انتخاب شود. از آن‌جا که باقی‌مانده تقسیم ۴۱ بر ۷، برابر ۶ است، پس اعداد انتخابی به‌صورت $7k + 6$ ($k \in \mathbb{Z}, 0 \leq k \leq 49$) می‌باشند که در نتیجه عدد ۳۰۴ نمی‌تواند در میان اعداد انتخابی قرار گیرد.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۰۱)

۶۵- گزینه «۴»

(علیرضا شریف‌فطیپی)

در گزینه «۴»، نمونه‌گیری سیستماتیک یا سامانمند صورت گرفته است و تمام دانش‌آموزان مدرسه شانس حضور در نمونه انتخابی را دارند، پس نمونه‌گیری اریب نیست. در گزینه «۱» مدرسان کنکور معمولاً درآمد بیش‌تری نسبت به میانگین معلمان تمام مقاطع دارند، پس نمونه‌گیری اریب است. در گزینه «۲» در نظرسنجی یک وبگاه، ممکن است بخش‌هایی از جامعه دسترسی به اینترنت و امکان حضور در این نظرسنجی را نداشته باشند، پس نمونه‌گیری اریب است. در گزینه «۳» افراد حاضر در کتابخانه مدرسه ممکن است دارای میزان مطالعه بیشتری نسبت به سایر دانش‌آموزان مدرسه باشند، پس نمونه‌گیری اریب است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۰۳ و ۱۰۴)



۶۶- گزینه «۳»

(غرضانه فاکتور)

میانگین اعداد صحیح از ۰ تا N برابر است با:

$$\mu = \frac{0+1+2+\dots+N}{N+1} = \frac{\frac{N(N+1)}{2}}{N+1} = \frac{N}{2}$$

از طرفی میانگین نمونه انتخابی برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{3+4+6+8+9+12}{6} = \frac{42}{6} = 7$$

$$\mu = \bar{x} \Rightarrow \frac{N}{2} = 7 \Rightarrow N = 14$$

بنابراین داریم:

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

۶۷- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)

$$\mu = \frac{1+2+3+\dots+99}{99} = \frac{\frac{99 \times 100}{2}}{99} = 50$$

نمونه‌های دوتایی که میانگین را برابر ۵۰ برآورد می‌کنند، عبارت‌اند از:

$$\{1, 99\}, \{2, 98\}, \{3, 97\}, \dots, \{49, 51\}$$

یعنی تعداد این نمونه‌ها برابر ۴۹ است. در نتیجه احتمال آن که میانگین

جامعه و نمونه برابر باشد، برابر است با:

$$P = \frac{49}{\binom{99}{2}} = \frac{49}{\frac{99 \times 98}{2}} = \frac{49}{99 \times 49} = \frac{1}{99}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۵)

۶۸- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

انحراف معیار برآورد میانگین یک نمونه برابر انحراف معیار جامعه تقسیم بر

جذر اندازه نمونه است. بنابراین اگر $n_1 = 36$ و $n_2 = 324$ فرض شود،

$$\sigma_{\bar{x}_1} = \frac{\sigma}{\sqrt{n_1}} \Rightarrow 1/5 = \frac{\sigma}{\sqrt{36}} \Rightarrow \sigma = 1/5 \times 6 = 9$$

آنگاه داریم:

$$\sigma_{\bar{x}_2} = \frac{\sigma}{\sqrt{n_2}} = \frac{9}{\sqrt{324}} = \frac{9}{18} = 0.5$$

(آمار و احتمال - صفحه ۱۱۵)

۶۹- گزینه «۲»

(نیلوفر مهروی)

انحراف معیار برآورد میانگین جامعه برابر است با انحراف معیار جامعه

تقسیم بر جذر اندازه نمونه. بنابراین داریم:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \frac{2}{10} \sigma \Rightarrow \sqrt{n} > 5 \Rightarrow n > 25 \Rightarrow n \geq 26$$

(آمار و احتمال - صفحه ۱۱۵)

۷۰- گزینه «۱»

(نیلوفر مهروی)

اگر نمونه‌ای تصادفی به اندازه n در اختیار داشته باشیم، با اطمینان بیش از

۹۵ درصد می‌توانیم بگوییم:

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \quad (\mu \text{ میانگین و } \sigma \text{ انحراف معیار جامعه است})$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} &= 41 \\ \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} &= 48 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = 7$$

$$\Rightarrow \xrightarrow{n=196} \sigma = \frac{7 \times \sqrt{196}}{4} = \frac{7 \times 14}{4} = \frac{49}{2} = 24.5$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)



ریاضیات گسسته

۷۱- گزینه «۳»

(علیرضا شریف فطیپی)

کافی است به جای n ، عدد ۱۱ را قرار دهیم. در این صورت داریم:

$$n^2 + 7n + 11 = 11^2 + 7 \times 11 + 11 = 11(11 + 7 + 1) = 11 \times 19$$

یعنی عدد مورد نظر، عددی مرکب است و درستی حکم رد می شود.

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۲ تا ۸)

۷۲- گزینه «۲»

(مهردار ملونری)

روش اول: با توجه به فرض داریم:

$$\begin{cases} a = 7q_1 + 4 \xrightarrow{\times 9} 9a = 63q_1 + 36 \\ a = 9q_2 + 5 \xrightarrow{\times 7} 7a = 63q_2 + 35 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} 2a = 63(q_1 - q_2) + 1$$

برای این که طرفین تساوی اخیر را بر ۲ تقسیم کنیم، سمت راست تساوی را

با عدد ۶۳، جمع و منها می کنیم:

$$2a = 63(q_1 - q_2) + 1 + 63 - 63 = 63(q_1 - q_2 - 1) + 64$$

$$\xrightarrow{+2} a = 63\left(\frac{q_1 - q_2 - 1}{2}\right) + 32$$

باقی مانده تقسیم عدد a بر ۶۳ برابر ۳۲ است.

روش دوم: طبق فرض داریم:

$$\left. \begin{aligned} a &\equiv 4 \equiv 4 + 4 \times 7 = 32 \\ a &\equiv 5 \equiv 5 + 3 \times 9 = 32 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a \equiv 32 \pmod{63}$$

(ریاضیات گسسته - مشابه تمرین ۹ صفحه ۱۶)

۷۳- گزینه «۳»

(سروش موئینی)

عدد A را به صورت $2^{100} \times 3^{50} \times 5^{21} \times 7^3$ می نویسیم. داریم:

$$A = 2^{100} \times 3^{50} \times 5^6 = (2^2 \times 3)^{50} \times 5^6 = 12^{50} \times 5^6$$

پس باقی مانده تقسیم عدد A بر عدد ۱۳ برابر است با:

$$A \equiv (-1)^{50} \times 6 \equiv 6$$

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۱۸ تا ۲۲)

۷۴- گزینه «۱»

(مرتضی فعیم علوی)

$$a246 \equiv 6a027 \Rightarrow 0 - 6 + 4 - 2 + a \equiv 7 - 2 + 0 - a + 6$$

$$\Rightarrow 2a \equiv 15 \equiv 4 \xrightarrow{(2,11)=1} a \equiv 2 \Rightarrow a = 2$$

با جای گذاری $a = 2$ در عدد $9a2a2$ داریم:

$$92322 \equiv 9 + 2 + 3 + 2 + 2 \equiv 18 \equiv 0$$

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۲۲ و ۲۳)

۷۵- گزینه «۴»

(مهردار ملونری)

می دانیم معادله همبستگی $ax \equiv b \pmod{m}$ در Z دارای جواب است، اگر و فقطاگر $b \mid (a, m)$. گزینه ها را بررسی می کنیم:

$$\text{گزینه «۱» : } (30, 42) = 6 \Rightarrow 6 \nmid 15$$

$$\text{گزینه «۲» : } (12, 18) = 6 \Rightarrow 6 \nmid 9$$

$$\text{گزینه «۳» : } (8, 20) = 4 \Rightarrow 4 \nmid 18$$

$$\text{گزینه «۴» : } (27, 12) = 3 \Rightarrow 3 \mid 21$$

(ریاضیات گسسته - مشابه مثال صفحه ۲۵)

۷۶- گزینه «۲»

(پوار هاتمی)

$$42x \equiv 26 \Rightarrow 9x \equiv 9 \xrightarrow{(17,9)=1} x \equiv 1$$

پس باقی مانده تقسیم x بر ۱۷ برابر ۱ است، بنابراین داریم:

$$x = 17k + 1 \xrightarrow{k=6} x = 103$$

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۲۴ و ۲۵)



۷۷- گزینه «۱»

(مهردار ملونری)

اگر x و y را به ترتیب تعداد اصابت‌ها به دایره کوچک‌تر و بزرگ‌تر (که خارج دایره کوچک‌تر باشد) فرض کنیم، آن‌گاه داریم:

$$7x + 5y = 61 \Rightarrow 7x \equiv 61 \Rightarrow 7x \equiv 61 - 5 \equiv 56 \Rightarrow x \equiv 8$$

$$\xrightarrow{+7}_{(5,7)=1} x \equiv 8 \Rightarrow x = 5k + 3$$

عبارت x را در معادله سیاله اول جای‌گذاری می‌کنیم تا y پدید آید:

$$7(5k + 3) + 5y = 61 \Rightarrow 35k + 5y = 61 - 21 = 40$$

$$\xrightarrow{+5} y = -7k + 8$$

از آنجا x و y اعدادی حسابی هستند، پس:

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 8 \end{cases}, \begin{cases} x = 8 \\ y = 1 \end{cases}$$

از آنجا که تیرانداز کمتر از ۱۰ تیر انداخته، پس $x + y < 10$ و فقط حالت $x = 8$ و $y = 1$ قابل قبول است.

