



# آزمون تابستان «۱۳ شهریور ۱۴۰۵» دفترچه اول اختصاصی دوازدهم ریاضی (ریاضیات)

دفترچه سوال

مدت زمان کل پاسخ گویی سوالات: ۱۱۵ دقیقه

تعداد کل سوالات: ۸۰ سوال

(۳۰ سوال اجباری + ۵۰ سوال اختیاری)

| نام درس | تعداد سؤال | شماره سؤال | زمان پاسخگویی |
|---------|------------|------------|---------------|
| اجباری  | ۱۰         | ۱-۱۰       | ۱۵'           |
| اختیاری | ۱۰         | ۱۱-۲۰      | ۱۲'           |
| اختیاری | ۱۰         | ۲۱-۳۰      | ۱۵'           |
| اجباری  | ۱۰         | ۳۱-۴۰      | ۱۵'           |
| اختیاری | ۱۰         | ۴۱-۵۰      | ۱۳'           |
| اختیاری | ۱۰         | ۵۱-۶۰      | ۱۵'           |
| اجباری  | ۱۰         | ۶۱-۷۰      | ۱۵'           |
| اختیاری | ۱۰         | ۷۱-۸۰      | ۱۵'           |
| جمع کل  | ۸۰         | ۱-۸۰       | ۱۱۵'          |

## پدیدآورندگان

| نام درس                      | نام طراحان                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ریاضی پایه و حسابان ۲        | کاظم اجلالی-امیر محمد باقری نصرآبادی-محمد بحیرایی-رضا توکلی-سهیل حسن خان پور-جمشید حسینی خواه عادل حسینی-افشین خاصه خان-سهیل ساسانی-یاسین سپهر-میلاد سجادی لاریجانی-علی شهرابی-حمیدرضا صاحبی حمید علیرزاده-کامیار علییون-کیان کریمی خراسانی-لیلا مرادی-مهدی ملارمضانی-سروش موثینی-علیرضا ندافزاده مهدی نصراللهی-جهانبخش نیکنام |
| هندسه و آمار و ریاضیات گسسته | امیر حسین ابومحسوب-علی ایمانی-جواد ترکمن-سیدمحمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-کیوان دارابی مصطفی دیداری-سوگند روشنی-علیرضا شریف خطیبی-فرشاد صدیقی فر-هومن عقیلی-شبنم غلامی-احمد رضا فلاح مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی-نیما مهندس                                                                                   |

## گزینشگران و ویراستاران

| نام درس                | ریاضی پایه و حسابان ۲                                          | هندسه                                            | آمار و احتمال و ریاضیات گسسته                    |
|------------------------|----------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| گزینشگر                | سیدسپهر متولیان                                                | امیرحسین ملازینل                                 | امیرحسین ملازینل                                 |
| گروه ویراستاری         | سینا صالحی<br>آرین غلامی<br>امیرحسین ابومحسوب<br>مهرداد ملوندی | آرین غلامی<br>امیرحسین ابومحسوب<br>مهرداد ملوندی | آرین غلامی<br>امیرحسین ابومحسوب<br>مهرداد ملوندی |
| مسئول درس              | سیدسپهر متولیان                                                | امیرحسین ملازینل                                 | امیرحسین ملازینل                                 |
| مستند سازی             | سمیه اسکندری                                                   | سجاد سلیمی                                       | سجاد سلیمی                                       |
| ویراستاران (مستندسازی) | معصومه صنعت کار-امیرمحمد علیپور-مهسا محمدنیا                   |                                                  |                                                  |

## گروه فنی و تولید

|                |                       |
|----------------|-----------------------|
| مدیر گروه      | مهرداد ملوندی         |
| مسئول دفترچه   | نرگس غنی زاده         |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: محیا اصغری |
| حروف نگار      | فرزانه فتح اله زاده   |
| ناظر چاپ       | سوران نعیمی           |

## گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین مبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۱: مثلثات صفحه‌های ۹۱ تا ۱۱۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

