



# آزمون تابستان «۱۶ شهریور ۱۴۰۳» دفترچه اول اختصاصی دوازدهم ریاضی (ریاضیات)

دفترچه سوال

مدت زمان کل پاسخ‌گویی سوالات: ۱۴۰ دقیقه

تعداد کل سوالات: ۱۰۰ سوال

(۵۰ سوال اجباری + ۵۰ سوال اختیاری)

| نام درس  |                    | تعداد سؤال | شماره سؤال | زمان پاسخگویی |
|----------|--------------------|------------|------------|---------------|
| حسابان ۱ | حسابان ۱-آشنا      | ۲۰         | ۱-۲۰       | ۲۵'           |
|          |                    |            |            |               |
| اجباری   | ریاضی ۱            | ۱۰         | ۲۱-۳۰      | ۱۵'           |
| اجباری   | آمار و احتمال      | ۱۰         | ۳۱-۴۰      | ۱۵'           |
| اجباری   | هندسه ۲            | ۱۰         | ۴۱-۵۰      | ۱۵'           |
| اختیاری  | حسابان ۲           | ۱۰         | ۵۱-۶۰      | ۱۵'           |
| اختیاری  | هندسه ۳            | ۱۰         | ۶۱-۷۰      | ۱۵'           |
| اختیاری  | هندسه ۱            | ۱۰         | ۷۱-۸۰      | ۱۵'           |
| اختیاری  | ریاضیات گسسته      | ۲۰         | ۸۱-۱۰۰     | ۲۵'           |
|          | ریاضیات گسسته-آشنا |            |            |               |
| جمع کل   |                    | ۱۰۰        | ۱-۱۰۰      | ۱۴۰'          |

پدیدآورندگان

| نام درس                       | نام طراحان                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|-------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ریاضی پایه و حسابان ۲         | امیرحسین ابومحبوب-جلیل احمد میربلوچ-توحید اسدی-محسن اسماعیل پور-محمد پیمانی-سهیل حسن خان پور-عادل حسینی بهرام حلاج-طاهر دادستانی-میلاد سجادی لاریجانی-محمدحسن سلامی حسینی-علی شهرابی-یوسف عراز-حمید علیزاده نیما کدیوریان-مصطفی کرمی-میلاد منصوری-سروش موئینی-سیدجواد نظری-جهانبخش نیکنام |
| هندسه                         | محمد مهدی ابوترابی-امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-رضا بخشنده-جواد حاتمی-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان یاسین سپهر-رضا عباسی اصل-فرشاد فرامرزی-محمدابراهیم گیتی زاده-سهام مجیدی پور-رحیم مشتاق نظم-محمد هجری سرژ یقیا زاریان تبریزی                                                 |
| آمار و احتمال و ریاضیات گسسته | امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-آرش رحیمی-علیرضا شریف خطیبی-علی اکبر علی زاده محمد علی کاظم نظری-علیرضا کلانتری-مهرداد ملوندی-مختار منصوری-میلاد منصوری-نیلوفر مهدوی-هومن نورانی                                                                                |

گزینشگران و ویراستاران

| نام درس                                               | ریاضی پایه و حسابان ۲                               | هندسه                                                | آمار و احتمال و ریاضیات گسسته                        |
|-------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| گزینشگر                                               | عادل حسینی                                          | سرژ یقیا زاریان تبریزی                               | سرژ یقیا زاریان تبریزی                               |
| گروه ویراستاری                                        | امیرحسین ابومحبوب<br>سهیل تقی زاده<br>مهرداد ملوندی | امیرمحمد کریمی<br>امیرحسین ابومحبوب<br>مهرداد ملوندی | امیرمحمد کریمی<br>امیرحسین ابومحبوب<br>مهرداد ملوندی |
| گروه ویراستاری رتبه برتر                              | سپهر متولیان                                        | سپهر متولیان                                         | سپهر متولیان                                         |
| مسئول درس                                             | عادل حسینی                                          | سرژ یقیا زاریان تبریزی                               | سرژ یقیا زاریان تبریزی                               |
| مستند سازی                                            | سمیه اسکندری                                        | عادل حسینی                                           | الهه شهبازی                                          |
| ویراستاران (مستند سازی)                               |                                                     |                                                      |                                                      |
| علیرضا زارعی-علیرضا عباسی زاهد-سجاد سلیمی-احسان صادقی |                                                     |                                                      |                                                      |

گروه فنی و تولید

|                 |                                                    |
|-----------------|----------------------------------------------------|
| مدیر گروه       | مهرداد ملوندی                                      |
| مسئول دفترچه    | نرگس غنی زاده                                      |
| گروه مستند سازی | مدیر گروه: محیا اصغری<br>مسئول دفترچه: الهه شهبازی |
| حروف نگار       | فرزانه فتح اله زاده                                |
| ناظر چاپ        | سوران نعیمی                                        |

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۱: مثلثات: صفحه‌های ۹۱ تا ۱۱۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱- مقدار کدام یک از عبارت‌های زیر بزرگتر است؟

$$|\cos 2| \quad (۱) \quad |\cos 15^\circ| \quad (۲) \quad |\cos 4| \quad (۳) \quad \left| \cos \frac{7\pi}{9} \right| \quad (۴)$$

۲- طول برف‌پاکن عقب خودرویی ۴۰ سانتی‌متر و طول تیغه آن ۳۰ سانتی‌متر است. اگر هر بار به اندازه  $135^\circ$  جابه‌جا شود، مساحت ناحیه پاک‌شده برحسب سانتی‌متر مربع چند برابر  $\pi$  است؟

$$562/5 \quad (۱)$$

$$525 \quad (۲)$$

$$500 \quad (۳)$$

$$550 \quad (۴)$$

۳- مساحت شکل گسترده قیفی مخروطی‌شکل به شعاع قاعده ۳، برابر  $45\pi$  است. اندازه زاویه شکل گسترده (قطاع) این قیف

چند درجه است؟

$$80 \quad (۲)$$

$$60 \quad (۱)$$

$$72 \quad (۴)$$

$$90 \quad (۳)$$

۴- اگر  $\tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{\cos(562/5^\circ) - \sin(112/5^\circ)}{\cos(67/5^\circ) + \cos(337/5^\circ)}$  کدام است؟

$$-\sqrt{2} \quad (۲)$$

$$-1 \quad (۱)$$

$$1 \quad (۴)$$

$$\sqrt{2} \quad (۳)$$

۵- حاصل عبارت  $A = \tan \frac{\pi}{20} \tan \frac{3\pi}{20} \tan \frac{5\pi}{20} \tan \frac{7\pi}{20} \tan \frac{9\pi}{20}$  کدام است؟

$$-1 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

$$-2 \quad (۴)$$

$$2 \quad (۳)$$

محل انجام محاسبات



۶- حاصل  $B = (1 + \sin \frac{\pi}{12})(1 + \sin \frac{5\pi}{12})(1 + \sin \frac{13\pi}{12})(1 + \sin \frac{17\pi}{12})$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{8}$

(۳)  $\frac{1}{16}$  (۴)  $\frac{1}{32}$

۷- کدام یک از انتقال‌های زیر نمودار  $f(x) = \sin(x - \frac{\pi}{4})$  را به نمودار  $g(x) = -\cos x$  تبدیل نمی‌کند؟

(۱)  $\frac{3\pi}{4}$  انتقال به سمت چپ، سپس قرینه نسبت به محور Xها

(۲) قرینه نسبت به محور Yها، سپس  $\frac{\pi}{4}$  انتقال به سمت چپ

(۳)  $\frac{\pi}{4}$  انتقال به سمت راست

(۴)  $\frac{3\pi}{4}$  انتقال به سمت راست، سپس قرینه نسبت به محور Xها

۸- از تساوی  $\frac{\sin 5^\circ}{\sin 15^\circ} = \frac{\cos 5^\circ}{\cos 15^\circ + X}$ ، مقدار X کدام است؟

(۱)  $\cos 5^\circ$  (۲)  $-\cos 5^\circ$

(۳)  $2\cos 5^\circ$  (۴)  $-2\cos 5^\circ$

۹- اگر  $\frac{\cos 2\alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{1}{3}$  و انتهای کمان  $\alpha$  در ربع چهارم دایره مثلثاتی باشد، حاصل  $\sin 2\alpha$  کدام است؟

(۱)  $\frac{4\sqrt{3}}{9}$  (۲)  $\frac{-4\sqrt{5}}{9}$

(۳)  $-\frac{4\sqrt{3}}{9}$  (۴)  $\frac{4\sqrt{5}}{9}$

۱۰- اگر  $\cos 4\alpha = -\frac{1}{9}$  باشد، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای  $\sin \alpha$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{5}{6}$  (۲)  $-\frac{1}{3}$

(۳)  $\frac{5}{36}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

## حسابان ۱: آشنا

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

۱۱- در یک مثلث متساوی الساقین، مجموع دو زاویه نابرابر  $\frac{360}{\pi}$  درجه است. اندازه زاویه کوچکتر بر حسب رادیان تقریباً کدام است؟

(۱)  $\pi = 3/14$

(۲)  $1/14$

(۳)  $1/24$

(۴)  $0/86$

(۵)  $0/76$

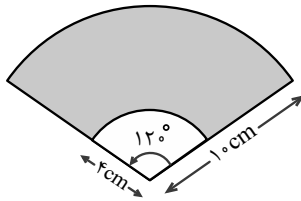
۱۲- در شکل زیر که قسمتی از یک دایره است، مساحت سطح سایه زده شده چند سانتی متر مربع است؟

(۱)  $20\pi$

(۲)  $18\pi$

(۳)  $28\pi$

(۴)  $30\pi$



۱۳- تساوی  $\tan(2x - \frac{\pi}{15}) = \cot(\frac{3\pi}{15} + 3x)$  به ازای کدام مقدار  $x$  برقرار است؟

(۱)  $\frac{11\pi}{15}$

(۲)  $\frac{11\pi}{50}$

(۳)  $\frac{11\pi}{150}$

(۴)  $\frac{11\pi}{30}$

۱۴- اگر  $0^\circ < x < 40^\circ$  و  $\cos(x + \frac{5\pi}{18}) = A$  باشد، حاصل  $\cos(x - \frac{2\pi}{9})$  کدام است؟

(۱)  $A$

(۲)  $-A$

(۳)  $-\sqrt{1-A^2}$

(۴)  $\sqrt{1-A^2}$

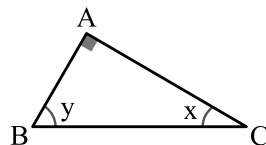
۱۵- در مثلث زیر، اگر  $\cos(2x + y) = -\frac{1}{4}$  باشد، حاصل  $\tan x$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{3}{4}$

(۳)  $\frac{2}{\sqrt{15}}$

(۴)  $\frac{1}{\sqrt{15}}$



۱۶- حاصل  $2\cos 10^\circ \cos 50^\circ - \cos 40^\circ$  کدام است؟ (زوایا بر حسب درجه اند).

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$   
(۳)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۴)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۷- اگر انتهای کمان  $\alpha$  در ربع اول دایره مثلثاتی و  $\tan \alpha = \frac{1}{7}$  باشد، مقدار  $\sin(\frac{13\pi}{4} + \alpha)$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{4}{5}$  (۲)  $-\frac{3}{5}$   
(۳)  $\frac{3}{5}$  (۴)  $\frac{4}{5}$

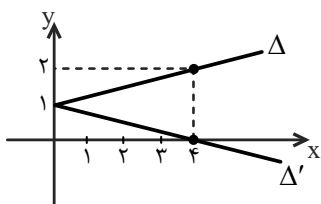
۱۸- ساده شده عبارت  $\frac{\sin(\theta)}{1-\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)}$  ، کدام است؟

- (۱)  $\cos(\frac{\theta}{2})$  (۲)  $\sin(\frac{\theta}{2})$   
(۳)  $2\cot(\frac{\theta}{2})$  (۴)  $2\tan(\frac{\theta}{2})$

۱۹- اگر  $\alpha$  زاویه ای حاده باشد، ریشه مثبت معادله  $x^2 \tan \alpha - 2x - \tan \alpha = 0$  کدام است؟

- (۱)  $\tan \frac{\alpha}{2}$  (۲)  $2\cos \frac{\alpha}{2}$   
(۳)  $\cot \frac{\alpha}{2}$  (۴)  $2\sin \alpha$

۲۰- در شکل زیر، سینوس زاویه حاده بین دو نیم خط  $\Delta$  و  $\Delta'$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{2}{17}$  (۲)  $\frac{4}{17}$   
(۳)  $\frac{1}{17}$  (۴)  $\frac{8}{17}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی ۱: تابع + شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۲۱- اگر  $f = \{(4a+b, 4a^2+b+1), (4a+b^2, 2b+1), (b^2, 1)\}$  یک تابع همانی باشد، حاصل  $f(2a+2b)$  کدام است؟

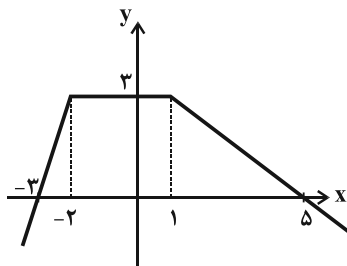
$$(1) \quad 3 \qquad (2) \quad \frac{3}{2}$$

$$(3) \quad -1 \qquad (4) \quad \frac{1}{2}$$

۲۲- تابع  $f$  همانی و تابع  $g$  ثابت است. اگر رابطه  $\frac{f(3)}{g(3)} + \frac{1}{2}g(3) = \frac{5}{f(2)}$  برقرار باشد، مقدار  $|2f(g(1403)) - 5|$  کدام است؟

$$(1) \quad \text{صفر} \qquad (2) \quad \frac{1}{2}$$

$$(3) \quad 1 \qquad (4) \quad \frac{3}{2}$$

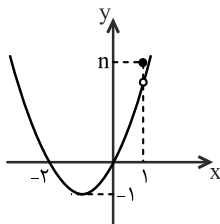
۲۳- نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است. مجموع جواب‌های معادله  $f(x) = 2$  کدام است؟

$$(1) \quad \text{صفر}$$

$$(2) \quad -\frac{1}{3}$$

$$(3) \quad \frac{1}{4}$$

$$(4) \quad \frac{1}{2}$$

۲۴- نمودار تابع  $g(x) = \begin{cases} x^2 + bx + c & ; x \neq 1 \\ 4 & ; x = 1 \end{cases}$  در شکل زیر رسم شده است. حاصل  $n + b + c$  کدام است؟

$$(1) \quad 4$$

$$(2) \quad 6$$

$$(3) \quad 3$$

$$(4) \quad 5$$



۲۵- اندازه قطر مستطیل محصور بین نمودارهای دو تابع  $f(x) = |x+1|$  و  $g(x) = -|x|+3$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{10}$  (۲)  $\sqrt{5}$  (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴)  $2\sqrt{5}$

۲۶- قرینه نمودار  $y = |x+1|$  نسبت به محور  $x$  ها را ۲ واحد به سمت  $x$  های مثبت انتقال می دهیم. نمودار حاصل نیمساز ناحیه

چهارم را با کدام عرض قطع می کند؟

- (۱)  $-\frac{3}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $-1$  (۴)  $-2$

۲۷- با حروف کلمه «جهانگردی» و بدون تکرار حروف چند کلمه هشت حرفی می توان نوشت که در آن حروف کلمه «جهان» کنار هم باشند؟

- (۱)  $4 \times 5!$  (۲)  $4! \times 5$  (۳)  $5 \times 4!$  (۴)  $5 \times 5!$

۲۸- ۶ نفر به نام های  $a, b, c, d, e, f$  به چند طریق می توانند در یک ردیف کنار یکدیگر قرار گیرند به گونه ای که  $a$  و  $b$  مجاور یکدیگر

باشند ولی  $c$  و  $d$  مجاور هم نباشند؟

- (۱) ۱۹۶ (۲) ۱۴۴ (۳) ۲۴۰ (۴) ۳۶۰

۲۹- با سه رقم ۲ و چهار رقم ۳، چند عدد پنج رقمی می توان نوشت؟

- (۱) ۲۳ (۲) ۲۴ (۳) ۲۵ (۴) ۲۶

۳۰- با ارقام ۱ تا ۹ و بدون تکرار ارقام، چند عدد طبیعی فرد و مضرب ۳ می توان ساخت به طوری که کمتر از ۲۰۰ باشند؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۶ (۳) ۲۷ (۴) ۲۸

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: آمار توصیفی: صفحه‌های ۶۹ تا ۹۴

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- نمودار میله‌ای، بافت‌نگاشت و دایره‌ای، به ترتیب برای کدام یک از انواع داده‌ها مناسب‌اند؟

(۱) کمی پیوسته و کیفی - کمی گسسته - کمی پیوسته

(۲) کمی پیوسته و کیفی - کمی گسسته - کمی گسسته و کیفی

(۳) کمی گسسته و کیفی - کمی پیوسته - کمی پیوسته

(۴) کمی گسسته و کیفی - کمی پیوسته - کمی گسسته و کیفی

۳۲- واریانس ۲۳ داده آماری برابر ۶ است. اگر داده‌ای که با میانگین برابر است به آنها اضافه شود، قدرمطلق تفاضل واریانس ۲۴ داده

جدید و واریانس داده‌های قبلی برابر کدام است؟

(۴) ۰/۲

(۳) ۰/۲۵

(۲) ۰/۳

(۱) ۰/۳۵

۳۳- نمرات زبان دانش‌آموزان یک دبیرستان مطابق جدول زیر است. در نمودار دایره‌ای متناظر با این نمرات، زاویه مربوط به نمره A کدام است؟

| نمره         | A | B  | C  | D  | E  |
|--------------|---|----|----|----|----|
| درصد فراوانی | a | ۲۰ | ۳۰ | ۲۲ | ۱۸ |

(۲) ۳۶°

(۱) ۳۴°

(۴) ۴۰°

(۳) ۳۸°

|       |    |    |    |    |    |
|-------|----|----|----|----|----|
| $x_i$ | ۱۹ | ۲۲ | ۲۵ | ۲۸ | ۳۱ |
| $f_i$ | ۳  | ۲  | x  | ۶  | ۲  |

۳۴- اگر میانگین داده‌های جدول مقابل ۲۵/۲۴ باشد، x کدام است؟

(۴) ۱۷

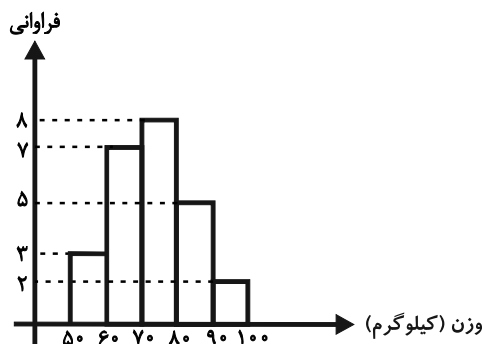
(۳) ۱۲

(۲) ۲

(۱) ۷

۳۵- وزن دانش‌آموزان یک کلاس برحسب کیلوگرم در نمودار بافت‌نگاشت زیر نمایش داده شده است. اگر ۵ دانش‌آموز به ترتیب به

وزن‌های ۶۹، ۷۳، ۷۶، ۸۲ و ۹۴ کیلوگرم به این کلاس اضافه شوند، فراوانی نسبی دسته وسط تقریباً چه تغییری می‌کند؟



(۱) ۰/۰۱ اضافه می‌شود.

(۲) ۰/۰۳ اضافه می‌شود.

(۳) ۰/۰۳ کم می‌شود.

(۴) ۰/۰۱ کم می‌شود.

۳۶-  $(n-3)$  داده با میانگین ۹ را با  $(2n+3)$  داده دیگر با میانگین ۱۲ ترکیب کرده‌ایم. میانگین کل داده‌ها کدام گزینه می‌تواند باشد؟

(۲) ۱۱/۳۵

(۱) ۱۱/۲۵

(۴) ۱۱/۷

(۳) ۱۱/۴

۳۷- در داده‌های ۷، ۴، ۱، ۷، ۲، ۸، ۷، ۲، ۱۷، ۱۲، ۹، ۱۷، ۱۳، اختلاف بین مجموع داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم و مجموع داده‌های

کوچک‌تر از مد کدام است؟

(۲) ۳۸

(۱) ۳۴

(۴) ۴۹

(۳) ۴۲

۳۸- اگر واریانس داده‌های  $5z-4$ ،  $4y+2$ ، ۶ و  $3x-9$  برابر صفر باشد، میانه داده‌های  $y^2$ ،  $3z-5$ ،  $x+1$  و  $x-2y$  کدام است؟

(۲) ۲

(۱) ۱/۵

(۴) ۳

(۳) ۲/۵

۳۹- در ۲۵ داده آماری، میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۳۰ و ۸ می‌باشد. اگر داده‌های ۱۰، ۱۵، ۴۵ و ۵۰ از بین آنها حذف شوند،

واریانس داده‌های باقی‌مانده کدام است؟

(۲) ۱۴/۸۱

(۱) ۱۴/۷۲

(۴) ۱۶/۶۷

(۳) ۱۵/۳۳

۴۰- در جدول داده‌های مقابل، میانه و مد به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

|       |   |   |    |    |    |    |
|-------|---|---|----|----|----|----|
| $x_i$ | ۷ | ۸ | ۱۲ | ۱۴ | ۱۷ | ۲۰ |
| $f_i$ | ۵ | ۱ | ۵  | ۲  | ۷  | ۳  |

(۲) ۷، ۱۳

(۱) ۱۷، ۱۳

(۴) ۱۷، ۱۴

(۳) ۷، ۱۴



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: تبدیل‌های هندسی: صفحه‌های ۴۳ تا ۵۴

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۴۱- اگر داشته باشیم  $\underbrace{T(T(T(\dots T(A))))}_{2n+1 \text{ بار}} = A$ ، آن‌گاه  $T$  کدام تبدیل می‌تواند باشد؟ (نقطه  $A$  روی خط  $d$  یا منطبق بر نقطه  $O$  نیست).

(۱) دوران  $120^\circ$  درجه به مرکز  $O$  (۲) تجانس به مرکز  $O$  و با نسبت  $(-1)$

(۳) بازتاب نسبت به خط  $d$  (۴) انتقال با بردار غیرصفر  $\vec{v}$

۴۲- دو پاره‌خط به طول‌های ۳ و ۵ واحد که به فاصله ۱۲ واحد از یکدیگر قرار دارند در یک تجانس معکوس، تصویر هم می‌باشند.

فاصله مرکز تجانس تا پاره‌خط بزرگ‌تر کدام است؟

(۱) ۹ (۲) ۸

(۳)  $7/5$  (۴) ۷

۴۳- مجانس‌های نقطه‌ای نسبت به یک مرکز و با دو نسبت مختلف  $k$  و  $k'$ ، خود نیز مجانس یکدیگرند. نسبت تجانس این دو نقطه

کدام می‌تواند باشد؟

(۱)  $\frac{k}{k'}$  (۲)  $kk'$

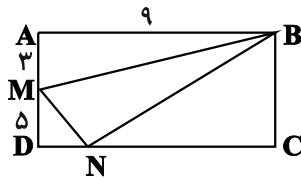
(۳)  $k + k'$  (۴)  $2kk'$

۴۴- ترکیبی از کدام دو تبدیل زیر، می‌تواند طولیاً نباشد ولی شیب خط‌ها را لزوماً حفظ می‌کند؟

(۱) انتقال و بازتاب نسبت به خط (۲) بازتاب نسبت به خط و دوران

(۳) تجانس و دوران (۴) انتقال و تجانس

۴۵- در مستطیل  $ABCD$ ، نقطه  $M$  روی  $AD$  ثابت و نقطه  $N$  روی  $DC$  متغیر است. کمترین محیط مثلث  $BMN$  چند برابر  $\sqrt{10}$  است؟



(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۸

(۴) ۱۰

۴۶- دو دایره  $C(O, 2)$  و  $C'(O', 3)$  با طول خط‌المركزين  $OO' = 10$  مفروض‌اند. اگر نقطه  $M$  مرکز تجانس معکوس دو دایره و

خط  $d$  گذرنده از  $M$ ، در نقطه  $A$  بر دایره  $C$  مماس باشد، مساحت مثلث  $OAM$  کدام است؟

(۲)  $\sqrt{10}$ 

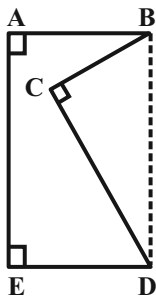
(۱) ۳

(۴)  $\sqrt{14}$ (۳)  $2\sqrt{3}$ 

۴۷- مطابق شکل زیر قطعه زمینی به صورت پنج‌ضلعی  $ABCDE$  مفروض است. اگر  $AB = 3/5$ ،  $AE = 12$  و  $\hat{CDE} = 75^\circ$  باشد

و بخواهیم با استفاده از تبدیل هندسی مناسب و بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع این چند ضلعی، مساحت آن را افزایش

دهیم، حداکثر مقدار ممکن برای مساحت این زمین کدام است؟  $(BD \parallel AE)$



(۱) ۵۵

(۲)  $57/5$ 

(۳) ۶۰

(۴)  $62/5$

۴۸- اگر نقاط  $M$ ،  $N$  و  $P$ ، وسط‌های اضلاع مثلث دلخواه  $ABC$  باشند، آنگاه مثلث  $MNP$ ، مجانس مثلث  $ABC$  به کدام مرکز

تجانس است؟

(۲) محل همرسی ارتفاع‌های مثلث  $ABC$

(۱) محل همرسی میانه‌های مثلث  $ABC$

(۴) محل همرسی عمود منصف‌های اضلاع مثلث  $ABC$

(۳) محل همرسی نیمسازهای داخلی مثلث  $ABC$

۴۹- از بین مثلث‌هایی که در ضلع  $AB = ۱۲$  مشترک‌اند و مساحت آنها ۲۷ می‌باشد، کم‌ترین مقدار محیط کدام است؟

(۲) ۲۵

(۱) ۲۳

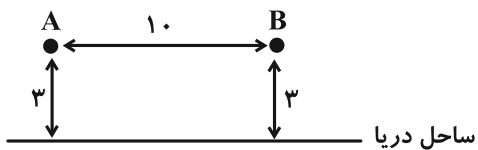
(۴) ۲۹

(۳) ۲۷

۵۰- مطابق شکل، دو شهر  $A$  و  $B$  به فاصله ۱۰ کیلومتر از هم و هر کدام به فاصله ۳ کیلومتر از ساحل دریا مفروض‌اند. اگر بخواهیم

جاده‌ای با کوتاه‌ترین طول ممکن بین دو شهر احداث کنیم به گونه‌ای که ۲ کیلومتر از جاده از کنار ساحل بگذرد، طول جاده بین

$A$  و  $B$ ، چند کیلومتر خواهد بود؟



(۱) ۱۲

(۲) ۱۴

(۳) ۱۶

(۴) ۱۸

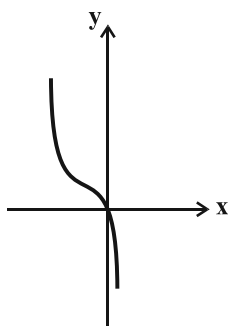
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع + مثلثات: صفحه‌های ۱ تا ۳۴

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۵۱- نمودار تابع  $y = x^3$  را ابتدا ۱ واحد به چپ می‌بریم. سپس نسبت به محور  $x$  ها قرینه کرده و بعد در راستای عمودی منبسط

می‌کنیم. در نهایت آن را ۲ واحد به بالا انتقال می‌دهیم تا به نمودار زیر برسیم. این نمودار خط  $y = 4$  را با کدام طول قطع



می‌کند؟

(۱)  $-1/5$ (۲)  $-2$ (۳)  $-2/5$ (۴)  $-3$ 

۵۲- حدود  $k$  کدام باشد تا تابع  $y = 2x - k[x]$ ، اکیداً صعودی باشد؟ ( $[x]$ ، نماد جزء صحیح است).

(۱)  $[0, +\infty)$ (۲)  $(-\infty, 0]$ (۳)  $(-\infty, 2]$ (۴)  $[2, +\infty)$ 

۵۳- تابع با ضابطه  $f(x) = x^3 - 6x|x| + 12x$  در کدام فاصله نزولی است؟

(۱)  $(0, 2)$ (۲)  $(-2, 0)$ (۳)  $\mathbb{R}$ (۴)  $\emptyset$ 

۵۴- اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای  $ax^5 + bx^4 + 2x$  بر چندجمله‌ای  $x+1$  برابر ۴ باشد، باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای

$x^3 + ax^2 - 2bx$  بر عبارت  $x-2$  کدام است؟

(۱)  $-16$ (۲)  $-8$ (۳)  $8$ (۴)  $16$ 

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۵۵- اگر باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای  $p(x)$  بر عبارت  $x^2 + 3x + 2$  برابر  $2x + 1$  باشد، باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای

$p(x-1) - p(x-2)$  بر  $x$  کدام است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۵۶- دوره تناوب تابع  $f(x) = \tan 3x + \cot 3x - 1$  کدام است؟ 

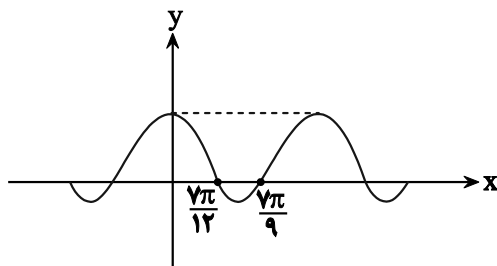
$\frac{2\pi}{3}$  (۲)

$\frac{\pi}{3}$  (۱)

$\frac{\pi}{2}$  (۴)

$\frac{\pi}{6}$  (۳)

۵۷- در شکل مقابل، قسمتی از نمودار  $y = a \cos bx + c$  رسم شده است. دوره تناوب این تابع کدام است؟



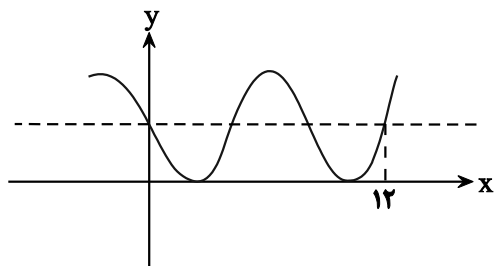
$\frac{7\pi}{36}$  (۱)

$\frac{49\pi}{36}$  (۲)

$\frac{7\pi}{18}$  (۳)

$\frac{49\pi}{18}$  (۴)

۵۸- نمودار زیر مربوط به تابع  $y = a - \cos(\frac{1}{4} + bx)\pi$  است. مقدار  $f(15) - 1$  کدام است؟



(۱)  $\sqrt{2}$

(۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۴)  $-\sqrt{2}$

۵۹- تابع  $f(x) = |1 + \tan 2x|$  در بازه  $(\alpha, \beta)$  صعودی است. بیشترین مقدار  $\beta - \alpha$  کدام است؟

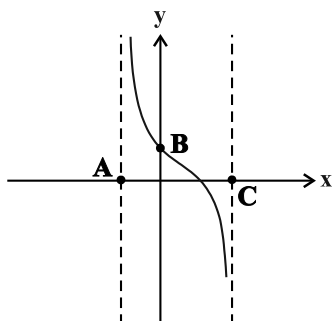
(۴)  $\frac{\pi}{2}$

(۳)  $\frac{3\pi}{8}$

(۲)  $\frac{\pi}{4}$

(۱)  $\frac{\pi}{8}$

۶۰- شکل زیر بخشی از نمودار تابع  $f(x) = \tan(-2x + \frac{\pi}{4})$  می باشد. در این صورت مساحت مثلث ABC کدام است؟



(۱)  $\frac{\pi}{8}$

(۲)  $\frac{\pi}{4}$

(۳)  $\frac{3\pi}{8}$

(۴)  $\frac{\pi}{2}$



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۹ تا ۲۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۶۱- دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -3 & -1 & 0 \end{bmatrix}$  داده شده‌اند. مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس  $AB$  چند برابر

مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس  $BA$  است؟

$$\frac{15}{14} \quad (1) \quad \frac{14}{15} \quad (2)$$

$$\frac{13}{16} \quad (3) \quad \frac{16}{13} \quad (4)$$

۶۲- ماتریس  $A = [a_{ij}]_{5 \times n}$  به صورت  $a_{ij} = 3i - 2$  تعریف شده است. اگر مجموع درایه‌های این ماتریس برابر ۲۱۰ باشد،  $n$  کدام است؟

$$5 \quad (1) \quad 6 \quad (2)$$

$$7 \quad (3) \quad 8 \quad (4)$$

۶۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  باشد، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس  $(A^{16} - A^4)$  کدام است؟

$$-260 \quad (1) \quad 260 \quad (2)$$

$$520 \quad (3) \quad -520 \quad (4)$$

۶۴- اگر  $B = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ،  $C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  و  $BA - I = C$  باشد، مجموع درایه‌های سطر اول ماتریس  $A$  کدام است؟

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3) \quad \frac{2}{3} \quad (4)$$

مشابه سؤالی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۶۵- می دانیم دستگاه معادلات  $\begin{cases} x + (1-m)y = -2 \\ (m+1)x - 3y = m \end{cases}$  فاقد جواب است. مجموع مقادیر قابل قبول  $m$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۱

۶۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} k & 1 \\ 1 & -k+2 \end{bmatrix}$  ماتریسی وارون پذیر باشد، آنگاه مجموع درایه های ماتریس  $A^{-1}$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱

(۳) -۱ (۴) بستگی به مقدار  $k$  دارد.