(ریاضیات گسسته- مشابه مثال صفحه ۲۸)

۷۸- گزینه «۱»

(سراسری ریاضی - ۱۹)

$$57x - 87y = 342 \xrightarrow{+3} 19x - 29y = 114$$

$$\Rightarrow 19x = 29y + 114 \Rightarrow 19x \equiv 114 \xrightarrow{+19}_{(19,29)=1} x \equiv 6$$

$$x = 29k + 6 \geq 100 \Rightarrow k \geq 4 \Rightarrow x_{\min} = 122$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 1 + 2 + 2 = 5$$

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

۷۹- گزینه «۴»

(هومن نورائی)

اگر تعداد کیسه‌های ۳ و ۵ کیلوگرمی مورد استفاده را به ترتیب با x و y

نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$3x + 5y = 100$$

$$\Rightarrow 5y \equiv 100 \xrightarrow{+5}_{(5,3)=1} y \equiv 20 \Rightarrow y = 3k + 20$$

$$3x + 5(3k + 20) = 100 \Rightarrow 3x = -15k \Rightarrow x = -5k$$

$$x \geq 0 \Rightarrow -5k \geq 0 \Rightarrow k \leq 0$$

$$y \geq 0 \Rightarrow 3k + 20 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{20}{3}$$

با توجه به اینکه k عددی صحیح است، پس 7 مقدار $0, -1, -2, \dots, -6$ قابل قبول است.

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

۸۰- گزینه «۳»

(رضا توکلی)

فرض کنید $d = (4n + 1, 3n - 2)$ باشد. معادله سیاله موردنظر در صورتی

به ازای هر عدد طبیعی دلخواه c ، در مجموعه اعداد صحیح دارای جواب است که $d = 1$ باشد.

$$\left. \begin{aligned} d \mid 4n + 1 \xrightarrow{\times 3} d \mid 12n + 3 \\ d \mid 3n - 2 \xrightarrow{\times 4} d \mid 12n - 8 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid 11 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 11$$

بنابراین کافی است مقادیری از n را که به ازای آن $d = 11$ می‌شود، پیدا کرده و از مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی حذف کنیم. داریم:

$$11 \mid 3n - 2 \Rightarrow 3n - 2 \equiv 0 \Rightarrow 3n \equiv 2 \equiv -9 \xrightarrow{+3}_{(3,11)=1} n \equiv -3$$

$$\Rightarrow n = 11k - 3 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

پس به ازای هشت مقدار k ($2 \leq k \leq 9$)، عدد طبیعی n دو رقمی شده و $d = 11$ می‌شود و در نتیجه به ازای $8 - 90$ عدد طبیعی دو رقمی، $d = 1$ است.

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)



فیزیک ۲

۸۱- گزینه «۲»

(امیر ستارزاده)

وقتی زاویه $\vec{B}$ با سطح قاب 3° باشد، پس $\theta = 6^\circ$ است، زیرا θ زاویه بین خطوط میدان مغناطیسی $\vec{B}$ با نیم خط عمود بر سطح حلقه می باشد.

$$\Phi = BA \cos \theta = 2 \times 10 \times 10^{-4} \times \cos 6^\circ = 0.001 \text{ Wb}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۸۲- گزینه «۴»

(علیرضا گونه)

با استفاده از نمودار می توان آهنگ تغییرات میدان مغناطیسی را به دست آورد:

$$\begin{aligned} 0 \leq t_1 < 0.2 \text{ s} &\rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta t} = 2 \frac{\text{T}}{\text{s}} \\ 0.2 \text{ s} \leq t_2 < 0.4 \text{ s} &\rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta t} = 0 \\ 0.4 \text{ s} \leq t_3 < 0.6 \text{ s} &\rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta t} = -2 \frac{\text{T}}{\text{s}} \end{aligned}$$

حال با استفاده از قانون القای الکترومغناطیسی فاراده داریم:

$$\begin{aligned} \epsilon_{av} &= -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Rightarrow \epsilon_{av} = -NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t} \\ 0 \leq t_1 < 0.2 \text{ s} &\rightarrow \epsilon_{1,av} = -1 \times 3 \times 25 \times 10^{-4} \times 2 = -15 \text{ mV} \\ 0.2 \text{ s} \leq t_2 < 0.4 \text{ s} &\rightarrow \epsilon_{2,av} = 0 \\ 0.4 \text{ s} \leq t_3 < 0.6 \text{ s} &\rightarrow \epsilon_{3,av} = -1 \times 3 \times 25 \times 10^{-4} \times (-2) = 15 \text{ mV} \end{aligned}$$

بنابراین نمودار نیروی محرکه القایی مطابق با شکل گزینه ۴ خواهد شد.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

۸۳- گزینه «۳»

(محمدرعلی راست پیمان)

با توجه به معادله شار- زمان، تغییر شار مغناطیسی عبوری از سیملوله را

$$\text{به دست می آوریم و با توجه به رابطه } \epsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \text{، نیروی محرکه}$$

القایی متوسط را به دست می آوریم.

$$t_1 = \frac{1}{100} \text{ s} \rightarrow \Phi_1 = 5 \times 10^{-4} \cos(100\pi \times \frac{1}{100})$$

$$\Rightarrow \Phi_1 = -5 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$t_2 = \frac{1}{50} \text{ s} \rightarrow \Phi_2 = 5 \times 10^{-4} \cos(100\pi \times \frac{1}{50})$$

$$\Rightarrow \Phi_2 = 5 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$\epsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -10 \times \frac{5 \times 10^{-4} - (-5 \times 10^{-4})}{\frac{1}{50} - \frac{1}{100}} = -8 \text{ V}$$

$$|I_{av}| = \frac{|\epsilon_{av}|}{R} \Rightarrow |I_{av}| = \frac{8}{2} \Rightarrow |I_{av}| = 4 \text{ A}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

۸۴- گزینه «۱»

(بهنام رستمی)

طبق قانون القای الکترومغناطیسی فاراده و تعریف جریان الکتریکی متوسط

$$(I_{av} = \frac{\Delta q}{\Delta t}) \text{ داریم:}$$

$$|\Delta q| = |I_{av}| \Delta t = \frac{|\epsilon_{av}|}{R} \Delta t \xrightarrow{\epsilon_{av} = \frac{|\Delta \Phi|}{\Delta t}}$$

$$|\Delta q| = \frac{1}{R} \times \frac{|\Delta \Phi|}{\Delta t} \times \Delta t \Rightarrow \Delta q = \frac{|\Delta \Phi|}{R}$$

$$\Rightarrow |\Delta q| = \frac{1/6 - (-0/4)}{10} = 0.2 \text{ C}$$

از طرفی طبق رابطه $|\Delta q| = ne$ داریم:

$$n = \frac{|\Delta q|}{e} = \frac{2 \times 10^{-1}}{1.6 \times 10^{-19}} = 12.5 \times 10^{17} \text{ الکترون}$$

نکته: طبق رابطه $\Delta q = \frac{|\Delta \Phi|}{R}$ ، بار الکتریکی القایی به زمان تغییر شار

بستگی ندارد.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه های ۱۱۰ تا ۱۱۵)



۸۵- گزینه «۱»

(پوریا علاقه‌مند)

با کاهش جریان عبوری از سیم راست، طبق قاعده دست راست، میدان مغناطیسی درون سوی حاصل از جریان آن در محل حلقه کاهش یافته و بنابراین طبق قانون لنز، با کاهش شار مغناطیسی عبوری از حلقه، جریانی ساعتگرد در حلقه القا می‌شود تا با تغییر شار مغناطیسی مخالفت کند.

با ثابت بودن جریان و دور شدن حلقه، اندازه میدان مغناطیسی در محل حلقه کاهش یافته و بنابراین شار عبوری از حلقه کاهش می‌یابد؛ بنابراین طبق قانون لنز، با کاهش شار مغناطیسی عبوری از حلقه، جریانی ساعتگرد در حلقه القا می‌شود تا با تغییر شار مغناطیسی مخالفت کند.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۸)

۸۶- گزینه «۲»

(بهنام رستمی)

یکای SI شار مغناطیسی، Wb و یکای SI ضریب القاوری، $\Omega \cdot s$ بوده و شار مغناطیسی همانند ضریب القاوری، کمیتی نرده‌ای است.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۲۲)

۸۷- گزینه «۲»

(سیدعلی میرنوری)

با توجه به جهت حرکت میله، با کاهش مساحت حلقه، شار مغناطیسی عبوری از سطح حلقه کاهش یافته، لذا طبق قانون لنز جهت جریان القایی ایجاد شده به گونه‌ای است که با این تغییرات (کاهش) مخالفت کند، بنابراین جهت جریان القایی از D به C و مقداری ثابت است. چرا که؛

$$\varepsilon = BLv \Rightarrow I = \frac{BLv}{R} \xrightarrow{R, L, v, B \text{ ثابت اند}} I = \text{ثابت}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۸۸- گزینه «۲»

(حسین مشرومی)

ابتدا جریان عبوری از مدار را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R_{eq}} = \frac{20 - 8}{1 + 1 + 2 + 2} = \frac{12}{6} = 2A$$

(مقاومت‌های موازی ۶ و ۳ اهمی برابر با مقاومت معادل ۲ اهم است.)