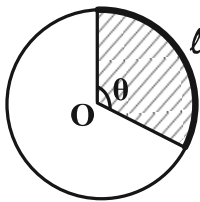
۱- اختلاف دو زاویه متمم برابر با ۳۶ درجه است. زاویه کوچکتر چند رادیان است؟

$\frac{3\pi}{20}$  (۴)

$\frac{\pi}{5}$  (۳)

$\frac{\pi}{4}$  (۲)

$\frac{7\pi}{20}$  (۱)

۲- اگر کمان  $\ell$  به طول  $\sqrt{18\pi}$  و مساحت قسمت رنگی ۱۵ واحد مربع باشد، زاویه  $\theta$  چند درجه است؟

۷۲ (۱)

۹۰ (۲)

۱۰۸ (۳)

۱۲۰ (۴)

۳- اگر  $\tan 25^\circ = 0.5$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{\sin 56^\circ - \cos 155^\circ}{\cos 295^\circ + \sin 475^\circ}$  کدام است؟

۱ (۴)

$\frac{2}{3}$  (۳)

$\frac{1}{3}$  (۲)

$\frac{1}{4}$  (۱)

۴- حاصل  $\frac{\cos(-\frac{179\pi}{6}) + \sin(-\frac{46\pi}{3})}{\tan \frac{5\pi}{8} \cot \frac{11\pi}{8}}$  کدام است؟

$-\sqrt{3}$  (۴)

$\sqrt{3}$  (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

۵- حاصل عبارت  $A = \frac{\cos 65^\circ \cos 15^\circ + \cos 25^\circ \cos 75^\circ}{\cos 70^\circ \cos 20^\circ + \sin 70^\circ \cos 290^\circ}$  کدام است؟

$\cot 50^\circ$  (۴)

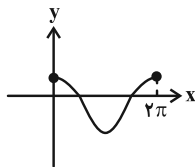
$\tan 50^\circ$  (۳)

۱ (۲)

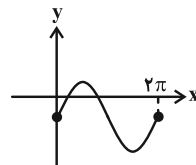
صفر (۱)

محل انجام محاسبات

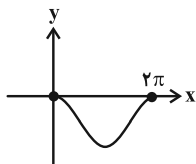
۶- نمودار تابع  $f(x) = \sin(\frac{\pi}{4} + x) - \cos(\pi - x) - 1$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟



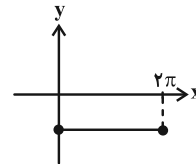
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۷- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  دو زاویه متمم با شرط  $\tan \alpha - \tan \beta = 2$  باشند، مقدار  $\sin^2 2\alpha$  کدام است؟

$\frac{1}{65}$  (۴)

$\frac{1}{17}$  (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲)

(۱)

۸- اگر  $2 \sin(\alpha + \beta) = 2 \sin(\alpha - \beta)$  و  $\sin 2\alpha = \frac{20}{29}$ ، آنگاه مقدار  $\tan \beta$  کدام است؟

$\frac{25}{2}$  یا ۲ (۲)

$-\frac{1}{2}$  یا  $-\frac{2}{25}$  (۱)

$\frac{1}{2}$  یا  $\frac{2}{25}$  (۴)

$-2$  یا  $-\frac{25}{2}$  (۳)

۹- اگر  $\cos(\frac{\pi}{4} + \alpha) = \frac{\sqrt{11}}{4}$  باشد، مقدار مثبت  $\tan 2\alpha$  کدام است؟

$\frac{\sqrt{55}}{3}$  (۲)

$\frac{8}{3}$  (۱)

$\frac{3}{\sqrt{55}}$  (۴)

$\frac{3}{8}$  (۳)

۱۰- حاصل عبارت  $f(x) = \frac{4 \cos^2 2x}{\cot x - \tan x}$  به ازای  $x = \frac{\pi}{16}$  کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۱)



وقت پیشنهادی: ۱۲ دقیقه

ریاضی ۱: تابع + شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۱- اگر  $f$  تابعی ثابت،  $g$  تابعی همانی و  $\frac{3f(1)}{5g(-2)} = -1$  باشد، حاصل  $f(0) \times g(3)$  کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲)  $-10$  (۳) ۵ (۴)  $-5$