۶۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$  باشد، آنگاه مجموع درایه های ماتریس  $A^{1402} + A^{1401} + \dots + A^{1394}$  کدام است؟

- (۱) -۲۰ (۲) ۲۰ (۳) -۱۰ (۴) ۱۰

۶۸- اگر دستگاه معادلات خطی  $\begin{cases} ax + 3y = 5 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$  جواب نداشته باشد، دستگاه  $\begin{cases} 2x - ay = -2a \\ -x + 3y = a \end{cases}$  چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

۶۹- اگر وارون ماتریس ضرایب دستگاه  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \\ -m \end{bmatrix}$  به صورت  $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$  باشد، نسبت  $\frac{x}{y}$  کدام است؟ ( $m \neq 0$ )

- (۱)  $\frac{5}{2}$  (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{4}{3}$

۷۰- اگر دترمینان ماتریس ضرایب دستگاه معادلات  $\begin{cases} 2x + ay = 4 \\ 5x - by = 7 \end{cases}$  برابر ۶ باشد، مقدار  $y$  کدام است؟

- (۱)  $0/5$  (۲)  $-0/5$  (۳) ۱ (۴) -۱

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۵ تا ۷۳

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۷۱- نقطه  $O$  درون مثلث متساوی‌الاضلاع  $ABC$  قرار دارد. اگر فاصله این نقطه از اضلاع  $AB$ ،  $AC$  و  $BC$  به ترتیب  $۱$ ،  $۲$  و  $\sqrt{3}$

باشد، مساحت مثلث  $OBC$  کدام است؟

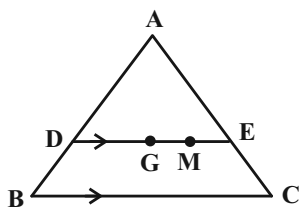
(۲)  $۲(۱+\sqrt{3})$

(۱)  $۳-\sqrt{3}$

(۴)  $۳+\sqrt{3}$

(۳)  $۳\sqrt{3}$

۷۲- در شکل زیر  $G$  نقطه هم‌رسی میانه‌های مثلث متساوی‌الاضلاع  $ABC$  به طول ضلع  $۳$  است. از نقطه  $G$  پاره‌خط  $DE$  را موازی

ضلع  $BC$  رسم می‌کنیم. اگر  $GM = ME$  باشد، مجموع فواصل نقطه  $M$  از اضلاع  $AB$  و  $AC$  کدام است؟

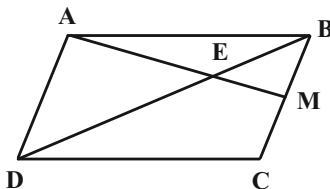
(۱)  $۲$

(۲)  $\sqrt{2}$

(۳)  $\sqrt{3}$

(۴)  $\frac{3}{2}$

۷۳- در متوازی‌الاضلاع  $ABCD$ ، نقطه  $M$  وسط ضلع  $BC$  است. نسبت مساحت مثلث  $BEM$  به مساحت چهارضلعی  $EMCD$  کدام است؟



(۱)  $\frac{2}{3}$

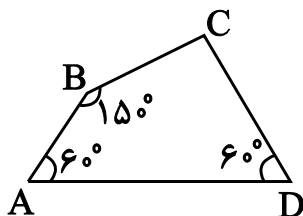
(۲)  $\frac{2}{5}$

(۳)  $\frac{1}{5}$

(۴)  $\frac{4}{9}$

۷۴- در چهارضلعی زیر، طول ضلع  $AD$  از طول ضلع  $BC$ ، ۲ واحد بیشتر است. اگر مساحت این چهارضلعی،  $\frac{19\sqrt{3}}{4}$  باشد، طول ضلع

$BC$  چقدر است؟



۶ (۱)

۵ (۲)

۴ (۳)

۳ (۴)

۷۵- در مثلث متساوی الساقین  $ABC$ ، با زاویه رأس  $\hat{A} = 30^\circ$ ، فاصله نقطه  $D$  واقع بر  $BC$  از دو ساق  $AB$  و  $AC$  به ترتیب ۳ و ۵

واحد است. طول ساق این مثلث کدام است؟

۱۸ (۲)

۲۰ (۱)

۱۴ (۴)

۱۶ (۳)

۷۶- در یک چندضلعی شبکه‌ای به مساحت ۱۳ واحد مربع، تعداد نقاط درونی از دو برابر تعداد نقاط مرزی یک واحد کمتر است. این چندضلعی چند

نقطه مرزی دارد؟

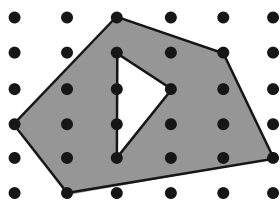
۶ (۲)

۵ (۱)

۸ (۴)

۷ (۳)

۷۷- در شکل مقابل، مساحت قسمت سایه زده کدام است؟



۱۴ (۱)

۱۳/۵ (۲)

۱۳ (۳)

۱۲/۵ (۴)

۷۸- در مثلث متساوی الساقین  $ABC$  ( $AB = AC$ )، ارتفاع  $BH$ ، ساق  $AC$  را به نسبت ۳ به ۲ تقسیم می کند ( $2AH = 3HC$ ) .

از نقطه  $H$  خطی موازی با  $BC$  رسم می کنیم تا ضلع  $AB$  را در نقطه  $E$  قطع کند. مجموع فواصل نقطه دلخواه  $N$  روی

$EH$  تا دو ساق مثلث، چه کسری از طول ساق مثلث است؟

$$\frac{3}{15} \quad (2)$$

$$\frac{3}{5} \quad (1)$$

$$\frac{12}{25} \quad (4)$$

$$\frac{12}{5} \quad (3)$$

۷۹- نقطه  $O$  درون مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع  $20\sqrt{3}$ ، به فاصله های  $a$ ،  $b$  و  $c$  از سه ضلع مثلث قرار دارد. اگر  $a + b - c = 10$

باشد،  $c$  کدام است؟

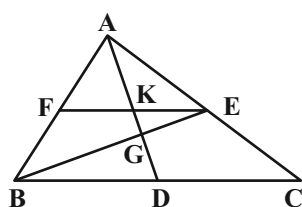
$$5\sqrt{3} \quad (2)$$

$$10\sqrt{3} \quad (1)$$

$$5 \quad (4)$$

$$10 \quad (3)$$

۸۰- در شکل زیر نقاط  $D$ ،  $E$  و  $F$  وسط های اضلاع مثلث  $ABC$  هستند. اگر  $KG = 3$  باشد، طول  $AD$  کدام است؟



$$9 \quad (1)$$

$$12 \quad (2)$$

$$15 \quad (3)$$

$$18 \quad (4)$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱ تا ۲۵

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۸۱- در اثبات درستی رابطه  $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} \geq a + b$  به کمک اثبات بازگشتی به کدام رابطه بدیهی می‌رسیم؟ (a و b دو عدد حقیقی مثبت هستند.)

(۱)  $(a+b)^2 \geq 0$  (۲)  $(a-b)^2 \geq 0$  (۳)  $a^2 + b^2 \geq 0$  (۴)  $(a^2 - b^2)^2 \geq 0$

۸۲- اگر a، b، c و d اعداد صحیح باشند به طوری که  $ad = bc$ ، در این صورت کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

(۱)  $c^2 | ad$  (۲)  $b = d, a = c$  (۳)  $a | bc^2$  (۴)  $bc^2 | ad$

۸۳- چند عدد طبیعی مانند n در مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از ۳۰ یافت می‌شود به طوری که به ازای آن  $\frac{n^3(n+1)^3}{8}$  عددی مضرب ۷ شود؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۸۴- اگر  $3 | a + 2b$  و  $9 | 4a^2 + kab - 2b^2$ ، آنگاه k کدام عدد می‌تواند باشد؟

(۱) -۱۳ (۲) -۱۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۸۵- کدام یک از گزاره‌های زیر با استفاده از مثال نقض رد می‌شود؟

(۱) باقی‌مانده تقسیم مربع هر عدد فرد بر ۸، برابر یک است.

(۲) اگر a حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد،  $4a + 1$  مربع کامل است.

(۳) هر عدد اول فرد به یکی از دو فرم  $2^n + 1$  یا  $2^n - 1$  نوشته می‌شود. ( $n \in \mathbb{N}$ )

(۴) مربع و مکعب هر عدد فرد، عددی فرد است.

۸۶- اگر  $2x + 3y \equiv 4$  و  $5x + 6y \equiv 3$ ، آنگاه x به کدام صورت است؟ ( $x, y, k \in \mathbb{Z}$ )

(۱)  $7k + 5$  (۲)  $7k + 3$  (۳)  $7k + 1$  (۴)  $7k + 2$

۸۷- اگر a عددی صحیح،  $d = (4a + 4, 2a - 5)$  و  $d \neq 1$  باشد، رقم یکان  $13^d$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۷ (۴) ۹

۸۸- اگر ۱۵ خرداد در یک سال، روز دوشنبه باشد، آنگاه ۱۳ آبان در آن سال، چه روزی از هفته است؟

(۱) شنبه (۲) یکشنبه (۳) پنجشنبه (۴) جمعه

۸۹- اگر دو عدد  $2a + 9$  و  $7a - 4$  در یک دسته هم‌نهشتی به پیمانه ۱۱ قرار داشته باشند، آنگاه به ازای کدام مقدار b، عدد

$a^3 + a^2 + 3a + b$  به دسته هم‌نهشتی  $11 | 7$  تعلق دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۰- معادله  $x \equiv 3^{12} (1! + 2! + \dots + 1403!)$  چند جواب در مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی دارد؟

(۱) ۲۳ (۲) ۲۴ (۳) ۲۲ (۴) ۲۵

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

## ریاضیات گسسته: آشنا

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

۹۱- کدام عدد حکمیت «هر عدد طبیعی را می توان به صورت مجموع حداقل دو عدد طبیعی متوالی نوشت» را نقض می کند؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۴۶ (۳) ۵۶ (۴) ۶۴

۹۲- در اثبات نامساوی  $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2$  به روش اثبات بازگشتی، به کدام رابطه بدیهی می رسیم؟

(۱)  $(ad + bc)^2 \geq 0$  (۲)  $(ad - bc)^2 \geq 0$

(۳)  $(ab + cd)^2 \geq 0$  (۴)  $(ab - cd)^2 \geq 0$

۹۳- چند نقطه با مختصات طبیعی روی منحنی  $xy + 5 = 2(x + y)$  یافت می شود؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۹۴- در مجموعه اعداد طبیعی اگر  $d = (3n^2 - 2n + 6, 3n + 5)$  و  $d \neq 1$  باشد، عدد  $d$  کدام است؟

- (۱) ۴۱ (۲) ۴۳ (۳) ۴۷ (۴) ۵۳

۹۵- در تقسیم عدد صحیح  $a$  بر عدد طبیعی  $b$ ، خارج قسمت و باقی مانده مساوی  $q$  اند. اگر ۳ واحد از مقسوم علیه کم شود، ۵ واحد

به خارج قسمت اضافه شده و باقی مانده صفر می شود. مقادیر  $q$  کدام اند؟

- (۱) ۸ و ۵ (۲) ۹ و ۴ (۳) ۱۰ و ۵ (۴) ۱۰ و ۸

۹۶- مجموع باقی مانده و خارج قسمت تقسیم عدد طبیعی  $a$  بر ۱۳، برابر ۱۷ است. احتمال این که باقیمانده تقسیم  $a - 8$  بر ۳۶،

برابر ۲۱ باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{6}{13}$  (۲)  $\frac{5}{13}$  (۳)  $\frac{4}{13}$  (۴)  $\frac{3}{13}$

۹۷- اگر  $m$  بزرگترین عدد طبیعی باشد که  $36 \equiv (10 - m)!$ ، آنگاه باقی مانده تقسیم  $m^{123}$  بر ۱۵، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۹۸- باقی مانده تقسیم عدد طبیعی  $A$  بر ۲۳ برابر ۵ و باقی مانده تقسیم  $2A$  بر ۱۷ برابر ۹ می باشد. باقی مانده تقسیم بزرگ ترین

عدد سه رقمی  $A$  بر ۱۲ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۶ (۴) ۷

۹۹- هرگاه سال نو با روز چهارشنبه آغاز شود، در این سال ۱۵ آبان چه روزی است؟

- (۱) دوشنبه (۲) سه شنبه (۳) چهارشنبه (۴) پنجشنبه

۱۰۰- پنج برابر عدد دو رقمی  $\overline{aa}$  را در سمت چپ  $\overline{aa}$  قرار داده و آن را  $m$  می نامیم.  $m$  همنهشت کدام عدد زیر، به پیمانه ۱۸۳۷ است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳



# آزمون تابستان «۱۶ شهریور ۱۴۰۳» دفترچه دوم اختصاصی دوازدهم ریاضی (فیزیک و شیمی)

دفترچه سوال

مدت زمان کل پاسخ گویی سوالات: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سوالات: ۶۰ سوال

(۳۰ سوال اجباری + ۳۰ سوال اختیاری)

| نام درس | تعداد سؤال | شماره سؤال | زمان پاسخگویی |
|---------|------------|------------|---------------|
| اجباری  | ۲          | ۱۰         | ۱۵'           |
| فیزیک ۱ | ۱۰         | ۱۱۱-۱۲۰    | ۱۵'           |
| فیزیک ۳ | ۱۰         | ۱۲۱-۱۳۰    | ۱۵'           |
| شیمی ۲  | ۱۰         | ۱۳۱-۱۴۰    | ۱۰'           |
| شیمی ۱  | ۱۰         | ۱۴۱-۱۵۰    | ۱۰'           |
| شیمی ۳  | ۱۰         | ۱۵۱-۱۶۰    | ۱۰'           |
| جمع کل  | ۶۰         | ۱۰۱-۱۶۰    | ۷۵'           |

## پدیدآورندگان

| نام درس | نام طراحان                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| فیزیک   | شهرام احمدی دارانی- خسرو ارغوانی فرد-عباس اصغری-محمد اکبری-عبدالرضا امینی نسب-احسان ایرانی-رامین آرامش اصل<br>زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-امیر پوریوسف میثم دشتیان-محمدعلی راست پیمان-رامین شادلوپی-مصطفی کیانی-علیرضا گونه<br>حسین مخدومی-محمود منصوری-عباس مویتاب-مهدی میراب زاده-حسین ناصحی-مصطفی واقعی                                                                        |
| شیمی    | عین اله ابوالفتحی-آرمان اکبری-امیرعلی بیات-مسعود جعفری-امیر حاتمیان-میرحسن حسینی-ارژنگ خاتلری-عبدالرضا دادخواه<br>سینا رحمانی تبار-حسن رحمتی کوکنده-حامد رمضانیان-امیرمحمد سعیدی-جهان شاهاییگیاغی-سهراب صادقی زاده-مسعود طبرسا<br>امیرحسین طیبی-حسن عیسی زاده-محمد فائز نیا-بهنام قازانچایی-امیرحسین معروفی-فرزاد نجفی کرمی-حمیدرضا نقی لو-امین نوروزی<br>اکبر هنرمند-محمد رضا یوسفی |

## گزینشگران و ویراستاران

| نام درس                  | فیزیک                                | شیمی                                                                                          |
|--------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| گزینشگر                  | حسام نادری                           | ماهان زواری                                                                                   |
| گروه ویراستاری           | حسین بصیر<br>بهنام شاهینی            | محمدحسن محمدزاده مقدم<br>احسان پنجه شاهی<br>امیررضا حکمت نیا<br>امیرحسین کمره ای<br>سروش مقدم |
| گروه ویراستاری رتبه برتر | سینا صالحی                           | آرمان قنوتی                                                                                   |
| مسئول درس                | حسام نادری                           | امیرعلی بیات                                                                                  |
| مستند سازی               | علیرضا همایون خواه                   | امیرحسین توحیدی                                                                               |
| ویراستاران (مستندسازی)   | علی سلطانی-ملینا ملائی<br>محمد زنگنه | محسن دستچردی-حسین شاهسواری<br>امیرحسین کلاتتری                                                |

## گروه فنی و تولید

|                |                       |
|----------------|-----------------------|
| مدیر گروه      | مهرداد ملوندی         |
| مسئول دفترچه   | نرگس غنی زاده         |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: محیا اصغری |
| حروف نگار      | فرزانه فتح اله زاده   |
| ناظر چاپ       | سوران نعیمی           |

## گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

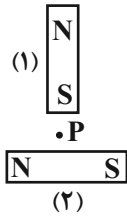
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: مغناطیس: صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۰۱- در شکل مقابل میدان مغناطیسی برابند در نقطه P تقریباً به کدام سو است؟



(۱) ↗

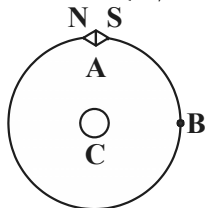
(۲) ↘

(۳) ↖

(۴) ↙

۱۰۲- مطابق شکل زیر، اگر یک عقربه مغناطیسی را مماس بر خط میدان مغناطیسی یک سیم حامل جریان از نقطه A به نقطه B در

مسیر ساعتگرد منتقل کنیم، عقربه مغناطیسی چند درجه می‌چرخد و جریان الکتریکی در سیم C در کدام جهت است؟



(۱) ۱۸۰، برون‌سو

(۲) ۹۰، برون‌سو

(۳) ۱۸۰، درون‌سو

(۴) ۹۰، درون‌سو

۱۰۳- سیم راستی به طول ۱۲۰ cm که حامل شدت جریان ۵ A می‌باشد، عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی ۱۰۰ G قرار

دارد. اگر جهت میدان مغناطیسی رو به شمال و جهت جریان گذرنده از سیم رو به شرق باشد، نیروی وارد بر سیم از طرف

میدان مغناطیسی چند نیوتون و در چه جهتی است؟

(۴) ۰/۰۶، پایین

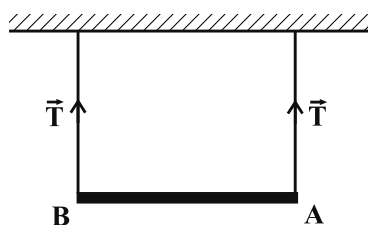
(۳) ۰/۶، پایین

(۲) ۰/۰۶، بالا

(۱) ۰/۶، بالا

۱۰۴- مطابق شکل زیر، میله‌ای به جرم ۵۰ g توسط دو نخ به سقف آویزان شده است و جریانی به بزرگی ۴ A از A به طرف B در آن

برقرار است. در صورتی که بزرگی نیروی کششی هریک از نخ‌ها ۰/۱۵ N باشد، بزرگی میدان مغناطیسی که بر صفحه عمود است،

چند تسلا است و جهت آن کدام است؟ (میله در حالت تعادل است و جرم هر متر از میله ۱۰ گرم است و  $g = ۱۰ \frac{N}{kg}$ )

(۱) ۰/۱، درون‌سو

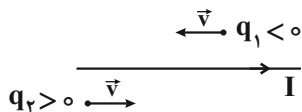
(۲) ۰/۱، برون‌سو

(۳) ۰/۰۱، درون‌سو

(۴) ۰/۰۱، برون‌سو

۱۰۵- مطابق شکل زیر، دو ذره با بارهای الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$  را با تندی یکسان  $v$  به موازات سیم حامل جریان  $I$  در جهت‌های نشان

داده شده پرتاب می‌کنیم. در این حالت میدان مغناطیسی ناشی از سیم حامل جریان، .....



(۱) بار  $q_1$  را جذب و بار  $q_2$  را دفع می‌کند.

(۲) بار  $q_1$  را دفع و بار  $q_2$  را جذب می‌کند.

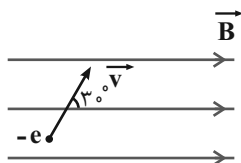
(۳) هر دو بار الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$  را جذب می‌کند.

(۴) هر دو بار الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$  را دفع می‌کند.

۱۰۶- مطابق شکل زیر، الکترونی با تندی  $\frac{m}{s} \times 10^5 \times 2$  در جهت نشان داده شده وارد فضایی که شامل میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی

$40G$  و میدان الکتریکی است، می‌شود و بدون انحراف به حرکت خود ادامه می‌دهد. اندازه میدان الکتریکی یکنواخت چند نیوتون بر

کولن و جهت آن به کدام سمت است؟ ( $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ) و از نیروی وزن الکترون صرف نظر شود).



(۱)  $800$ ، درون سو

(۲)  $800$ ، برون سو

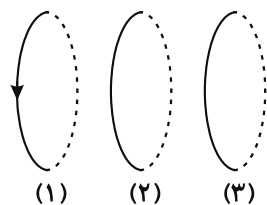
(۳)  $400$ ، درون سو

(۴)  $400$ ، برون سو

۱۰۷- از سه حلقه (۱)، (۲) و (۳) مطابق شکل زیر، جریان‌های  $I_1$ ،  $I_2$  و  $I_3$  عبور می‌کند. اگر دو حلقه (۱) و (۲) یکدیگر را جذب و دو حلقه

(۲) و (۳) یکدیگر را دفع نمایند، به ترتیب از راست به چپ، جهت جریان  $I_2$  .... جهت جریان  $I_1$  و جهت جریان  $I_3$  .... جهت

جریان  $I_1$  است.



(۱) مخالف - موافق

(۲) موافق - مخالف

(۳) موافق - موافق

(۴) مخالف - مخالف

۱۰۸- پیچه مسطحی به شعاع مقطع ۵cm، حامل شدت جریان الکتریکی ۱A می باشد. اگر اندازه میدان مغناطیسی در مرکز پیچه ۴G

باشد، طول سیمی که پیچه از آن ساخته شده است، چند متر است؟  $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A})$

(۱) ۱ (۲) ۱۰۰۰

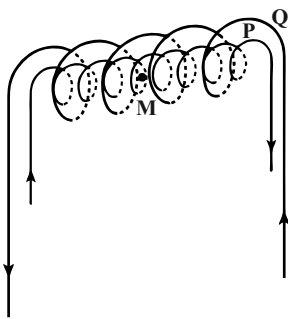
(۳) ۱۰ (۴) ۱۰۰

۱۰۹- در شکل زیر، دو سیملوله آرمانی P و Q هم محور و دارای طول یکسان ۵۰ سانتی متر می باشند. اگر تعداد دور سیملوله P، برابر با

۱۰۰ دور، تعداد دور سیملوله Q، برابر با ۱۵۰ دور و جریان عبوری از آن در جهت نشان داده شده، ۴ آمپر باشد، جریان عبوری از

سیملوله P در جهت نشان داده شده چند آمپر باشد تا بزرگی میدان مغناطیسی خالص حاصل از دو سیملوله در نقطه M (روی

محور مشترک سیملوله ها) برابر با ۲/۴ گاوس شود؟  $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T.m}{A})$



(۱) ۴ یا ۶

(۲) ۴ یا ۷

(۳) ۵ یا ۶

(۴) ۵ یا ۷

۱۱۰- کدام یک از گزینه های زیر در مورد خاصیت مغناطیسی مواد صحیح است؟

(۱) در آلیاژهای آهن، حجم حوزه های مغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی خارجی به آسانی تغییر می کند.

(۲) در عنصر نیکل حوزه مغناطیسی وجود ندارد.

(۳) اتم های نقره به طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی هستند.

(۴) آلومینیوم و سدیم از جمله مواد دیامغناطیسی هستند.



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: دما و گرما: صفحه‌های ۸۳ تا ۱۲۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۱۱- کدام یک از موارد زیر جزو مزیت‌های دماسنج معیار نسبت به دماسنج ترموکوپل محسوب می‌شود؟

(۱) دقت بهتر اندازه‌گیری دما

(۲) گستره بالاتر دماسنجی

(۳) سرعت بالاتر اندازه‌گیری دما

(۴) ارزان تر بودن

۱۱۲- اگر دمای جسمی بر حسب درجه فارنهایت ۹ درصد کاهش یابد، دمای آن به اندازه ۷ کلوین تغییر می‌کند. دمای جسم در ابتدا

چند درجه سلسیوس بوده است؟

(۱) ۱۲/۶

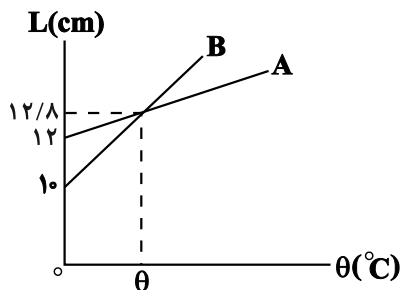
(۲) ۱۵۰

(۳) ۱۴۰

(۴) ۶۰

۱۱۳- نمودار تغییرات طول دو میله A و B بر حسب دما به صورت زیر است. ضریب انبساط طولی میله A چند برابر ضریب انبساط طولی

میله B است؟

(۱)  $\frac{5}{21}$ (۲)  $\frac{5}{17}$ (۳)  $\frac{21}{5}$ (۴)  $\frac{17}{5}$ 

۱۱۴- یک دماسنج که مایع درون آن جیوه است، دمای آب صفر درجه سلسیوس و بخار آب صد درجه سلسیوس را به ترتیب با اعداد ۴۰-

و ۱۱۰ نشان می‌دهد. اگر مطابق درجه‌بندی این دماسنج دمای میله نازکی را ۶۰ درجه افزایش دهیم، طول آن  $\frac{1}{3}$  درصد افزایشمی‌یابد. ضریب انبساط سطحی این میله بر حسب  $\frac{1}{^{\circ}\text{F}}$  کدام است؟(۱)  $\frac{5}{12} \times 10^{-4}$ (۲)  $\frac{5}{4} \times 10^{-4}$ (۳)  $\frac{2}{7} \times 10^{-4}$ (۴)  $\frac{5}{6} \times 10^{-4}$ 

۱۱۵- اگر دمای دو کره هم جنس توپر A و توخالی B را به یک اندازه افزایش دهیم، شعاع آن‌ها به یک اندازه افزایش می‌یابد. حال اگر

به این دو کره به یک اندازه گرما دهیم، تغییر دمای کره A،  $\frac{7}{8}$  برابر تغییر دمای کره B می‌شود. اگر شعاع کره A برابر با ۱۲ cmباشد، حجم حفره درون کره B چند سانتی‌متر مکعب است؟ ( $\pi = 3$ )

(۱) ۸۶۴

(۲) ۱۷۲۸

(۳) ۴۳۲

(۴) ۲۵۹۲



۱۱۶- توان ورودی یک گرمکن الکتریکی  $2\text{ kW}$  است. اگر بازده این گرمکن برابر با  $60\%$  درصد باشد، در مدت زمان  $7$  ساعت، چند

کیلوگرم یخ صفر درجه سلسیوس را به آب با دمای  $40^\circ\text{C}$  تبدیل می کند؟  $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}, L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$

(۱) ۶ (۲) ۳

(۳) ۳۰ (۴) ۶۰

۱۱۷- گرمایی که صرف تبدیل  $4$  کیلوگرم یخ  $10^\circ\text{C}$  به  $2$  کیلوگرم آب  $100^\circ\text{C}$  می شود، دمای چند کیلوگرم آب  $20^\circ\text{C}$  را می تواند به

$55^\circ\text{C}$  برساند؟  $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}, c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}, L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, L_V = 2268 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$

(۱) ۵۲ (۲) ۱۴۲

(۳) ۱۰۴ (۴) ۱۹۰

۱۱۸- درون گرماسنجی با ظرفیت گرمایی  $150 \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}}$  مقدار  $5\text{ kg}$  آب با دمای  $10^\circ\text{C}$  وجود دارد. یک قطعه مس به جرم  $6\text{ kg}$  و

دمای  $120^\circ\text{C}$  را وارد گرماسنج می کنیم. اگر در این حالت دمای تعادل مجموعه  $20^\circ\text{C}$  شود، گرمای ویژه مس چند  $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$

است؟  $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}})$

(۱) ۳۶۰ (۲) ۴۰۰

(۳) ۴۵۰ (۴) ۳۷۵

۱۱۹- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

(۱) در هر فرایند انتقال گرما، فقط یکی از روشهای انتقال گرما (رسانش، همرفت و تابش گرمایی) دخالت دارند.

(۲) در رساناهای فلزی، سهم الکترونهای آزاد در رسانش گرما بیشتر از اتمهاست.

(۳) انتقال گرما در مایعات و گازها بر اثر کاهش چگالی شاره با افزایش دما صورت می گیرد.

(۴) تابش گرمایی سطوح تیره، ناصاف و مات بیشتر است.

۱۲۰- داخل محفظه ای به حجم ثابت  $8$  لیتر،  $0.5$  مول گاز آرمانی با دمای اولیه  $37^\circ\text{C}$  قرار دارد. اگر دمای گاز را به  $187^\circ\text{C}$  برسانیم،

فشار گاز چند اتمسفر افزایش می یابد؟  $(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \text{ و } 1\text{ atm} = 10^5\text{ Pa})$

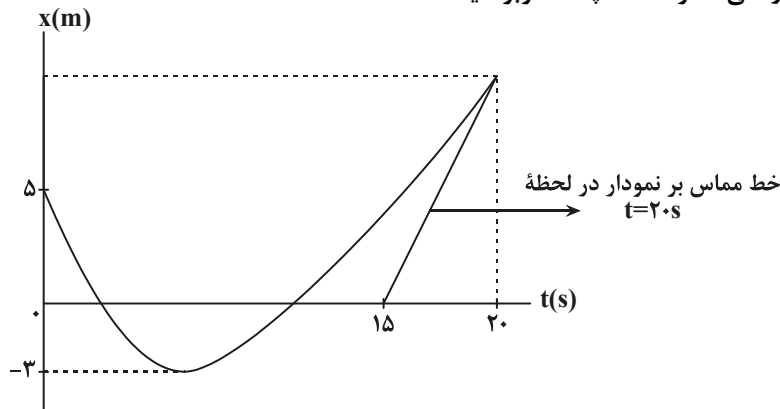
(۱)  $7/5$  (۲)  $0/75$

(۳)  $42/3$  (۴)  $4/23$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست + دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۱ تا ۳۵

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۲۱- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متحرک در لحظه  $t = ۲۰s$  برابر با $\frac{۲}{۴} \frac{m}{s}$  باشد، تندی متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا  $۲۰s$  چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۰/۳۵

(۲) ۱/۱۵

(۳) ۰/۷۵

(۴) ۱۱/۵

۱۲۲- دو متحرک A و B روی محور  $x$  و هم‌زمان با هم، با سرعت‌های ثابت در حال حرکت هستند. متحرک A در ثانیه دوم حرکت ازمحل  $x_1 = -۲۰m$  تا مبدأ جابه‌جا می‌شود و متحرک B در ۴ ثانیه دوم حرکت از نقطه  $x_1' = ۶۰m$  به مکان  $x_2' = ۲۰m$  می‌رود.

این دو متحرک در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه در یک مکان قرار دارند؟

(۱) ۳ (۲) ۶ (۳)  $\frac{۱۴}{۳}$  (۴) ۱۴

۱۲۳- متحرکی با شتاب ثابت  $\frac{۴}{۲} \frac{m}{s^2}$  در جهت محور  $x$ ، از مبدأ مکان و از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. در چه مکانی، تندیمتحرک به  $\frac{۱۶}{s} \frac{m}{s}$  می‌رسد؟

(۱)  $x = ۳۲m$  (۲)  $x = ۶۴m$  (۳)  $x = ۱۶m$  (۴)  $x = ۲۴m$

۱۲۴- در شرایط خلأ، گلوله‌ای از ارتفاع  $h$  از سطح زمین رها می‌شود. اگر اندازه جابه‌جایی گلوله در ۲ ثانیه آخر سقوطش ۶ برابر اندازهجابه‌جایی آن در ۲ ثانیه اول سقوطش باشد، تندی گلوله در لحظه برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ ( $g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$ )

(۱) ۷۰ (۲)  $۳۰\sqrt{۲}$  (۳) ۶۰ (۴) ۴۵

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۱۲۵- در شرایط خلأ و از ارتفاعی به اندازه کافی بلند، گلوله‌ای را در لحظه  $t = 0$  و گلوله دیگری را از ۴۵ متر پایین‌تر از همان ارتفاع در

لحظه  $t = 2s$  از حال سکون رها می‌کنیم. پس از لحظه  $t = 0$ ، چند ثانیه طول می‌کشد تا دو گلوله به هم برسند؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

(۴) ۲

(۳) ۱/۲۵

(۲) ۱

(۱) ۳/۲۵

۱۲۶- کدام یک از عبارات‌های زیر درست است؟

(۱) برایند نیروهای کنش و واکنش (عمل و عکس‌العمل) برابر صفر است.

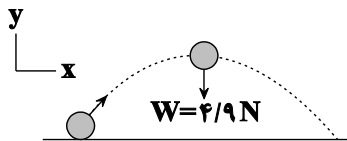
(۲) وقتی گلوله‌ای در هوا سقوط می‌کند، واکنش نیروهای وارد بر آن، به هوا و زمین وارد می‌شود.

(۳) وزن گلدانی که روی میز قرار دارد، به میز وارد می‌شود.

(۴) عکس‌العمل نیروی وزن وارد بر جسمی که با نخ از سقف آویزان است، به نخ وارد می‌شود.