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow U = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-3} \times 2^2 = 4 \times 10^{-3} J = 4 mJ$$

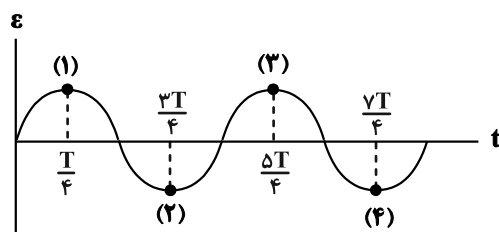
(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۲)

۸۹- گزینه «۲»

(مه‌ری سلطانی)

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

$$\frac{2\pi}{T} = \frac{50\pi}{3} \Rightarrow T = \frac{6}{50} = \frac{12}{100} s$$



در لحظه $\frac{5T}{4}$ برای سومین بار، اندازه نیروی محرکه القایی بیشینه خواهد شد:

$$\frac{5T}{4} = 5 \times \frac{0.12}{4} = 5 \times 0.03 = 0.15 s$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۶)

۹۰- گزینه «۲»

(حسین مشرومی)

گزینه ۲ نادرست است، زیرا از ولتاژ 40 kV استفاده می‌شود.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۲۷)

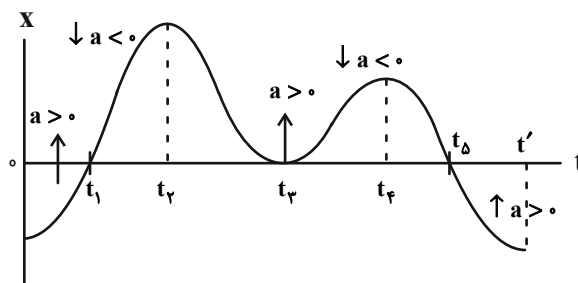


فیزیک ۳

۹۱- گزینه «۴»

(مسعود قره‌فانی)

جهت حرکت متحرک در نقاطی عوض می‌شود که سرعت از مثبت به منفی یا از منفی به مثبت تغییر کند. (یعنی در قله‌ها و دره‌های نمودار مکان - زمان که شیب نمودار تغییر می‌کند). پس در لحظات t_1 ، t_2 و t_4 سرعت صفر شده و جهت حرکت عوض می‌شود.



همچنین طبق قانون دوم نیوتون، جهت نیروی اعمال شده با جهت شتاب متحرک یکی است. پس جاهایی که علامت شتاب تغییر کرده، جهت اعمال نیرو نیز عوض شده است. از آنجا که جهت علامت شتاب ۴ بار عوض شده، پس جهت نیروی وارد شده بر متحرک نیز ۴ بار عوض شده است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ تا ۱۳ و ۳۳)

۹۲- گزینه «۱»

(زهره آقاممدری)

با توجه به اینکه متحرک A، ۱۵ ثانیه زودتر به مقصد می‌رسد، اگر زمان حرکت متحرک A را t ثانیه در نظر بگیریم، زمان حرکت متحرک B برابر با $(t+15)s$ است. از طرفی چون جابه‌جایی هر دو متحرک یکسان است، با استفاده از معادله حرکت داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}a\right)(t+15)^2$$

$$\Rightarrow t^2 = \frac{1}{4}(t+15)^2 \Rightarrow 2t = t+15 \Rightarrow t_A = 15s, t_B = 30s$$

اکنون نسبت سرعت متوسط دو متحرک را محاسبه می‌کنیم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta x_A = \Delta x_B}{v_{avB}} = \frac{t_B}{t_A} = \frac{30}{15} = 2$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۹۳- گزینه «۲»

(مسام نازری)

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \frac{t=3/5s}{g=10 \frac{m}{s^2}} \Rightarrow h = \frac{1}{2} \times 10 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 61/25 m$$

(فیزیک ۳- مشابه امتحان نهایی مرداد ۱۴۰۳؛ حرکت بر خط راست؛

صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۹۴- گزینه «۴»

(مهمربلی راست‌پیمان)

الزاماً هر دو نیروی هم اندازه و در خلاف جهت هم نیروهای عمل و عکس‌العمل نیستند و نیروهای عمل و عکس‌العمل به یک جسم وارد نمی‌شوند. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست‌اند. نیروهای عمل و عکس‌العمل هر دو از یک جنس هستند، هر دو الکتریکی یا گرانشی هستند. گزینه (۳) نیز نادرست است، زیرا نیروی $\vec{W}$ را زمین به جسم وارد می‌کند، لذا عکس‌العمل $\vec{W}$ به مرکز زمین اعمال می‌شود، پس گزینه (۴) صحیح است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

(مکمل سوال ۵ پرسش‌های آخر فصل، صفحه ۵۷ کتاب درسی)

۹۵- گزینه «۴»

(غلامرضا ممی)

چون جسم در حال تعادل است، نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. اگر برابری چند نیرو صفر باشد و یکی از آن‌ها حذف شود، اندازه نیروی خالص باقی‌مانده برابر با اندازه همان نیروی حذف شده است. بنابراین داریم:

$$F_{net} = ma = m \frac{|\Delta v|}{\Delta t} \Rightarrow \frac{F_{net} = 20N}{m = 5kg, \Delta t = 4s} \Rightarrow 5 \times \frac{|\Delta v|}{4} = 20$$

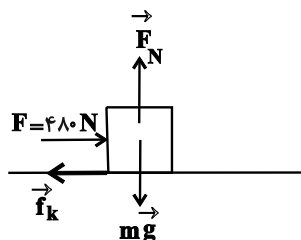
$$\Rightarrow |\Delta v| = 16 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۹۶- گزینه «۳»

(زهره آقاممدری)

نیروهای وارد بر صندوق را رسم می‌کنیم و قانون دوم نیوتون را برای ۳۰s اول حرکت آن می‌نویسیم:



$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_N = mg = 80 \times 10 = 800N$$

$$(F_{net})_x = ma_1 \Rightarrow F - f_k = ma_1$$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow 480 - 0 / 4 \times 800 = 80a_1 \Rightarrow a_1 = 2 \frac{m}{s^2}$$

پس از گذشت ۳۰s، سرعت صندوق از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$v = a_1 t + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 30 + 0 = 60 \frac{m}{s}$$

پس از حذف نیروی $\vec{F}$ داریم:

$$(F_{net})_x = ma_2 \Rightarrow -f_k = ma_2 \Rightarrow \frac{f_k = \mu_k F_N}{- \mu_k F_N = ma_2}$$

$$\Rightarrow a_2 = -\mu_k g = -0.4 \times 10 \Rightarrow a_2 = -4 \frac{m}{s^2}$$



بنابراین می توان نوشت:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{F_{N_1}}{\sqrt{F_{N_2}^2 + f_{s,max}^2}} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\mu_s F_{N_2}}{\sqrt{F_{N_2}^2 + (\mu_s F_{N_2})^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\mu_s}{\sqrt{1 + \mu_s^2}} = \frac{\frac{3}{4}}{\sqrt{1 + \frac{9}{16}}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{3}{5}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴ و ۳۷ تا ۴۶)

(مصطفی واثقی)

۹۹- گزینه «۲»

اگر بردار شتاب حرکت جسم رو به پایین باشد، باسکول عددی کمتر از W نشان می‌دهد.

بررسی عبارت‌ها:

الف) آسانسور از حال سکون شروع به حرکت کرده است، پس حرکت آن تندشونده و جهت حرکت به سمت پایین است، بنابراین بردار شتاب به سمت پایین است. (در حرکت تندشونده بردار شتاب در جهت حرکت است.)
ب) آسانسور در حال حرکت، متوقف شده است، پس حرکت آن کندشونده است و جهت حرکت به سمت بالا است، پس بردار شتاب به سمت پایین است. (در حرکت کندشونده بردار شتاب در خلاف جهت حرکت است.)
پ) در متن این عبارت ذکر شده است که بردار شتاب رو به بالا است.
ت) کندشونده بودن حرکت ارتباطی به جهت شتاب ندارد و در این نوع حرکت جهت شتاب می‌تواند رو به بالا یا رو به پایین باشد.

پس در دو مورد الف) و ب) الزاماً باسکول عددی کمتر از W نشان می‌دهد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

(مشابه پرسش ۲-۶ صفحه ۳۹ کتاب درسی)

(مسین مشرومی)

۱۰۰- گزینه «۱»

با استفاده از رابطه اندازه نیروی کشسانی فنر ($F_e = kx$) برای دو نقطه مشخص بر روی نمودار داریم:

$$\begin{cases} F_1 = k(x_1 - x_0) \Rightarrow 12 = k\left(\frac{6}{100} - x_0\right) & (1) \\ F_2 = k(x_2 - x_0) \Rightarrow 48 = k\left(\frac{12}{100} - x_0\right) & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} 48 - 12 = \frac{12}{100}k - \frac{6}{100}k \Rightarrow 36 = \frac{6}{100}k$$

$$\Rightarrow k = 600 \frac{N}{m}$$

حال در یکی از روابط (۱) یا (۲)، k را جایگذاری کرده و طول اولیه فنر را به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{(1)} 12 = 600 \left(\frac{6}{100} - x_0 \right) \Rightarrow 12 = 36 - 600x_0$$

$$\Rightarrow 600x_0 = 24 \Rightarrow x_0 = \frac{24}{600}m = 4 \times 10^{-2}m = 4cm$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۳ و ۴۴)

در نتیجه، زمان توقف صندوق بعد از قطع نیروی $\vec{F}$ برابر است با:

$$t = \left| \frac{\Delta v}{a_y} \right| = \frac{60}{4} = 15s$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴ و ۳۷ تا ۴۳)

(سیدعلی میرنوری)

۹۷- گزینه «۱»

در ابتدا که آسانسور ساکن است، بعد از اتصال وزنه و ایجاد تعادل داریم:

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_e = mg \Rightarrow kx_1 = mg \quad (1)$$

وقتی آسانسور با شتاب ثابت و رو به بالا شروع به حرکت می‌کند، طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$(F_{net})_y = ma \Rightarrow F_e - mg = ma \Rightarrow kx_2 = m(g + a) \quad (2)$$

با تقسیم رابطه (۲) بر (۱) داریم:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{g + a}{g} \Rightarrow \frac{x_2}{13 - 10} = \frac{10 + 1}{10} \Rightarrow x_2 = 3/3 \text{ cm}$$

بنابراین طول فنر در حالت دوم برابر است با:

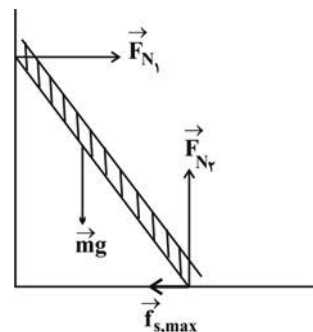
$$x_2 = 3/3 \text{ cm} \Rightarrow L_2 - 10 = 3/3 \Rightarrow L_2 = 13/3 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴ و ۴۳)

(زهره آقاممیری)

۹۸- گزینه «۲»

ابتدا تمام نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم:



چون نردبان ساکن است، پس نیروهای وارد بر آن متوازن هستند و طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_{N_2} = mg$$

$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_{N_1} = f_{s,max}$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_{N_2} \Rightarrow F_{N_1} = \mu_s F_{N_2}$$

نیرویی که از دیوار قائم به نردبان وارد می‌شود برابر است با:

و نیرویی که از طرف سطح افقی به نردبان وارد می‌شود برابر است با:

$$R_2 = \sqrt{F_{N_2}^2 + f_{s,max}^2}$$



فیزیک ۱

۱۰۱- گزینه «۳»

(ممد عظیم پور)

با توجه به قانون اول ترمودینامیک، باید مجموع گرمای گرفته شده توسط دستگاه و کار انجام شده توسط محیط بر روی دستگاه برابر با تغییر انرژی درونی آن باشد؛ حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$\text{گزینه «۱» : } Q + W = 150 + 320 = +470 \text{ J} \neq \Delta U = -470 \text{ J}$$

$$\text{گزینه «۲» : } Q + W = -300 + 250 = -50 \text{ J} \neq \Delta U = -550 \text{ J}$$

$$\text{گزینه «۳» : } Q + W = 150 - 40 = 110 \text{ J} = \Delta U = 110 \text{ J}$$

$$\text{گزینه «۴» : } Q + W = -800 - 250 = -1050 \text{ J} \neq \Delta U = -550 \text{ J}$$

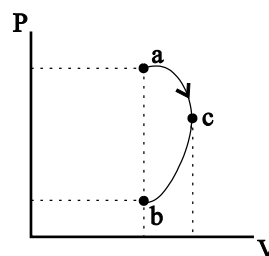
(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه ۱۳۰)

۱۰۲- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

چون $P_b < P_a$ و $V_b = V_a$ است، $P_b V_b < P_a V_a$ و با توجه به رابطه $PV = nRT$ ، $T_b < T_a$ می‌باشد، بنابراین انرژی درونی (U) تابع دمای مطلق گاز است، پس $U_b < U_a$ و در نتیجه $\Delta U_{ab} < 0$ خواهد بود.

برای بررسی کار انجام شده بر روی گاز، ابتدا بر روی نمودار یک نقطه مانند c که بیشترین حجم را دارد، مشخص می‌کنیم. با مشخص کردن این نقطه، متوجه می‌شویم که حجم گاز ابتدا در مسیر ac ، افزایش و سپس در مسیر cb کاهش می‌یابد. چون مساحت زیر نمودار $P-V$ در مسیر ac بزرگ‌تر از مسیر cb است، لذا $|W_{ac}| > |W_{bc}|$ خواهد بود. از طرف دیگر، در مسیر ac ، $W_{ac} < 0$ (زیرا $V_c > V_a$) و در مسیر bc ، $W_{bc} > 0$ (زیرا $V_b < V_c$) است. بنابراین W_{ab} که برابر با مجموع W_{ac} و W_{bc} می‌باشد، کمیتی منفی خواهد بود.



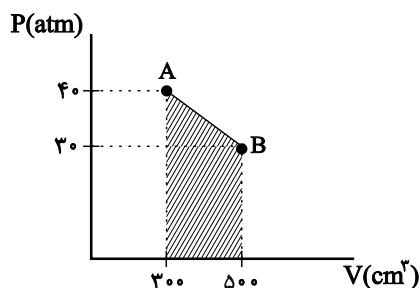
$$W_{ab} = W_{ac} + W_{cb} \xrightarrow{W_{ac} < 0, |W_{ac}| > |W_{cb}|} W_{ab} < 0$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۰)

۱۰۳- گزینه «۲»

(پوریا علاقه‌مند)

اندازه کار انجام شده در نمودار $P-V$ برابر با سطح زیر نمودار $P-V$ است.



$$|W| = S_{\text{دورنقه}} = \frac{(40 + 30) \times 10^5}{2} \times (500 - 300) \times 10^{-6}$$

$$\Rightarrow |W| = S_{\text{دورنقه}} = \frac{70}{2} \times 10^5 \times 200 \times 10^{-6} = 700 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه ۱۳۳)

۱۰۴- گزینه «۲»

(ممد رضا شیروانی‌زاده)

بدیهی است که فرایند BA ، بی‌دررو و فرایند CA ، هم‌دما است، چون شیب BA بیشتر است.

بنابراین داریم: (W' : کار انجام شده توسط گاز در فرایند بی‌دررو)

$$\left. \begin{array}{l} B \rightarrow A : U_B - U_A = W' \\ C \rightarrow A : U_C - U_A = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow U_B - U_C = W'$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹)

۱۰۵- گزینه «۳»

(مسمن قنبرلو)

انرژی درونی گاز کامل فقط تابع دمای آن است. طبق رابطه $PV = nRT$ خواهیم داشت:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} \Rightarrow \frac{U_2}{80} = 3 \times \frac{4}{3} \Rightarrow U_2 = 320 \text{ J}$$

به دلیل این که حجم گاز ۳ برابر شده است، علامت کار را منفی می‌گذاریم (انبساط رخ داده است):

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow (320 - 80) = Q + (-70) \Rightarrow Q = 310 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۰)



۱۰۶ - گزینه «۱»

(مصطفی کیانی)

می‌دانیم در یک چرخه کامل و در فرایند هم‌دما $\Delta U = 0$ است، با توجه به این که $\Delta U = Q + W$ است، به صورت زیر گرمای مبادله شده در فرایند هم‌حجم را به دست می‌آوریم. دقت کنید، فرایند AB هم‌دما، فرایند BC هم‌حجم و فرایند CA بی‌دررو است. در ضمن در فرایند هم‌حجم $W = 0$ و در فرایند بی‌دررو $Q = 0$ می‌باشد. در این چرخه چون $V_A > V_C$ است، $W_{CA} < 0$ می‌باشد.

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA}$$

$$\frac{\Delta U_{\text{چرخه}} = 0}{\Delta U_{AB} = 0} \rightarrow 0 = 0 + W_{BC} + Q_{BC} + W_{CA} + Q_{CA}$$

$$\frac{W_{BC} = 0, Q_{CA} = 0}{W_{CA} = -240 \text{ J}} \rightarrow 0 = 0 + Q_{BC} - 240 + 0 \Rightarrow Q_{BC} = 240 \text{ J}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۴۰)

۱۰۷ - گزینه «۲»

(امیر محمودی انزابی)

عبارت‌های «ب» و «ت» درست و عبارت‌های «الف» و «پ» نادرست هستند. بررسی عبارت‌های نادرست: عبارت «الف»: از نظر تاریخی، نخستین ماشین‌های گرمایی، ماشین‌های برون‌سوز بوده‌اند.

عبارت «پ»: چرخه یک ماشین بنزینی شامل شش فرایند است که چهار فرایند از آن (ضربه‌های مکش، تراکم، قدرت و خروج گاز)، با حرکت پیستون همراه‌اند.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۴)

۱۰۸ - گزینه «۴»

(پوری علاقه‌مند)

ابتدا بازده اولیه را به دست می‌آوریم:

$$\eta = \frac{|W|}{|Q_H|} = \frac{300}{1500} = 0.2$$

بازده در حالت دوم باید برابر با $0.25 = 0.5 / 2$ باشد که برای

$$\eta = \frac{|W|}{|Q_H|} \quad \text{تک تک گزینه‌ها بازده را حساب می‌کنیم:}$$

$$\eta_1 = \frac{600}{1500} = 0.4 \quad \text{گزینه «۱»}$$

$$\eta_2 = \frac{300}{1200} = 0.25 \quad \text{گزینه «۲»}$$

$$\eta_3 = \frac{375}{1500} = 0.25 \quad \text{گزینه «۳»}$$

بنابراین گزینه‌های «۲» و «۳» هر دو درست هستند و پاسخ صحیح گزینه «۴» خواهد بود.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه ۱۴۵)

۱۰۹ - گزینه «۲»

(امیر محمودی انزابی)

اگر در چرخه یک ماشین گرمایی، تمام گرمای گرفته شده از منبع دمابالا به کار تبدیل شود، قانون اول ترمودینامیک ($\Delta U = Q + W$) نقض نمی‌شود؛ اما بر اساس قانون دوم ترمودینامیک، امکان طراحی و ساخت ماشینی که این تبدیل را انجام دهد، وجود ندارد.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه ۱۴۶)

۱۱۰ - گزینه «۴»

(بابک اسلامی)

عبارت‌های (۱)، (۲) و (۳) صحیح هستند.

صورت صحیح عبارت (۴) به شکل زیر است:

طرز کار کولر گازی شبیه یخچال خانگی است با این تفاوت که در کولر گازی منبع دمپایین، هوا و اجسام داخل اتاق و منبع دمابالا، هوای بیرون اتاق است.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه ۱۴۷)



شیمی ۲

۱۱۱- گزینه «۲»

(معمد وزیری)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: لاکتیک اسید در شیر ترش شده وجود دارد.

گزینه «۳»: پلیمرهای سبز از فراورده‌های کشاورزی مانند سیب‌زمینی و ذرت و نیشکر تهیه می‌شوند.

گزینه «۴»: پلی‌اتن سبک ساختار شاخه‌دار و پلی‌اتن سنگین ساختار خطی دارد. (شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۶، ۱۰۸، ۱۰۹ و ۱۲۱)

۱۱۲- گزینه «۲»

(سیرمعمد معروفی)

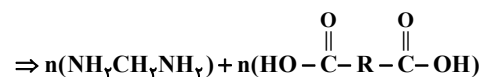
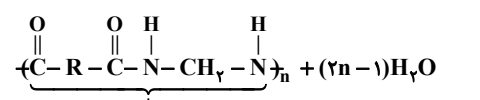
عبارت‌های «الف»، «ب» و «ت» درست هستند.