۱۲- برد تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 1 & ; x \geq 1 \\ -3x + 1 & ; x < 1 \end{cases}$  کدام است؟

- (۱)  $\mathbb{R}$  (۲)  $[0, +\infty)$  (۳)  $[-2, +\infty)$  (۴)  $[-3, +\infty)$

۱۳- می‌دانیم  $f$  تابعی خطی و  $g(x) = f(3x+2) + f(x-1)$  تابعی همانی است. مساحت سطح محدود بین نمودار تابع  $f$  و محورهای مختصات کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{32}$  (۲)  $\frac{1}{16}$  (۳)  $\frac{1}{8}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

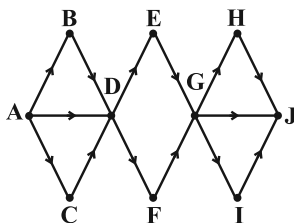
۱۴- کدام خط، تابع  $f(x) = \begin{cases} -x+2 & ; x < 0 \\ |x-2|+3 & ; 0 \leq x < 3 \\ x-1 & ; x \geq 3 \end{cases}$  را در تعداد نقاط بیشتری قطع می‌کند؟

- (۱)  $y = 1/5$  (۲)  $y = 3$  (۳)  $y = 3/5$  (۴)  $y = 5$

۱۵- مساحت ناحیه‌ای که به محورهای مختصات و نمودار توابع  $f(x) = |x-3|$  و  $g(x) = |x|+2$  محصور می‌شود، کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{4}$  (۲)  $\frac{9}{8}$  (۳)  $\frac{25}{8}$  (۴)  $\frac{17}{4}$

۱۶- در شکل زیر، مسیرهای بین دو شهر A و J نمایش داده شده است. اگر جاده‌ها یک‌طرفه باشند، چند مسیر از A به J به طول ۵ وجود دارد؟ (طول مسیر بین هر دو شهر برابر یک است).



(۱) ۱۸

(۲) ۱۲

(۳) ۸

(۴) ۶

۱۷- اگر  $P(n, 3) = 4n^2 - 2n - 12$  باشد، حاصل  $P(n-3, n-4)$  کدام است؟

- (۱)  $4!$  (۲)  $3!$  (۳)  $2!$  (۴) ۱

۱۸- با حروف کلمه «فوتبالی» و بدون تکرار حروف، چند کلمه ۷ حرفی می‌توان نوشت که با حرف نقطه‌دار شروع و به حرف بدون نقطه ختم شود؟

- (۱)  $15 \times 5!$  (۲)  $2 \times 5!$  (۳)  $7!$  (۴)  $2 \times 6!$

۱۹- چند عدد طبیعی چهاررقمی می‌توان با ارقام  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  ساخت که از ۴۲۰۰ بزرگ‌تر باشد؟ (تکرار ارقام مجاز نیست).

- (۱) ۹۶ (۲) ۱۰۸ (۳) ۱۶۸ (۴) ۲۱۶

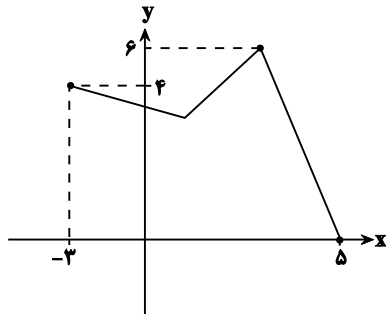
۲۰- می‌خواهیم رئوس یک مربع را با رنگ‌های آبی، قرمز و زرد رنگ کنیم. به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد به‌گونه‌ای که رأس‌هایی که به هم وصل‌اند، هم‌رنگ نباشند؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴) ۱۸

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع + مثلثات: صفحه‌های ۱ تا ۳۴

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش آموزان اختیاری است.