۱۲۷- تویی به جرم ۶۰۰ گرم مسیری مطابق شکل زیر را طی می‌کند. اگر در بالاترین نقطه مسیر، بزرگی شتاب توپ  $\frac{8}{5} \frac{m}{s^2}$  باشد، در

این لحظه نیروی مقاومت هوا بر حسب یکای SI کدام است؟

(۱)  $4\vec{i}$ (۲)  $-4\vec{i}$ (۳)  $\sqrt{2}\vec{i}$ (۴)  $-\sqrt{2}\vec{i}$ 

۱۲۸- جرم  $m$  تحت تأثیر نیروی  $\vec{F}_1$  با شتاب ثابت  $\vec{a}$  شروع به حرکت می‌کند. اگر نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  به جسمی به جرم  $2m$  وارد

شوند، جسم با شتاب  $3\vec{a}$  شروع به حرکت می‌کند. کدام رابطه بین  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  برقرار است؟

(۴)  $\vec{F}_2 = 7\vec{F}_1$ (۳)  $\vec{F}_2 = -5\vec{F}_1$ (۲)  $\vec{F}_2 = -7\vec{F}_1$ (۱)  $\vec{F}_2 = 5\vec{F}_1$ 

۱۲۹- اگر ..... جسم متحرکی ثابت باشد، الزاماً نیروهای وارد بر آن جسم متوازن هستند و جسم میل دارد وضعیت حرکت خود را

هنگامی که نیروی خالص وارد بر آن ..... است، حفظ کند.

(۴) تندی - صفر

(۳) تندی - ثابت

(۲) سرعت - صفر

(۱) سرعت - ثابت

۱۳۰- جسمی به جرم  $2kg$  هم‌زمان تحت تأثیر دو نیروی ثابت و عمود برهم  $F_1 = 8N$  و  $F_2$  قرار می‌گیرد و با شتاب  $\frac{8}{5} \frac{m}{s^2}$  به حرکت

در می‌آید. بزرگی نیروی  $F_2$  چند نیوتون است؟ (به جسم تنها دو نیروی  $F_1$  و  $F_2$  وارد می‌شود.)

(۴) ۱۷

(۳) ۸

(۲) ۱۵

(۱) ۲۵



وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۷ تا ۹۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۳۱- چند مورد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

(آ) رنگ محلول برم در واکنش با گازی که به گاز عمل‌آورنده موز و گوجه‌فرنگی معروف است، برخلاف رنگ محلول  $\text{KMnO}_4$  در واکنش با یک اسید آلی در دمای بالا، کم‌رنگ می‌شود.

(ب) انفجار، واکنشی بسیار سریع بوده که در آن مقدار کمی از ماده منفجرشونده، حجم زیادی از مایعات داغ را تولید می‌کند.

(پ) علم سینتیک شیمیایی، اطلاعاتی را در مورد عوامل مؤثر بر آهنگ واکنش‌های شیمیایی در اختیار ما می‌گذارد.

(ت) آشناترین عضو خانواده کربوکسیلیک‌اسیدها، استیک‌اسید بوده که در ساختار آن یک اتم کربن وجود دارد.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۳۲- کدام دو جمله مطرح شده در گزینه‌ها از لحاظ علمی به تأثیر عامل یکسانی بر سرعت واکنش اشاره می‌کنند؟

(۱) الیاف آهن در هوا نمی‌سوزد ولی در ارلن پر از اکسیژن می‌سوزد - احتمال آتش‌سوزی در انبار گندم کمتر از انبار آرد است.

(۲) الیاف آهن در هوا نمی‌سوزد ولی در ارلن پر از اکسیژن می‌سوزد - در شرایط یکسان سدیم سریعتر از منیزیم با محلول نیم‌مولار هیدروکلریک‌اسید واکنش می‌دهد.

(۳) میوه و خشکبار دارای پوست ماندگاری بیشتری دارند - فلزات گروه اول را زیر نفت نگهداری می‌کنند.

(۴) احتمال آتش‌سوزی در انبار گندم کمتر از انبار آرد است - فسفر سفید را زیر آب نگهداری می‌کنند.

۱۳۳- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

(آ) رادیکال، گونه فعال و ناپایداری است که در ساختار خود الکترون جفت‌نشده دارد.

(ب) سبزیجات و میوه‌ها محتوی ترکیب‌های آلی سیرنشده‌ای به نام ریزمغذی هستند.

(پ) لیکوپن در هندوانه و گوجه‌فرنگی وجود دارد و با کاهش مقدار رادیکال‌ها از سرعت واکنش‌های ناخواسته در بدن می‌کاهد.

(ت) اگر یک تکه زغال‌سنگ را از وسط برش دهیم با افزایش حجم و سطح تماس، سرعت واکنش سوختن آن افزایش می‌یابد.

(۱) چهار (۲) سه (۳) دو (۴) یک

۱۳۴- با توجه به واکنش فرضی:  $3A(g) + 2B(s) \rightarrow C(g) + 4D(g)$ ، چه تعداد از مطالب زیر، نادرست است؟

• در بازه زمانی انجام واکنش نسبت تغییرات غلظت C به B، برابر ۵/۰ است.

• روند تغییرات مول واکنش‌دهنده‌ها، مانند سرعت تولید فراورده‌ها و برخلاف تغییرات غلظت فراورده‌ها، نزولی است.

• در میان اجزای واکنش، سرعت مصرف ماده C از همه کمتر و شیب نمودار مول - زمان D، از همه تندتر است.

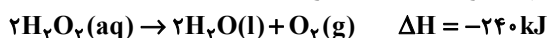
• سرعت متوسط واکنش، با سرعت تولید C برابر و ۳ برابر سرعت مصرف A است.

• رابطه  $\frac{-\Delta[A]}{3\Delta t} = \frac{0.25\Delta[D]}{\Delta t}$  برای این واکنش صدق می‌کند.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۳۵- در دو ظرف A و B به‌طور هم‌زمان و در شرایط یکسان مقدار ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار آب اکسیژنه (هیدروژن پراکسید)

قرار داده شده است، اگر به ظرف A چند قطره پتاسیم یدید اضافه شود، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



• نمودار تغییرات حجم گاز حاصل در دو ظرف به‌صورت روبه‌رو است:

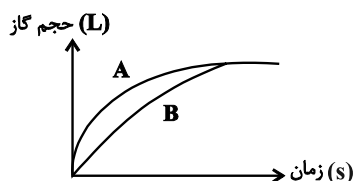
• با گرم کردن محلول‌ها، واکنش در ظرف A با سرعت بیشتری پیش می‌رود.

• در صورت تکرار آزمایش با همان حجم محلول ۰/۱ مولار، گرمای آزاد شده به نصف کاهش خواهد یافت.

• سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن در ظرف A، قطعاً بیش‌تر از سرعت متوسط تولید  $H_2O$

در ظرف B است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



۱۳۶- با انجام واکنش  $\text{MnO}_2(\text{s}) + \text{HCl}(\text{aq}) \rightarrow \text{MnCl}_2(\text{aq}) + \text{Cl}_2(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l})$  (معادله واکنش موازنه نشده)، در مدت زمان ۱۰ دقیقه، ۲ کیلوگرم محلول  $350 \text{ ppm}$  هیدروکلریک اسید مصرف شده است. سرعت تولید گاز کلر به تقریب چند میلی لیتر بر ثانیه است؟ (شرایط را STP در نظر بگیرید. بازده درصدی واکنش برابر ۷۵ درصد می باشد).

$$(\text{H} = 1, \text{Cl} = 35.5: \text{g.mol}^{-1})$$

۲ (۴)

۱/۸ (۳)

۱/۵ (۲)

۱/۳ (۱)

۱۳۷- در یک ظرف دربسته، در شرایط مناسب مقداری گاز  $\text{N}_2\text{O}_5$  وارد می کنیم تا واکنش (موازنه نشده):  $\text{N}_2\text{O}_5(\text{g}) \rightleftharpoons \text{NO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g})$  انجام شود. اگر سرعت واکنش پس از گذشت هر ۲۰ دقیقه، نصف شود و مقدار  $\text{O}_2$  و  $\text{N}_2\text{O}_5$  در مخلوط واکنش پس از گذشت یک ساعت، به ترتیب ۲۸ و ۵۶ گرم باشد، مقدار  $\text{NO}_2$  تولید شده در ۲۰ دقیقه دوم واکنش و مقدار اولیه  $\text{N}_2\text{O}_5$ ، به

ترتیب بر حسب گرم چقدر است؟ (گزینه ها را از راست به چپ بخوانید).  $(\text{N} = 14, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1})$

۲۷۵ - ۱۳۸ (۴)

۲۴۵ - ۱۳۸ (۳)

۲۷۵ - ۴۶ (۲)

۲۴۵ - ۴۶ (۱)

۱۳۸- واکنش تجزیه ماده A به صورت داده شده در یک ظرف ۵ لیتری در حال انجام است. اگر پس از گذشت ۵۰ ثانیه، در مجموع ۸/۷ مول ماده در ظرف وجود داشته باشد، در صورتی که سرعت متوسط مصرف A، ۰/۱ مول بر ثانیه باشد، مقدار اولیه ماده A چند مول است؟

۷/۵ (۴)

۵ (۳)

۶/۲ (۲)

۲/۵ (۱)

۱۳۹- شکل زیر واکنش میان گاز هیدروژن و بخار بنفش رنگ ید را در دمای معینی نشان می دهد. اگر هر ذره هم ارز با ۰/۵ مول از ماده و سامانه موردنظر ۲ لیتری باشد، سرعت واکنش در بازه زمانی ۲۰ دقیقه دوم چند  $\text{mol.L}^{-1}.\text{h}^{-1}$  است و این سرعت به تقریب چند برابر سرعت واکنش در کل بازه زمانی انجام واکنش است؟ (گزینه ها را از راست به چپ بخوانید).



۰/۶۶ - ۰/۷۵ (۱)

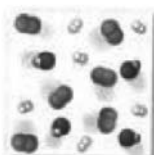
۰/۸۵ - ۰/۵ (۲)

۰/۸۵ - ۰/۷۵ (۳)

۰/۶۶ - ۰/۵ (۴)



t = 0 min



t = 20 min



t = 40 min

۱۴۰- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) کاتالیزورها بدون آنکه تأثیری بر مقدار نهایی فرآورده ها داشته باشند، سرعت واکنش را افزایش می دهند.
- (۲) میزان فعالیت رادیکال ها در بدن انسان، با مصرف لیکوپن کاهش می یابد.
- (۳) از چهره های پنهان رد پای غذا، می توان تولید گاز گلخانه ای به ویژه  $\text{CO}_2$  را نام برد.
- (۴) نگهدارنده ها، واکنش هایی که منجر به فساد مواد غذایی می شوند را متوقف می کنند.

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: رد پای گازها در زندگی + آب، آهنگ زندگی (تا سر غلظت مولی): صفحه‌های ۷۰ تا ۹۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۴۱- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) غلظت کاتیون  $K^+$  در آب دریا، بیشتر از غلظت کاتیون  $Ca^{2+}$  است.
- (۲) ۵۰ درصد جمعیت جهان از کم‌آبی رنج می‌برند و تا سال ۲۰۲۵، ۶۶ درصد مردم جهان با کمبود آب روبه‌رو خواهند شد.
- (۳) از بین منابع غیراقیانوسی، بیشترین مقدار آب در کوه‌های یخ وجود دارد.
- (۴) دریاها مخلوطی همگن از انواع یون‌ها و مولکول‌ها در آب هستند.
- ۱۴۲- نسبت شمار کاتیون به آنیون در باریم فسفات با نسبت شمار آنیون به کاتیون در چند مورد از ترکیبات زیر یکسان است؟

|                      |                     |
|----------------------|---------------------|
| (آ) آهن (III) سولفات | (ب) اسکاندیم نیترات |
| (پ) کلسیم فسفات      | (ت) اسکاندیم کربنات |
| (ث) آلومینیم کربنات  | (ج) مس (II) فسفات   |
| (۱) ۵                | (۲) ۳               |
| (۳) ۴                | (۴) ۲               |

۱۴۳- چه تعداد از مطالب زیر درست‌اند؟

- (الف) حجم گازها با افزایش تعداد مول آن‌ها افزایش می‌یابد.
- (ب) برای یافتن رابطه بین حجم و مقدار یک نمونه گاز، باید دما و فشار را ثابت در نظر گرفت.
- (پ) اگر در شرایط یکسان حجم گاز A سه برابر حجم گاز B باشد، تعداد مول‌های گاز A نیز سه برابر گاز B است.
- (ت) چگالی گازها با دمای گاز، رابطه مستقیم دارد.

|       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| (۱) ۱ | (۲) ۲ | (۳) ۳ | (۴) ۴ |
|-------|-------|-------|-------|

۱۴۴- ۴ میلی‌لیتر محلول ۲۵ درصد جرمی سدیم هیدروکسید با چگالی  $1.2 \text{ g/mL}$  را با مقدار کافی آب مخلوط می‌کنیم تا جرم محلول به ۹۲۰ گرم برسد. غلظت یون سدیم در محلول نهایی بر حسب ppm کدام است؟

(Na = ۲۳, O = ۱۶, H = ۱ :  $\text{g.mol}^{-1}$ )

|         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|
| (۱) ۵۰۰ | (۲) ۹۰۰ | (۳) ۶۰۰ | (۴) ۷۵۰ |
|---------|---------|---------|---------|

۱۴۵- فردی به‌طور میانگین ۱۷ بار در دقیقه نفس می‌کشد و هر بار ۰/۵ لیتر هوا به ریه‌هایش وارد می‌شود. اگر هر بار ۵٪ از اکسیژن داخل ریه جذب شود، این فرد در هر شبانه‌روز به تقریب چند مول گاز اکسیژن در طول روز جذب می‌کند؟ (شرایط را STP فرض کنید). (۲۰٪ هوا را اکسیژن تشکیل داده)

|         |        |          |        |
|---------|--------|----------|--------|
| (۱) ۵/۵ | (۲) ۱۱ | (۳) ۲/۲۵ | (۴) ۲۲ |
|---------|--------|----------|--------|

۱۴۶- چند مورد از موارد زیر نادرست است؟ ( $H = 1, C = 12, O = 16: g.mol^{-1}$ )

(آ) با افزودن شناساگرهای مناسب به یک نمونه آب دریا و با فرض برابر بودن سرعت رسوب کردن یون‌ها با عامل رسوب دهنده، برای رسوب دادن

$Mg^{2+}$  و  $Ca^{2+}$ ، غلظت  $Ca^{2+}$  در نمونه، زودتر به صفر می‌رسد.

(ب) درصد جرمی آب در محلولی که از اضافه کردن ۱ مول اتانول به ۱ مول آب ایجاد می‌شود، به تقریب برابر ۷۲٪ است.

(پ) برای تهیه فلز منیزیم از آب دریا، کلرید این فلز را با فرایند تبلور به دست آورده و سپس با استفاده از جریان برق، آن را جدا می‌کنند.

(ت) سنگ کره از مواد جامد مانند ماسه و نمک‌ها تشکیل شده و تعامل آن با آب کره به علت ماهیت آن، صرفاً فیزیکی است.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۴۷- به ۴۵ گرم محلول ۲۰ درصد جرمی  $MgCl_2$ ، به اندازه  $\frac{1}{9}$  جرم حل‌شونده، نمک منیزیم کلرید اضافه می‌کنیم. اگر همزمان با حرارت

دادن این محلول، ۱۰ درصد از جرم اولیه حلال کاسته شود، درصد جرمی  $MgCl_2$  در محلول جدید به تقریب کدام است؟

(۱) ۱۷/۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۳/۶ (۴) ۲۵

۱۴۸- کدام یک از عبارات‌های زیر درست می‌باشد؟

(آ) از انحلال هر مول آمونیوم کربنات در آب همانند لیتیم سولفات، ۳ مول یون آزاد می‌شود.

(ب) در محلول‌های آبی، حالت فیزیکی (رنگ و غلظت) در سرتاسر آب یکسان و یکنواخت است.

(پ) در محلول اتیلن‌گلیکول ( $C_2H_4(OH)_2$ ) در آب همانند محلول گلاب دو آتش، غلظت یون‌های جدا شده زیاد است.

(ت) خواص محلول، به مقدار ماده حل‌شونده و نیز به مقدار حلال بستگی دارد.

(۱) آ، ت (۲) ب، پ، ت (۳) پ، ت (۴) آ، ب، پ

۱۴۹- چه تعداد از عبارات زیر، جای خالی را به درستی پر می‌کنند؟

«..... مولکول اوزون در مقایسه با مولکول اکسیژن بیشتر است.»

- شمار الکترون‌های ناپیوندی

- پایداری

- واکنش‌پذیری

- شمار الکترون‌های پیوندی

- نقطه جوش

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۵۰- چنانچه مجموع جرم اتم‌های H در ۲۰۰ گرم محلول نفتالن ( $C_{10}H_8$ ) در حلال تولوئن ( $C_7H_8$ ) برابر ۱۴/۷۵ گرم باشد،

درصد جرمی نفتالن در این محلول چقدر است؟ ( $C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$ )

(۱) ۲۷ (۲) ۴۶ (۳) ۵۴ (۴) ۲۳

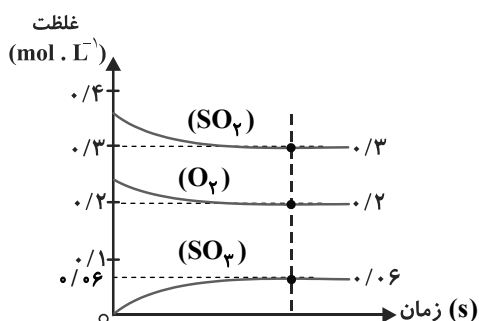
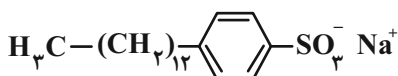
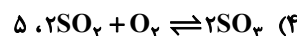
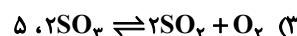
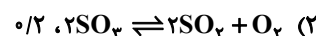
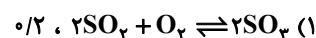
وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی + تاریخچه صابون تا انتهای pH: صفحه‌های ۱ تا ۲۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۵۱- کدام یک از عبارات‌های زیر درست است؟

- (۱) کربوکسیلیک‌اسیدها از جمله اسیدهای ضعیفی هستند که تنها  $H$  متصل به گروه آلکیل آن‌ها می‌تواند به‌صورت یون هیدرونیوم وارد محلول شود.
- (۲) سامانه‌های تعادلی جزو سامانه‌های برگشت‌پذیر محسوب می‌شوند که غلظت واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها در لحظه تعادل با هم برابر است.
- (۳) واژه یونش مختص ترکیب‌های مولکولی می‌باشد و برای ترکیب‌های یونی کاربرد ندارد.
- (۴) هرچه غلظت  $H^+$  هر محلولی بیش‌تر باشد قدرت اسیدی آن محلول نیز بیش‌تر است.
- ۱۵۲- با توجه به شکل زیر و داده‌های آن، می‌توان دریافت که این نمودارها به واکنش تعادلی گازی ..... مربوط است و مقدار ثابت

تعادل برابر با ..... است.  $(K = \frac{[SO_3]^2}{[SO_2]^2 [O_2]})$ 

۱۵۳- در مورد ساختار مقابل همه موارد زیر درست هستند، به جز:

- (۱) این ماده در صنعت با واکنش‌های پیچیده‌ای از مواد پتروشیمیایی تولید می‌شود.
- (۲) جرم مولی آن از جرم مولی یک پاک‌کننده صابونی جامد با زنجیر هیدروکربنی ۱۷ کربنه و سیرشده، بیشتر است.
- (۳) نیروی بین‌مولکولی غالب در آن با نیروی بین‌مولکولی غالب در اتیلن‌گلیکول، یکسان است.
- (۴) با اضافه کردن آن به مخلوط آب و روغن، مخلوطی حاصل می‌شود که پایدار و ناهمگن است.

۱۵۴- کدام یک از موارد زیر درست است؟

- (آ) همه اسیدهای تک‌پروتون‌دار، در ساختار مولکول‌های سازنده خود، فقط یک اتم هیدروژن دارند.
- (ب) اگر شمار مولکول‌های اسید یونیده شده را بر شمار مولکول‌های اسید یونیده نشده تقسیم کنیم درجه یونش آن اسید به‌دست می‌آید.
- (پ) ثابت یونش با غلظت اسید رابطه عکس دارد و با افزایش غلظت اسید ثابت یونش کاهش می‌یابد.
- (ت) چنانچه  $HF$  گازی در آب حل شود مقدار زیادی  $HF$  به‌صورت مولکولی در آب خواهیم داشت.

(۱) آ، ب، ت      (۲) ب، پ      (۳) ت      (۴) ب و ت

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۱۵۵- چند ویژگی زیر در یک لیتر محلول هیدروبرمیک اسید با  $\text{pH} = 4$  و یک لیتر محلول هیدروفلوئوریک اسید با  $\text{pH} = 4$ ، برابر است؟

الف) شمار آنیون‌ها

ب) خاصیت اسیدی

پ) حجم گاز هیدروژن تولید شده در واکنش با مقدار یکسان از فلز منیزیم

ت) سرعت واکنش با فلز منیزیم در نخستین لحظه انجام واکنش

ث) غلظت یون هیدروکسید

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۵۶- اگر در محلول  $0.04\%$  مولار اسید ضعیف HA به ازای حل شدن  $200$  مولکول در آب،  $175$  مولکول یونیده نشده در ظرف باقی ماند،  $\text{pH}$  محلول حاصل کدام است؟ ( $\log 5 \simeq 0.7$ )

۲/۳ (۴)

۳/۷ (۳)

۲/۷ (۲)

۲/۵ (۱)

۱۵۷- درباره دو محلول نیترواسید و نیتریک اسید در شرایط یکسان دما و غلظت، کدام گزینه درست است؟

(۱) خصلت اسیدی محلول نیترواسید بیشتر است، زیرا قدرت اسیدی بیشتری دارد.

(۲)  $\text{pH}$  دو محلول یکسان است؛ زیرا غلظت برابری دارند.

(۳)  $\text{pH}$  محلول نیتریک اسید کمتر است؛ زیرا غلظت یون هیدرونیوم در آن بیشتر است.

(۴) پس از یونش نیتریک اسید، هیچ مولکول یونیده نشده‌ای در محلول آن یافت نمی‌شود.

۱۵۸- چند مورد از مطالب زیر همواره درست هستند؟

• به فرایندی که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یون‌های سازنده‌اش تبدیل می‌شود، یونش می‌گویند.

• در مقایسه دو محلول اسید ضعیف متفاوت، محلولی که قدرت اسیدی بیشتری دارد رسانایی بیشتری نیز دارد.

• به دلیل  $K_a$  بزرگ‌تر کربنیک اسید،  $\alpha$  در محلول آن بزرگ‌تر از محلول هیدروسیانیک اسید است.

• در فرایند تعادلی یونش اسیدهای ضعیف در آب، پس از لحظه تعادل، واکنش‌های رفت و برگشت متوقف می‌شوند.

• نظریه آرنیوس نمی‌تواند رفتار HCl را در واکنش  $\text{HCl(g)} + \text{NH}_3\text{(g)} \rightarrow \text{NH}_4\text{Cl(s)}$  توضیح دهد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۵۹- در محلول  $0.04\%$  مول بر لیتر HX در دمای  $25^\circ\text{C}$  غلظت یون هیدرونیوم برابر  $4/25 \times 10^{-3}$  مول بر لیتر است. ثابت یونش

HX به تقریب کدام است و  $\text{pH}$  محلول در شرایط واکنش به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

( $\log 5 \simeq 0.7$  و  $\log 0.85 \simeq -0.07$ )

(۲)  $4/5 \times 10^{-5} - 2/37$

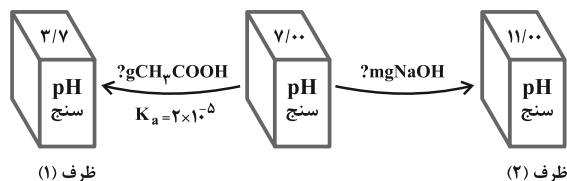
(۱)  $4/5 \times 10^{-5} - 3/15$

(۴)  $6 \times 10^{-5} - 2/37$

(۳)  $6 \times 10^{-5} - 3/15$

۱۶۰- در شکل‌های زیر به ترتیب از راست به چپ چند گرم ماده حل شونده به ظرف (۱) و چند میلی گرم ماده حل شونده به ظرف (۲) افزوده شده است؟ (حجم نهایی محلول موجود در هر ظرف را ۱ لیتر در نظر بگیرید.) ( $\log 2 \simeq 0.3$ )

( $\text{C} = 12, \text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{Na} = 23 : \text{g.mol}^{-1}$ )



(۱)  $40$  و  $0.13$

(۲)  $4$  و  $1/3$

(۳)  $40$  و  $0.13$

(۴)  $40$  و  $1/3$



# دفترچه سؤال

آزمون هوش و استعداد  
(دوره دوم)  
۱۶ شهریور

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰  
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

|                                                                                                                                    |                        |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| حمید لنجان‌زاده اصفهانی                                                                                                            | مسئول آزمون            |
| فاطمه راسخ، حمیدرضا رحیم خانلو                                                                                                     | ویراستار               |
| محیا اصغری                                                                                                                         | مدیر گروه مستندسازی    |
| علیرضا همایون‌خواه                                                                                                                 | مسئول درس مستندسازی    |
| حمید اصفهانی، سپهر حسن‌خان‌پور، حمید گنجی، فاطمه راسخ، آریین توسل،<br>کیارش صانعی، فرزاد شیرمحمدلی، محمدعلی شاهین‌فر، هادی زمانیان | طراحان                 |
| معصومه روحانیان                                                                                                                    | حروف‌چینی و صفحه‌آرایی |
| حمید عباسی                                                                                                                         | ناظر چاپ               |

برای مشاهده پاسخ‌ها، به صفحه شخصی خود در سایت کانون مراجعه کنید.

## استعداد تحلیلی

۲۵۱- با جابه‌جایی کلمه‌های زیر یک جمله‌ی درست و معنادار می‌سازیم، ولی یک واژه اضافه می‌ماند. آن واژه کدام است؟

«می‌دهد - تصوّر - شرارت - آغاز - ضدّ پهرمان - نشانه‌ها(ی) - بروز - شخصیت - خویش - از - از - را»

(۲) تصوّر

(۱) ضدّ پهرمان

(۴) خویش

(۳) شرارت

۲۵۲- از واژه‌های زیر که با تعداد و جایگاه نادرست نقاط نوشته شده‌اند، یک جمله‌ی درست و معنادار ساخته می‌شود. این جمله چند نقطه دارد؟

«می‌دانند - مثثذان - ثماذگزابی - مغلول - شپاشی - اشپذاذ - غضّ - زواج - پژچی - اچثثاق - ژا - و»

(۲) ۲۳

(۱) ۲۲

(۴) ۲۵

(۳) ۲۴

در هر یک از سه پرسش بعدی، تعیین کنید کدام قسمت مشخص شده از متن‌های زیر، ایراد نگارشی یا ویرایشی دارد و به تصحیح نیازمند است. اگر

هیچ یک از سه بخش مشخص شده ایرادی نداشت، گزینه‌ی «۴» را انتخاب کنید. متن‌ها با اندکی تغییر از کتاب «حرف‌هایی با دخترم درباره‌ی

اقتصاد» از «نشر بان» انتخاب شده است.

۲۵۳- کتاب‌هایی که علم را ساده و همه‌فهم می‌کنند اهمیت فراوانی دارند. گسترش شناخت عمومی از علم، سپری دفاعی به دور جامعه‌ی علمی می‌افکند

۲

۱

که باید متخصصانی را که جامعه نیاز دارد تولید کند.

۳

۲۵۴- اگر هدف را بتوان فقط به صورت جمعی به دست آورد، موفقیت نه تنها بستگی به همکاری تک تک افراد است بلکه اصولاً بسته به این است که هر فرد

۲

۱

باور داشته باشد که تک تک افراد دیگر هم، پای کار می‌مانند.

۳

۲۵۵- جامعه‌ای که ارزش مبادله را بالاتر در هر چیزی می‌ستاید، همان جامعه‌ای است که با قلدری و بی‌شرمی محافظت از محیط زیست را دستکم

۳

۲

۱

می‌گیرد.

\* در دو پرسش بعدی تعیین کنید با حروف به هم ریخته‌ی داده شده، دو واژه به کدام معنا ساخته می‌شود. دقت کنید از هر حرف به همان اندازه‌ای

که هست باید استفاده کرد، مثلاً از حروف «ا ح د ش ق» دو کلمه‌ی «حاد» و «شاق» ساخته می‌شود که معادل معنایی «سخت» است.

۲۵۶- «ح د ر س ش ک»

(۲) ناله

(۱) غبطه

(۴) واله

(۳) ورطه

۲۵۷- «ب پ ج ح ش و»

(۲) مانع

(۱) جامع

(۴) تازه

(۳) واله

\* در جدول‌های سودوکو، مربع‌های  $n \times n$  رسم می‌شود و رقم‌های ۱ تا  $n$  در هر ردیف و هر ستون به نحوی قرار می‌گیرند که در هر ردیف و هر

ستون، دقیقاً یکی از این رقم‌ها وجود داشته باشد. بر این اساس، به دو پرسش بعدی پاسخ دهید.

۲۵۸- چند پاسخ مختلف برای حل کامل جدول سودوکوی زیر وجود دارد؟

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| ۳ |   |   |   |
|   |   | ۳ | ۱ |
|   | ۱ |   |   |
|   |   |   |   |

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) ۸

۲۵۹- در جدول سودوکوی زیر، ...

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| ۲ | ۴ | ■ | ۱ | ۳ |   |
| ۱ |   | ۲ |   |   | ● |
| ۳ |   | ۱ | ۴ |   | ۲ |
|   | ۱ |   | ۲ |   | ۳ |
| ۴ |   |   |   |   | ۱ |
|   |   | ۳ |   | ۱ | ۴ |

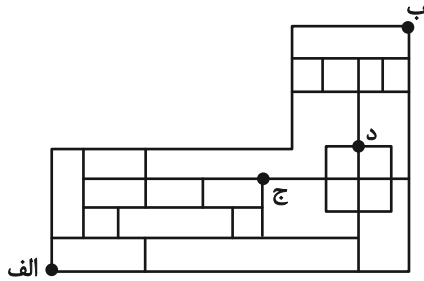
(۱)  $\blacksquare + \bullet$  حتماً زوج است.

(۲)  $\blacksquare + \bullet$  حتماً فرد است.

(۳)  $\blacksquare \times \bullet$  حتماً زوج است.

(۴)  $\blacksquare \times \bullet$  حتماً فرد است.

\* بناست روی مسیرهای نقشه زیر، از نقطه «الف» به نقطه «ب» برسیم، به شکلی که تنها به راست یا بالا حرکت کنیم. بر این اساس به دو سؤال بعدی پاسخ دهید.



۲۶۰- اگر قرار باشد در مسیر، از نقطه «ج» عبور نکنیم، چند مسیر برای حرکت داریم؟

۴۵ (۲)

۴۴ (۱)

۴۷ (۴)

۴۶ (۳)

۲۶۱- اگر قرار باشد در مسیر از نقطه «ج» عبور نکنیم، اما حتماً از نقطه «د» بگذریم، چند مسیر برای حرکت داریم؟

۷ (۲)

۶ (۱)

۹ (۴)

۸ (۳)

۲۶۲- در الگوی عددی زیر، مجموع دو عدد بعدی کدام است؟

$$3 - 11 - 12 - 44 - 48 - \boxed{?} - \textcircled{?}$$

۲۴۰ (۲)

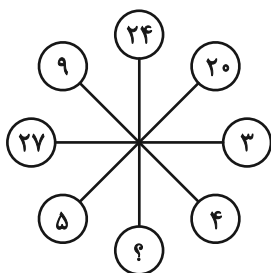
۳۶۸ (۱)

۲۵۰ (۴)

۳۸۶ (۳)

\* در سه سؤال بعدی، بهترین گزینه جانشین علامت سؤال الگوی عددی ارائه شده را تعیین کنید.

۲۶۳-



۱۰ (۱)

۲ (۲)

۶ (۳)

۸ (۴)

-۲۶۴

(۱) ۱۹

(۲) ۲۱

(۳) ۲۳

(۴) ۲۵

-۲۶۵

$۳,۶ \Rightarrow ۲۷$

$۵,۲ \Rightarrow ۱۷$

$۴,۱ \Rightarrow ۹$

$۲,۷ \Rightarrow ?$

۱۸۰, ۲۴۰, ۲۷۰, ۲۸۸, ۳۰۰, ?