در این پلیمرها گروه عاملی آمیدی در زنجیر کربنی واحد تکرار شونده وجود دارد. (شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰۴، ۱۰۶، ۱۰۷ و ۱۰۹)

۱۱۳- گزینه «۴»

(معمد پارسا فراهانی)

واکنش آبکافت پلی‌آمیدها به صورت زیر است و طبق گفته سؤال، در ساختار دی‌آمین به کار رفته در این پلی‌آمید، تنها یک اتم کربن وجود دارد.



جرم مولی قسمت مشخص شده با (*) را M در نظر می‌گیریم.

پلی‌آمید ۱/۶ kg = دی‌آمین g?

$$\frac{\text{دی‌آمین } 46\text{g}}{1\text{mol}} \times \frac{\text{پلی‌آمید } n\text{mol}}{\text{پلی‌آمید } (M \times n)\text{g}} \times \frac{\text{پلی‌آمید } 1\text{mol}}{1000\text{g}} \times \frac{1}{1\text{kg}}$$

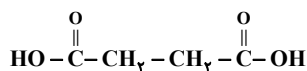
$$\Rightarrow M = 128\text{g} \cdot \text{mol}^{-1} \Rightarrow \text{دی‌آمین } 575\text{g}$$

اگر فرمول گروه R را به صورت C_nH_{2n} در نظر بگیریم.

$$M = 128\text{g} \cdot \text{mol}^{-1} = \text{C}_n\text{H}_{2n} + \text{C}_3\text{H}_4\text{O}_4\text{N}_2$$

$$\Rightarrow 128 = 14n + (3 \times 12) + (4 \times 1) + (2 \times 16) + (2 \times 14)$$

$$\Rightarrow n = 2$$

پس فرمول ساختاری کربوکسیلیک اسید حاصل به صورت زیر بوده و فرمول مولکولی آن به صورت $\text{C}_7\text{H}_{10}\text{O}_4$ می‌باشد.

(شیمی ۲- صفحه ۱۱۵)

۱۱۴- گزینه «۳»

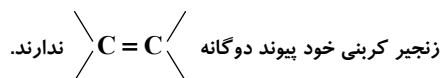
(امیرحسین طیبی)

موارد «ت» و «ث» نادرست‌اند.

بررسی موارد نادرست:

ت) چگالش نوعی فرایند فیزیکی است و در فرایند فیزیکی نیز نباید ماهیت شیمیایی ماده تغییر کند. پس چگالش رخ نداده است.

ث) دی‌الکل‌ها، دی‌اسیدها و دی‌آمین‌ها مونومرهایی هستند که از طریق واکنش بین گروه‌های عاملی منجر به تولید پلیمر می‌شوند و لزوماً در ساختار



(شیمی ۲- صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۴)

۱۱۵- گزینه «۴»

(عمید زینی)

عبارت اول: پلی‌اتن یک درشت مولکول است.

عبارت سوم: تاکنون هیچ قاعده‌ای برای اتصال شمار مونومرها به یکدیگر ارائه نشده است. به همین دلیل برای پلیمرها نمی‌توان فرمول مولکولی دقیقی نوشت.

عبارت چهارم: در همه پلیمرها، مولکول‌های پلیمر به دلیل جرم و حجم بسیار بیشتر نسبت به مونومر خود، نیروی بین مولکولی بسیار قوی‌تری نسبت به مونومرهای سازنده خود دارند.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۴)

۱۱۶- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

معادله موازنه شده به صورت زیر است که از واکنش ۲ مول متانول، با یک مول دی‌اسید، یک مول دی‌استر به دست می‌آید.



$$۳۳ / ۳g \text{ اسید} \times \frac{۱ \text{ mol اسید}}{M \text{ g اسید}} \times \frac{۱ \text{ mol آب}}{۱ \text{ mol اسید}} \times \frac{۱۸ \text{ g آب}}{۱ \text{ mol آب}} \times \frac{۴۲ / ۵}{۱۰۰}$$

$$\simeq ۳ / ۴۴ \text{ g آب} \Rightarrow M = ۷۴ \text{ g.mol}^{-۱}$$

با توجه به این که فرمول عمومی کربوکسیلیک اسیدهای راست زنجیر که زنجیر هیدروکربنی آن‌ها سیر شده است به صورت « $C_n H_{2n} O_2$ » است، می‌توان نوشت:

$$۱۴n + ۳۲ = ۷۴ \Rightarrow ۱۴n + ۳۲ \Rightarrow n = ۳$$

$$\Rightarrow \text{فرمول شیمیایی اسید} = C_3 H_6 O_2$$

حال نسبت درصد جرمی کربن به اکسیژن را در این ترکیب محاسبه می‌کنیم:

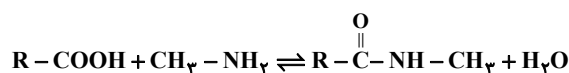
$$\frac{۳ \times ۱۲}{۷۴} = \frac{۳۶}{۷۴} = ۱ / ۱۲۵$$

نسبت خواسته شده

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

۱۲۰- گزینه «۲» (معمرفسن معمرازدهمقدم)

واکنش به صورت زیر است:



جرم مولی آمید حاصل (M_o) برابر است با:

$$? \text{ آمید g} = ۱ / ۲ \text{ mol } CH_3 NH_2 \times \frac{۱ \text{ mol آمید}}{۱ \text{ mol } CH_3 NH_2} \times \frac{M_o \text{ g آمید}}{۱ \text{ mol آمید}}$$

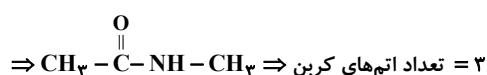
$$= ۸۷ / ۶ \text{ g آمید}$$

$$\Rightarrow M_o = ۷۳ \text{ g.mol}^{-۱}$$

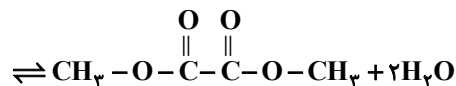
جرم مولی گروه R برابر است با:

$$R + ۵۸ = ۷۳ \Rightarrow R = ۱۵ \text{ g.mol}^{-۱}$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت: $R = CH_3$



(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)



$$? \text{ دی استر g} = ۲ \text{ mol } CH_3OH \times \frac{۱ \text{ mol دی استر}}{۲ \text{ mol } CH_3OH}$$

$$\times \frac{۱۱۸ \text{ g دی استر}}{۱ \text{ mol دی استر}} \times \frac{۸۵}{۱۰۰} = ۱۰۰ / ۳ \text{ g دی استر}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

۱۱۷- گزینه «۴» (امیرمسین طیبی)

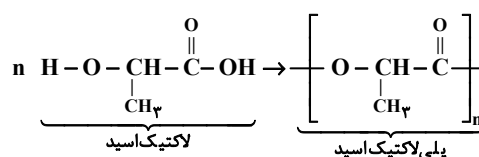
$$۲ \text{ g } (C_3 H_4 N_2 O_2)_n \times \frac{۱ \text{ mol } (C_3 H_4 N_2 O_2)_n}{۱۰۰ \text{ ng } (C_3 H_4 N_2 O_2)_n}$$

$$\times \frac{۲n \text{ mol } H_2O}{۱ \text{ mol } (C_3 H_4 N_2 O_2)_n} \times \frac{۶ \times ۰.۲ \times ۱۰^{۲۳} H_2O}{۱ \text{ mol } H_2O}$$

$$= ۲ / ۴۰۸ \times ۱۰^{۲۲} H_2O$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۷)

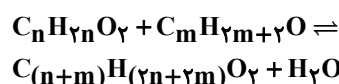
۱۱۸- گزینه «۴» (کامران جعفری)



همه موارد مطرح شده صحیح هستند.

(شیمی ۲- صفحه ۱۱۹)

۱۱۹- گزینه «۲» (ایمان حسین‌نژاد)



از واکنش یک کربوکسیلیک اسید با الکل، استر و آب تولید می‌شود، پس

می‌توان نوشت:



شیمی ۳

۱۲۱- گزینه «۳»

(مفهم وزیری)

گزینه «۱»: ضدیخ دارای گروه عاملی هیدروکسیل (OH-) می باشد.

گزینه «۲»: صابون ها دارای دو بخش قطبی (آب دوست) و ناقطبی (چربی دوست) هستند که بخش قطبی دارای بخش باردار است.

گزینه «۳»: وازلین (C₂₅H₅₂)، یک هیدروکربن سیرشده است و در ساختار خود ۷۶ پیوند یگانه دارد.

گزینه «۴»: اکثر ترکیب های یونی به خوبی در آب حل می شوند.

(شیمی ۳- صفحه های ۴ تا ۸)

(مطابق فود را ببازماید صفحه ۴ کتاب درسی)

۱۲۲- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

عبارت های «الف» و «ت» درست اند. بررسی عبارت ها:

عبارت «الف»: کار روی رسانایی الکتریکی محلول های آبی، پیش زمینه ارائه نظریه اسید و باز آرنیوس بود.

عبارت «ب»: اسید یا باز، بسته به میزان یون های موجود در محلول آن ها در آب رسانایی بالا می توانند داشته باشند.

عبارت «پ»: درصد یونش استیک اسید برابر با ۱/۳۵ است.

عبارت «ت»: نمک پتاسیم اسید چرب (صابون مایع) همانند نمک سدیم آن (صابون جامد) خاصیت بازی دارد.

عبارت «ث»: HF اسید ضعیف بوده و کمتر به صورت یونی در آب حل شده و یون کمتری تولید می کند.