۲۱- اگر نمودار تابع  $y = -5f(3x+6) + 6$  به صورت زیر باشد، دامنه تابع  $g(x) = 2f\left(\frac{x}{3}\right) + 1$  کدام است؟(۱)  $[-3, 21]$ (۲)  $[-6, 42]$ (۳)  $[-5, 43]$ (۴)  $[-1, 7]$ ۲۲- نمودار تابع  $y = x^2 - 2x + 3$  را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم، سپس در نمودار به دست آمده عرض نقاط را  $|k|$  برابرکرده و نمودار به دست آمده را  $|k| \geq 2$  واحد به سمت پایین منتقل می‌کنیم. اگر نمودار نهایی، فقط یک نقطه مشترک با محورطول‌ها داشته باشد، مجموعه مقادیر ممکن  $k$  کدام است؟(۴)  $(0, 1)$ (۳)  $\mathbb{R} - \{0\}$ (۲)  $[1, +\infty)$ (۱)  $(0, \infty)$ ۲۳- تابع  $f(x) = \begin{cases} |x+1|+1 & ; x \leq -2 \\ -x^2-ax & ; x > -2 \end{cases}$  روی  $\mathbb{R}$  اکیداً نزولی است. حدود مقادیر  $a$  کدام است؟(۴)  $\emptyset$ (۳)  $(-\infty, 3]$ (۲)  $[4, +\infty)$ (۱)  $[3, 4]$ ۲۴- به ازای چند مقدار صحیح، تابع  $f = \{(-1, 2x - x^2), (-4, x), (0, 2x^2 - 1)\}$  صعودی است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) هیچ

۲۵- باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای  $p(x) = x^3 - ax + b$  بر چندجمله‌ای  $x^2 - 1$  برابر با ۲ است. مقدار  $a$  کدام است؟

(۴) -۲

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) -۱

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۲۶- باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای  $p(x) = 2x^5 - x + 3$  بر  $x^2 - 3x + 2$ ، چندجمله‌ای  $r(x) = ax + b$  است. مقدار  $r(-1)$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۴ (۳) -۱۱۸ (۴) -۵۲

۲۷- خارج قسمت تقسیم چندجمله‌ای  $2x^5 - x^2 + 3$  بر  $x + 1$ ، چندجمله‌ای  $q(x)$  است. باقی مانده تقسیم  $q(x)$  بر عبارت  $x - 1$

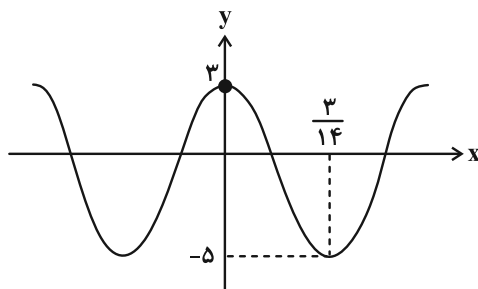
کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴) ۲

۲۸- دوره تناوب تابع  $f(x) = \sin^2 ax - \sin^4 ax$  برابر با  $\frac{\pi}{8}$  است. مقدار  $f(\frac{\pi}{12})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{16}$  (۲)  $\frac{3}{8}$  (۳)  $-\frac{3}{8}$  (۴)  $-\frac{3}{16}$

۲۹- در شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a + b \cos(cx)$  رسم شده است. مقدار  $f(\frac{1}{4})$  کدام است؟ 



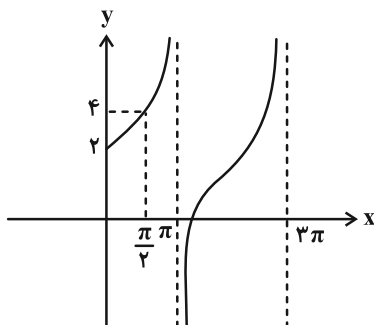
(۱) -۰/۵

(۲) ۰/۵

(۳) ۱

(۴) صفر

۳۰- بخشی از نمودار تابع  $y = a \tan bx + c$  به صورت زیر است. حاصل  $a + b + c$  کدام می‌تواند باشد؟