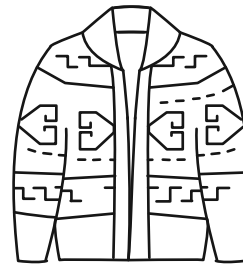
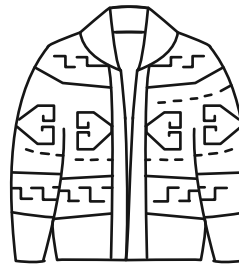
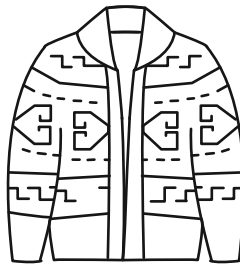
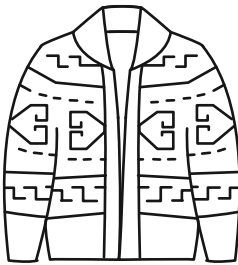
(۲) ۳۰۶

(۴) ۳۲۰

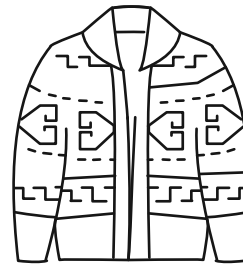
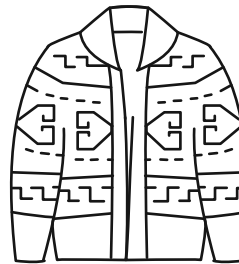
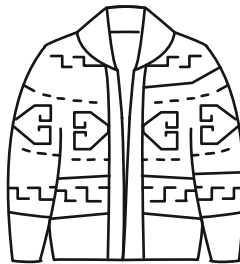
$$\begin{array}{r} ۲۱۶۰ \\ ۷ \end{array} \quad (۱)$$

$$\begin{array}{r} ۲۱۹۰ \\ ۷ \end{array} \quad (۳)$$

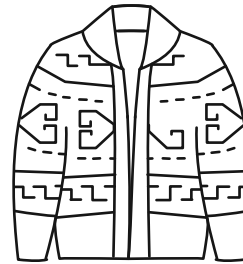
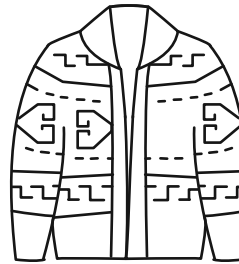
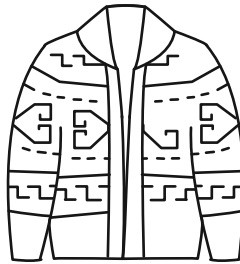
-۲۶۶ حاصل روی هم افتادن سه کاغذ شفاف کدام گزینه، شکل روبه‌رو نیست؟



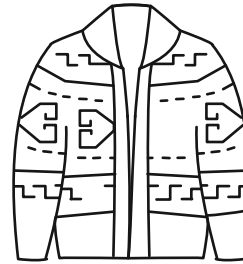
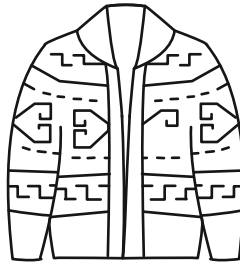
(۱)



(۲)



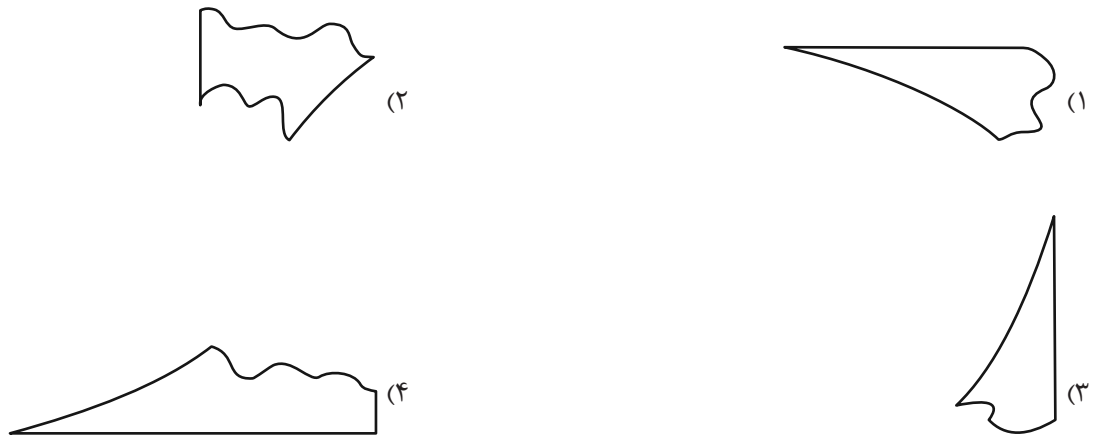
(۳)



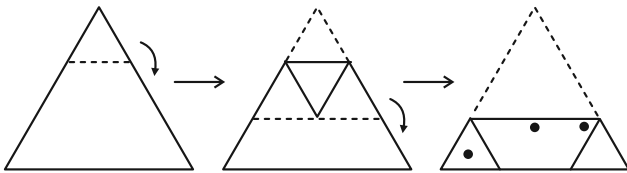
(۴)

۲۶۷- بزرگ‌ترین دایره ممکن را درون یک کاغذ مربعی کشیدیم و چهار قسمت اضافه را با قیچی بریدیم. اما یکی از قسمت‌های اضافه، خود به

سه قسمت بریده و جدا شد. کدام گزینه یکی از این سه قسمت نیست؟



۲۶۸- اگر برگه کاغذی را مطابق با مراحل نشان داده شده زیر، تا و سوراخ و سپس دوباره باز کنیم، چند سوراخ در کاغذ خواهیم دید؟



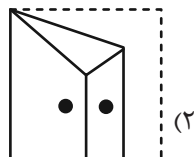
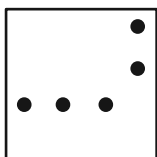
(۲) ۵

(۱) ۴

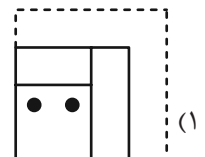
(۴) ۷

(۳) ۶

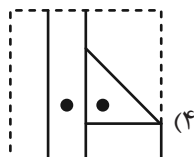
۲۶۹- چهار برگه را به شکل زیر تا و سوراخ کردیم. شکل باز شده کدام گزینه به شکل زیر شبیه‌تر است؟



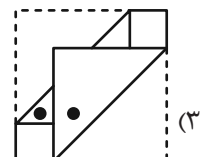
(۲)



(۱)



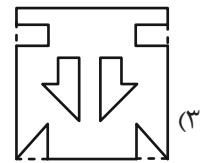
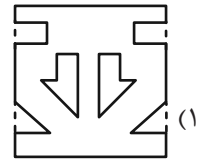
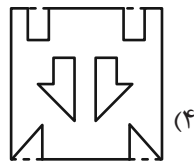
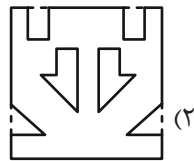
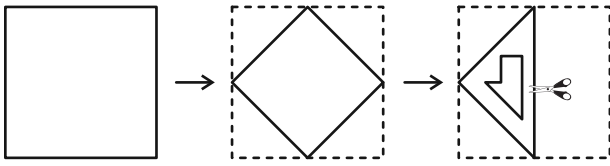
(۴)



(۳)

۲۷۰- برگه کاغذی را مطابق با مراحل زیر تا می‌کنیم و شکل مشخص شده را از میان آن می‌بریم. شکل باز شده برگه به کدام شکل شبیه‌تر

خواهد بود؟



## خودارزیابی توجه و تمرکز

Divided attention آزمون ۱۶ شهریور ۱۴۰۳

دانش آموز عزیز!

توجه و تمرکز برای یادگیری، مطالعه و دستیابی به موفقیت تحصیلی بسیار مهم است. این مهارت‌های شناختی دانش‌آموزان را قادر می‌سازد تا اطلاعات را دریافت کنند، روی کارها و تکالیف متمرکز بمانند و به طور موثر زمان و منابع خود را مدیریت کنند. بهبود توجه و تمرکز می‌تواند منجر به درک بهتر مطالب، نمرات بالاتر و به طور کلی تجربه یادگیری موثرتر شود. برای کمک به ارزیابی ظرفیت‌های توجه خود، از شما دعوت می‌کنیم با سوالات زیر خود را ارزیابی کنید. مهم است که به هر سؤال صادقانه پاسخ دهید. با درک نقاط قوت و زمینه‌های پیشرفت، می‌توانید برای ارتقای عملکرد تحصیلی خود قدم بردارید.

سوالات را به دقت بخوانید و نزدیکترین پاسخ مرتبط با خود را انتخاب و در پاسخبرگ علامت بزنید. دقت داشته باشید که سوالات از شماره ۲۷۱ شروع شده است.

۲۷۱. می‌توانم به معلمم توجه کنم و همزمان یادداشت برداری کنم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۲. من می‌توانم در حین انجام تکالیف به موسیقی گوش دهم و همچنان تمرکز کنم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۳. من می‌توانم در یک بحث گروهی شرکت کنم و در عین حال یادداشت برداری کنم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۴. من می‌توانم چندین کار را همزمان و بدون از دست دادن تمرکز، مدیریت کنم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۵. من می‌توانم به دستورالعمل‌های درسی معلم گوش دهم و آنها را همزمان یادداشت کنم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۶. من می‌توانم در حین انجام یک فعالیت، یک تدریس ویدیویی را دنبال کنم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۷. من می‌توانم تکالیفم را انجام دهم و در عین حال به زمان نیز توجه کنم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۸. من می‌توانم بدون از دست دادن تمرکز، همزمان درس بخوانم و به صحبت‌های کسی هم گوش دهم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۹. من می‌توانم بدون مشکل، توجه و تمرکز خود را بین یک کار اصلی و یک کار دیگر تقسیم کنم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۸۰. من می‌توانم بر روی یک پروژه کار کنم و در عین حال مراقب ساعت باشم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه



# آزمون ۱۶ شهریور ۱۴۰۳ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

پدیدآورندگان

| نام درس                       | نام طراحان                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| حسابان ۲ و ریاضی پایه         | امیرحسین ابومحبوب-جلیل احمد میربلوچ-توحید اسدی-محسن اسماعیل پور-محمد پیمانی-سهیل حسن خان پور-عادل حسینی بهرام حلاج-طاہر دادستانی-میلاد سجادی لاریجانی-محمدحسن سلامی حسینی-علی شهبازی-یوسف عراز-حمید علیزاده نیما کدیوریان-مصطفی کرمی-میلاد منصوری-سروش موثینی-سیدجواد نظری-جهانبخش نیکنام                                                                                    |
| هندسه                         | محمد مهدی ابوترابی-امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-رضا بخشنده-جواد حاتمی-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش محمد خندان یاسین سپهر-رضا عباسی اصل-فرشاد فرامرزی-محمد ابراهیم گیتی زاده-سہام مجیدی پور-رحیم مشتاق نظم محمد هجری-سرژ یقیا زاریان تبریزی                                                                                                                                   |
| آمار و احتمال و ریاضیات گسسته | امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-آرش رحیمی-علیرضا شریف خطیبی-علی اکبر علی زاده محمد علی کاظم نظری-علیرضا کلانتری-مهرداد ملوندی-مختار منصوری-میلاد منصوری-نیلوفر مهدوی-هومن نورانی                                                                                                                                                                   |
| فیزیک                         | شهرام احمدی دارانی-خسرو ارغوانی فرد-عباس اصغری-محمد اکبری-عبدالرضا امینی نسب-احسان ایرانی-رامین آرامش اصل زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-امیر پوریوسف میثم دشتیان-محمد علی راست پیمان-رامین شادلوپی-مصطفی کیانی علیرضا گونه حسین مخدومی-محمود منصوری-عباس موتاب-مهدی میراب زاده-حسین ناصحی-مصطفی واتقی                                                                       |
| شیمی                          | عین اله ابوالفتحی-آرمان اکبری-امیر علی بیات-مسعود جعفری-امیر حاتمیان-میرحسن حسینی-ارژنگ خانلری-عبدالرضا دادخواه سینا رحمانی تبار-حسن رحمتی کوکند-حامد رمضانیان-امیر محمد سعیدی-جهان شاهی ییگبانی-سہراب صادقی زاده-مسعود طبرسا امیرحسین طیبی-حسن عیسی زاده-محمد فائز نیا-بهنام قازانچای-امیرحسین معروفی-فرزاد نجفی کرمی-حمیدرضا نقی لو-امین نوروزی اکبر هنرمند-محمد رضا یوسفی |

گزینشگران و ویراستاران

| نام درس                     | حسابان ۲ و ریاضی پایه                                 | هندسه                                                | آمار و احتمال و ریاضیات گسسته                        | فیزیک                   | شیمی                                                                                          |
|-----------------------------|-------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|-------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| گزینشگر                     | عادل حسینی                                            | سرژ یقیا زاریان تبریزی                               | سرژ یقیا زاریان تبریزی                               | حسام نادری              | ماهان زواری                                                                                   |
| گروه ویراستاری              | امیرحسین ابومحبوب<br>سهیل تقی زاده<br>مهرداد ملوندی   | امیر محمد کرمی<br>امیرحسین ابومحبوب<br>مهرداد ملوندی | امیر محمد کرمی<br>امیرحسین ابومحبوب<br>مهرداد ملوندی | حسین بصیر<br>بهنام شاهی | محمدحسن محمدزاده مقدم<br>احسان پنجه شاهی<br>امیررضا حکمت نیا<br>امیرحسین کمره ای<br>سروش مقدم |
| گروه ویراستاری<br>رتبه برتر | سپهر متولیان                                          | سپهر متولیان                                         | سپهر متولیان                                         | سینا صالحی              | آرمان قنوتی                                                                                   |
| مسئول درس                   | عادل حسینی                                            | سرژ یقیا زاریان تبریزی                               | سرژ یقیا زاریان تبریزی                               | حسام نادری              | امیر علی بیات                                                                                 |
| مستندسازی                   | سمیه اسکندری                                          | عادل حسینی                                           | الهه شهبازی                                          | علیرضا همایون خواه      | امیرحسین توحیدی                                                                               |
| ویراستاران<br>(مستندسازی)   | علیرضا زارعی-علیرضا عباسی زاهد-سجاد سلیمی-احسان صادقی |                                                      |                                                      |                         |                                                                                               |
|                             | علی سلطانی-ملینا ملائی<br>محمد زنگنه                  |                                                      |                                                      |                         |                                                                                               |
|                             | محسن دستجردی<br>حسین شاهسواری<br>امیرحسین کلانتری     |                                                      |                                                      |                         |                                                                                               |

گروه فنی و تولید

|                |                                                    |
|----------------|----------------------------------------------------|
| مدیر گروه      | مهرداد ملوندی                                      |
| مسئول دفترچه   | نرگس غنی زاده                                      |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: محیا اصغری<br>مسئول دفترچه: الهه شهبازی |
| حروفنگار       | فرزانه فتح اله زاده                                |
| ناظر چاپ       | سوران نعیمی                                        |

گروه آزمون  
بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطين - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳

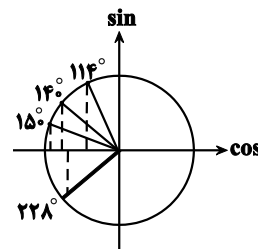


## حسابان ۱

## ۱- گزینه «۲»

(سپید حسن خان پور)

ابتدا تمام زوایا را به درجه تبدیل می کنیم. (هر ۱ رادیان، حدود ۵۷ درجه است.)



$$2 \text{ rad} = 2 \times 57^\circ = 114^\circ$$

$$4 \text{ rad} = 4 \times 57^\circ = 228^\circ$$

$$\frac{7\pi}{9} \text{ rad} = \frac{7\pi}{9} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 140^\circ$$

هر ۴ زاویه را در دایره مثلثاتی مشخص می کنیم.

از دایره شکل بالا مشخص است که کسینوس هر ۴ زاویه منفی است و

کمترین مقدار کسینوس را زاویه ۱۵۰° دارد، پس قدرمطلق آن از همه

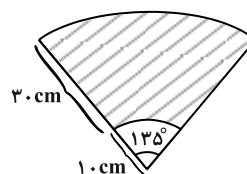
بزرگتر است.

(حسابان ۱- صفحه های ۹۲ تا ۹۴)

## ۲- گزینه «۱»

(پورام ملّاج)

ناحیه پاک شده مورد نظر چنین شکلی خواهد داشت:

نکته: مساحت قطاع دایره به زاویه  $\theta$  رادیان برابر است با:  $S = \frac{1}{2} \theta r^2$ 

$$135^\circ = \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$$

و همچنین داریم:

پس مساحت ناحیه پاک شده (هاشورخورده شکل بالا) برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{3\pi}{4} \times 1600 = 600\pi \text{ cm}^2$$

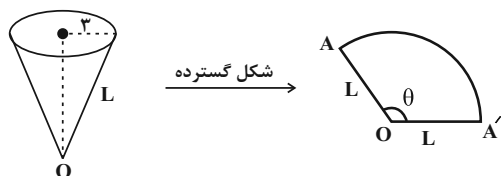
$$S = \frac{1}{2} \times \frac{3\pi}{4} \times 100 = 37.5\pi \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow S = 600\pi - 37.5\pi = 562.5\pi \text{ cm}^2$$

(حسابان ۱- صفحه های ۹۳ تا ۹۷)

## ۳- گزینه «۴»

(میلاد منصوری)



محیط قاعده مخروط برابر طول کمان AA' است.

$$\Rightarrow 2\pi(3) = 6\pi = L\theta \Rightarrow L = \frac{6\pi}{\theta}$$

از طرفی مساحت قطاعی با زاویه  $\theta$  رادیان از دایره ای به شعاع L از رابطه

$$S = \frac{1}{2} \theta L^2$$

به دست می آید. بنابراین داریم:

$$S = \frac{1}{2} \theta \left( \frac{6\pi}{\theta} \right)^2 = \frac{18\pi^2}{\theta} = 45\pi \Rightarrow \theta = \frac{18\pi^2}{45\pi} = \frac{2\pi}{3} \text{ rad} = 120^\circ$$

(حسابان ۱- مشابه تمرین ۳ صفحه ۹۴)

## ۴- گزینه «۲»

(نیماد کدوریان)

در ابتدا زاویه ها را براساس زاویه مرجع  $\frac{\pi}{8}$  می نویسیم:

$$\frac{\cos(562.5^\circ) - \sin(112.5^\circ)}{\cos(67.5^\circ) + \cos(237.5^\circ)} = \frac{\cos(540^\circ + 22.5^\circ) - \sin(90^\circ + 22.5^\circ)}{\cos(90^\circ - 22.5^\circ) + \cos(360^\circ - 22.5^\circ)}$$

$$= \frac{-\cos(22.5^\circ) - \cos(22.5^\circ)}{\sin(22.5^\circ) + \cos(22.5^\circ)}$$

سپس صورت و مخرج را بر  $\cos(22.5^\circ)$  تقسیم می کنیم که رابطه دادهشده برحسب  $\tan(22.5^\circ)$  مرتب شود:

$$= \frac{-2}{\tan(22.5^\circ) + 1} = \frac{-2}{\sqrt{2} - 1 + 1} = \frac{-2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$$

(حسابان ۱- صفحه های ۹۸ تا ۱۰۴)



۵- گزینه «۱»

(جوابش نیکنام)

$$\tan \frac{\pi}{20} \tan \frac{9\pi}{20} = \tan \frac{\pi}{20} \tan \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{20} \right) = \tan \frac{\pi}{20} \cot \frac{\pi}{20} = 1$$

$$\tan \frac{3\pi}{20} \tan \frac{7\pi}{20} = \tan \frac{3\pi}{20} \cot \frac{3\pi}{20} = 1$$

$$\tan \frac{5\pi}{20} = \tan \frac{\pi}{4} = 1$$

$$\Rightarrow A = 1$$

(حسابان ۱- صفحه ۹۸)

۶- گزینه «۳»

(سید پوار نظری)

$$B = (1 + \sin \frac{\pi}{12})(1 + \sin \frac{5\pi}{12})(1 + \sin \frac{13\pi}{12})(1 + \sin \frac{17\pi}{12})$$

$$= (1 + \sin \frac{\pi}{12})(1 + \sin \frac{5\pi}{12})(1 + \sin(\pi + \frac{\pi}{12}))$$

$$(1 + \sin(\pi + \frac{5\pi}{12}))$$

$$\Rightarrow B = (1 + \sin \frac{\pi}{12})(1 + \sin \frac{5\pi}{12})(1 - \sin \frac{\pi}{12})(1 - \sin \frac{5\pi}{12})$$

$$= (1 - \sin^2 \frac{\pi}{12})(1 - \sin^2 \frac{5\pi}{12})$$

حال به کمک رابطه  $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$  داریم:

$$B = (\cos^2 \frac{\pi}{12})(\cos^2 \frac{5\pi}{12}) = (\cos^2 \frac{\pi}{12})(\sin^2 \frac{\pi}{12})$$

$$= \frac{1}{4}(\sin^2 \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{4}(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{16}$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۳ و ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۷- گزینه «۴»

(بهرام علاج)

با رسم موارد گفته شده خواهیم دید که در گزینه «۴» نمودار به دست آمده

منطبق نیست اما بررسی جبری راهکار مناسب‌تری می‌باشد، به طوری که داریم:

$$1) y = \sin(x - \frac{\pi}{4})$$

$$\xrightarrow{\text{چپ } \frac{3\pi}{4}} y = \sin(x + \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{4}) = \sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به } x \text{ ها}} y = -\cos x \quad \checkmark$$

$$2) y = \sin(x - \frac{\pi}{4})$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به } y \text{ ها}} y = \sin(-x - \frac{\pi}{4}) = -\sin(x + \frac{\pi}{4})$$

$$\xrightarrow{\text{چپ } \frac{\pi}{4}} y = -\sin(x + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4})$$

$$= -\sin(x + \frac{\pi}{2}) = -\cos x \quad \checkmark$$

$$3) y = \sin(x - \frac{\pi}{4}) \xrightarrow{\text{راست } \frac{\pi}{4}} y = \sin(x - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4})$$

$$= \sin(x - \frac{\pi}{2}) = -\cos x \quad \checkmark$$

$$4) y = \sin(x - \frac{\pi}{4}) \xrightarrow{\text{راست } \frac{3\pi}{4}} y = \sin(x - \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{4}) = \sin(x - \pi)$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به } x \text{ ها}} y = -\sin(x - \pi)$$

$$= \sin(\pi - x) = \sin x \quad \times$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۸- گزینه «۳»

(علی شهرابی)

$$\text{ابتدا در حالت کلی در اتحاد } \frac{\sin \theta}{\sin 2\theta} = \frac{\cos \theta}{\cos 2\theta + X} \text{ عبارت } X \text{ را پیدا}$$

می‌کنیم. با طرفین - وسطین کردن تناسب بالا داریم:

$$\sin 2\theta \cos \theta = \sin \theta \cos 2\theta + X \sin \theta$$

$$\Rightarrow X \sin \theta = \sin(2\theta - \theta) = \sin \theta$$

$$\Rightarrow X \sin \theta = 2 \sin \theta \cos \theta \Rightarrow X = 2 \cos \theta$$

پس در این سؤال عبارت  $X$  برابر  $2 \cos \theta$  است.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

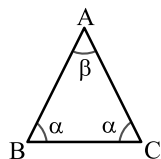
۹- گزینه «۲»

(محمدرحسن سلامی فسینی)

$$\frac{\cos 2\alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1 - 2\sin^2 \alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 3 - 6\sin^2 \alpha = 1 + \sin \alpha$$

$$\Rightarrow 6\sin^2 \alpha + \sin \alpha - 2 = 0$$



(\*) رادیان  $\alpha + \beta = 2$  = مجموع دو زاویه نابرابر

از طرفی در هر مثلث داریم:

$$\alpha + \alpha + \beta = \pi \Rightarrow 2\alpha + \beta = \pi (**)$$

$$(**) - (*) \rightarrow \alpha = \pi - 2 \xrightarrow{\text{رادیان}} \beta = 4 - \pi \xrightarrow{\text{رادیان}}$$

از آنجا که  $\pi \approx 3.14$  بنابراین:

$$\beta \approx 4 - 3.14 = 0.86 \text{ رادیان}$$

(مسابان ۱- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

(کتاب آبی)

۱۲- گزینه «۳»

اگر  $S_1$  را مساحت قطاع دایره به شعاع ۱۰ سانتی‌متر و  $S_2$  را مساحت قطاع دایره به شعاع ۴ سانتی‌متر فرض کنیم، آنگاه:

$$S_1 - S_2 = \frac{1}{2}r_1^2\theta - \frac{1}{2}r_2^2\theta = S_1 - S_2 = \text{مساحت سطح سایه زده شده}$$

( $\theta$  بر حسب رادیان است.)

$$= \frac{1}{2}\theta(r_1^2 - r_2^2) = \frac{1}{2} \times (120^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}) \times (10^2 - 4^2)$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{2\pi}{3}\right) (100 - 16) = \frac{\pi}{3} \times 84 = 28\pi \text{ cm}^2$$

(مسابان ۱- صفحه‌های ۹۴ تا ۹۷)

(کتاب آبی)

۱۳- گزینه «۳»

می‌دانیم اگر دو زاویه متمم هم باشند، تانژانت یکی با کتانژانت دیگری برابر است، به عبارت دیگر:

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan \alpha = \cot \beta$$

$$(2x - \frac{\pi}{15}) + (\frac{3\pi}{15} + 3x) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow 5x + \frac{2\pi}{15} = \frac{\pi}{2}$$

بنابراین:

$$\Rightarrow 5x = \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{15} = \frac{11\pi}{30} \Rightarrow x = \frac{11\pi}{150}$$

(مسابان ۱- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

$$\Rightarrow (2\sin \alpha - 1)(2\sin \alpha + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{1}{2} \\ \sin \alpha = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

چون علامت سینوس در ربع چهارم منفی است، پس  $\sin \alpha = -\frac{2}{3}$  قابل قبول

است. حال داریم:

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{\pm\sqrt{5}}{3} \xrightarrow{\text{ربع چهارم}} \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

بنابراین:

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2\left(-\frac{2}{3}\right)\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right) = \frac{-4\sqrt{5}}{9}$$

(مسابان ۱- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(عارل مسینی)

۱۰- گزینه «۳»

$$\begin{cases} \cos 4\alpha = \cos 2(2\alpha) = 2\cos^2 2\alpha - 1 \\ \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2(1 - 2\sin^2 \alpha)^2 - 1 = -\frac{1}{9} \Rightarrow (1 - 2\sin^2 \alpha)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow 1 - 2\sin^2 \alpha = \pm \frac{2}{3} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{6} \text{ یا } \frac{5}{6}$$

این یعنی ۴ مقدار به دست آمده برای  $\sin \alpha$  برابر  $\pm\sqrt{\frac{1}{6}}$  یا  $\pm\sqrt{\frac{5}{6}}$  است.

در نتیجه حاصل ضرب مقادیر ممکن برای  $\sin \alpha$  برابر  $\frac{5}{36}$  خواهد بود.

(مسابان ۱- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

حسابان ۱- آشنا

(کتاب آبی)

۱۱- گزینه «۳»

$$\frac{360^\circ}{\pi} \times \frac{\pi}{180^\circ} = 2 \text{ رادیان ابتدا } \frac{360^\circ}{\pi} \text{ را به رادیان تبدیل می‌کنیم:}$$

چون مثلث متساوی‌الساقین است، پس با توجه به شکل زیر داریم:



۱۴- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

از آنجا که  $\cos \alpha = \cos(-\alpha)$ ، داریم:

$$\cos\left(x - \frac{2\pi}{9}\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{9} - x\right)$$

برای دو زاویه  $\left(x + \frac{\Delta\pi}{18}\right)$  و  $\left(\frac{2\pi}{9} - x\right)$  داریم:

$$\left(x + \frac{\Delta\pi}{18}\right) + \left(\frac{2\pi}{9} - x\right) = \frac{\pi}{2}$$

بنابراین این دو زاویه متمم یکدیگرند و کسینوس یکی برابر با سینوس

$$\cos\left(\frac{2\pi}{9} - x\right) = \sin\left(x + \frac{\Delta\pi}{18}\right)$$

دیگری است، لذا:

با استفاده از رابطه  $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$  داریم:

$$\sin^2\left(x + \frac{\Delta\pi}{18}\right) = 1 - \cos^2\left(x + \frac{\Delta\pi}{18}\right) = 1 - A^2$$

از طرفی  $0^\circ < x < 40^\circ$  است، بنابراین:

$$0 < x < 40^\circ \Rightarrow 0 < x < 40^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$\Rightarrow 0 < x < \frac{4\pi}{18} \xrightarrow{+\frac{\Delta\pi}{18}} \frac{\Delta\pi}{18} < x + \frac{\Delta\pi}{18} < \frac{9\pi}{18}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta\pi}{18} < x + \frac{\Delta\pi}{18} < \frac{\pi}{2}$$

بنابراین کمان  $x + \frac{\Delta\pi}{18}$  در ناحیه اول است و سینوس آن مثبت است، پس:

$$\sin\left(x + \frac{\Delta\pi}{18}\right) = \sqrt{1 - A^2}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۱۵- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

با توجه به مثلث ABC واضح است  $x + y = \frac{\pi}{2}$  می‌باشد.

بنابراین داریم:

$$\cos(2x + y) = -\frac{1}{4} \xrightarrow{x+y=\frac{\pi}{2}} \cos\left(x + \underbrace{x+y}_{\frac{\pi}{2}}\right) = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\frac{1}{4} \Rightarrow -\sin x = -\frac{1}{4} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{4}$$

حال با توجه به این که  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  است، برای محاسبه  $\tan x$  داریم:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \cos^2 x = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2 x = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16} \Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\Rightarrow \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{15}}{4}} = \frac{1}{\sqrt{15}}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۱۶- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

با توجه به اینکه  $40^\circ = 50^\circ - 10^\circ$  و با استفاده از اتحاد کسینوس مجموع و

تفاضل دو کمان داریم:

$$2\cos 10^\circ \cos 50^\circ - \cos(50^\circ - 10^\circ)$$

$$= 2\cos 10^\circ \cos 50^\circ - (\cos 50^\circ \cos 10^\circ + \sin 50^\circ \sin 10^\circ)$$

$$= \cos 50^\circ \cos 10^\circ - \sin 50^\circ \sin 10^\circ = \cos(50^\circ + 10^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۷- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

$$\text{توجه کنید که } \frac{13\pi}{4} = \frac{12+1}{4}\pi = 3\pi + \frac{\pi}{4} \text{، پس:}$$

$$A = \sin\left(\frac{13\pi}{4} + \alpha\right) = \sin\left(3\pi + \frac{\pi}{4} + \alpha\right)$$

$$= \sin\left(2\pi + \left(\pi + \frac{\pi}{4} + \alpha\right)\right)$$

می‌دانیم  $\sin(2\pi + \theta) = \sin \theta$ ، پس:

$$A = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{4} + \alpha\right)$$

از طرفی  $\sin(\pi + \theta) = -\sin \theta$ ، پس:

$$A = -\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$$



$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{4}}{2 \tan \alpha} = \frac{1 \pm \frac{1}{\cos \alpha}}{\tan \alpha}$$

$$\xrightarrow[\cos \alpha > 0]{\text{حاده } \alpha} \text{ریشه مثبت: } x = \frac{1 + \frac{1}{\cos \alpha}}{\tan \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

با توجه به اتحادهای  $\sin 2u = 2 \sin u \cos u$  و  $1 + \cos 2u = 2 \cos^2 u$

داریم:

$$x = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \cot \frac{\alpha}{2}$$

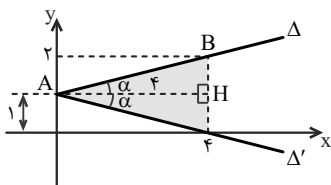
(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(کتاب آبی)

۲۰- گزینه «۴»

با توجه به شکل، دو مثلث قائم‌الزاویه مشخص شده، همنهشت هستند، پس زاویه

بین  $\Delta$  و  $\Delta'$  برابر با  $2\alpha$  است.