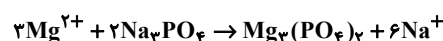
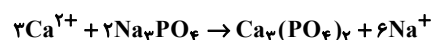
(شیمی ۳- صفحه های ۱۴ تا ۱۹)

۱۲۳- گزینه «۲»

(مرتضی نصیرزاده)

میزان کاتیون ها در ده لیتر آب (۱۰۰۰۰ گرم):

$$\frac{X}{10000} \times 10^6 = 1152 \Rightarrow X = 11/52 \text{ g}$$



میزان نمک مصرف شده به ازای هر یک از کاتیون ها:

$$? \text{ g Na}_3\text{PO}_4 = 11/52 \text{ g کاتیون} \times \frac{3 \text{ g Ca}^{2+}}{8 \text{ g کاتیون}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Ca}^{2+}}{40 \text{ g Ca}^{2+}} \times \frac{2 \text{ mol Na}_3\text{PO}_4}{3 \text{ mol Ca}^{2+}} \times \frac{164 \text{ g Na}_3\text{PO}_4}{1 \text{ mol Na}_3\text{PO}_4} \simeq 12 \text{ g Na}_3\text{PO}_4$$

$$? \text{ g Na}_3\text{PO}_4 = 11/52 \text{ g کاتیون} \times \frac{5 \text{ g Mg}^{2+}}{8 \text{ g کاتیون}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Mg}^{2+}}{24 \text{ g Mg}^{2+}} \times \frac{2 \text{ mol Na}_3\text{PO}_4}{3 \text{ mol Mg}^{2+}} \times \frac{164 \text{ g Na}_3\text{PO}_4}{1 \text{ mol Na}_3\text{PO}_4} \simeq 32 \text{ g Na}_3\text{PO}_4$$

در مجموع به تقریب ۴۵ گرم نمک سدیم فسفات نیاز است.

(شیمی ۳- صفحه های ۹ و ۱۲)

۱۲۴- گزینه «۳»

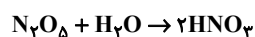
(روزبه رضوانی)

در شرایط یکسان (دما و غلظت) هر چه K_a اسید بزرگ تر باشد، آن اسید قوی تر و هر چه اسید قوی تر باشد، غلظت یون ها و رسانایی الکتریکی محلول آبی آن بیشتر است.

(شیمی ۳- صفحه های ۲۰ تا ۲۶)

۱۲۵- گزینه «۱»

(موسی فیاط علیممدری)



$$3/26 \times 10^{-3} \text{ L N}_2\text{O}_5 \times \frac{1 \text{ mol N}_2\text{O}_5}{22/4 \text{ L N}_2\text{O}_5} \times \frac{2 \text{ mol HNO}_3}{1 \text{ mol N}_2\text{O}_5}$$

$$= 3 \times 10^{-4} \text{ mol HNO}_3$$

$$\Rightarrow M = \frac{n}{V} = \frac{3 \times 10^{-4}}{0.5} = 6 \times 10^{-4} \text{ مولار}$$

$$[\text{H}^+] = 6 \times 10^{-4} \Rightarrow \text{pH} = -\log 6 \times 10^{-4} = -0.3 - 0.5 + 4 = 3.2$$

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{6 \times 10^{-4}} = \frac{1}{6} \times 10^{-10} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\frac{[\text{H}^+]}{[\text{OH}^-]} = \frac{6 \times 10^{-4}}{\frac{1}{6} \times 10^{-10}} = 3/6 \times 10^6$$

(شیمی ۳- صفحه های ۲۶ و ۲۷)

(مطابق پیوند با ریاضی صفحه های ۲۴ و ۲۵ کتاب درسی)

و با هم بیندیشیم صفحه ۲۶ کتاب درسی)

۱۲۶- گزینه «۲»

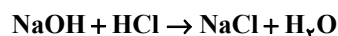
(رسول عابدینی زواره)

با توجه به نمودار داده شده، pH محلول در دقیقه ۶ برابر با ۲ است، پس

$$\text{pH} = 2 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

می توان نوشت:

$$\Rightarrow [\text{HCl}] = 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$



$$? \text{ mL NaOH} = 3 \text{ L محلول} \times \frac{10^{-2} \text{ mol HCl}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol HCl}}$$

$$\times \frac{1 \text{ L NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} = 30$$

(شیمی ۳- صفحه های ۲۴ تا ۳۱)

۱۲۷- گزینه «۱»

(فلسن رعمتی کولنده)

$$pH = 3 \Rightarrow [H^+] = 10^{-3} = 10^{-4} \times 10^1 = 10^{-4} = M\alpha$$

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \Rightarrow 2 \times 10^{-5} = \frac{M.\alpha.\alpha}{1-\alpha} = \frac{10^{-4} \alpha}{1-\alpha}$$

$$\frac{1}{40} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \Rightarrow \alpha = 0.024 \Rightarrow [H^+] = M\alpha \Rightarrow 10^{-4} = M \times 24 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow M = 3 / 3 \times 10^{-2} \Rightarrow n = M.V = 3 / 3 \times 10^{-2} \times 1$$

$$= 3 / 3 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

$$\text{جرم مولی } CH_3COOH = 24 + 32 + 4 = 60 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$? \text{ g } CH_3COOH = 3 / 3 \times 10^{-2} \text{ mol } CH_3COOH$$

$$\times \frac{60 \text{ g } CH_3COOH}{1 \text{ mol } CH_3COOH} \times \frac{10^3 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 1980 \text{ mg } CH_3COOH$$

$$pH = 11 \Rightarrow [H^+] = 10^{-11} \Rightarrow [OH^-] = 10^{-3} = M\alpha$$

$$\xrightarrow{\alpha=1} M = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$n = M.V = 10^{-3} \times 1 = 10^{-3} \text{ mol}$$

$$\Rightarrow ? \text{ mg NaOH} = 10^{-3} \text{ mol NaOH} \times \frac{40 \text{ g}}{1 \text{ mol}} \times \frac{10^3 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 40 \text{ mg NaOH}$$

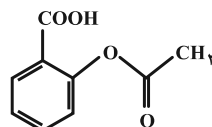
(شیمی ۳- صفحه‌های ۳۰، ۳۱ و ۳۵)

(مطابق پیوند با زنگی صفحه‌های ۳۱ و ۳۲ کتاب درسی)

۱۲۸- گزینه «۳»

(ممد کوهستانیان)

ساختار آسپرین به صورت زیر است:



آسپرین در ساختار خود دارای گروه عاملی استری، حلقه آروماتیک و گروه کربوکسیل است. از آنجایی که این دارو در ساختار خود دارای گروه کربوکسیل است که سبب کاهش pH معده و افزایش سوزش معده می‌شود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

(مطابق پیوند با زنگی صفحه‌های ۳۱ و ۳۲ کتاب درسی)

۱۲۹- گزینه «۳»

(رضا سلیمانی)

فقط عبارت‌های دوم و چهارم درست است. بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول:

$$[H^+] = \frac{10^{-14}}{5 \times 10^{-5}} = 2 \times 10^{-10} \Rightarrow pH = -\log[H^+] = 9/7$$

عبارت دوم: دی‌نیتروژن پنتاکسید (اکسید نافلزی) دارای خاصیت اسیدی است و با NaOH واکنش می‌دهد.

عبارت سوم:

$$5 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} = \frac{2 \times 10^{-3} \text{ g NaOH}}{1 \text{ L}}$$

عبارت پنجم: با توجه به ۲ برابر شدن حجم محلول یک باز قوی، pH محلول، ۰/۳ واحد کاهش می‌یابد.

$$M_1 V_1 = M_2 V_2 \quad V_2 = V_1 + \text{آب} \rightarrow V_2 = 2V_1$$

$$5 \times 10^{-5} \times V_1 = M_2 \times 2V_1$$

$$M_2 = 25 \times 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow [H^+] = \frac{10^{-14}}{25 \times 10^{-6}} = 4 \times 10^{-10}$$

$$\Rightarrow pH = -\log[H^+] = 9/4$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۲۶، ۲۸، ۳۰ و ۳۴)

۱۳۰- گزینه «۴»

(یاسر راش)

pH اولیه محلول HCl(aq) برابر است با:

$$pH_1 = -\log[H^+] \xrightarrow{[H^+] = 10^{-2} M} pH_1 = 2$$

pH	۲	۲/۳	۲/۷
[H] L ⁻¹	۰/۰۱۰۰	۰/۰۰۵	۰/۰۰۲

از آنجایی که HCl با سرعت ثابتی در حال خنثی شدن است، پس تغییرات غلظت آن با زمان رابطه مستقیم دارد و در بازه‌های زمانی یکسان تغییرات غلظت HCl یکسان است. در نتیجه نسبت زمان خواسته شده برابر است با:

$$\frac{\Delta[H^+]_{pH=2/3}}{\Delta[H^+]_{pH=2/7}} = \frac{0/0100 - 0/005}{0/0100 - 0/002} = \frac{5}{8}$$

همان‌طور که مشاهده شد، با افزایش pH، اختلاف غلظت HCl کمتر می‌شود و pH با آهنگ تندتری از تغییرات غلظت، تغییر می‌کند. در نتیجه گزینه «۴» صحیح است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۲۴ تا ۳۱)



شیمی ۱

۱۳۱- گزینه «۱»

(مریم اکبری)

در ۱۰۰ گرم آب $S = 0.8 \times (283 - 273) + 72 = 80 \text{ g}$

محل شونده (g)	محلول سیرشده (g)
۸۰	۱۸۰
۱۶۰	X

محلول $X = 360 \text{ g}$

$$\text{محلول } 1 \text{ mL} = 360 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mL}}{1 \text{ g}} = 360 \text{ mL}$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۱۳۲- گزینه «۳»

(آروین شجاعی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ سدیم کلرید، محلول و نقره کلرید، نامحلول است.

(۲) نادرست؛ پتاسیم نیترات، محلول و کلسیم سولفات، کم محلول است.