از طرفی اگر مثلث ABH را در نظر بگیریم، داریم:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow AB = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$$

$$\sin \alpha = \frac{BH}{AB} = \frac{1}{\sqrt{17}} \text{ و } \cos \alpha = \frac{AH}{AB} = \frac{4}{\sqrt{17}}$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

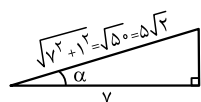
$$= 2 \times \frac{1}{\sqrt{17}} \times \frac{4}{\sqrt{17}} = \frac{8}{17}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

با استفاده از اتحاد  $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$ ، داریم:

$$A = -\left(\sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha\right) \\ = -\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha\right) \quad (*)$$

برای محاسبه  $\sin \alpha$  و  $\cos \alpha$  به کمک شکل زیر، داریم:



$$\sin \alpha = \frac{1}{5\sqrt{2}} \text{ و } \cos \alpha = \frac{5}{5\sqrt{2}}$$

با جایگذاری مقادیر  $\sin \alpha$  و  $\cos \alpha$  در تساوی (\*) داریم:

$$A = -\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{5\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{5}{5\sqrt{2}}\right) = -\frac{6}{10} = -\frac{3}{5}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(کتاب آبی)

۱۸- گزینه «۳»

$$\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta + (1 - \cos^2 \theta)}{(1 - \cos \theta) \sin \theta} \\ = \frac{2 \sin^2 \theta}{(1 - \cos \theta) \sin \theta} = \frac{2 \sin \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{2 \left(2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}\right)}{2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} \\ = \frac{2 \cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} = 2 \cot \frac{\theta}{2}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(کتاب آبی)

۱۹- گزینه «۳»

$$(\tan \alpha)x^2 - 2x - \tan \alpha = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \tan \alpha (-\tan \alpha) = 4(1 + \tan^2 \alpha)$$

با توجه به اتحاد  $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ ، خواهیم داشت:

$$\Delta = \frac{4}{\cos^2 \alpha}$$



ریاضی ۱

۲۱- گزینه «۱»

(عمید علینازده)

مؤلفه‌های اول و دوم هر زوج مرتب باید برابر باشند.

$$fa + b = fa^2 + b + 1 \Rightarrow fa^2 - fa + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (2a - 1)^2 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$fa + b^2 = 2b + 1 \xrightarrow{a=\frac{1}{2}} 2 + b^2 = 2b + 1 \Rightarrow b^2 - 2b + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (b - 1)^2 = 0 \Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow f = \{(2, 3), (1, 1)\} \Rightarrow f(2a + 2b) = f(3) = 3$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۲۲- گزینه «۳»

(عمید علینازده)

تابع همانی  $f$  را به صورت  $f(x) = x$  و تابع ثابت  $g$  را به صورت

$g(x) = c$  تعریف می‌کنیم. داریم:

$$\begin{cases} \frac{f(3)}{g(3)} + \frac{1}{2}g(3) = \frac{3}{c} + \frac{1}{2}c \\ \frac{5}{f(2)} = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{c} + \frac{1}{2}c = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow c^2 - 5c + 6 = (c - 2)(c - 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c = 2 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2f(g(1403)) - 5 \\ c = 3 \end{cases} = |2f(c) - 5|$$

$$= |2c - 5| = |\pm 1| = 1$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

۲۳- گزینه «۱»

(عادل سینی)

$f$  یک تابع سه ضابطه‌ای است که هر سه ضابطه آن خطی هستند. ضابطه هر

کدام را می‌نویسیم:

$$\text{ضابطه اول: } A(-2, 3), B(-3, 0) \Rightarrow m = \frac{3-0}{-2+3} = 3$$

$$y - 0 = 3(x + 3) \Rightarrow y = 3x + 9$$

$$\text{ضابطه دوم} \xrightarrow{\text{تابع ثابت}} y = 3$$

$$\text{ضابطه سوم: } C(1, 3), D(5, 0) \Rightarrow m = \frac{3-0}{1-5} = -\frac{3}{4}$$

$$y - 0 = -\frac{3}{4}(x - 5) \Rightarrow y = -\frac{3}{4}x + \frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 3x + 9 & ; x < -2 \\ 3 & ; -2 \leq x \leq 1 \\ -\frac{3}{4}x + \frac{15}{4} & ; x > 1 \end{cases}$$

حال هر کدام از ضابطه‌ها را برابر ۲ قرار می‌دهیم تا مجموع جواب‌های معادله  $f(x) = 2$  را پیدا کنیم:

$$3x + 9 = 2 \Rightarrow x_1 = -\frac{7}{3} < -2$$
 قابل قبول

غیرممکن  $3 = 2$

$$\frac{15-3x}{4} = 2 \Rightarrow 3x = 7 \Rightarrow x_2 = \frac{7}{3} > 1$$
 قابل قبول

پس مجموع جواب‌های معادله برابر  $x_1 + x_2 = 0$  است.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

۲۴- گزینه «۲»

(کتاب آبی ریاضیات کنکور رشته ریاضی)

با توجه به نمودار، تابع  $g$  برای  $x \neq 1$  یک سهمی است که محور  $x$  ها را در  $x = 0$  و  $x = -2$  قطع کرده است و  $g(1) = n$  می‌باشد. پس ضابطه آن به صورت زیر است:

$$g(x) = \begin{cases} a(x-0)(x-(-2)) & ; x \neq 1 \\ n & ; x = 1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} x^2 + bx + c & ; x \neq 1 \\ 4 & ; x = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 4 \\ ax(x+2) = x^2 + bx + c \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ x^2 + 2x = x^2 + bx + c \\ \Rightarrow b = 2, c = 0 \end{cases} \end{cases}$$

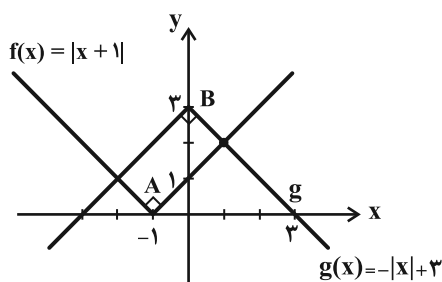
$$\Rightarrow n + b + c = 4 + 2 + 0 = 6$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۲)

۲۵- گزینه «۱»

(عمید علینازده)

ابتدا دو تابع را به کمک انتقال رسم می‌کنیم:





سپس a و b را با هم و c و d را نیز با هم در نظر می‌گیریم که در این

$$4! \times 2! \times 2! = 96 \text{ با صورت تعداد حالات برابر است}$$

$$144 = 240 - 96 = \text{تعداد حالت‌های مطلوب}$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

(مصطفی کرمی)

۲۹- گزینه «۳»

اگر از ۲ و ۳ هر کدام حداقل ۵ تا داشتیم به تعداد  $32 = 2^5$  عدد می‌توان

نوشت ولی حالت‌های زیر را نداریم:

$$\begin{cases} 1 \text{ عدد} \rightarrow 2, 2, 2, 2, 2 \\ 5 \text{ عدد} \rightarrow 2, 2, 2, 2, 3 \\ 1 \text{ عدد} \rightarrow 3, 3, 3, 3, 3 \end{cases}$$

یعنی از این ۳۲ حالت، ۷ عدد را نمی‌توانیم بنویسیم و بنابراین

$$25 = 32 - 7 = \text{عدد پنج رقمی می‌توان نوشت.}$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

(یوسف عراز)

۳۰- گزینه «۱»

۳، ۹: یک رقمی

$$\left( \frac{3}{8} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{2}{9} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \right)$$

$$+ \left( \frac{2}{6} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{3} \right) + \left( \frac{3}{7} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{1} \right) = 13$$

سه رقمی:

$$\frac{1}{8} \times \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} \text{ فقط } 3$$

$$\frac{1}{9} \times \frac{2}{6} \times \frac{1}{3} \text{ فقط } 5$$

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{3} \text{ فقط } 7$$

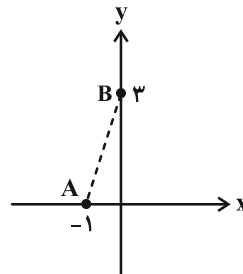
$$\frac{1}{8} \times \frac{3}{7} \times \frac{1}{1} \text{ فقط } 9$$

۱۰ تعداد اعداد

$$25 = 10 + 13 + 2 \text{ مجموع حالات}$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

با توجه به شکل، AB قطر مستطیل است.



$$\Rightarrow \text{قطر} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

۲۶- گزینه «۲»

(میلاد سیاری لاریجانی)

$$y = |x+1| \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x} y = -|x+1|$$

$$\xrightarrow{\text{۲ واحد به سمت راست}} y = -|x-1|$$

$$\xrightarrow{\text{تقاطع با نیمساز ناحیه چهارم}} -|x-1| = -x$$

$$\Rightarrow |x-1| = x \Rightarrow x-1 = -x \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{y=-x} y = -\frac{1}{2}$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

۲۷- گزینه «۲»

(فیلل امام‌میریلوج)

حروف کلمه «جهان» را در یک بسته قرار می‌دهیم که این حروف داخل

بسته به ۴! حالت باهم جایگشت دارند.

$$5! \Rightarrow \text{۵ در گجهان}$$

پس داریم:

$$4! \times 5!$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۲۸- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومحبوب)

ابتدا حالت‌هایی را می‌شماریم که a و b کنار یکدیگرند، سپس حالت‌هایی

را که هم a و b و هم c و d کنار هم باشند را شمرده و از جواب اولیه کم

می‌کنیم.

برای این که a و b کنار هم باشند، آنها را درون یک بسته قرار می‌دهیم که

$$\text{در این صورت تعداد حالات برابر است با } 5! \times 2! = 240$$



## آمار و احتمال

۳۱- گزینه «۴»

(ممدعلی کاظم نظری)

نمودارهای میله‌ای و دایره‌ای برای متغیرهای کمی گسسته و کیفی و نمودار بافت‌نگاشت برای متغیرهای کمی پیوسته مناسب‌اند.

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۸)

۳۲- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌فان)

با افزودن داده‌ای برابر با میانگین، میانگین ۲۴ داده جدید برابر میانگین داده‌های قبلی خواهد شد.

$$\text{میانگین جدید} = \frac{\overbrace{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{23} - \bar{x})^2}^{23 \times 6} + (\bar{x} - \bar{x})^2}{24} = \frac{23 \times 6}{24} = 5.75$$

$$| \text{واریانس جدید} - \text{واریانس قدیم} | = | 6 - 5.75 | = 0.25$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۸۹)

۳۳- گزینه «۲»

(نیلوفر مهری)

مجموع درصدهای فراوانی برابر ۱۰۰ است، بنابراین داریم:

$$a + 20 + 30 + 22 + 18 = 100 \Rightarrow a = 10$$

بنابراین زاویه متناظر با نمره A در نمودار دایره‌ای این نمرات برابر است با:

$$\alpha = \frac{10}{100} \times 360^\circ = 36^\circ$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۸)

۳۴- گزینه «۳»

(آرش رحیمی)

از هر یک از داده‌ها، ۲۵ واحد کم می‌کنیم. در این صورت از میانگین نیز ۲۵ واحد کم می‌شود.

|            |    |    |   |   |   |
|------------|----|----|---|---|---|
| $x_i - 25$ | -6 | -3 | 0 | 3 | 6 |
| $f_i$      | 3  | 2  | x | 6 | 2 |

اگر  $x'_i = x_i - 25$  باشد، داریم:

$$\bar{x}' = \frac{\sum f_i x'_i}{n} = \frac{(-18) + (-6) + 0 + 18 + 12}{13 + x} = 0.24$$

$$\Rightarrow \frac{6}{13 + x} = 0.24 \Rightarrow x = 12$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

۳۵- گزینه «۱»

(امیر حسین ابومصوب)

جدول فراوانی داده‌های اولیه مطابق با نمودار بافت‌نگاشت داده شده به صورت زیر است:

|           |         |         |         |         |          |
|-----------|---------|---------|---------|---------|----------|
| حدود دسته | [۵۰،۶۰) | [۶۰،۷۰) | [۷۰،۸۰) | [۸۰،۹۰) | [۹۰،۱۰۰) |
| فراوانی   | ۳       | ۷       | ۸       | ۵       | ۲        |

با افزودن دانش‌آموزانی به وزن‌های ۹۴، ۷۶، ۷۳، ۶۹ و ۸۲ و ۹۴ کیلوگرم، تعداد کل داده‌ها ۵ واحد و تعداد داده‌های دسته وسط دو واحد افزایش می‌یابد. داریم:

$$\text{فراوانی نسبی اولیه دسته وسط} = \frac{8}{25} = 0.32$$

$$\text{فراوانی نسبی ثانویه دسته وسط} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3} \approx 0.33$$

چون فراوانی نسبی ثانویه دسته وسط بیشتر از فراوانی نسبی اولیه آن است، پس فراوانی نسبی ۰/۰۱ زیاد شده است.

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۸)

۳۶- گزینه «۱»

(علی اکبر علی‌زاده)

تعداد داده‌ها  $\times$  میانگین = مجموع داده‌ها  $\Rightarrow$  مجموع داده‌ها = میانگین  $\times$  تعداد داده‌ها

$$9n - 27 = (n - 3) \times 9 \Rightarrow 9n - 27 = 9n - 27$$

$$9n - 27 + 24n + 36 = (2n + 3) \times 12 \Rightarrow 33n + 9 = 24n + 36$$

$$9n - 27 + 24n + 36 = 33n + 9$$

$$n - 3 + 2n + 3 = 3n$$

$$\text{میانگین کل} = \frac{33n + 9}{3n} = 11 + \frac{3}{n}$$

حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$\text{گزینه ۱: } 11 + \frac{3}{n} = 11.25 \Rightarrow n = 12$$

$$\text{گزینه ۲: } 11 + \frac{3}{n} = 11.35 \Rightarrow n = \frac{60}{7}$$



$$1, 1, 3, 6 \Rightarrow \text{میانۀ} = \frac{1+3}{2} = 2$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی، صفحه‌های ۸۷ تا ۸۹)

(میلار منصوری)

۳۹- گزینه «۴»

میانگین ۴ داده حذف شده برابر است با:

$$\frac{10+15+45+50}{4} = 30$$

بنابراین میانگین ۲۱ داده باقی‌مانده نیز برابر ۳۰ می‌باشد.

$$\sigma^2 = 64 \Rightarrow$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{21} (x_i - 30)^2 + (10-30)^2 + (15-30)^2 + (45-30)^2 + (50-30)^2}{25} = 64$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{21} (x_i - 30)^2 + 1250 = 1600$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{21} (x_i - 30)^2 = 350$$

بنابراین واریانس داده‌های باقی‌مانده برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{21} (x_i - 30)^2}{21} = \frac{350}{21} = 16 \frac{2}{3}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی، صفحه‌های ۸۱ و ۸۸)

(مهرزاد ملونری)

۴۰- گزینه «۴»

تعداد داده‌های ۱۷ از سایر داده‌ها بیش‌تر است، پس مد داده‌ها برابر ۱۷

می‌باشد. تعداد کل داده‌ها برابر ۲۳ است، پس اگر داده‌ها از کوچک به بزرگ،

مرتب شوند، دوازدهمین داده، میانه داده‌هاست که این داده برابر ۱۴ می‌باشد.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی، صفحه‌های ۸۲ و ۸۳)

$$\text{غ ق ق} \Rightarrow 11 + \frac{3}{n} = 11/4 \Rightarrow n = \frac{15}{4}$$

$$\text{غ ق ق} \Rightarrow 11 + \frac{3}{n} = 11/7 \Rightarrow n = \frac{30}{7}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی، صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

(نیلوغر مهروی)

۳۷- گزینه «۲»

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۱, ۲, ۲, ۴, ۷, ۷, ۷, ۸, ۹, ۱۲, ۱۳, ۱۷, ۱۷

مد داده‌ها برابر ۷ است و مجموع داده‌های کوچک‌تر از مد برابر است با:

$$1+2+2+4=9$$

تعداد داده‌ها برابر ۱۳ است، پس داده هفتم میانه و میانگین داده‌های دهم و

$$Q_3 = \frac{12+13}{2} = 12.5$$

یازدهم برابر چارک سوم است.

مجموع داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم برابر است با:  $13+17+17=47$

بنابراین اختلاف بین مجموع این دو دسته از داده‌ها برابر است با:  $47-9=38$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی، صفحه‌های ۸۲ و ۸۳)

(علیرضا شریف‌قطبی)

۳۸- گزینه «۲»

می‌دانیم اگر تعدادی داده برابر یکدیگر باشند، واریانس آنها برابر صفر است

و بالعکس، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} 3x-9=6 \Rightarrow x=5 \\ 4y+2=6 \Rightarrow y=1 \\ 5z-4=6 \Rightarrow z=2 \end{cases}$$

پس داده‌های  $y^2$ ،  $3z-5$  و  $x+1$  به ترتیب عبارتند از: ۳, ۶, ۱, ۱

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم. چون تعداد داده‌ها زوج است،

میانه برابر میانگین دو داده وسط است:



## هندسه ۲

## ۴۱- گزینه «۱»

(غرشاد فرامرزی)

گزینه «۱»:  $(2n+1)$  بار دوران با زاویه  $120^\circ$  درجه، معادل با دوران $(2n+1) \cdot 120^\circ$  درجه است. در این حالت، تصویر  $A$  می‌تواند بر خودش

منطبق شود.

گزینه «۲»: در  $(2n+1)$  بار تجانس به مرکز  $O$  و با نسبت  $(-1)$ .تصویر نقطه  $A$  بر خودش منطبق نمی‌شود.گزینه «۳»: در بازتاب نسبت به خط  $d$ ، اگر نقطه  $A$  روی خط  $d$  واقعنشده باشد، با  $(2n+1)$  بار بازتاب، تصویر آن بر خودش منطبق نمی‌شود.گزینه «۴»:  $(2n+1)$  بار انتقال با بردار غیر صفر  $\vec{v}$ ، همان انتقال با بردار $\vec{v}(2n+1)$  است، پس تصویر  $A$  بر خودش منطبق نمی‌شود.

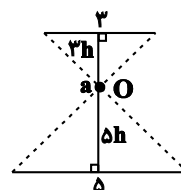
(هنر سه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

## ۴۲- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌فان)

چون تجانس معکوس است، مرکز تجانس بین دو پاره‌خط قرار دارد و نسبت

فاصله مرکز تجانس از دو پاره‌خط با نسبت طول دو پاره‌خط برابر است:



$$3h + \delta h = 12 \Rightarrow h = 12 / 5 \Rightarrow \delta h = 7 / 5$$

(هنر سه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

## ۴۳- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومحبوب)

طبق تعریف تجانس داریم:

$$\left. \begin{aligned} OA' &= k \times OA \\ OA'' &= k' \times OA \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{OA'}{OA''} = \frac{k}{k'} \Rightarrow OA' = \frac{k}{k'} \times OA''$$

بنابراین  $A'$  مجانس  $A''$  به مرکز  $O$  و نسبت  $\frac{k}{k'}$  است.

(هنر سه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

## ۴۴- گزینه «۴»

(رضا بشنره)

انتقال و تجانس هر دو شیب خط را حفظ می‌کنند، پس ترکیب آن‌ها شیب

خط را حفظ می‌کند. انتقال طولی است ولی تجانس در حالت  $|k| \neq 1$ ، طولیاً

نیست، پس ترکیب آن‌ها لزوماً طولیاً نیست و حالت مطلوب مسأله می‌باشد.

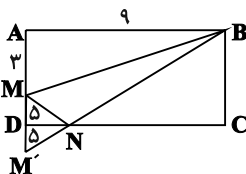
(هنر سه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

## ۴۵- گزینه «۳»

(پوار شاتمی)

چون  $MB$  ثابت است، پس باید  $MN + NB$  حداقل باشد. می‌خواهیمنقطه‌ای مانند  $N$  روی  $DC$  پیدا کنیم که مسیر شکسته  $MNB$  کمترینمقدار باشد، پس بازتاب  $M$  را نسبت به  $DC$  پیدا کرده آن را به  $B$  وصل

می‌کنیم.



$$MB = \sqrt{11 + 9} = 3\sqrt{2}$$

$$M'B = \sqrt{16 + 9} = 5$$

می‌دانیم اگر یکی از زوایای حاده در مثلث قائم‌الزاویه‌ای برابر  $۱۵^\circ$  باشد، آن‌گاه

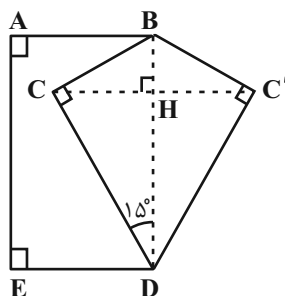
طول ارتفاع وارد بر وتر در این مثلث،  $\frac{1}{4}$  طول وتر است، پس داریم:

$$CH = \frac{1}{4}BD = \frac{1}{4} \times ۱۲ = ۳$$

$$S_{BC'D} = S_{BCD} = \frac{1}{2}CH \times BD = \frac{1}{2} \times ۳ \times ۱۲ = ۱۸$$

با توجه به اینکه چهارضلعی  $ABDE$  مستطیل است، داریم:

$$S_{ABC'DE} = S_{ABDE} + S_{BC'D} = (۱۲ \times ۳ / ۵) + ۱۸ = ۶۰$$



(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

(ممهر فندان)

گزینه «۱» -۴۸

طبق تعریف تجانس، اگر نقطه  $A'$  تصویر نقطه  $A$  در تجانس به مرکز  $O$

و نسبت تجانس  $k$  باشد، آنگاه سه نقطه  $O$ ،  $A$  و  $A'$  روی یک خط

راست قرار دارند. بنابراین اگر نقاط  $M$ ،  $N$  و  $P$  به ترتیب مجانس نقاط

$A$ ،  $B$  و  $C$  در یک تجانس باشند، مرکز تجانس قطعاً بر روی خط‌های

شامل پاره‌خط‌های  $AM$ ،  $BN$  و  $CP$  قرار دارد. چون این سه پاره‌خط،

میانه‌های مثلث  $ABC$  هستند، پس نقطه تقاطع آنها همان نقطه هم‌رسی

میانه‌های مثلث  $ABC$  است.

$$\Rightarrow \min(\Delta \text{ محیط } MBN) = 3\sqrt{۱۰} + ۵\sqrt{۱۰} = ۸\sqrt{۱۰}$$

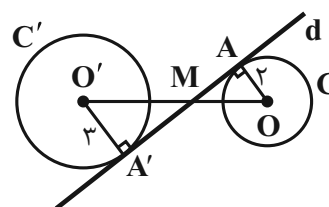
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

(علی ایمانی)

گزینه «۳» -۴۶

مرکز تجانس معکوس دو دایره متخارج همان محل برخورد مماس مشترک‌های

داخلی دو دایره با خط المרכזین آنهاست.



بنابراین خط  $d$  در نقطه  $A'$  بر دایره  $C'$  نیز مماس است. دو مثلث  $OAM$  و

$O'A'M$  به حالت تساوی زاویه‌ها متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{OM}{O'M} = \frac{OA}{O'A'} = \frac{۲}{۳}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{OM}{OO'} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow \frac{OM}{۱۰} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow OM = ۴$$

$$\Delta OAM : AM^2 = OM^2 - OA^2 = ۱۶ - ۴ = ۱۲ \Rightarrow AM = ۲\sqrt{۳}$$

$$S_{OAM} = \frac{1}{2}OA \times AM = \frac{1}{2} \times ۲ \times ۲\sqrt{۳} = ۲\sqrt{۳}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

(امیرمسین ابومصوب)

گزینه «۳» -۴۷

برای افزایش مساحت این قطعه زمین بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع پنج ضلعی

$ABCDE$ ، کافی است بازتاب نقطه  $C$  را نسبت به خط گذرنده از نقاط  $B$  و

$D$  به‌دست آوریم. در این‌صورت دو مثلث  $BCD$  و  $BC'D$  هم‌نهشت هستند.



در مثلث قائم‌الزاویه  $AA'B$  داریم:

$$A'B = \sqrt{AA'^2 + AB^2} = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{225} = 15$$

پس کمترین مقدار محیط مثلث  $ABC$  برابر است با:

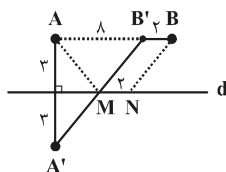
$$12 + 15 = 27$$

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

(امیرحسین ایوم‌پوب)

۵۰- گزینه «۱»

برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر بین  $A$  و



$B$ ، کافی است از نقطه  $B$ ، خطی به طول ۲

کیلومتر موازی با خط  $d$  و به طرف نقطه  $A$

رسم کنیم تا نقطه  $B'$  حاصل شود. سپس از

نقطه  $A'$  قرینه  $A$  نسبت به خط  $d$ ، به  $B'$  وصل کنیم تا خط  $d$  را در

نقطه‌ای مانند  $M$  قطع کند. اگر  $N$  نقطه‌ای به فاصله ۲ کیلومتر از  $M$  بر روی

خط  $d$  باشد، آنگاه مسیر  $AMNB$  کوتاه‌ترین مسیر ممکن است. داریم:

$$AM + MN + NB = A'M + BB' + MB'$$

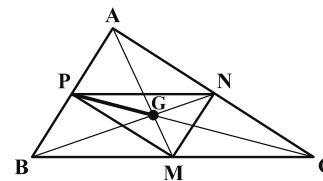
$$= (A'M + MB') + BB' = A'B' + BB'$$

در مثلث قائم‌الزاویه  $A'AB'$  داریم:

$$A'B'^2 = AA'^2 + AB'^2 = 36 + 64 = 100 \Rightarrow A'B' = 10$$

و در نتیجه طول جاده بین  $A$  و  $B$ ، برابر  $10 + 2 = 12$  خواهد بود.

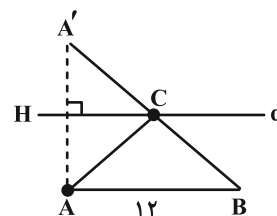
(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه ۵۳)



(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

۴۹- گزینه «۳»

(سرژ یقیا زاریان تبریزی)



اگر طول ارتفاع وارد بر ضلع  $AB$  در مثلث  $ABC$  را برابر  $h$  در نظر

بگیریم، آنگاه داریم:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \times h}{2} \Rightarrow 27 = \frac{12 \times h}{2} \Rightarrow h = \frac{9}{2}$$

پس رأس  $C$  روی خطی به فاصله  $\frac{9}{2}$  واحد از ضلع  $AB$  قرار دارد.

چون مقدار  $AB$  ثابت و می‌خواهیم محیط  $ABC$  کم‌ترین مقدار ممکن

باشد، مسئله تبدیل می‌شود به پیدا کردن رأس  $C$  روی خط  $d$  به گونه‌ای که

مقدار  $AC + BC$  کم‌ترین باشد. با توجه به مسئله اول هرون، قرینه  $A$  را

نسبت به  $d$  پیدا می‌کنیم (نقطه  $A'$ ). چون  $AC = A'C$ ، بنابراین حداقل

مقدار  $AC + CB$  برابر است با:

$$AC + CB = A'C + BC = A'B$$



## حسابان ۲

## ۵۱- گزینه «۲»

(علی شهرابی)

تغییرات گفته شده را به ترتیب روی تابع  $y = x^3$  انجام می‌دهیم:

$$y = x^3 \xrightarrow{\text{۱ واحد به چپ}} y = (x+1)^3$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به } x} y = -(x+1)^3$$

$$\xrightarrow{\text{انبساط عمودی با ضریب } k} y = -k(x+1)^3$$

$$\xrightarrow{\text{۲ واحد به بالا}} f(x) = -k(x+1)^3 + 2$$

نمودار تابع  $f$  از مبدأ می‌گذرد، پس:حال معادله  $f(x) = 4$  را حل می‌کنیم:

$$-2(x+1)^3 + 2 = 4 \Rightarrow (x+1)^3 = -1 \Rightarrow x+1 = -1 \Rightarrow x = -2$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

## ۵۲- گزینه «۲»

(عادل مسینی)

می‌دانیم تابع مورد نظر، از پاره‌خط‌هایی تشکیل شده است که شیب آن‌ها

مثبت است. بنابراین، با توجه به اینکه  $[x]$  در عدد صحیح  $z$  ناپیوسته است،برای اکیدا صعودی بودن تابع  $y = 2x - k[x]$ ، کافی است حد راست آندر  $x = z$ ، بزرگ‌تر یا مساوی با حد چپ آن در  $x = z$  باشد. پس داریم:

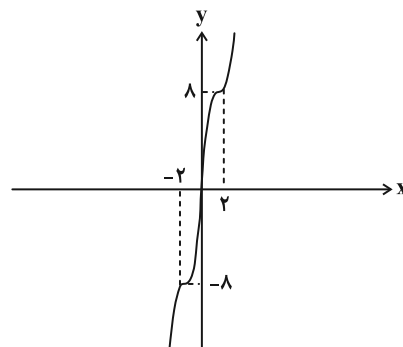
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow z^+} (2x - k[x]) = 2z - kz \\ \lim_{x \rightarrow z^-} (2x - k[x]) = 2z - k(z-1) = 2z - kz + k \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2z - kz \geq 2z - kz + k \Rightarrow k \leq 0$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

## ۵۳- گزینه «۴»

(سروش موئینی)

نمودار تابع  $f$  را رسم می‌کنیم:

$$x \geq 0 \Rightarrow x^3 - 6x^2 + 12x = (x-2)^3 + 8$$

$$x < 0 \Rightarrow x^3 + 6x^2 + 12x = (x+2)^3 - 8$$

همانطور که می‌بینید تابع در دامنه خود، اکیدا صعودی است.

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

## ۵۴- گزینه «۱»

(ظاهر درستانی)

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1: a(-1)^5 + b(-1)^4 + 2(-1) = 4$$

$$\Rightarrow a-b = -6 \quad (۱)$$

$$x-2=0 \Rightarrow x=2: r = (2)^3 + a(2)^2 - 2b(2) = 8 + 4a - 4b$$

$$= 8 + 4(a-b) \xrightarrow{(۱)} 8 + 4(-6) = -16$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

## ۵۵- گزینه «۲»

(عادل مسینی)

$$p(x) = (x+1)(x+2)q(x) + 2x+1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p(x-1) = x(x+1)q(x-1) + 2x-1 \\ p(x-2) = x(x-1)q(x-2) + 2x-3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow p(x-1) - p(x-2) = x[(x+1)q(x-1) - (x-1)q(x-2)] + 2$$

در نتیجه باقی‌مانده تقسیم مورد نظر، برابر ۲ است.

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

## ۵۶- گزینه «۱»

(مهمرب پیمانی)

$$f(x) = \frac{\sin 3x}{\cos 3x} + \frac{\cos 3x}{\sin 3x} - 1 = \frac{\sin^2 3x + \cos^2 3x}{\sin 3x \cos 3x} - 1$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{2} \sin 6x} - 1 = \frac{2}{\sin 6x} - 1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{2}{\sin 6x} - 1$$

به راحتی می‌توان نشان داد که اگر دوره تناوب تابع  $g$  برابر  $T$  باشد، دورهتناوب تابع  $\frac{1}{g}$  (با شرط متناوب بودن) نیز  $T$  است. بنابراین در این سؤال،دوره تناوب تابع  $f$  و دوره تناوب تابع  $y = \sin 6x$  یکسان هستند.

$$\Rightarrow T_f = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

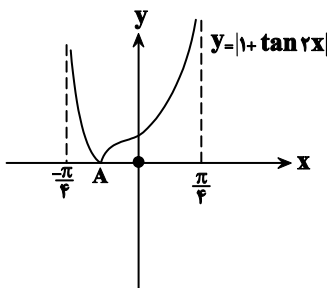
(مسابان ۲- مثلثات: صفحه ۲۷)

## ۵۷- گزینه «۲»

(توفیر اسری)

مطابق شکل تابع در فاصله  $[0, T]$  تکرار می‌شود ( $T$  دوره تناوب) همچنیندر  $[0, \frac{T}{4}]$  مقدار تابع از ماکزیمم به مینیمم خود می‌رسد، پس  $\frac{T}{4}$  میانگین

ریشه‌های تابع است یعنی:



$$y_A = 0 \Rightarrow \tan 2x = -1 \Rightarrow 2x = \frac{-\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{-\pi}{8}$$

$$\frac{\pi}{4} - \left(\frac{-\pi}{8}\right) = \frac{3\pi}{8}$$

پس طول بازه می‌شود:

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

(بهرام علاج)

۶۰- گزینه «۲»

از روی شکل واضح است که اندازه قاعده مثلث یعنی پاره خط AC همان

مقدار دوره تناوب تابع است که داریم:

$$AC = T = \frac{\pi}{2}$$

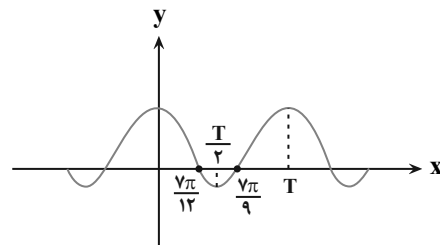
برای یافتن ارتفاع مثلث نیز کافیست عرض نقطه B را حساب کنیم:

$$f(0) = \tan \frac{\pi}{4} = 1$$

$$S = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4}$$

نکته: دوره تناوب تابع  $y = \tan(ax)$  به صورت  $T = \frac{\pi}{|a|}$  است.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)



$$\frac{T}{2} = \frac{\frac{7\pi}{12} + \frac{7\pi}{9}}{2} \rightarrow T = \frac{49\pi}{36}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(ممنون اسماعیل پور)

۵۸- گزینه «۲»

$$y = a - \cos\left(\frac{1}{4} + bx\right)\pi = a - \cos\left(\frac{\pi}{4} + b\pi x\right)$$

$$y = a + \sin b\pi x \quad (1)$$

طبق نمودار min تابع صفر است پس:

$$0 = -1 + a \Rightarrow a = 1$$

از طرفی طبق نمودار دوره تناوب تابع داده شده برابر ۸ است پس:

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 8 \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{4} \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

در نقطه شروع تابع روی محور yها تابع نزولی است، پس یا باید ضریب sin منفی باشد یا ضریب کمان. چون ضریب sin در (۱) مثبت است پس

$$b = -\frac{1}{4} \text{ درست است.}$$

$$y = 1 + \sin \frac{-\pi}{4}x = 1 - \sin \frac{\pi}{4}x$$

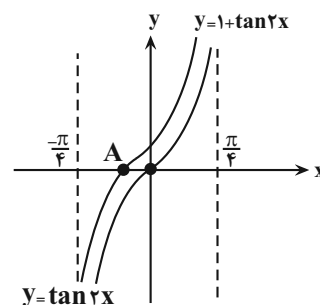
$$f(15) - 1 = -\sin \frac{15\pi}{4} = -\sin\left(4\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(سروش موئینی)

۵۹- گزینه «۳»

نمودار را رسم می‌کنیم:





## هندسه ۳

۶۱- گزینه «۲»

(معمداً ابراهیم کیتی زاده)

ستون دوم ماتریس  $AB$ ، یک ماتریس ستونی است که از ضرب کردن تمام سطرهای ماتریس  $A$  در ستون دوم ماتریس  $B$  به دست می‌آید. به همین ترتیب ستون دوم ماتریس  $BA$ ، یک ماتریس ستونی است که از ضرب کردن تمام سطرهای ماتریس  $B$  در ستون دوم ماتریس  $A$  به دست می‌آید.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 8 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$AB$  مجموع درایه‌های ستون دوم  $= 8 + 8 - 2 = 14$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -3 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 7 \\ -6 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow BA$  مجموع درایه‌های ستون دوم  $= 14 + 7 - 6 = 15$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر  $\frac{14}{15}$  است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۶۲- گزینه «۲»

(معمداً هیری)

ماتریس  $A$  به صورت زیر می‌باشد:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 4 & 4 & \dots & 4 \\ 7 & 7 & \dots & 7 \\ 10 & 10 & \dots & 10 \\ 13 & 13 & \dots & 13 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های هر ستون برابر  $1 + 4 + 7 + 10 + 13 = 35$  است. در

$$35 \times n = 210 \Rightarrow n = 6$$

نتیجه:

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۶۳- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومحبوب)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} = -4I$$

$$A^{16} = (A^4)^4 = (-4I)^4 = 256I$$

$$A^{16} - A^4 = 256I + 4I = 260I = \begin{bmatrix} 260 & 0 \\ 0 & 260 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های  $A^{16} - A^4$  برابر ۵۲۰ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۶۴- گزینه «۱»

(سوام میثدی پور)

$$BA - I = C \Rightarrow BA = I + C \Rightarrow A = B^{-1}(I + C) \quad (1)$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow A = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -4 & 8 \\ -5 & 7 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های سطر اول ماتریس  $A$  برابر است با:

$$\frac{1}{4}(-4 + 8) = 1$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۶۵- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومحبوب)

دستگاه معادلات  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$  در صورتی فاقد جواب است که

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \Rightarrow \frac{1}{m+1} = \frac{1-m}{-3} \Rightarrow 1-m^2 = -3$$

$$\Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$$

حال به ازای هر یک از مقادیر به دست آمده، برقراری رابطه  $\frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$  را

بررسی می‌کنیم.



(علی ایمانی)

۶۸- گزینه «۴»

$$\begin{cases} ax + 3y = 5 \\ 2x + y = 7 \end{cases} \text{ دستگاه جواب ندارد، بنابراین } \frac{a}{2} = \frac{3}{1} \neq \frac{5}{7} \text{، در نتیجه}$$

 $a = 6$  است.

با جایگذاری در دستگاه معادلات خطی دوم خواهیم داشت:

$$\begin{cases} 2x - ay = -2a \\ -x + 3y = a \end{cases} \xrightarrow{a=6} \begin{cases} 2x - 6y = -12 \\ -x + 3y = 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{-1} = \frac{-6}{3} = \frac{-12}{6}$$

پس این دستگاه بی‌شمار جواب دارد.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه ۲۶)

(محمدرضا قنبران)

۶۹- گزینه «۲»

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ -m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m \\ \Delta m \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2m}{\Delta m} = \frac{2}{\Delta}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

(محمدرضا ابوترابی)

۷۰- گزینه «۴»

$$\text{اگر } A = \begin{bmatrix} 2 & a \\ 5 & -b \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \text{ و } B = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix} \text{ باشد، آنگاه داریم:}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} -b & -a \\ -5 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{|A|=6} A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -b & -a \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1}B = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -b & -a \\ -5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -4b - 7a \\ -20 + 14 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-4b - 7a}{6} \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow y = -1$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۶)

$$m = 2 \Rightarrow \frac{1-2}{-3} \neq \frac{-2}{2} \text{ دستگاه جواب ندارد.}$$

$$m = -2 \Rightarrow \frac{1-(-2)}{-3} \neq \frac{-2}{-2} \text{ دستگاه جواب ندارد.}$$

هر دو مقدار ۲ و -۲ برای  $m$  قابل قبول است و مجموع مقادیر  $m$  برابر صفر می‌شود.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه ۲۶)

۶۶- گزینه «۱» (امیرمسین ابومصوب)

$$|A| = k(-k+2) - 1 = -k^2 + 2k - 1 = -(k-1)^2$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-(k-1)^2} \begin{bmatrix} -k+2 & -1 \\ -1 & k \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \frac{-1}{(k-1)^2} \underbrace{(-k+2-1-1+k)}_0 = 0$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(یاسین سپهر)

۶۷- گزینه «۴»

$$\text{برای ماتریس قطری رابطه } B = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 \end{bmatrix}$$

$$B^n = \begin{bmatrix} r_1^n & 0 & 0 \\ 0 & r_2^n & 0 \\ 0 & 0 & r_3^n \end{bmatrix} \text{ برقرار است. بنابراین اگر } n \text{ فرد باشد،}$$

$$A^n = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ و در صورتی که } n \text{ زوج باشد،}$$

$$A^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ است. یعنی مجموع درایه‌های ماتریس } A^n \text{ در}$$

صورت زوج یا فرد بودن عدد  $n$ ، به ترتیب برابر ۳ و  $(-1)$  است. در نتیجه داریم:

$$\text{مجموع درایه‌های } (A^{1403} + A^{1402} + \dots + A^{1394})$$

$$= \underbrace{(-1)}_2 + \underbrace{3}_2 + \dots + \underbrace{(-1)}_2 + 3 = 5 \times 2 = 10$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

هندسه ۱

۷۱- گزینه «۴»

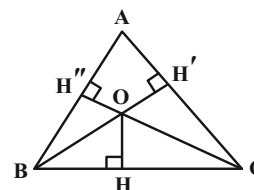
(امیرحسین ابومحبوب)

می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه واقع در درون یک مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن برابر طول ارتفاع مثلث است، پس داریم:

$$h_a = 2 + 1 + \sqrt{3} = 3 + \sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} a = 3 + \sqrt{3}$$

مطابق فرض فاصله نقطه O از ضلع BC، برابر  $OH = \sqrt{3}$  است،

بنابراین داریم:



$$S_{OBC} = \frac{1}{2} OH \times BC = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times a$$

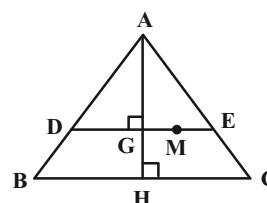
$$= \frac{\sqrt{3}}{2} a = 3 + \sqrt{3}$$

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۸)

۷۲- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومحبوب)

پاره‌خط DE موازی ضلع BC رسم شده است، پس طبق قضیه اساسی تشابه، دو مثلث ADE و ABC متشابه‌اند. در دو مثلث متشابه نسبت ارتفاع‌ها برابر نسبت تشابه (نسبت اضلاع متناظر) است. از طرفی می‌دانیم میانه‌های هر مثلث یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، بنابراین داریم:



$$\triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{AG}{AH} \Rightarrow \frac{DE}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow DE = 2$$

مثلث ADE متساوی‌الاضلاع است. از طرفی هر مثلث متساوی‌الاضلاع یک مثلث متساوی‌الساقین محسوب می‌شود، پس مجموع فواصل هر نقطه واقع بر مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن برابر طول ارتفاع مثلث است. از طرفی هر مثلث متساوی‌الاضلاع یک مثلث متساوی‌الساقین محسوب می‌شود، پس مجموع فواصل هر نقطه واقع بر مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن برابر طول ارتفاع مثلث است. از طرفی هر مثلث متساوی‌الاضلاع یک مثلث متساوی‌الساقین محسوب می‌شود، پس مجموع فواصل هر نقطه واقع بر مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن برابر طول ارتفاع مثلث است. از طرفی هر مثلث متساوی‌الاضلاع یک مثلث متساوی‌الساقین محسوب می‌شود، پس مجموع فواصل هر نقطه واقع بر مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن برابر طول ارتفاع مثلث است.

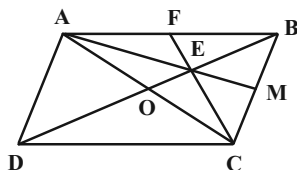
$$\frac{\sqrt{3}}{2} DE = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$$

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۷۳- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومحبوب)

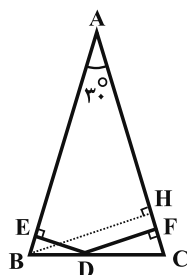
مطابق شکل قطر AC را رسم می‌کنیم. همچنین از C به E وصل کرده و ادامه می‌دهیم تا AB را در نقطه F قطع کند. پاره‌خط‌های AM، BO و CF میانه‌های مثلث ABC هستند. می‌دانیم از برخورد میانه‌های هر مثلث، شش مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود، بنابراین با فرض  $S_{ABC} = S$  داریم:



$$S_{\triangle BEM} = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{6} S \quad (1)$$

از طرفی در مثلث ADC، DO میانه وارد بر ضلع AC است، پس داریم:

$$S_{OCD} = \frac{1}{2} S_{ADC} \xrightarrow{S_{ADC}=S_{ABC}} S_{OCD} = \frac{1}{2} S \quad (2)$$



از طرفی می‌دانیم مجموع فاصله‌های هر نقطه واقع بر قاعده مثلث

متساوی‌الساقین از دو ساق آن، برابر طول ارتفاع وارد بر ساق است، پس داریم:

$$DE + DF = BH \Rightarrow 3 + 5 = \frac{1}{2} AB \Rightarrow AB = 16$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۷ و ۶۶)

(غرضانه فاکتورش)

۷۶- گزینه «۲»

اگر تعداد نقاط مرزی و درونی یک چندضلعی شبکه‌ای به ترتیب برابر

$b$  و  $i$  باشد، آن‌گاه طبق فرمول پیک، مساحت این چندضلعی برابر

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \text{ است؛ از طرفی طبق فرض } i = 2b - 1 \text{، پس:}$$

$$13 = \frac{b}{2} + 2b - 1 - 1 \Rightarrow \frac{5b}{2} = 15 \Rightarrow b = 6$$

این چندضلعی شبکه‌ای، شش نقطه مرزی دارد.

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

(ریمع مشتاقی نظم)

۷۷- گزینه «۱»

فرض کنید مساحت شکل‌های بیرونی و درونی را به ترتیب با  $S'$  و  $S$  نمایش

دهیم. در این صورت طبق فرمول پیک داریم:

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{S_{BEM}}{S_{EMCD}} = \frac{\frac{1}{6}S}{\frac{1}{3}S + \frac{1}{2}S} = \frac{\frac{1}{6}S}{\frac{5}{6}S} = \frac{1}{5}$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۷۴- گزینه «۴»

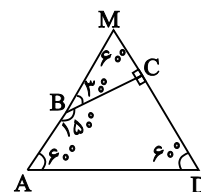
(پوار فائمی)

دو ضلع  $AB$  و  $CD$  را امتداد می‌دهیم تا یکدیگر را در نقطه  $M$  قطع کنند.

مثلث  $MAD$  متساوی‌الاضلاع است. همچنین با توجه به اندازه زوایای داده

شده،  $BC$  بر  $CD$  عمود و مثلث  $MCB$  قائم‌الزاویه است. اگر  $BC = x$

باشد، آن‌گاه  $AD = x + 2$  و داریم:



$$\triangle MCB : \tan 60^\circ = \frac{BC}{MC} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{x}{MC} \Rightarrow MC = \frac{x}{\sqrt{3}}$$

$$S_{ABCD} = S_{MAD} - S_{MCB} = \frac{\sqrt{3}}{4} AD^2 - \frac{1}{2} BC \times MC$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} (x+2)^2 - \frac{1}{2} (x) \left( \frac{x}{\sqrt{3}} \right) = \frac{\sqrt{3}}{4} (x+2)^2 - \frac{\sqrt{3}}{6} x^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{12} (3x^2 + 12x + 12 - 2x^2) = \frac{\sqrt{3}}{12} (x^2 + 12x + 12)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{12} (x^2 + 12x + 12) = \frac{19}{4} \sqrt{3} \quad \text{طبق فرض داریم:}$$

$$\Rightarrow x^2 + 12x + 12 = 57 \Rightarrow x^2 + 12x - 45 = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x+15) = 0$$

در نتیجه  $BC = x = 3$ .

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۵)

۷۵- گزینه «۳»

(رضا عباسی اصل)

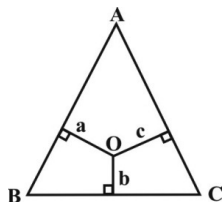
از  $B$  بر  $AC$  عمود رسم می‌کنیم. در مثلث قائم‌الزاویه  $ABH$  داریم:

$$\hat{A} = 30^\circ \Rightarrow BH = \frac{1}{2} AB$$



$$\begin{cases} a+b+c = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 20\sqrt{3} = 30 \\ a+b-c = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b+c = 30 \\ -a-b+c = -10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2c = 20 \Rightarrow c = 10$$



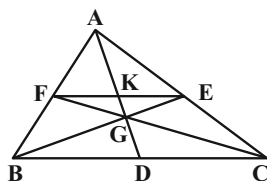
(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

(علی ایمانی)

۸۰- گزینه «۴»

$$\frac{AF}{FB} = \frac{AE}{EC} = 1$$

عکس قضیه تالس  $\rightarrow FE \parallel BC$



$$\Rightarrow \frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{2}$$

با توجه به موازی بودن FE و BC، دو مثلث EGF و BGC به دلیل

تساوی زاویه‌ها متشابه هستند. از طرفی GK و GD میانه‌های نظیر اضلاع

EF و BC در این دو مثلث هستند، بنابراین داریم:

$$\frac{GD}{GK} = \frac{BC}{EF} = 2 \Rightarrow GD = 2GK = 6$$

از طرفی G نقطه هم‌رسی میانه‌های مثلث ABC است، پس داریم:

$$GD = \frac{1}{3}AD \Rightarrow 6 = \frac{1}{3}AD \Rightarrow AD = 18$$

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۷)

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{5}{2} + 14 - 1 = 15.5$$

$$S' = \frac{b'}{2} + i' - 1 = \frac{5}{2} + 0 - 1 = 1.5$$

$$\text{مساحت قسمت سایه زده} = S - S' = 15.5 - 1.5 = 14$$

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

(مهم‌ترین)

۷۸- گزینه «۴»

EH  $\parallel$  BC است، پس دو مثلث AEH و ABC متشابه‌اند، یعنی مثلث

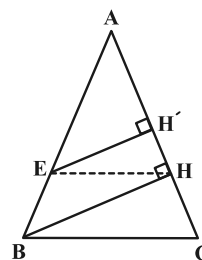
AEH نیز متساوی‌الساقین است. مجموع فواصل هر نقطه دلخواه روی EH

تا ساق‌ها برابر ارتفاع وارد بر ساق مثلث AEH است. اگر  $AB = 5x$

فرض شود، آنگاه  $AH = 3x$  است و داریم:

$$\Delta AHB : BH^2 = AB^2 - AH^2 = 25x^2 - 9x^2 = 16x^2$$

$$\Rightarrow BH = 4x$$



$$\Delta AHB : EH' \parallel BH \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{EH'}{BH} = \frac{AE}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{EH'}{4x} = \frac{3x}{5x} \Rightarrow EH' = \frac{12}{5}x = \frac{12}{25}(\Delta x) = \frac{12}{25}AC$$

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۸)

(مهم‌ترین کیتی زاده)

۷۹- گزینه «۳»

مجموع فاصله‌های هر نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع x از

سه ضلع آن، برابر طول ارتفاع مثلث یعنی  $\frac{\sqrt{3}}{2}x$  است.



## ریاضیات گسسته

## گزینه «۲» - ۸۱

(مقار منصوری)

$$\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} \geq a + b \Leftrightarrow \frac{a^3 + b^3}{ab} \geq a + b$$

$$\leftarrow \frac{ab > 0}{\rightarrow} a^3 + b^3 \geq ab(a + b)$$

$$\Leftrightarrow (a + b)(a^2 - ab + b^2) \geq ab(a + b)$$

$$\leftarrow \frac{a+b > 0}{\rightarrow} a^2 - ab + b^2 \geq ab$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow (a - b)^2 \geq 0$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

## گزینه «۳» - ۸۲

(علیرضا شریف‌قطبی)

با مثال مقابل می‌توان گزینه‌های نادرست را مشخص کرد  
 $b \ c \ a \ d$   
 $4 \times 3 = 6 \times 2$

گزینه «۱» نادرست است.

گزینه «۲» نادرست است.

گزینه «۴» نادرست است.

اثبات درستی گزینه «۳»

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

## گزینه «۳» - ۸۳

(علی اکبر علی‌زاده)

$$\frac{n^3(n+1)^3}{8} = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^3 = 7 \text{ مضرب } \Rightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 7k$$

$$\Rightarrow n(n+1) = 14k$$

هر کدام از اعداد  $n$  یا  $n+1$  مضرب ۷ باشد،  $n(n+1)$  مضرب ۱۴ خواهد بود. زیرا قطعاً یکی از آنها زوج است.

$$n = 6, 7, 13, 14, 20, 21, 27, 28$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۳ و ۵)

## گزینه «۲» - ۸۴

(علی ایمانی)

$$3 \mid a + 2b \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 3^2 \mid (a + 2b)^2 \Rightarrow 9 \mid a^2 + 4ab + 4b^2$$

$$\xrightarrow{\times 4} 9 \mid 4a^2 + 16ab + 16b^2 \left\{ \begin{array}{l} \text{تفاضل} \\ \hline 9 \mid 4a^2 - 16ab - 2b^2 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow k = -11$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

## گزینه «۳» - ۸۵

(نیلوغر مهروی)

۱۱ عددی فرد و اول است که به صورت هیچ یک از فرم‌های

$$2^n - 1 \text{ و } 3^n - 1 \text{ نوشته نمی‌شود، بنابراین گزینه «۳» نادرست است. حال به}$$

اثبات دیگر گزینه‌ها می‌پردازیم:

## گزینه «۱»:

$$a = 2k + 1, (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow a^2 = (2k + 1)^2 \Rightarrow a^2 = 4k^2 + 4k + 1$$

$$= 4k(k + 1) + 1 = 8k' + 1$$

## گزینه «۲»:

$$a = k(k + 1), (k \in \mathbb{N}) \Rightarrow 4a + 1 = 4k(k + 1) + 1$$

$$= 4k^2 + 4k + 1 = (2k + 1)^2$$

## گزینه «۴»:

$$a = 2k - 1, (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow a^2 = (2k - 1)^2 = 4k^2 - 4k + 1$$

$$= 2(2k^2 - 2k) + 1 = 2k' + 1$$

$$a^2 = (2k - 1)^2 = 4k^2 - 4k + 1 = 2(2k^2 - 2k + 1) - 1 = 2k'' - 1$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲، ۳ و ۸)

## گزینه «۴» - ۸۶

(هومن نورانی)

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y \equiv 4 \pmod{5} \\ 4x + 6y \equiv 8 \pmod{5} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} x \equiv -5 \pmod{5} \Rightarrow x \equiv 0 \pmod{5}$$

$$\Rightarrow x = 5k + 2 \ (k \in \mathbb{Z})$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

## گزینه «۳» - ۸۷

(افشین خاصه‌فان)

$$\left. \begin{array}{l} d \mid 2a - 5 \xrightarrow{\times 2} d \mid 4a - 10 \\ d \mid 4a + 4 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid 14$$

با توجه به اینکه  $2a - 5$  عددی فرد است، پس  $d$  قطعاً فرد بوده و چون  $d \neq 1$ ، پس  $d = 7$  است.

رقم یکان هر عدد طبیعی با خود عدد به پیمانه ۱۰ هم‌نهشت است، پس داریم:

$$13 \equiv 3 \pmod{10} \Rightarrow 13^7 \equiv 3^7 \pmod{10}$$

$$3^2 \equiv 9 \pmod{10} \xrightarrow{\text{به توان ۳}} 3^6 \equiv -1 \pmod{10} \xrightarrow{\times 2} 3^7 \equiv -3 \pmod{10} \Rightarrow 13^7 \equiv 7 \pmod{10}$$

$$\Rightarrow 13^7 \equiv 7 \pmod{10}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۴ و ۱۸ تا ۲۱)



ریاضیات گسسته - آشنا

(کتاب آبی)

۹۱- گزینه «۴»

تمام اعداد طبیعی به جز اعدادی که به صورت توانی از ۲ هستند را می توان به صورت مجموع حداقل دو عدد طبیعی متوالی نوشت. در بین گزینه ها تنها  $2^6 = 64$  را نمی توان به صورت مجموع اعداد طبیعی متوالی نوشت.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۲ و ۳)

(کتاب آبی)

۹۲- گزینه «۲»

$$a^2c^2 + a^2d^2 + b^2c^2 + b^2d^2 \geq a^2c^2 + b^2d^2 + 2acbd$$

$$\Leftrightarrow a^2d^2 - 2acbd + b^2c^2 \geq 0 \Leftrightarrow (ad - bc)^2 \geq 0$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۷ و ۸)

(کتاب آبی)

۹۳- گزینه «۳»

$$xy + 5 = 2(x + y) \Rightarrow xy + 5 = 2x + 2y$$

$$\Rightarrow xy - 2y = 2x - 5 \Rightarrow y(x - 2) = 2x - 5 \Rightarrow y = \frac{2x - 5}{x - 2}$$

حال برای آن که  $y$  مقداری طبیعی باشد، باید صورت بر مخرج بخش پذیر باشد، یعنی:

$$\left. \begin{array}{l} x - 2 \mid 2x - 5 \\ x - 2 \mid x - 2 \xrightarrow{\times 2} x - 2 \mid 2x - 4 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} x - 2 \mid (2x - 5) - (2x - 4) \Rightarrow x - 2 \mid -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 1 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow y = \frac{6 - 5}{3 - 2} = 1 \\ x - 2 = -1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = \frac{2 - 5}{1 - 2} = 3 \end{cases}$$

بنابراین دو نقطه با مختصات طبیعی روی این منحنی یافت می شود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۹ تا ۱۲)

(کتاب آبی)

۹۴- گزینه «۴»

$$\left. \begin{array}{l} d \mid 3n + 5 \xrightarrow{\times n} d \mid 3n^2 + 5n \\ d \mid 3n^2 - 2n + 6 \end{array} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid 7n - 6$$

$$\left. \begin{array}{l} d \mid 3n + 5 \xrightarrow{\times 7} d \mid 21n + 35 \\ d \mid 7n - 6 \xrightarrow{\times 3} d \mid 21n - 18 \end{array} \right\}$$

۸۸- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومحبوب)

با توجه به اینکه تعداد روزهای هفته برابر ۷ است، کافی است تعداد روزهای بین ۱۵ خرداد تا ۱۳ آبان را به دست آورده و باقی مانده تقسیم آن را بر ۷ ببایم.  $152 \equiv 5 \Rightarrow 152 = 13 \times 11 + 3 + 0 + 3 + 16 = 152$  تعداد روزها آبان مهر تیر تاشهریور خرداد

| یکشنبه | شنبه | جمعه | پنجشنبه | چهارشنبه | سه شنبه | دوشنبه |
|--------|------|------|---------|----------|---------|--------|
| ۶      | ۵    | ۴    | ۳       | ۲        | ۱       | ۰      |

حال مطابق جدول اگر روز مبدأ یعنی دوشنبه را معادل صفر فرض کنیم، روز شنبه معادل ۵ است، پس ۱۳ آبان باید روز شنبه باشد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۴)

۸۹- گزینه «۱»

(فرزانه شاکلپاش)

دو عدد  $2a + 9$  و  $7a - 4$  در یک دسته هم نهشتی به پیمانه ۱۱ قرار دارند، پس این دو عدد به پیمانه ۱۱ هم نهشت هستند.

$$7a - 4 \equiv 2a + 9 \pmod{11} \Rightarrow 5a \equiv 13 \pmod{11} \Rightarrow 5a \equiv 2 \pmod{11}$$

$$\xrightarrow{+\frac{6}{5}} a \equiv 7 \pmod{11} \quad (5, 11) = 1$$

$$a \equiv 7 \pmod{11} \xrightarrow{\text{به توان ۳}} a^3 \equiv 343 \equiv 3 - 4 + 3 \equiv 2 \pmod{11}$$

$$a \equiv 7 \pmod{11} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} a^2 \equiv 49 \equiv 5 \pmod{11}$$

$$a \equiv 7 \pmod{11} \xrightarrow{\times 3} 3a \equiv 21 \equiv 10 \pmod{11}$$

$$a^3 + a^2 + 3a + b \equiv 7 \pmod{11} \Rightarrow 2 + 5 + 10 + b \equiv 7 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow b \equiv -10 \equiv 1 \pmod{11} \Rightarrow b = 11k + 1 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

پس به ازای  $b = 1$ ، عدد  $a^3 + a^2 + 3a + b$  به  $7 \pmod{11}$  تعلق دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۸ تا ۲۵)

۹۰- گزینه «۱»

(علیرضا کلاتری)

اگر  $n \geq 4$  باشد، آنگاه  $n! \equiv 0$  است، بنابراین داریم:

$$x(1! + 2! + 3! + 0 + 0 + \dots + 0) \equiv 3 \pmod{12} \Rightarrow 9x \equiv 3 \pmod{12}$$

$$\Rightarrow 9x \equiv 3 \pmod{12} \xrightarrow{+9} x \equiv -1 \equiv 3 \pmod{4} \Rightarrow x = 4k + 3 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$10 \leq 4k + 3 \leq 99 \Rightarrow 7 \leq 4k \leq 96 \Rightarrow 2 \leq k \leq 24$$

$\Rightarrow k$  تعداد مقادیر = ۲۳

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۲۴ و ۲۵)



$$\begin{array}{c} ۱۷ \\ ۶q + ۵ \equiv ۱۳ \Rightarrow ۶q \equiv ۸ \equiv ۴۲ \xrightarrow{\div ۶} q \equiv ۷ \\ (۶, ۱۷) = ۱ \end{array}$$

$$\Rightarrow q = ۱۷k + ۷$$

$$A = ۲۳(۱۷k + ۷) + ۵ = ۳۹۱k + ۱۶۶$$

$$\begin{array}{c} ۱۲ \quad ۱۲ \\ A \equiv ۳۹۱k + ۱۶۶ \equiv ۷k - ۲ \end{array}$$

با توجه به آن که  $A$  عددی سه رقمی است پس حداکثر  $k$  برابر با ۲

$$\begin{array}{c} ۱۲ \quad ۱۲ \\ A \equiv ۱۲ \equiv ۰ \end{array}$$

می‌باشد. در نتیجه داریم:

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

(کتاب آبی)

۹۹ - گزینه «۲»

ابتدا مشخص می‌کنیم فاصله ۱۵ آبان با اول فروردین چند روز است و سپس باقی‌مانده آن را بر ۷ پیدا می‌کنیم.

$$d = \begin{array}{c} ۷ \\ ۳۰ + ۵ \times ۳ + ۳۰ + ۱۵ = ۲۳۰ \Rightarrow ۲۳۰ \equiv ۶ \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \text{فروردین} \quad \text{مهر} \quad \text{آبان} \\ \text{اردیبهشت تا شهریور} \end{array}$$

حال اگر مبدأ را چهارشنبه در نظر بگیریم.

متوجه می‌شویم که ۱۵ آبان، سه‌شنبه است.

| شنبه ۴ | شنبه ۵ | جمعه ۶ | شنبه ۷ | شنبه ۸ | شنبه ۹ | شنبه ۱۰ |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| ۰      | ۱      | ۲      | ۳      | ۴      | ۵      | ۶       |

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۴)

(کتاب آبی)

۱۰۰ - گزینه «۱»

$$m = aa + ۱۰۰ \times ۵ \times aa = ۵۰۱(a + a)$$

$$\begin{array}{c} ۱۸۳۷ \\ = ۵۰۱ \times ۱۱a = ۵۵۱۱a = ۱۸۳۷ \times ۳a \equiv ۰ \end{array}$$

تذکر: وقتی عدد  $aa$  دو رقم به سمت چپ منتقل می‌شود یعنی  $aa۰۰$ .

مقدار آن ۱۰۰ برابر می‌گردد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: مشابه فعالیت صفحه ۲۲)

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid ۵۳ \xrightarrow{d \neq ۱} d = ۵۳$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

(کتاب آبی)

۹۵ - گزینه «۳»

چون  $r = q$  پس داریم:  $a = bq + q$  و با توجه به مفروضات مسئله می‌توان نوشت:

$$a = (b - ۳)(q + ۵) + ۰$$

$$bq + q = bq + ۵b - ۳q - ۱۵ \Rightarrow ۴q = ۵(b - ۳)$$

از این رابطه معلوم می‌شود که طرف چپ مضرب ۵ است. یعنی  $۵ \mid ۴q$  و چون ۴ مضرب ۵ از ۵ نیست، پس  $q$  باید مضرب ۵ باشد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۱۴)

(کتاب آبی)

۹۶ - گزینه «۳»

اگر خارج قسمت و باقی‌مانده را به ترتیب با  $q$  و  $r$  نمایش دهیم، داریم:

$$q + r = ۱۷ \Rightarrow q = ۱۷ - r$$

$$a = ۱۳q + r = ۱۳(۱۷ - r) + r = ۲۲۱ - ۱۲r$$

$$\Rightarrow a - ۸ = ۲۱۳ - ۱۲r = ۱۹۲ - ۱۲r + ۲۱ = ۱۲(۱۶ - r) + ۲۱$$

با توجه به فرض،  $۰ \leq r \leq ۱۲$  بوده یعنی فضای نمونه شامل ۱۳ عضو است.

برای اینکه باقی‌مانده تقسیم  $a - ۸$  بر عدد ۳۶، برابر ۲۱ باشد، لازم است

$۱۶ - r$  مضرب ۳ شود که در این صورت مقادیر ۱، ۴، ۷ و ۱۰ برای  $r$  قابل

قبول است. یعنی پیشامد تصادفی شامل ۴ عضو بوده و احتمال مورد نظر برابر

$$\frac{۴}{۱۳} \text{ است.}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۱۴)

(کتاب آبی)

۹۷ - گزینه «۳»

کوچک‌ترین عددی به صورت  $n!$  که مضرب ۳۶ باشد، عدد ۶! است. پس داریم:

$$۱۰ - m = ۶ \Rightarrow m = ۴$$

بنابراین باید باقی‌مانده تقسیم  $۴^{۱۲۳}$  را بر ۱۵ به دست آوریم:

$$\begin{array}{c} ۴^۲ \equiv ۱ \\ ۴^{۱۲۳} \equiv ۴ \end{array} \xrightarrow{\times ۴} ۴^{۱۲۴} \equiv ۱ \xrightarrow{\times ۴} ۴^{۱۲۵} \equiv ۴$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

(کتاب آبی)

۹۸ - گزینه «۱»

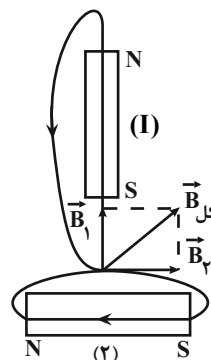
$$\left. \begin{array}{l} ۲۳ \\ A \equiv ۵ \Rightarrow A = ۲۳q + ۵ \\ ۱۷ \quad ۱۷ \quad ۱۷ \\ ۲A \equiv ۹ \Rightarrow ۲۶ \Rightarrow A \equiv ۱۳ \end{array} \right\} \Rightarrow ۲۳q + ۵ \equiv ۱۳$$

## فیزیک ۲

## ۱۰۱- گزینه «۳»

(معمود منضوری)

با توجه به این که خطوط میدان مغناطیسی در خارج آهنربا از قطب N خارج و به قطب S وارد می شود، بردار برایند میدان در نقطه P به صورت زیر خواهد بود:

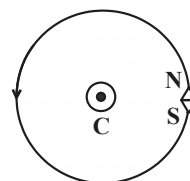


(فیزیک ۲- صفحه های ۸۴ تا ۸۷)

## ۱۰۲- گزینه «۲»

(علیرضا گونه)

با توجه به شکل، اگر انگشت شست دست راست را در جهت جریان الکتریکی قرار دهیم، جهت خم شدن چهار انگشت دست راست جهت N را نشان می دهد یا به عبارت دیگر، باید انگشت شست دست راست را طوری در امتداد سیم قرار دهیم که چهار انگشت دست راست که جهت خط های میدان مغناطیسی را نشان می دهد، وارد قطب S عقربه مغناطیسی شود. بنابراین، باید جریان الکتریکی در سیم برون سو باشد.



در ضمن با انتقال عقربه مغناطیسی از نقطه A به نقطه B، عقربه از حالت افقی در نقطه A به حالت عمودی در نقطه B تغییر می کند. بنابراین عقربه مغناطیسی ۹۰ درجه چرخیده است.

(فیزیک ۲- صفحه های ۹۴ تا ۹۷)

## ۱۰۳- گزینه «۲»

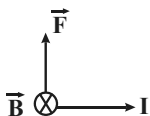
(عبدالرضا امینی نسب)

با استفاده از رابطه نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی، می توان نیرو را به دست آورد.

$$F = I \ell B \sin \theta \quad \begin{matrix} I = 5A, \ell = 120 \text{ cm} = 1.2 \text{ m} \\ B = 100 \text{ G} = 100 \times 10^{-4} \text{ T} = 10^{-2} \text{ T}, \theta = 90^\circ \end{matrix}$$

$$F = 5 \times 1.2 \times 10^{-2} \times \sin 90^\circ \Rightarrow F = 6 \times 10^{-2} \times 1 = F = 0.06 \text{ N}$$

با توجه به جهت میدان مغناطیسی و جهت جریان الکتریکی، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم به طرف بالا است. دقت کنید، جهت شمال را با علامت  $\otimes$  و جهت جنوب را با علامت  $\odot$  نشان می دهیم.



(فیزیک ۲- صفحه های ۹۱ تا ۹۴)

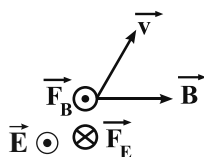
## ۱۰۴- گزینه «۴»

(فسرو ارغوانی فرد)

با توجه به شکل باید برای تعادل میله، طبق قانون اول نیوتون نیروی مغناطیسی به بزرگی ۲N رو به بالا به آن وارد شود. با توجه به جهت جریان و نیروی مغناطیسی جهت میدان مغناطیسی برون سو می باشد. چون جرم میله ۵۰ گرم و جرم هر متر آن ۱۰ گرم است، طول میله ۵ متر می باشد.



مطابق شکل زیر و با استفاده از قاعده دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون از طرف میدان مغناطیسی، برون سو است. بنابراین جهت نیروی الکتریکی باید درون سو باشد. چون بر بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می شود، لذا جهت میدان الکتریکی باید برون سو باشد.

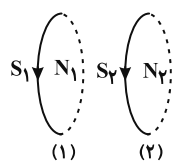


(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه های ۹۱ تا ۹۴)

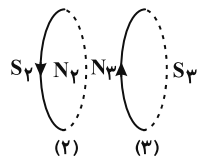
(معمری میراب زاده)

۱۰۷- گزینه «۲»

وقتی دو حلقه حامل جریان (۱) و (۲) یکدیگر را جذب می کنند، جهت جریان دو حلقه هم جهت می باشند.