(۳) درست؛ پتاسیم کلرید و سدیم نیترات هر دو محلول هستند.

(۴) نادرست؛ لیتیم سولفات، محلول و باریم سولفات، نامحلول است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲ و ۱۲۲)

۱۳۳- گزینه «۳»

(مبینا شرافتی‌پور)

با توجه به نمودار در دمای 20°C ، 33°C گرم و در دمای 40°C ، 39°C گرم

KCl در ۱۰۰ گرم آب حل می‌شود. با توجه به خطی بودن نمودار داریم:

$$S = a\theta + b \Rightarrow 33 = a \times 20 + b$$

$$39 = a \times 40 + b \Rightarrow a = \frac{3}{10}, b = 27$$

$$S = \frac{3}{10}\theta + 27 \xrightarrow{\theta=25^\circ\text{C}} S = \left(\frac{3}{10} \times 25\right) + 27 = 34.5$$

۳۴/۵ گرم KCl در ۱۰۰ گرم آب حل شده و محلول سیرشده بدست می‌آید.

$$? \text{ g KCl} = 40 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{34.5 \text{ g KCl}}{100 \text{ g H}_2\text{O}} = 138 \text{ g KCl}$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۱۳۴- گزینه «۲»

(غریزاد رهایی)

عددی که گلوکومتر نشان می‌دهد، مقدار میلی گرم حل‌شونده (گلوکز) در ۱ دسی‌لیتر (۱۰۰ میلی‌لیتر) حلال (خون) است، یعنی:

$$96 \text{ mg} = \text{جرم حل‌شونده}$$

$$100 \text{ mL} = \text{حجم محلول}$$

$$\text{محلول } 100 \text{ g} = \frac{\text{محلول } 1 \text{ g}}{\text{محلول } 1 \text{ mL}} \times \text{محلول } 100 \text{ mL} = ? \text{ g}$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{96 \times 10^{-3} \text{ g}}{100 \text{ g}} \times 10^6 = 960$$

$$\frac{96 \times 10^{-3} \text{ g}}{100 \text{ g}} = \frac{180 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}{1000 \text{ L}} \approx 5 / 3 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$= 5 / 3 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۸۹، ۹۰، ۱۰۱ و ۱۰۲ و ۱۰۹)

۱۳۵- گزینه «۲»

(یاسر راش)

عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی همه عبارت‌ها:

$$M = \frac{\text{مول یا تعداد ذره}}{V} = \frac{(8 \times 10^{-2})}{50 \times 10^{-3}} \quad \text{عبارت اول:}$$

$$= \frac{(4 \times 10^{-2})}{25 \times 10^{-3}} \Rightarrow \text{مولاریته دو محلول یکسان است.}$$

عبارت دوم:

$$\text{غلظت مولی مخلوط} = \frac{n_1 + n_2}{V_1 + V_2} = \frac{8(0.02) + 4(0.02)}{(50 + 50) \times 10^{-3}} = 2 / 4 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

عبارت سوم: روش ۱: اگر جرم مولی حل‌شونده‌های (d) و (e) را

به ترتیب m و n در نظر بگیریم؛ داریم:

غلظت ppm محلول (e) = غلظت ppm محلول (d)

$$\Rightarrow \frac{4 \times 10^{-2} \times m \times 10^6}{50 \times 10^{-3}} = \frac{4 \times 10^{-2} \times n \times 10^6}{25 \times 10^{-3}} \Rightarrow 2n = m \Rightarrow \frac{m}{n} = 2$$

روش ۲: از آن جایی که محلول (e) حجم کمتری از محلول (d) دارد، اما

تعداد حل‌شونده برای آن دارد و مقدار ppm این دو محلول با هم

برابر است. در نتیجه جرم مولی حل‌شونده (e) قطعاً کمتر از جرم مولی حل

شونده (d) است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ و ۱۲۰)



۱۳۶- گزینه «۴»

(ممنبر عظیمیان/زواره)

(آ) باریم کلرید در آب محلول است. (نادرست)

(ب) درست. زیرا انحلال آن در آب گرماده است. (درست)

(پ) استون به هر نسبتی در آب حل می‌شود و نمی‌توان از آن محلول سیر شده

در آب تهیه کرد. (نادرست)

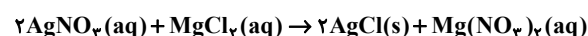
(ت) درست

(شیمی ۱- صفحه‌های ۸۹، ۹۰، ۱۰۱، ۱۰۲ و ۱۰۹)

۱۳۷- گزینه «۱»

(ممنبر رضا پوریاوید)

ابتدا معادله موازنه شده واکنش را می‌نویسیم:



حال خواهیم داشت:

$$? \text{ g MgCl}_2 = 75 \text{ mL محلول} \times \frac{1/6 \text{ g محلول}}{1 \text{ mL محلول}} \times \frac{51 \text{ g AgNO}_3}{100 \text{ g محلول}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol AgNO}_3}{170 \text{ g AgNO}_3} \times \frac{1 \text{ mol MgCl}_2}{2 \text{ mol AgNO}_3} \\ \times \frac{95 \text{ g MgCl}_2}{1 \text{ mol MgCl}_2} = 17/1 \text{ g MgCl}_2$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

۱۳۸- گزینه «۳»

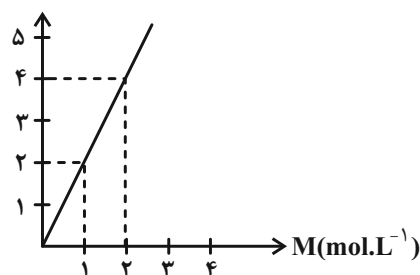
(امیرمسین/طیپی)

به ازای هر مول MgSO_4 حل شده در آب، ۲ مول یون تولید می‌شود؛ در

نتیجه نمودار باید به شکل زیر باشد:

مجموع غلظت مولی یون‌ها در

محلول M مولار منیزیم سولفات



بررسی دیگر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: CO_2 و I_2 مواد ناقطبی هستند و گشتاور دوقطبی H_2O و H_2S به ترتیب ۱/۸۵D و ۰/۹۷D می‌باشد.گزینه «۲»: در فشار ثابت انحلال‌پذیری NO از N_2 بیشتر است.

گزینه «۴»: مطابق متن کتاب درسی درست است.

 $\text{HF} > \text{HBr} > \text{HCl}$: نقطه جوش

(شیمی ۱- صفحه‌های ۹۸، ۹۹، ۱۰۳ تا ۱۰۹، ۱۱۲ و ۱۱۳)

۱۳۹- گزینه «۴»

(مسن لشکری)

بررسی موارد نادرست:

(پ) این دستگاه بر اساس فرایند اسمز معکوس عمل می‌کند.

(شیمی ۱- صفحه ۱۱۸)

۱۴۰- گزینه «۲»

(ممنبر مسن/ممنبر زاده مقدم)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) مولکول CH_4 ناقطبی و مولکول H_2S قطبی است. بنابراین CH_4 در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند. در حالی که H_2S در میدان

الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

(۲) نقطه جوش H_2O بالاتر از HF است.(۳) دو مولکول CO و HCl قطبی بوده و گشتاور دو قطبی در آن‌ها

مخالص صفر است.

(۴) نیروی وان‌دروالسی به جرم مولی و حجم مولکول وابسته است. جرم مولی

 I_2 بیشتر از Br_2 و جرم مولی Br_2 نیز بیشتر از Cl_2 است. بنابراین

مقایسه انجام شده درست است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۸)



دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دوره دوم)

۲۸ شهریور

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰

زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، سجاد محمدنژاد، حمید گنجی، حامد کریمی، فرزاد شیرمحمدلی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ



استعداد تحلیلی

۲۵۱- گزینه ۳

(فامد کریمی)

می‌دانیم «را» بعد از فعل نمی‌آید. در هم پیچیدن جمله‌های غیر ساده نیز محلّ فصاحت است. شکل درست عبارت گزینه‌ی «۳»: ناصر خسرو در این مورد خشک و متعصب است و هر دیدگاهی را که با آنچه در ذهن اوست مغایر است، رد می‌کند.

(تصحیح جملات، هوش کلامی)

۲۵۲- گزینه ۴

(کتاب استعداد تحلیلی، هوش کلامی)

ترتیب پیشنهادی: «شکی نیست که ادبیات فارسی با عرفان اسلامی و ایرانی گره خورده‌است.»

(ترتیب کلمات، هوش کلامی)

۲۵۳- گزینه ۲

(ممید اصفهانی)

کشور «روسیه» و پایتخت آن «مسکو» مدنظر است.

(کلمه‌سازی، هوش کلامی)

۲۵۴- گزینه ۳

(ممید اصفهانی)

حروف به ترتیب الفبا بدون تکراری‌ها: ا ب پ ت خ د ر س ش ط ف ک ن و ه ی

دومین حرف از سمت راست: ب

اولین حرف از سمت راست: «ب»: ا

چهارمین حرف سمت چپ: «ا»: خ

(الفبا، بازی‌های کلامی، هوش کلامی)

۲۵۵- گزینه ۴

(فامد کریمی)

چهار جفت حرف مدنظر:

ا ب / ا پ / ت ب / ب پ

(الفبا، بازی‌های کلامی، هوش کلامی)

۲۵۶- گزینه ۳

(فامد کریمی)

به شماره الفبایی حروف دقت کنید که به ترتیب «یک، دو، سه، چهار، پنج، شش و هفت» واحد بیشتر می‌شوند:

الف	ب	ت	چ	ذ	ش	غ	ن
۱	۲	۴	۷	۱۱	۱۶	۲۲	۲۹

(الفبا، بازی‌های کلامی، هوش کلامی)

۲۵۷- گزینه ۱

(کتاب استعداد تحلیلی، هوش کلامی)

بیت صورت سؤال می‌گوید پیش از آن که وارد جایی یا کاری بشوی به فکر این باش که چگونه و در چه حالتی از آن بیرون می‌آیی، یعنی عاقبت‌اندیش باش. مصراع گزینه «۱» هم با نوعی طنز همین مسأله را بیان می‌کند. مناره (گلدسته) به آن بزرگی را اگر بدزدی، آن را کجا پنهان خواهی کرد؟ ابتدا چاهی بکن و بعد مناره را که دزدیدی در آن بگذار (!) که کسی نفهمد.