دو حلقه (۲) و (۳) یکدیگر را دفع می کنند، بنابراین جهت جریان دو حلقه در خلاف جهت یکدیگر است. در نتیجه جهت جریان  $I_2$  موافق  $I_1$  و جهت جریان  $I_3$  مخالف  $I_1$  است.



(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه های ۹۶ تا ۹۸)

(عبدالرضا امینی نسب)

۱۰۸- گزینه «۳»

ابتدا به کمک رابطه اندازه میدان مغناطیسی در مرکز پیچۀ تخت، تعداد دورهای پیچ را محاسبه می کنیم، داریم:

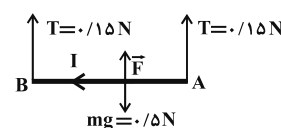
$$F_T = ma = 0 \Rightarrow T + F = mg$$

$$\Rightarrow 0.7 + F = 0.5 \Rightarrow F = 0.2 \text{ N}$$

$$F = BIL \sin \alpha$$

$$0.2 = B \times 4 \times 5 \times 1 \Rightarrow B = 0.01 \text{ T}$$

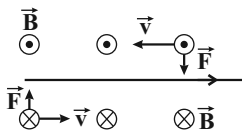
(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه های ۹۱ تا ۹۴)



(شهرام احمدی دارانی)

۱۰۵- گزینه «۳»

بنابر قاعده دست راست و با توجه به جهت جریان در سیم، جهت میدان مغناطیسی در بالای سیم برون سو و در زیر سیم درون سو است. از طرف دیگر بنابر قاعده دست راست برای تعیین جهت نیرو، نیروی وارد بر هر دو بار به طرف سیم است، لذا هر دو بار الکتریکی جذب سیم می شوند. دقت کنید که بار  $q_1$  منفی است.



(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه های ۹۹ و ۹۰)

(زهرا آقاممیری)

۱۰۶- گزینه «۴»

برای اینکه ذره بدون انحراف به حرکت خود ادامه دهد، باید نیروی خالص وارد بر آن صفر شود. بنابراین نیرویی که از طرف میدان های مغناطیسی و الکتریکی بر آن وارد می شود باید هم اندازه و در خلاف جهت یکدیگر باشند.

$$F_B = F_E \Rightarrow |q| v B \sin \theta = |q| E \Rightarrow E = v B \sin \theta$$

$$\Rightarrow E = 2 \times 10^5 \times 40 \times 10^{-4} \times \frac{1}{2} = 400 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$



حالت (۲):  $B_P > B_Q$

$$B_T = B_P - B_Q \Rightarrow 2/4 = B_P - 14/4$$

$$\Rightarrow B_P = 16/8G = 16/8 \times 10^{-4} T$$

$$B_P = \mu_0 \frac{N_P}{\ell_P} I_P \Rightarrow 16/8 \times 10^{-4} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 100}{0.5} \times I_P$$

$$\Rightarrow I_P = 7A$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

(امسان ایرانی)

۱۱۰- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) آلیاژهای آهن جزو مواد فرومغناطیس سخت می‌باشند که حجم حوزه

مغناطیسی آن‌ها به سختی تغییر می‌کند.

(۲) نیکل جزء مواد فرومغناطیس می‌باشد و دارای حوزه مغناطیسی است.

(۳) موادی نظیر نقره، مس، بیسموت و سرب به‌طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی

هستند.

(۴) مواد دیامغناطیس به‌طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی هستند. این مواد

شامل نقره، مس و بیسموت است. آلومینیم و سدیم از جمله مواد پارامغناطیس

هستند.

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

$$r = 5cm = 5 \times 10^{-2} m$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2r} \quad B=4G=4 \times 10^{-4} T$$

$$4 \times 10^{-4} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times N \times 1}{2 \times 5 \times 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^{-4} = 4\pi \times 10^{-6} \times N \Rightarrow N = \frac{4 \times 10^{-4}}{4\pi \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow N = \frac{100}{\pi}$$

اکنون به کمک رابطه  $L = 2\pi r N$  طول سیم را محاسبه می‌کنیم؛ داریم:

$$L = 2\pi r N = 2\pi \times 5 \times \frac{100}{\pi} = 1000cm = 10m$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

۱۰۹- گزینه «۴» (مطفی واقعی)

با توجه به رابطه بزرگی میدان مغناطیسی درون یک سیملوله آرمانی داریم:

$$B_Q = \mu_0 \frac{N_Q}{\ell_Q} I_Q = 12 \times 10^{-7} \times \frac{150}{0.5} \times 4 \Rightarrow B_Q = 14/4G$$

با توجه به این که میدان‌های  $B_P$  و  $B_Q$  در نقطه M در خلاف جهت

یک‌دیگر هستند و در صورت سؤال بزرگی میدان خالص را داده است و جهت

آن‌را مشخص نکرده است، پس باید هر دو حالت زیر بررسی شود:

حالت (۱):  $B_Q > B_P$

$$B_T = B_Q - B_P \Rightarrow 2/4 = 14/4 - B_P$$

$$\Rightarrow B_P = 12G = 12 \times 10^{-4} T$$

$$B_P = \mu_0 \frac{N_P}{\ell_P} I_P \Rightarrow 12 \times 10^{-4} = 12 \times 10^{-7} \times \frac{100}{0.5} \times I_P$$

$$\Rightarrow I_P = 5A$$



## فیزیک ۱

## ۱۱۱- گزینه «۱»

(معمد اکبری)

دماسنج ترموکوپل به دلیل دقت کم تر نسبت به دماسنج های معیار از مجموعه این دسته از دماسنج ها کنار گذاشته شد.

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه های ۸۶ و ۸۷)

## ۱۱۲- گزینه «۴»

(عسین مفرومی)

با استفاده از رابطه بین دماهای فارنهایت و کلوین با دمای سلسیوس، داریم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta \quad (1)$$

$$T = 273 + \theta \Rightarrow \Delta T = \Delta\theta \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \Delta F = \frac{9}{5}\Delta T \Rightarrow -0.9F_1 = \frac{9}{5} \times (-7) \Rightarrow F_1 = 140^\circ F$$

بنابراین:

$$F_1 = \frac{9}{5}\theta_1 + 32 \Rightarrow 140 = \frac{9}{5}\theta_1 + 32 \Rightarrow \theta_1 = 60^\circ C$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه های ۸۳ تا ۸۶)

## ۱۱۳- گزینه «۱»

(رامین آرامش اصل)

با توجه به نمودار، به ازای تغییر دمای  $\Delta\theta = \theta - 0 = \theta$ ، تغییر طول میله A

برابر  $\Delta L_A = 12/8 - 12 = 0/8 \text{ cm}$  و تغییر طول میله B برابر

$\Delta L_B = 12/8 - 10 = 2/8 \text{ cm}$  است. بنابراین با استفاده از رابطه

$\Delta L = \alpha L_1 \Delta\theta$  می توان نوشت:

$$\frac{\Delta L_A}{\Delta L_B} = \frac{\alpha_A L_{1A} \Delta\theta_A}{\alpha_B L_{1B} \Delta\theta_B} \xrightarrow{L_{1A}=12\text{cm}, L_{1B}=10\text{cm}} \frac{\Delta\theta_A = \Delta\theta_B = \theta}{\alpha_A \times 12 \times \theta} = \frac{\alpha_B}{\alpha_A} = \frac{12 \times 2/8}{10 \times 0/8} = \frac{21}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{5}{21}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه های ۸۸ تا ۹۰)

## ۱۱۴- گزینه «۴»

(امیرحسین برادران)

ابتدا با یک تناسب ساده، میزان افزایش دمای میله را برحسب درجه سلسیوس به دست می آوریم:

$$150 = 110 - (-40) = \text{تغییر دمای دماسنج نامعلوم}$$

|                |                |
|----------------|----------------|
| ۱۰۰°C          | دماسنج سلسیوس  |
| ۱۱۰            | دماسنج نامعلوم |
| ۱۰۰°C          | ۱۵۰            |
| $\Delta\theta$ | ۶۰             |

$$\Rightarrow \Delta\theta = 60 \times \frac{100}{150} = \frac{600}{15} = 40^\circ C$$

اکنون ضریب انبساط طولی میله را در SI به دست می آوریم:  $\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta$

$$\frac{\Delta L = \frac{0.3}{100} L_1}{\Delta\theta = 40^\circ C} \rightarrow \frac{0.3}{100} L_1 = L_1 \times \alpha \times 40 \Rightarrow \alpha = \frac{3}{4} \times 10^{-4} \frac{1}{^\circ C}$$

$$\xrightarrow{1^\circ C = \frac{9}{5}^\circ F} \alpha = \frac{3}{4} \times 10^{-4} \times \frac{1}{\frac{9}{5}^\circ F} = \frac{3}{4} \times 10^{-4} \times \frac{5}{9} \frac{1}{^\circ F}$$

$$= \frac{5}{12} \times 10^{-4} \frac{1}{^\circ F}$$

$$\Rightarrow \text{ضریب انبساط سطحی} = 2\alpha = 2 \times \frac{5}{12} \times 10^{-4} = \frac{5}{6} \times 10^{-4} \frac{1}{^\circ F}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه های ۸۳ تا ۹۴)

## ۱۱۵- گزینه «۱»

(امیر پورسیف)

ابتدا با استفاده از رابطه تغییر طول در اثر انبساط گرمایی و با توجه به این که تغییر شعاع و تغییر دمای دو کره یکسان است، رابطه بین شعاع اولیه کره و هم چنین حجم ظاهری اولیه آن ها را می یابیم:

$$\Delta R_A = \Delta R_B \xrightarrow{\Delta R = \alpha R_1 \Delta\theta} \alpha_A R_{1A} \Delta\theta_A = \alpha_B R_{1B} \Delta\theta_B$$

$$\xrightarrow{\frac{\Delta\theta_A = \Delta\theta_B}{\alpha_A = \alpha_B}} R_{1A} = R_{1B} \xrightarrow{V_{\text{ظاهری}} = \frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$V_{1A} \text{ ظاهری} = V_{1B} \text{ ظاهری}$$

می بینیم حجم ظاهری دو کره با هم برابر است.



$$\boxed{\text{یخ } 0^\circ\text{C}} \xrightarrow{Q_1 = mL_F} \boxed{\text{آب } 0^\circ\text{C}} \xrightarrow{Q_2 = mc\Delta\theta} \boxed{\text{آب } 40^\circ\text{C}}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q = mL_F + mc\Delta\theta$$

$$\frac{L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}, c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}}{\Delta\theta = 40 - 0 = 40^\circ\text{C}}$$

$$Q = m \times 336000 + m \times 4200 \times 40 \Rightarrow Q = 504000 \times m$$

در نهایت با استفاده از رابطه توان خروجی، به صورت زیر،  $m$  را می یابیم:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{Q}{t} \quad t = \eta h = 7 \times 60 \times 60 \text{ s} \rightarrow 1200 = \frac{504000 \times m}{7 \times 60 \times 60}$$

$$\Rightarrow m = 6 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه های ۹۴ تا ۹۸ و ۱۰۳ تا ۱۰۴)

(عباس اصغری)

۱۱۷- گزینه «۱»

ابتدا، برای سادگی محاسبه، مقادیر یخ  $c$ ،  $L_F$  و  $L_V$  را برحسب آب  $c$

می نویسیم و با توجه به طرحواره زیر جرم آب را می یابیم. دقت کنید، چون در

نهایت  $2 \text{ kg}$  آب  $100^\circ\text{C}$  داریم، بنابراین نیمی از جرم اولیه یخ تبدیل به بخار

آب  $100^\circ\text{C}$  شده است.

$$L_F = 80^\circ\text{C} \text{ آب } c = \frac{c_{\text{آب}}}{2} \text{ و } L_V = 540^\circ\text{C}$$

$$\boxed{\text{یخ } -10^\circ\text{C}} \xrightarrow{mc \Delta\theta} \boxed{\text{یخ } 0^\circ\text{C}} \xrightarrow{mL_F} \boxed{\text{یخ } 0^\circ\text{C}}$$

$$\boxed{\text{آب } 0^\circ\text{C}} \xrightarrow{mc \Delta\theta'} \boxed{\text{آب } 100^\circ\text{C}} \xrightarrow{\frac{m}{2} \times L_V} \boxed{\text{بخار } 100^\circ\text{C}}$$

$$Q = mc \Delta\theta + mL_F + mc \Delta\theta' + \frac{m}{2} L_V$$

$$\frac{\Delta\theta = 10^\circ\text{C}, \Delta\theta' = 100^\circ\text{C}}{m = 4 \text{ kg}}$$

$$Q = 4 \left( \frac{c}{2} \times 10 + 80^\circ\text{C} \text{ آب } + 100^\circ\text{C} \text{ آب } + 540^\circ\text{C} \text{ آب } \times \frac{1}{2} \right) = 4 \times c \times 455$$

$$\Rightarrow Q = 1820^\circ\text{C} \text{ آب}$$

اکنون مشخص می کنیم گرمای داده شده به یخ، دمای چند کیلوگرم آب را

به اندازه  $35^\circ\text{C}$  افزایش می دهد:

اکنون با استفاده از رابطه  $Q = mc\Delta\theta$ ، رابطه بین جرم کره ها را پیدا

می کنیم، چون گرمای داده شده به کره ها با هم برابر و  $\Delta\theta_A = \frac{V}{\lambda} \Delta\theta_B$

می باشد، می توان نوشت:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B$$

$$\frac{\Delta\theta_A = \frac{V}{\lambda} \Delta\theta_B}{c_A = c_B} \rightarrow m_A \times \frac{V}{\lambda} = m_B$$

از طرف دیگر، بنا به رابطه  $m = \rho V$  و با توجه به این که در این رابطه  $V$

حجم واقعی است، می توان نوشت:

$$m_B = \frac{V}{\lambda} m_A \xrightarrow{m = \rho V} \rho_B V_B \text{ واقعی} = \frac{V}{\lambda} \rho_A V_A \text{ واقعی}$$

$$\xrightarrow{\rho_A = \rho_B} V_B \text{ واقعی} = \frac{V}{\lambda} V_A \text{ واقعی}$$

می بینیم، حجم واقعی کره  $B$  برابر حجم واقعی کره  $A$  است. چون کره  $A$

توپر است، حجم واقعی و ظاهری آن یکسان می باشد؛ بنابراین، حجم حفره

درون کره  $B$  برابر  $\frac{1}{\lambda}$  حجم ظاهری کره  $A$  است. یعنی:

$$V_{\text{حفره } B} = V_A - \frac{V}{\lambda} V_A = \frac{1}{\lambda} V_A \xrightarrow{V_A = \frac{4}{3} \pi R^3} V_{\text{حفره } B} = \frac{1}{\lambda} \times \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\xrightarrow{\frac{R = 12 \text{ cm}}{\pi = 3}} V_{\text{حفره } B} = \frac{1}{\lambda} \times \frac{4}{3} \times 3 \times 12^3 \Rightarrow V_{\text{حفره } B} = 864 \text{ cm}^3$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه های ۸۸ تا ۹۰ و ۹۴ تا ۹۹)

(عباس مواتب)

۱۱۶- گزینه «۴»

ابتدا با استفاده از تعریف بازده، توان خروجی گرمکن الکتریکی را می یابیم:

$$R_a = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow 60 = \frac{P_{\text{خروجی}}}{2000} \times 100$$

$$P_{\text{خروجی}} = 1200 \text{ W}$$

اکنون با توجه به طرحواره زیر، مقدار گرمای لازم برای تبدیل یخ  $0^\circ\text{C}$  به

آب  $40^\circ\text{C}$  را می یابیم:



(مصطفی کیانی)

۱۱۹- گزینه «۱»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست - در هر فرایند انتقال گرما، ممکن است هر سه سازوکار رسانش، همرفت و تابش گرمایی دخالت داشته باشند.

(۲) درست - در فلزات افزون بر ارتعاش‌های اتمی، الکترون‌های آزاد نیز در انتقال گرما نقش دارند اما سهم الکترون‌های آزاد در رسانش گرما بیشتر از اتم‌هاست.

(۳) درست - انتقال گرما در مایعات و گازها که معمولاً رساناهای گرمایی خوبی نیستند، عمدتاً به روش همرفت، یعنی همراه با جابه‌جایی بخشی از خود ماده، انجام می‌گیرد. این پدیده بر اثر کاهش چگالی شاره با افزایش دما صورت می‌گیرد.

(۴) درست - تابش گرمایی از سطح هر جسم علاوه بر دما به مساحت، میزان صیقلی بودن و رنگ سطح آن بستگی دارد. سطوح صاف و درخشان با رنگ‌های روشن تابش گرمایی کمتری دارند، در حالی که تابش گرمایی سطوح تیره، ناصاف و مات بیشتر است.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷)

(زهره آقاممدری)

۱۲۰- گزینه «۲»

چون حجم محفظه ثابت است، پس این فرایند در حجم ثابت صورت

می‌گیرد. طبق قانون گازهای آرمانی داریم:

$$PV = nRT$$

اگر در حجم ثابت دما و فشار تغییر کنند، می‌توان نوشت:

$$\Delta P = \frac{nR}{V} \Delta T \xrightarrow{\substack{n=0.5 \text{ mol}, V=8L=8 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \\ \Delta T=187-37=150^\circ\text{C}}} \Delta P = \frac{0.5 \times 8}{8 \times 10^{-3}} \times 150 = 75 \times 10^3 = 0.75 \times 10^5 \text{ Pa} = 0.75 \text{ atm}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

$$Q = m'c \Delta\theta \xrightarrow{\substack{Q=1820 \text{ J} \\ \Delta\theta=35^\circ\text{C}}} 1820 \text{ J} = m' \times c \times 35 \Rightarrow m' = 52 \text{ kg}$$

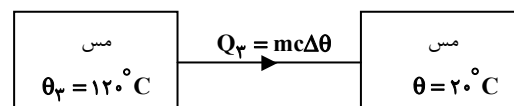
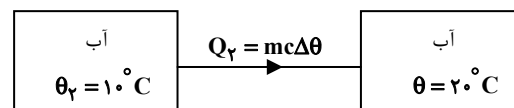
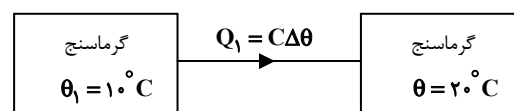
$$\Rightarrow m' = 52 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۱۱)

۱۱۸- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

با توجه به طرح‌واره زیر و استفاده از رابطه تعادل گرمایی، گرمای ویژه مس را می‌یابیم. دقت کنید، چون در ابتدا آب و گرماسنج در تعادل گرمایی‌اند، دمای اولیه گرماسنج و آب یکسان و برابر  $10^\circ\text{C}$  است.



$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow C(\theta - \theta_1) + m_2c(\theta - \theta_2) + m_3c(\theta - \theta_3) = 0$$

$$+m_3c(\theta - \theta_3) = 0$$

$$\xrightarrow{\substack{C_{\text{گرماسنج}} = 150 \frac{\text{J}}{\text{K}}, m_2 = 0.5 \text{ kg}, m_3 = 0.6 \text{ kg} \\ c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}}} \Rightarrow 150 \times (20 - 10) + 0.5 \times 4200 \times (20 - 10) + 0.6 \times c \times (20 - 120) = 0$$

$$\Rightarrow 1500 + 21000 = 60c \Rightarrow 22500 = 60c \Rightarrow c = 375 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$\Rightarrow c = 375 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۲)



## فیزیک ۳

۱۲۱- گزینه «۲»

(عباس اصغری)

شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان برابر با سرعت لحظه‌ای متحرک است. با استفاده از رابطه سرعت لحظه‌ای که در این جا برابر شیب خط مماس بر نمودار در لحظه  $t = 20\text{ s}$  است، مکان متحرک در لحظه  $t = 20\text{ s}$  را به دست می‌آوریم.

$$v_{t=20\text{s}} = \frac{x_{t=20\text{s}} - 0}{20 - 15} \quad v_{t=20\text{s}} = 2/4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow x_{t=20\text{s}} = 12\text{m}$$

اکنون تندی متوسط متحرک را در  $20\text{ s}$  اول حرکت به دست می‌آوریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{|-3-5| + |12-(-3)|}{20} = 1/15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۱۲۲- گزینه «۳»

(عباس اصغری)

ابتدا معادله حرکت متحرک‌های A و B را می‌یابیم. به همین منظور باید سرعت و مکان اولیه آن‌ها را حساب کنیم. دقت کنید، ثانیه دوم، بازه زمانی  $t_1 = 1\text{ s}$  تا  $t_2 = 2\text{ s}$  و  $t_3 = 4\text{ s}$  تا  $t_4 = 8\text{ s}$  است. برای متحرک A می‌توان نوشت:

$$v_A = v_{av,A} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \xrightarrow{x_2=0, x_1=-20\text{m}}$$

$$v_A = \frac{0 - (-20)}{2 - 1} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x_A = v_A t + x_{A,0} \xrightarrow{t_2=2\text{s}, x_2=0} 0 = 20 \times 2 + x_{A,0} \Rightarrow x_{A,0} = -40\text{m}$$

بنابراین معادله حرکت متحرک A برابر است با:

$$x_A = 20t - 40$$

برای متحرک B می‌توان نوشت:

$$v_B = v_{av,B} = \frac{x'_2 - x'_1}{t'_2 - t'_1} \xrightarrow{x'_1=60\text{m}, x'_2=20\text{m}} v_B = \frac{20 - 60}{8 - 4} = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x_B = v_B t + x_{B,0} \xrightarrow{t'_1=4\text{s}} 60 = (-10 \times 4) + x_{B,0} \Rightarrow x_{B,0} = 100\text{m}$$

بنابراین معادله حرکت متحرک B برابر است با:

$$x_B = -10t + 100$$

در آخر، وقتی دو متحرک در یک مکان باشند،  $x_A = x_B$  است. بنابراین داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow 20t - 40 = -10t + 100 \Rightarrow 30t = 140 \Rightarrow t = \frac{14}{3}\text{ s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۲۳- گزینه «۱»

(میثم رشتیان)

با داشتن  $a$ ،  $v_0$  و  $v$ ، از معادله سرعت - جابه‌جایی (مستقل از زمان) استفاده می‌کنیم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_0=0, v=16 \frac{\text{m}}{\text{s}}, a=4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} 16^2 - 0 = 2 \times 4 \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 32\text{m}$$

$$\xrightarrow{x_0=0} x = 32\text{m}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۱)

۱۲۴- گزینه «۱»

(مهمرب علی راست‌پیمان)

اگر کل زمان سقوط گلوله را  $t$  ثانیه فرض کنیم، با فرض در نظر گرفتن محل رها شدن گلوله به عنوان مبدأ مکان و جهت پایین به عنوان جهت مثبت، جابه‌جایی گلوله در  $2$  ثانیه اول و  $2$  ثانیه آخر حرکت برابر است با:

$$y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{1}{2}g \times 2^2 \Rightarrow y_1 = \frac{1}{2}g \times 4$$

$$y_t - y_{t-2} = \frac{1}{2}g[t^2 - (t-2)^2]$$

طبق فرض سؤال، داریم:

$$\frac{1}{2}g[t^2 - (t-2)^2] = 6 \times \frac{1}{2}g \times 4 \Rightarrow t = 7\text{ s}$$

بنابراین تندی گلوله در لحظه برخورد به زمین برابر است با:

$$v = gt = 10 \times 7 \Rightarrow v = 70 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۲۵- گزینه «۱»

(رامین شادلوئی)

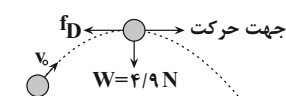
گلوله اول  $2$  ثانیه زودتر حرکت کرده، یعنی  $2$  ثانیه بیشتر در راه بوده است.

$$t_1 = (t_2 + 2)\text{ s} \quad (\text{I})$$



$$F_{\text{net}} = ma$$

$$F_{\text{net}} = \sqrt{f_D^2 + W^2}$$



$$ma = \sqrt{f_D^2 + W^2} \quad \begin{matrix} a = 8/5 \frac{m}{s^2}, m = 60 \cdot 0.6 kg \\ W = 4/9 N \end{matrix}$$

$$0.6 \times 8/5 = \sqrt{f_D^2 + 4/9^2}$$

$$\Rightarrow 5/1^2 - 4/9^2 = f_D^2 \Rightarrow (5/1 - 4/9)(5/1 + 4/9) = f_D^2$$

$$\Rightarrow f_D^2 = 0.2 \times 10 = 2 \Rightarrow f_D = \sqrt{2} N \Rightarrow \vec{f}_D = -\sqrt{2} \hat{i} (N)$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۱۲۸- گزینه «۲» (امیرمسین برادران)

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \quad \frac{\vec{a}' = -\vec{a}}{m' = 2m} \Rightarrow \vec{F}'_{\text{net}} = -6m\vec{a}$$

$$\frac{\vec{F}'_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2}{F_1 = m\vec{a}} \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -6\vec{F}_1 \Rightarrow \vec{F}_2 = -7\vec{F}_1$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۱۲۹- گزینه «۲» (زهره آقاممدری)

طبق قانون اول نیوتون، هرگاه نیروهای وارد بر جسمی متوازن باشند، اگر جسم ساکن باشد همچنان ساکن باقی می‌ماند و اگر در حال حرکت باشد، سرعت جسم تغییر نمی‌کند و ثابت می‌ماند. به این خاصیت اجسام که میل دارند وضعیت حرکت خود را هنگامی که نیروی خالص وارد بر آن‌ها صفر است، حفظ کنند، لختی می‌گویند.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۱۳۰- گزینه «۲» (مسین ناصبی)

ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون، برآیند نیروها (نیروی خالص) را می‌یابیم:

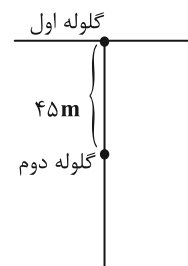
$$F_{\text{net}} = ma \quad \begin{matrix} m = 2 kg \\ a = 8/5 \frac{m}{s^2} \end{matrix} \Rightarrow F_{\text{net}} = 2 \times 8/5 = 17 N$$

اکنون می‌توان نیروی  $F_2$  را به دست آورد. چون دو نیروی  $F_1$  و  $F_2$  برهم عمودند، می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net}}^2 = F_1^2 + F_2^2 \quad \begin{matrix} F_1 = 8 N \\ F_{\text{net}} = 17 N \end{matrix} \Rightarrow 289 = 64 + F_2^2$$

$$\Rightarrow F_2^2 = 225 \Rightarrow F_2 = 15 N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)



در ضمن، مکان گلوله اول ۴۵ متر، بالاتر بوده  $(y_1 = y_2 + 45m)$  و جهت مثبت را رو به پایین فرض می‌کنیم.

$$y_1 = y_2 + 45 \Rightarrow \frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{1}{2}gt_2^2 + 45$$

$$(I) \Rightarrow 5(t_2 + 2)^2 = 5t_2^2 + 45 \Rightarrow t_2^2 + 4t_2 + 4 = t_2^2 + 9$$

$$\Rightarrow t_2 = 1/25 s \Rightarrow t_1 = t_2 + 2 \Rightarrow t_1 = 1/25 + 2 = 3/25 s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۲۶- گزینه «۲» (عباس اصغری)

گزینه «۱»: نادرست. نیروهای کنش و واکنش به دو جسم متفاوت اثر می‌کنند، بنابراین نمی‌توان از آن‌ها برآیند گرفت.

گزینه «۲»: درست. به گلوله‌ای که در هوا سقوط می‌کند، نیروهای مقاومت هوا و نیروی وزن از جانب هوا و زمین وارد می‌شود؛ بنابراین واکنش این نیروها به هوا و زمین وارد خواهد شد.

گزینه «۳»: نادرست. وزن گلدان به خود گلدان وارد می‌شود.

گزینه «۴»: نادرست. نیروی وزن هر جسمی، نیروی گرانشی است که زمین به آن جسم وارد می‌کند، به عبارتی، وزن هر جسمی به خود آن جسم وارد می‌شود و عکس‌العمل آن نیز به زمین وارد می‌شود.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۱۲۷- گزینه «۴» (زهره آقاممدری)

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را در بالاترین نقطه مسیر رسم می‌کنیم. با توجه به اینکه نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت توپ است، در بالاترین نقطه مسیر، جهت نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت محور X خواهد شد. بنابراین، با توجه به قانون دوم نیوتون، بزرگی نیروی  $f_D$  را محاسبه می‌کنیم:



## شیمی ۲

## ۱۳۱- گزینه «۲»

(امین نوری)

فقط مورد (پ) درست است.

بررسی موارد نادرست:

(آ) آلکن‌ها مولکول‌هایی سیر نشده هستند و با محلول قرمز رنگ برم واکنش

داده و باعث کاهش رنگ قرمز آن می‌شوند. همچنین محلول پتاسیم

پرمنگنات در واکنش با اسیدهای آلی در دمای بالا به سرعت بی‌رنگ می‌شود.

(ب) انفجار واکنش شیمیایی بسیار سریعی است که در آن از مقدار کمی ماده

منفجر شونده به حالت جامد یا مایع، حجم زیادی از گازهای داغ تولید

می‌شود.

(ت) استیک اسید با فرمول  $\text{CH}_3\text{COOH}$  دارای ۲ اتم کربن است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۴۰، ۴۱، ۷۷ تا ۸۰، ۸۳ و ۸۴)

## ۱۳۲- گزینه «۳»

(عین‌اله ابوالفتی)

همانطور که وجود پوست در خشکبار مانع از رسیدن اکسیژن به مواد

واکنش دهنده می‌شود، نگهداری فلزات گروه اول زیر نفت نیز مانع از رسیدن

اکسیژن به مواد واکنش دهنده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: ((الیاف آهن در هوا نمی‌سوزد ولی در ارلن پر از اکسیژن

می‌سوزد)) بیانگر تأثیر غلظت بالای اکسیژن در ارلن است در حالی که احتمال

آتش‌سوزی در انبار گندم به دلیل سطح تماس کمتر اکسیژن با گندم، کمتر

از انبار آرد است.

گزینه «۲»: سدیم به دلیل واکنش پذیری بیشتر، در شرایط یکسان سریعتر از

منیزیم با محلول نیم‌مولار هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهد.

گزینه «۴»: مورد اول همان‌طوری که اشاره شد به تأثیر سطح تماس اشاره

دارد ولی مورد دوم به تأثیر غلظت (زیر آب غلظت اکسیژن خیلی کمتر از

هوای آزاد است) اشاره دارد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۸، ۸۲ و ۸۳)

## ۱۳۳- گزینه «۲»

(حسن رحمتی‌کولنده)

فقط مورد (ت) نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) رادیکال، گونه فعال و ناپایداری است که در ساختار خود، الکترون

جفت‌نشده دارد، در واقع محتوی اتم یا اتم‌هایی است که از قاعده هشت‌تایی

پیروی نمی‌کنند.

(ب و پ) سبزیجات و میوه‌ها محتوی ترکیب‌های آلی سیر نشده‌ای به نام

ریز مغذی‌ها هستند، ترکیب‌هایی که در حفظ سلامت بافت‌ها و اندام‌ها

دخالت دارند و برخی از آن‌ها به عنوان بازدارنده از انجام واکنش‌های

ناخواسته به دلیل حضور رادیکال‌ها جلوگیری می‌کنند. لیکوپن نمونه‌ای از

بازدارنده‌ها می‌باشد که در گوجه‌فرنگی و هندوانه وجود دارد.

(ت) با ریزتر کردن ذرات حجم تغییر نمی‌کند اما با افزایش سطح تماس

ذرات، سرعت واکنش سوختن زغال افزایش می‌یابد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۴، ۸۵ و ۹۱)



## ۱۳۴ - گزینه «۱»

(سوراب صادقی زاده)

فقط مورد آخر درست است.

بررسی موارد:

مورد اول) غلظت مواد جامد و مایع خالص در طول واکنش ثابت است و تغییر نمی‌کند. (نادرست)

مورد دوم) روند تغییرات مول واکنش‌دهنده‌ها، سرعت تولید فراورده‌ها و تغییرات غلظت فراورده‌ها نزولی است. دقت کنید که غلظت فراورده‌ها صعودی است ولی تغییرات غلظت و سرعت تولید فراورده‌ها نزولی است. (نادرست)

مورد سوم) C فراورده واکنش است و به کار بردن عبارت سرعت مصرف برای آن نادرست است. (نادرست)

مورد چهارم) سرعت واکنش از تقسیم کردن سرعت مصرف یا تولید مواد شرکت‌کننده بر ضریب استوکیومتری آن‌ها در واکنش موازنه‌شده به دست می‌آید، بنابراین سرعت واکنش با سرعت تولید C برابر و  $\frac{1}{3}$  سرعت مصرف A است. (نادرست)

مورد پنجم) با توجه به ضرایب مواد A و D داریم:  $\frac{-\Delta[A]}{3\Delta t} = \frac{\Delta[D]}{4\Delta t}$  (درست)

(شیمی ۲- در پی غزای سالم: صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰ و ۹۳)

## ۱۳۵ - گزینه «۳»

(اکبر هنرمند)

موارد اول، دوم و سوم درست‌اند.

عبارت اول: کاتالیزگر بر حجم گاز  $O_2$  اثری ندارد بلکه زمان رسیدن به مقدار مشخصی از آن را کوتاه می‌کند.

عبارت دوم: در ظرف A، با افزودن کاتالیزگر و افزایش دما، سرعت واکنش بیشتر افزایش پیدا می‌کند.

عبارت سوم: از آنجا که آنتالپی واکنش تابع مقادیر واکنش‌دهنده است، پس با نصف شدن مقدار مول  $H_2O_2$ ، گرمای آزاد شده نیز نصف خواهد شد.

عبارت چهارم: سرعت متوسط واکنش در ظرف A بیش‌تر است، اما با توجه به این‌که ضریب  $H_2O$  در معادله واکنش دو برابر  $O_2$  است، نمی‌توان به‌طور قطع گفت که سرعت تولید  $O_2$  در ظرف A بیش‌تر از سرعت تولید  $H_2O$  در ظرف B است.

(شیمی ۲- در پی غزای سالم: صفحه‌های ۸۰، ۸۱، ۸۳ و ۹۰)

## ۱۳۶ - گزینه «۱»

(یعنام قازانیایی)

ابتدا باید واکنش را موازنه کنیم:

پس باید حجم گاز  $Cl_2$  تولید شده در زمان مورد نظر را حساب کنیم. کافیاست مول به ضریب  $HCl$  و  $Cl_2$  را برابر هم قرار بدیم:

$$2000g \text{ محلول} \times \frac{3500g HCl}{100g \text{ محلول}} \times \frac{1 \text{ mol } HCl}{36.5g HCl} \times \frac{1 \text{ mol } Cl_2}{4 \text{ mol } HCl} \times \frac{22400 \text{ mL } Cl_2}{1 \text{ mol } Cl_2} \times \frac{75}{100} = 805 / 5 \text{ mL } Cl_2$$

این حجم گاز کلر در مدت ۱۰ دقیقه (۱۰×۶۰ ثانیه) حاصل شده است.

$$\Rightarrow R_{Cl_2} = \frac{805 / 5 \text{ mL}}{10 \times 60 (s)} \simeq 1 / 3 \frac{\text{mL}}{s}$$

(شیمی ۲- در پی غزای سالم: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰، ۹۲ و ۹۳)

## ۱۳۷ - گزینه «۱»

(مهمر فائزینیا)

مقدار  $N_2O_5$  مصرف شده طی یک ساعت انجام واکنش برابر است با:

$$28g O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32g O_2} \times \frac{2 \text{ mol } N_2O_5}{1 \text{ mol } O_2} \times \frac{108g N_2O_5}{1 \text{ mol } N_2O_5} = 189g N_2O_5$$

لذا مقدار اولیه  $N_2O_5$  برابر است با:

$$189 + 56 = 245g N_2O_5$$

هر ۲۰ دقیقه سرعت واکنش ۵۰٪ کاهش می‌یابد، یعنی مقدار فرآورده

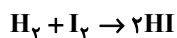
تولیدی در هر ۲۰ دقیقه، نصف مقدار فرآورده تولیدی در ۲۰ دقیقه قبل

است، لذا داریم:



(ارژنگ خانلری)

۱۳۹- گزینه «۱»



$$\bar{R}_{H_2} = \bar{R}_{H_2} \quad t = 20 \text{ min تا } t = 40 \text{ min}$$

$$\bar{R}_{H_2} = \frac{-\Delta n_{H_2}}{V \cdot \Delta t} = \frac{-(5-6)(0/5) \text{ mol}}{2L \times \frac{20}{60} \text{ h}} = 0/75 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot h^{-1}$$

$$t = 0 \text{ min تا } t = 40 \text{ min}$$

$$\bar{R}_{H_2} = \frac{-\Delta n_{H_2}}{V \cdot \Delta t} = \frac{-(5-8)(0/5) \text{ mol}}{2L \times \frac{40}{60} \text{ h}}$$

$$= 1/125 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot h^{-1}$$

$$\frac{\bar{R}_{H_2} (t = 20 \text{ min تا } t = 40 \text{ min})}{\bar{R}_{H_2} (t = 0 \text{ min تا } t = 40 \text{ min})} = \frac{0/75}{1/125} \approx 0/66$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰، ۹۲ و ۹۳)

(جهان شاهی بیکباغی)

۱۴۰- گزینه «۴»

بررسی برخی از گزینه‌ها؛

گزینه «۲»: لیکوپین با جذب رادیکال‌ها فعالیت آن‌ها را کاهش می‌دهد.

گزینه «۴»: نگهدارنده‌ها سرعت واکنش‌هایی که منجر به فساد مواد غذایی

می‌شوند را کاهش می‌دهند و نه اینکه آن‌ها را متوقف کنند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۳، ۸۴، ۹۱، ۹۲، ۹۴ و ۹۵)

| زمان (دقیقه)      | ۰-۲۰ | ۲۰-۴۰  | ۴۰-۶۰   |
|-------------------|------|--------|---------|
| مول تولیدی $O_2$  | $Z$  | $0/5Z$ | $0/25Z$ |
| مول تولیدی $NO_2$ | $4Z$ | $2Z$   | $Z$     |

با توجه به جرم اکسیژن در انتهای واکنش، مقدار  $Z$  را به دست می‌آوریم؛

$$(Z + 0/5Z + 0/25Z) \text{ mol } O_2 \times \frac{32 \text{ g } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 28 \text{ g } O_2$$

$$\Rightarrow Z = 0/5 \text{ mol}$$

بنابراین مقدار گرم  $NO_2$  تولید شده در ۲۰ دقیقه دوم واکنش برابر است با؛

$$2Z \times \frac{0/5 \text{ mol } NO_2}{Z} \times \frac{46 \text{ g } NO_2}{1 \text{ mol } NO_2} = 46 \text{ g } NO_2$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰، ۹۲ و ۹۳)

۱۳۸- گزینه «۲»

(مسعود طبرسا)

جدول تغییرات مول مواد شرکت‌کننده در واکنش به صورت زیر است؛

|                    | $2A \rightarrow B + 2C$ |      |
|--------------------|-------------------------|------|
| اولیه              | $a$                     | $0$  |
| تغییرات            | $-2x$                   | $+x$ |
| نهایی (باقی‌مانده) | $a-2x$                  | $x$  |

$$\bar{R}_A = \frac{-\Delta n_A}{\Delta t} \Rightarrow 0/1 = \frac{-\Delta n_A}{50} \Rightarrow \Delta n_A = -50 \text{ mol } A$$

$$2x = 50 \text{ mol} \Rightarrow x = 25 \text{ mol}$$

$$\text{مول کل باقی‌مانده} = a - 2x + x + 2x = a + x = a + 25/5$$

$$a + 25/5 = 8/7 \Rightarrow a = 6/2 \text{ mol}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰)

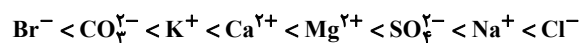


شیمی ۱

۱۴۱- گزینه «۱»

(مسئله رسمتی کوندره)

مقایسه غلظت برخی یون‌های حل شده در آب دریا به صورت زیر است:

بنابراین غلظت کاتیون  $\text{Ca}^{2+}$ ، بیشتر از غلظت کاتیون  $\text{K}^+$  است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

۱۴۲- گزینه «۲»

(مسئله عیسی زاده)

نسبت شمار کاتیون به آنیون در باریم فسفات  $(\text{Ba}_3(\text{PO}_4)_2)$  برابر  $\frac{3}{2}$ 

است. نسبت شمار آنیون به کاتیون در هریک از ترکیبات عبارتند از:

|                   |                   |                   |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| (آ) $\frac{3}{2}$ | (ب) $\frac{3}{1}$ | (پ) $\frac{2}{3}$ |
| (ت) $\frac{3}{2}$ | (ث) $\frac{3}{2}$ | (ج) $\frac{2}{3}$ |

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۸۹، ۹۰، ۹۱ و ۹۲)

۱۴۳- گزینه «۳»

(مسعود طبرسا)

تنها عبارت (ت) نادرست است؛ چگالی گازها با دما رابطه عکس دارد.

$$\frac{d_2}{d_1} \propto \frac{V_1}{V_2}, \quad \frac{V_1}{V_2} \propto \frac{T_1}{T_2}, \quad \frac{d_2}{d_1} \propto \frac{T_1}{T_2}$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۱۴۴- گزینه «۴»

(امیرمقتر سعیری)

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1/2 = \frac{m}{4} \Rightarrow m = 4/8g$$

$$\frac{\%w}{w} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow 25 = \frac{xg \text{ NaOH}}{4/8} \times 100$$

$$\Rightarrow xg \text{ NaOH} = 1/2g$$

$$?g \text{ Na}^+ = 1/2g \text{ NaOH} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{40g \text{ NaOH}} \times \frac{1 \text{ mol Na}^+}{1 \text{ mol NaOH}}$$

$$\times \frac{23g \text{ Na}^+}{1 \text{ mol Na}^+} = 0/69g \text{ Na}^+$$

$$\Rightarrow \text{ppm} = \frac{\text{جرم Na}^+}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{0/69}{920} \times 10^6 = 0/75 \times 10^3 = 750 \text{ ppm Na}^+$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۴)

۱۴۵- گزینه «۱»

(امیرعلی بیات)

هر شبانه‌روز از  $24 \times 60 \text{ min}$  تشکیل شده است:

$$? \text{ mol O}_2 = 24h \times \frac{60 \text{ min}}{1h} \times \frac{17 \text{ بار تنفس}}{1 \text{ min}} \times \frac{0/5 \text{ Lit}}{1 \text{ بار تنفس}}$$

$$\times \frac{20 \text{ Lit O}_2 \text{ داخل ریه}}{100 \text{ Lit هوا}} \times \frac{5 \text{ Lit O}_2 \text{ جذب}}{100 \text{ Lit O}_2 \text{ داخل ریه}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol O}_2}{22/4 \text{ Lit O}_2} \approx 5/5 \text{ mol O}_2 \text{ جذب می‌شود}$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

۱۴۶- گزینه «۲»

(آرمان اکبری)

فقط مورد (آ) درست است.

بررسی موارد:

مورد (آ): مطابق جدول صفحه ۸۷ کتاب درسی، انتظار داریم در یک نمونه

آب دریا غلظت  $\text{Mg}^{2+}$  بیشتر از  $\text{Ca}^{2+}$  باشد، پس با رسوب دادن همزماناین دو یون، غلظت  $\text{Ca}^{2+}$ ، زودتر به صفر می‌رسد.



عبارت (ب): نادرست. در محلول‌های آبی، حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی مانند رنگ و غلظت در سرتاسر محلول، یکسان و یکنواخت است.

عبارت (پ): نادرست. اتیلن گلیکول (ضدیخ) و محلول آبی گلاب، انحلال مولکولی دارند، از این رو با حل شدن در آب، یون تولید نمی‌کنند.

عبارت (ت): درست. خواص محلول‌ها به خواص حلال، حل‌شونده و مقدار هریک از آن‌ها بستگی دارد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

(امیرعلی بیات)

۱۴۹- گزینه «۳»

مطابق ساختارهای لوئیس کشیده شده شمار الکترون‌های ناپیوندی و پیوندی  $O_3$  از  $O_3$  بیشتر است. نقطه جوش اوزون  $112^\circ$  - درجه سانتی‌گراد می‌باشد که از  $O_3$  بیشتر است ( $-183^\circ C$ ). اما به دلیل ناپایداری  $O_3$  واکنش‌پذیری آن از  $O_2$  بیشتر است.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

(مسعود جعفری)

۱۵۰- گزینه «۳»

درصد جرمی نفتالن را برابر  $a$  در نظر می‌گیریم:

$$?gH = 200g \text{ محلول} \times \frac{agC_{10}H_8}{100g \text{ محلول}} \times \frac{128gC_{10}H_8}{128gC_{10}H_8} = \frac{a}{100}gH$$

$$?gH = 200g \text{ محلول} \times \frac{(100-a)gC_7H_8}{100g \text{ محلول}}$$

$$\times \frac{128gH}{128gC_7H_8} = \frac{4(100-a)}{23}gH$$

$$14/75g = \frac{a}{100}g + \frac{4(100-a)}{23}g \rightarrow 1357 = 11/5a + 1600 - 16a$$

$$\Rightarrow a = 54\%$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه ۹۶)

مورد (ب): 
$$\frac{18g}{(18+46)g} \times 100 \approx 28\%$$
 درصد جرمی آب

مورد (پ): برای تهیه فلز منیزیم، کلرید آن را با تبلور به‌دست نمی‌آورند، بلکه نخست آن را به‌صورت  $Mg(OH)_2$  رسوب می‌دهند و سپس به  $MgCl_2$  مایع تبدیل و با جریان برق جداسازی می‌کنند.

مورد (ت): تعاملات بخش‌های سازنده زمین به‌صورت فیزیکی و شیمیایی است و نه صرفاً فیزیکی.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۸۶، ۸۷، ۹۶ و ۹۸)

(میرحسن حسینی)

۱۴۷- گزینه «۳»

$$100 \times \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} = \text{درصد جرمی}$$

$$\left. \begin{aligned} 20 &= \frac{x}{45} \times 100 \Rightarrow x = 9g \text{ MgCl}_2 \\ \text{محلول اولیه} \\ \text{جرم حلال} &= 45 - 9 = 36g \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{1}{9} \times 9 = 1g \Rightarrow \text{جرم جدید حل‌شونده} = 9 + 1 = 10g \text{ MgCl}_2$$

$$\frac{1}{10} \times 36 = 3/6 \Rightarrow \text{جرم جدید حلال} = 36 - 3/6 = 32/4g \text{ H}_2\text{O}$$

$$\Rightarrow \text{درصد جرمی محلول جدید} = \frac{10g}{(32/4 + 10)} \times 100$$

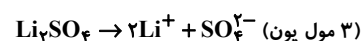
$$= \frac{10}{42/4} \times 100 \approx 95\%$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه ۹۶)

(عبدالرضا دافخواه)

۱۴۸- گزینه «۱»

عبارت (آ): درست.





## شیمی ۲

## ۱۵۱- گزینه «۳»

(شمیررضا تقی‌لو)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: H متصل به گروه کربوکسیل آن‌ها می‌تواند به صورت یون هیدرونیوم وارد محلول شود.

گزینه «۲»: در سامانه‌های تعادلی غلظت واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها در لحظه تعادل ثابت است. (نه لزوماً برابر!)

گزینه «۴»: قدرت اسیدی تابع غلظت نیست و فقط از روی ثابت یونش اسیدی ( $K_a$ ) مقایسه می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۲۴)

## ۱۵۲- گزینه «۱»

(سراسری تبریزی ۸۴)

با توجه به شکل ۲ ماده ( $SO_2$  و  $O_2$ ) در حال مصرف شدن هستند، پس واکنش‌دهنده بوده و باید در سمت چپ معادله واکنش باشند (رد گزینه ۲ و ۳)، همچنین مقدار عددی K به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$K = \frac{[SO_2]^2}{[SO_2]^2 \times [O_2]} = \frac{(0/06)^2}{(0/2)^2 \times 0/2} = 0/2 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه ۲۲)

## ۱۵۳- گزینه «۳»

(مهمدرضا یوسفی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: پاک‌کننده‌های غیرصابونی در صنعت و با استفاده از مواد پتروشیمیایی و طی واکنش‌های پیچیده‌ای تولید می‌شوند.

گزینه «۲»:

پاک‌کننده غیرصابونی:  $C_{19}H_{31}SO_4Na = 362 \text{ g.mol}^{-1}$

پاک‌کننده صابونی:  $C_{17}H_{35}COONa = 306 \text{ g.mol}^{-1}$

گزینه «۳»: نیروی بین مولکولی غالب در اتیلن‌گلیکول از نوع پیوند هیدروژنی بوده که در پاک‌کننده غیرصابونی وجود ندارد.

گزینه «۴»: با اضافه کردن صابون یا پاک‌کننده غیرصابونی به مخلوط آب و روغن، یک کلوئید پدید می‌آید که ناهمگن و پایدار بوده و قابلیت پخش نور را دارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۳)

## ۱۵۴- گزینه «۳»

(غرزاد نبغی‌کرمی)

بررسی موارد:

(آ) اسیدهایی همانند فورمیک‌اسید و استیک‌اسید و بسیاری از اسیدهای دیگر تک‌پروتون‌دار هستند ولی تعداد اتم‌های هیدروژن در ساختار آن‌ها بیش از یک عدد می‌باشد.

(ب) درجه یونش برابر شمار مولکول‌های اسید یونیده شده به شمار کل مولکول‌های اولیه است.

(پ) ثابت یونش تنها با دما تغییر می‌کند.

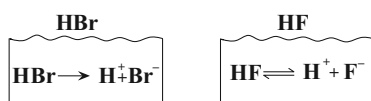
(ت) HF اسیدی ضعیف است و دارای ثابت یونش و درجه یونش کمی است و تعداد مولکول‌هایی از آن که یونش می‌یابند، کم است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۲۳)

## ۱۵۵- گزینه «۱»

(حامد رمضانیان)

فقط مورد (پ) برابر نمی‌باشد.



$$\text{pH} = 4$$

$$[\text{H}^+] = 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-10} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{Br}^-] = 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = 4$$

$$[\text{H}^+] = 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-10} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{F}^-] = 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به رابطه  $[\text{H}^+] = M \cdot \alpha$ ، در می‌یابیم غلظت اولیه HBr برابر

غلظت نهایی  $\text{H}^+$  یعنی  $10^{-4}$  مولار است. (چون HBr یک اسید قوی

است) ( $\alpha \approx 1$ ). اما محلول HF که یک اسید ضعیف است، غلیظ‌تر بوده

که تنها مقدار یونیده شده آن  $10^{-4}$  مولار است. بنابراین در واکنش با منیزیم حجم گاز آزاد شده از محلول HF بیشتر از HBr خواهد بود.

توجه: سرعت واکنش در نخستین لحظه فقط به غلظت  $\text{H}^+$  در نخستین لحظه وابسته است و تابع مستقیم قدرت اسید نیست. بنابراین سرعت واکنش با Mg برای هر دو در نخستین لحظه برابر است.

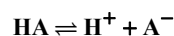
(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۸)



۱۵۶ - گزینه «۴»

(مسعود طبرسا)

الگوی یونش اسیدهای ضعیف به صورت زیر است:



|              |     |    |    |
|--------------|-----|----|----|
| غلظت اولیه   | M   | ۰  | ۰  |
| تغییرات غلظت | -x  | +x | +x |
| غلظت نهایی   | M-x | x  | x  |

$$\Rightarrow \begin{cases} M-x=175 \\ M=200 \rightarrow 200-x=175 \\ \Rightarrow x=25 \end{cases}$$

$\downarrow$   $\downarrow$   
 یون‌های حاصل مولکول‌های  
 یونیده نشده

$$\alpha = \frac{\text{تعداد مولکول‌های یونیده شده}}{\text{تعداد مولکول‌های اولیه}} \Rightarrow \alpha = \frac{25}{200} = \frac{1}{8}$$

$$\alpha_{\text{اولیه}} = \frac{[H^+]}{[HA]} \Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{[H^+]}{0.04} \Rightarrow [H^+] = 5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow pH = -\log 5 \times 10^{-3}$$

$$= -(\log 5 + \log 10^{-3}) = -(0.7 - 3) = 2.3$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۶، ۱۸، ۱۹، ۲۲، ۲۴ و ۲۵)

۱۵۷ - گزینه «۳»

(سینا رمضانی تبار)

قدرت اسیدی  $HNO_3$  از  $HNO_2$  بیشتر بوده و ثابت یونش آن بزرگتر است. در نتیجه میزان یون هیدرونیوم بیشتری در محلول آن وجود داشته و خاصیت اسیدی آن بیشتر و pH محلول آن کمتر است.

(در محلول اسیدهای قوی، تقریباً مولکول‌های اسید یونیده نشده یافت نمی‌شوند.)

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵)

۱۵۸ - گزینه «۱»

(امیرمسین طیبی)

تنها مورد پنجم درست است. بررسی همه موارد:

مورد اول: ذرات سازنده ترکیبات مولکولی، اتم‌ها هستند نه یون‌ها! ترکیب مولکولی، یون سازنده ندارد؛ تعریف درست یونش، به فرایندی که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل می‌شود یونش می‌گویند. مورد دوم: قدرت اسیدی به  $K_a$  بستگی دارد و رسانایی نیز به غلظت یون‌های موجود در محلول بستگی دارد. ممکن است مولاریته اولیه یک اسید ضعیف آتدیری زیاد باشد که غلظت یون‌ها و رسانایی آن از محلول اسیدی که  $K_a$  بیشتری دارد نیز بیشتر شود.

مورد سوم: می‌توان نتیجه گرفت در غلظت ثابت هر چه  $K_a$  بزرگ‌تر باشد درجه یونش نیز بزرگ‌تر است. اما به این معنا نیست که  $K_a$  بیشتر به‌طور حتم باعث  $\alpha$  بیشتر شود. در صورتی این قضیه صادق است که غلظت دو محلول برابر باشد.

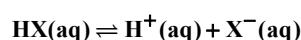
مورد چهارم: در سامانه‌های تعادلی، پس از برقراری تعادل نیز واکنش‌های رفت و برگشت با سرعت یکسان در حال انجام هستند.

مورد پنجم: نظریه آرنیوس درباره اسیدها و بازهای محلول در آب می‌تواند توضیح دهد. در این واکنش  $HCl$  و  $NH_3$  حالت فیزیکی گازی دارد و در نظریه آرنیوس، بحث نمی‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۴، ۱۵ و ۱۸ تا ۲۴)

۱۵۹ - گزینه «۲»

(امیر ماتیان)



$$K_a = \frac{[H^+] \times [X^-]}{[HX]} = \frac{4/25 \times 10^{-3} \times 4/25 \times 10^{-3}}{0.04 - 4/25 \times 10^{-3}}$$

قابل صرف نظر کردن

$$\simeq 4/5 \times 10^{-5} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} [H^+] = a \times 10^{-b} \\ pH = b - \log a \end{cases}$$

$$[H^+] = 4/25 \times 10^{-3} \Rightarrow \begin{cases} pH = 3 - \log_{10}^{4/25} = 3 - (\log_{10}^4 + \log_{10}^{1/25}) \\ pH = 3 - (0.7 - 0.07) = 2.37 \end{cases}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۸)

۱۶۰ - گزینه «۱»

(امیرمسین معروفی)

$$\text{ظرف ۱: } pH = 3/7 \Rightarrow [H^+] = 10^{-3/7} = 10^{-4} \times 10^{1/7}$$

$$= 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} = M\alpha$$

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \Rightarrow 2 \times 10^{-5} = \frac{M \cdot \alpha \cdot \alpha}{1-\alpha} = \frac{2 \times 10^{-4} \alpha}{1-\alpha}$$

$$0.1 = \frac{\alpha}{1-\alpha} \Rightarrow \alpha \simeq 0.09 \Rightarrow [H^+] = M\alpha \Rightarrow 2 \times 10^{-4} = M \times 9 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow M = 2/2 \times 10^{-3} \Rightarrow n = M \cdot V = 2/2 \times 10^{-3} \times 1$$

$$= 2/2 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$\text{جرم مولی } CH_3COOH = 24 + 32 + 4 = 60 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$? \text{ g } CH_3COOH = 2/2 \times 10^{-3} \text{ mol } CH_3COOH$$

$$\times \frac{60 \text{ g } CH_3COOH}{1 \text{ mol } CH_3COOH} = 0.132 \text{ g } CH_3COOH$$

$$\text{ظرف ۲: } pH = 11 \Rightarrow [H^+] = 10^{-11} \Rightarrow [OH^-] = 10^{-3} = M\alpha$$

$$\xrightarrow{\alpha=1} M = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$n = M \cdot V = 10^{-3} \times 1 = 10^{-3} \text{ mol}$$

$$\Rightarrow ? \text{ mg NaOH} = 10^{-3} \text{ mol NaOH} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} \times \frac{10^3 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 40 \text{ mg NaOH}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)



# دفترچه پاسخ

**آزمون هوش و استعداد**  
**(دوره دوم)**  
**۱۶ شهریور**

**تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰**  
**زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه**

**گروه فنی تولید**

|                                                                                                                                      |                        |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| حمید لنجان‌زاده اصفهانی                                                                                                              | مسئول آزمون            |
| فاطمه راسخ، حمیدرضا رحیم خانلو                                                                                                       | ویراستار               |
| محیا اصغری                                                                                                                           | مدیر گروه مستندسازی    |
| علیرضا همایون‌خواه                                                                                                                   | مسئول درس مستندسازی    |
| حمید اصفهانی، سپهر حسن‌خان‌پور، حمید گنجی، فاطمه راسخ،<br>آرین توسل، کیارش صانعی، فرزاد شیرمحمدلی، محمدعلی شاهین‌فر،<br>هادی زمانیان | طراحان                 |
| معصومه روحانیان                                                                                                                      | حروف‌چینی و صفحه‌آرایی |
| حمید عباسی                                                                                                                           | ناظر چاپ               |



استعداد تحلیلی

۲۵۱- گزینه ۲»

(ممیر اصفهانی)

جمله درست: شخصیت صدقهرمان، از آغاز، نشانه‌های شرارت را از خویش بروز می‌دهد.

(هوش کلامی)

۲۵۲- گزینه ۴»

(ممیر اصفهانی)

جمله درست بیست‌وپنج نقطه دارد:  
برخی منتقدان، رواج نمادگرایی را معلول اختناق و استبداد سیاسی عصر می‌دانند.

(هوش کلامی)

۲۵۳- گزینه ۴»

(ممیر اصفهانی)

متن ایراد نگارشی ندارد.

(هوش کلامی)

۲۵۴- گزینه ۲»

(ممیر اصفهانی)

عبارت به شکل «بسته به همکاری تک‌تک افراد است» یا «به همکاری تک‌تک افراد بستگی دارد» درست می‌بود.

(هوش کلامی)

۲۵۵- گزینه ۱»

(ممیر اصفهانی)

عبارت به شکل «ارزش مبادله را بالاتر از هر چیزی می‌ستاید» درست می‌بود.

(هوش کلامی)

۲۵۶- گزینه ۱»

(سپهر حسن‌شان‌پور)

غبطه: حسد، رشک

(هوش کلامی)

۲۵۷- گزینه ۲»

مانع: پوشش، حجاب

(سپهر حسن‌شان‌پور)

(هوش کلامی)

۲۵۸- گزینه ۲»

ردیف‌ها و ستون‌ها را شماره‌گذاری می‌کنیم.

|     |   |   |   |   |
|-----|---|---|---|---|
|     | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱ → | ۳ |   |   |   |
| ۲ → |   |   | ۳ | ۱ |
| ۳ → |   | ۱ |   |   |
| ۴ → |   |   |   |   |

ردیف ۱ به عدد ۱ احتیاج دارد. این عدد قطعاً در ستون‌های ۲ و ۴ نیست، چرا که این ستون‌ها خود عدد ۱ را دارند. پس ستون ۳ است که عدد ۱ را در ردیف نخست دارد. به همین قیاس می‌توان جدول را تا رسیدن به شکل زیر کامل کرد:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| ۳ |   | ۱ |   |
|   |   | ۳ | ۱ |
|   | ۱ |   | ۳ |
| ۱ | ۳ |   |   |

حال خانه‌های باقی‌مانده با عددهای ۲ و ۴، تنها به دو صورت کامل می‌شود،  
 $\blacksquare = ۴$  و  $\bullet = ۲$  یا برعکس،  $\blacksquare = ۲$  و  $\bullet = ۴$ :

|           |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| ۳         | $\square$ | ۱         | $\bullet$ |
| $\square$ | $\bullet$ | ۳         | ۱         |
| $\bullet$ | ۱         | $\square$ | ۳         |
| ۱         | ۳         | $\bullet$ | $\square$ |

(هوش ریاضی)

۲۵۹- گزینه ۱»

(ممیر اصفهانی)

می‌توان جدول را بر اساس نیاز ستون‌ها تا حد زیر با اطمینان کامل کرد، ولی این مهم نیست. مهم این است که هم ردیف بالا و هم ستون راست به ۵ و ۶ نیاز دارند و  $\triangle$  در آن‌ها مشترک است. اگر  $\triangle = ۵$  باشد،  $\blacksquare$  و  $\bullet$  هر دو ۶ است. اگر  $\triangle = ۶$  باشد،  $\blacksquare$  و  $\bullet$  هر دو ۵ است.

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| ۲ | ۴ |   | ۱ | ۳ |   |
| ۱ |   | ۲ |   |   |   |
| ۳ |   | ۱ | ۴ |   | ۲ |
|   | ۱ |   | ۲ |   | ۳ |
| ۴ |   |   |   |   | ۱ |
|   |   | ۳ |   | ۱ | ۴ |

$\blacksquare + \bullet = ۱۰$  یا  $۱۲$

$\blacksquare \times \bullet = ۲۵$  یا  $۳۶$

(هوش ریاضی)



۲۶۳- گزینه «۳»

(خاطمه راسخ)

در الگوی صورت سؤال، حاصل ضرب هر دو عدد که روی یک خط قرار دارند، عددی مربع کامل است.

$$9 \times 4 = 36 = 6 \times 6$$

$$27 \times 3 = 81 = 9 \times 9$$

$$5 \times 20 = 100 = 10 \times 10$$

در بین گزینه‌ها تنها عددی که حاصل ضرب آن در عدد ۲۴ عددی مربع کامل است، عدد ۶ است:

$$6 \times 24 = 144 = 12 \times 12$$

(هوش ریاضی)

۲۶۴- گزینه «۳»

(آرین توسل)

در الگوی صورت سؤال، رابطه بین هر دو عدد به صورت زیر است:

$$a, b = (a \times b) + (a + b)$$

$$3, 6 \Rightarrow (3 \times 6) + (3 + 6) = 18 + 9 = 27$$

$$5, 2 \Rightarrow (5 \times 2) + (5 + 2) = 10 + 7 = 17$$

$$4, 1 \Rightarrow (4 \times 1) + (4 + 1) = 4 + 5 = 9$$

$$2, 7 \Rightarrow (2 \times 7) + (2 + 7) = 14 + 9 = 23$$

(هوش ریاضی)

۲۶۵- گزینه «۱»

(کیارش صانعی)

در الگوی صورت سؤال داریم:

$$\frac{1}{2} \times 360 = 180$$

$$\frac{2}{3} \times 360 = 240$$

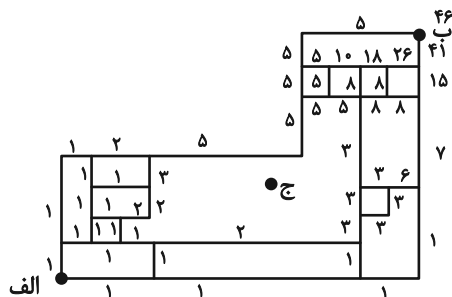
$$\frac{3}{4} \times 360 = 270$$

$$\frac{4}{5} \times 360 = 288$$

$$\frac{5}{6} \times 360 = 300$$

$$\frac{6}{7} \times 360 = \frac{2160}{7}$$

(هوش ریاضی)

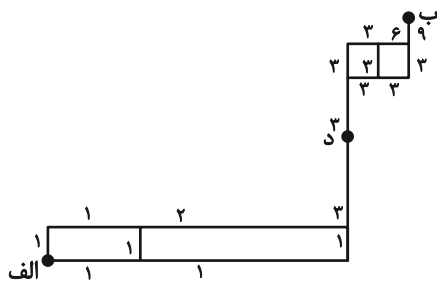


(هوش ریاضی)

۲۶۱- گزینه «۴»

(ممد اصفهانی)

با حذف مسیرهای غیرممکن، نقشه به شکل زیر تبدیل می‌شود که راه‌های رسیدن به هر نقطه در کنار آن نوشته شده است.

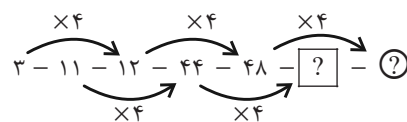


(هوش ریاضی)

۲۶۲- گزینه «۱»

(سویل حسن‌فان‌پور)

در الگوی صورت سؤال، اعداد یکی در میان ضرب در ۴ می‌شوند:



$$\boxed{?} = 44 \times 4 = 176$$

$$\textcircled{?} = 48 \times 4 = 192$$

$$192 + 176 = 368$$

پس مجموع این دو عدد برابر است با:

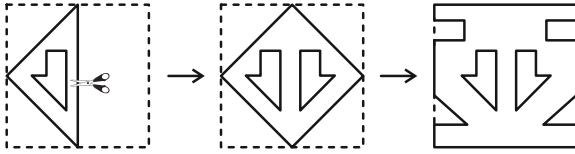
(هوش ریاضی)



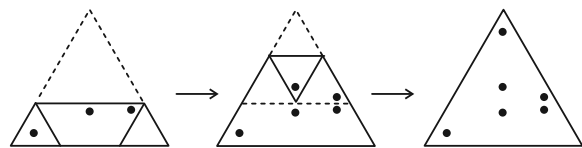
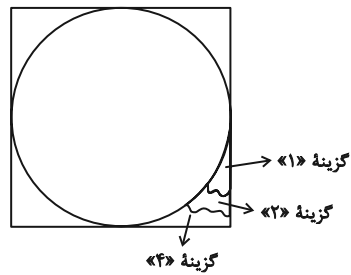
(مشفّر علی شاهین فر)

۲۷۰- گزینه «۱»

مراحل تا را پس از برش برعکس طی می کنیم:



(هوش غیرکلامی)

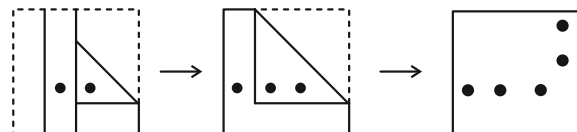


(هوش غیرکلامی)

(ممبر کنی)

۲۶۹- گزینه «۴»

مراحل تا را در گزینه «۴» پس از سوراخ برعکس طی می کنیم:



(هوش غیرکلامی)