عبارت گزینه «۲» مخاطب را به راستی و درستی پند می‌دهد، مخاطبی که به فکر رسیدن به مقصد، باید راستی را در پیش گیرد. عبارت گزینه «۳» با مصراع «وای به روزی که بگندد نمک» هم‌معناست و عبارت گزینه «۴» از شخصی می‌گوید که در کار ساده مانده‌است، حال کار دشوارتر را هم می‌پذیرد.

(ضرب‌المثل، هوش کلامی)

۲۵۸- گزینه ۱

(سپار مممر نزار)

ابتدا عددهای ۱ و ۴ را در ستون دوم قرار می‌دهیم، اما به جز آن هیچ خانه دیگری نیست که تکلیف آن قطعی مشخص باشد.

	۱	۲	۳	۴
۱	۱	۴		
۲		۳		
۳		۱		۴
۴		۲		

حال برای مثال با قرار دادن عدد ۲ در خانه «ستون سوم، ردیف سوم» جدول سودوکو به یک حالت و با قرار دادن عدد ۳ در این خانه، جدول سودوکو به یک حالت دیگر کامل می‌شود.

پس با معلوم شدن یک خانه می‌توان جدول را کامل کرد:

۱	۴	۳	۲
۲	۳	۴	۱
۳	۱	۲	۴
۴	۲	۱	۳

(سودوکو، هوش منطقی ریاضی)



۲۵۹- گزینه «۳»

(سبّار ممبرنژار)

ستون اول به عدد ۲ احتیاج دارد و فقط یک خانه برای این عدد هست. حال جایگاه عدد ۴ نیز در این ستون معلوم است. عدد ۳ در ردیف دوم نیز، اکنون معلوم شده است.

	۱	۲	۳	۴
۱	۱			
۲	۴	۱	۳	۲
۳	۲		۱	
۴	۳			۱

حال در یکی از ردیف‌ها و ستون‌ها که دو خانه خالی دارد، یکی از عددهای ممکن را فرض می‌کنیم. مثلاً در ردیف سوم، عددهای ۳ و ۴ را در نظر می‌گیریم. اکنون در ستون چهارم، جایگاه عدد ۳ معلوم است.

	۱	۲	۳	۴
۱	۱			۳
۲	۴	۱	۳	۲
۳	۲	۳	۱	۴
۴	۳			۱

در چهار خانه باقی‌مانده، عددهای ۲ و ۴ هر کدام دو بار قرار می‌گیرند که حالت‌های زیر را می‌سازند:

۱	۲	۴	۳
۴	۱	۳	۲
۲	۳	۱	۴
۳	۴	۲	۱

۱	۴	۲	۳
۴	۱	۳	۲
۲	۳	۱	۴
۳	۲	۴	۱

اما اگر عددهای ۳ و ۴ را در ردیف سوم، برعکس در نظر بگیریم، به جدول زیر می‌رسیم که تنها یک حالت برای کامل شدن دارد:

۱			۴
۴	۱	۳	۲
۲	۴	۱	۳
۳			۱

۱	۳	۲	۴
۴	۱	۳	۲
۲	۴	۱	۳
۳	۲	۴	۱

پس در کل ۳ حالت داریم.

(سوروکو، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۰- گزینه «۳»

(فرزاد شیرممبرلی)

ابتدا تعداد بردها را معلوم می‌کنیم. داریم:

$$\frac{50}{100} = \frac{?}{150} \Rightarrow ? = 75$$

حال درصد پیروزی‌ها پس از حداقل x بازی دیگر:

$$\frac{75 + x}{150 + x} = \frac{60}{100} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5x + 375 = 3x + 450$$

$$\Rightarrow 2x = 75 \Rightarrow x = 37.5$$

پس اگر این سرمربی ۳۸ بازی بعدی را پشت سر هم ببرد، آمار خواسته شده به دست می‌آید.

(کسر و تناسب، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۱- گزینه «۴»

(غاطمه راسخ)

برای سادگی کار و در حالی که تأثیری در پاسخ ندارد، فرض می‌کنیم قیمت اولیه ۱۰۰ تومان بوده باشد. با هشتاد درصد تخفیف، قیمت ۸۰ تومان و با پنج درصد افزایش، قیمت ۱۰۵ تومان خواهد بود. صد کالا را با قیمت ۸۰ تومان فروخته‌ایم و باید x کالای دیگر را با قیمت ۱۰۵ تومان بفروشیم و زیان اولیه را جبران کنیم. پس داریم:

$$(100 \times 80) + (x \times 105) = (x + 100) \times 100$$

$$\Rightarrow 105x + 8000 = 100x + 10000$$

$$\Rightarrow 5x = 2000 \Rightarrow x = 400$$

(کسر و تناسب، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۲- گزینه «۲»

(ممیرکنبی)

اگر ده کارگر، کار باقی‌مانده را در x روز تمام می‌کردند، پنج کارگر آن را در $x + 6$ روز تمام می‌کنند. حال معلوم است که تعداد کارگرها نصف شده است پس زمان انجام کار دو برابر شده است. یعنی $x = 6 \Rightarrow 2x = x + 6$ است. پس کل کار با ده کارگر، $6 + 6 = 12$ روزه تمام می‌شد.

(کسر و تناسب، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۳- گزینه «۱»

(ممیرکنبی)

شعاع دایره را r و ضلع مربع را a می‌گیریم. داریم:

$$4a = 2\pi r \Rightarrow a = \frac{\pi r}{2}$$

حال اختلاف مساحت‌ها معلوم است:

$$\pi r^2 - a^2 = \pi r^2 - \frac{\pi^2 r^2}{4}$$

$$\Rightarrow \pi r^2 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) = 9\pi - \frac{9\pi^2}{4} = 9\pi \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = 3$$

دقت کنید طول شعاع عدد منفی نیست. حال محیط دایره، همان طول طناب است:

$$2\pi r = 2\pi \times 3 = 6\pi$$

(هنرسه، هوش منطقی ریاضی)



۲۶۴- گزینه «۴»

(شمیر کنبی)

ابتدا «الف ب» و «ب الف» را دو حالت یک کتاب می‌گیریم و چهار جایگاه برای ما می‌ماند. پس در کل چهار کتاب به $4 \times 3 \times 2 \times 1$ حالت کنار هم قرار می‌گیرند.

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24, 24 \times 2 = 48$$

حال حالتی را که «ت ث» کنار یکدیگرند محاسبه و از تعداد کل حالت‌ها کم می‌کنیم، یعنی ۳ کتاب داریم که دو تا، دو حالت دارند. پس کل حالت‌های ممکن، $3 \times 2 \times 1$ است، هر چند دوتا از آن‌ها دو حالت دارند:

$$3 \times 2 \times 1 = 6, 6 \times 2 \times 2 = 24$$

پس تعداد کل حالات مطلوب، $48 - 24 = 24$ حالت است.

(اصل ضرب، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۵- گزینه «۱»

(غریزاد شیرممدولی)

در الگوی صورت سؤال داریم:

$$\frac{9}{21} + \frac{8}{14} = \frac{3}{7} + \frac{4}{7} = \frac{7}{7} = 1$$

$$\frac{5}{3} + \frac{2}{6} = \frac{10+2}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

$$\frac{19}{13} + \frac{60}{39} = \frac{57+60}{39} = \frac{117}{39} = 3$$

$$\frac{70}{18} + \frac{?}{9} = 4 \Rightarrow \frac{70+2 \times ?}{18} = 4$$

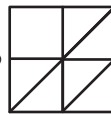
$$\Rightarrow 70 + 2? = 72 \Rightarrow ? = \frac{72-70}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)

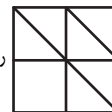
۲۶۶- گزینه «۳»

(فاطمه راسخ)

روی هم افتادن برجه‌های دیگر گزینه‌ها، شکل را می‌سازد و



نود درجه چرخش پادساعتگرد آن، شکل را حاصل می‌کند.

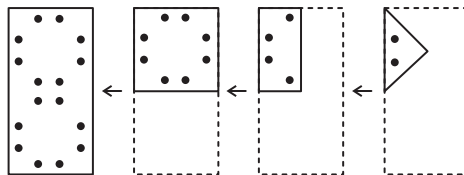


(کاغذ شفاف، هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینه «۱»

(فاطمه راسخ)

مراحل باز شدن کاغذ گزینه «۱» و تبدیل به شکل صورت سؤال:



(تای کاغذ، هوش غیرکلامی)

۲۶۸- گزینه «۴»

(فاطمه راسخ)

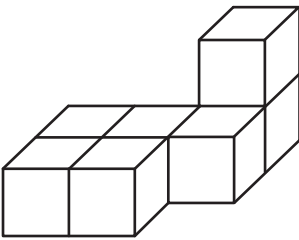
دو وجه و در مکعب مستطیل حاصل از شکل گسترده صورت سؤال روبه‌روی هم‌اند نه کنار هم.

(مجموعه‌های غیرمنتظم، هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینه «۴»

(شمیر کنبی)

شکل درست گزینه «۴»:

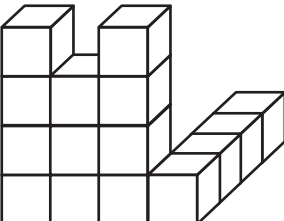


(تبدیل‌های فضایی، هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینه «۳»

(غریزاد شیرممدولی)

حجم موردنظر از ۱۵ مکعب واحد تشکیل شده است:



(نقشه‌کشی، هوش غیرکلامی)