(۱) ۳

(۲) ۳/۵

(۳) ۴

(۴) ۴/۵

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۳ تا ۵۴

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

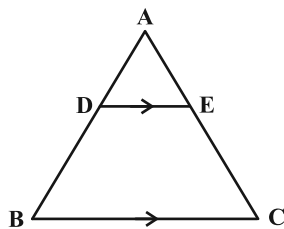
۳۱- تبدیل یافته مربعی به طول ضلع  $4\sqrt{2}$  تحت تجانس به مرکز O و نسبت k، مربعی به طول قطر  $\sqrt{2}$  است. مثلث متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع ۲ تحت این تجانس به مثلثی با کدام مساحت تبدیل می‌شود؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{3}}{32}$  (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{16}$  (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{8}$  (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$

۳۲- دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۴ با خط‌المركزین  $OO' = 12$  مجانس مستقیم و معکوس یکدیگرند. فاصله مرکز تجانس مستقیم تا مرکز تجانس معکوس آنها چقدر است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴) ۱۴

۳۳- دو مثلث متساوی‌الاضلاع به اضلاع ۳ و ۹ مطابق شکل مفروض‌اند. فاصله مرکز تجانس مستقیم تا مرکز تجانس معکوس BC و DE چقدر است؟



- (۱)  $3\sqrt{3}$  (۲)  $\frac{9\sqrt{3}}{4}$  (۳)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$  (۴)  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

۳۴- تبدیل‌های بازتاب، انتقال، دوران و تجانس در کدام ویژگی مشترک‌اند؟

- (۱) اندازه زاویه‌ها را حفظ می‌کنند.  
(۲) طولها هستند.  
(۳) شیب خطها را حفظ می‌کنند.  
(۴) همگی دارای نقطه ثابت تبدیل هستند.

۳۵- ترکیب کدام دو تبدیل هندسی زیر، یک تبدیل همانی نیست؟

- (۱) دو انتقال با بردارهای  $2\vec{v}$  و  $-2\vec{v}$   
(۲) دو بازتاب متوالی نسبت به خط d

- (۳) دو تجانس متوالی به مرکز O و نسبت ۲  
(۴) دو دوران متوالی به مرکز O و زاویه  $180^\circ$  در جهت ساعتگرد

۳۶- اگر F یک تبدیل هندسی و  $F(A)$  تبدیل یافته نقطه A باشد، رابطه  $F(F(F(A))) = F(A)$  برای کدام تبدیل، لزوماً برقرار نیست؟

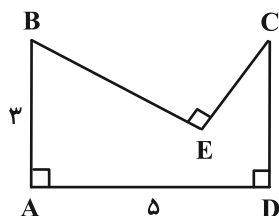
- (۱) بازتاب نسبت به خط d  
(۲) تجانس با نسبت  $k = -1$

- (۳) دوران  $180^\circ$   
(۴) انتقال با بردار  $\vec{v}$

۳۷- مطابق شکل زیر قطعه زمینی به صورت پنج ضلعی  $ABECD$  مفروض است. اگر  $ABCD$  مستطیل و  $\widehat{BCE} = 60^\circ$  باشد و

بخواهیم با استفاده از تبدیل هندسی مناسب و بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع این چندضلعی، مساحت آن را افزایش دهیم،

حداکثر مقدار این افزایش مساحت، چند برابر  $\sqrt{3}$  است؟

(۱)  $3/75$ (۲)  $6/25$ (۳)  $7/5$ (۴)  $12/5$ 

۳۸- دو نقطه  $A(3, 6)$  و  $B(2, 8)$  در صفحه مختصات مفروض اند. اگر نقطه متغیر  $M$  روی خط  $y = x$  قرار داشته باشد، کمترین طول

خط شکسته  $AMB$  کدام است؟

(۴)  $\sqrt{43}$ (۳)  $\sqrt{41}$ 

(۲) ۶

(۱)  $\sqrt{5}$ 

۳۹- نقاط  $A(-1, 4)$ ،  $B(4, 2)$ ،  $C(n+2, 0)$  و  $D(n, 0)$  مفروضند. مقدار  $n$  کدام باشد تا محیط چهارضلعی  $ABCD$  حداقل مقدار

ممکن باشد؟

(۴) ۳

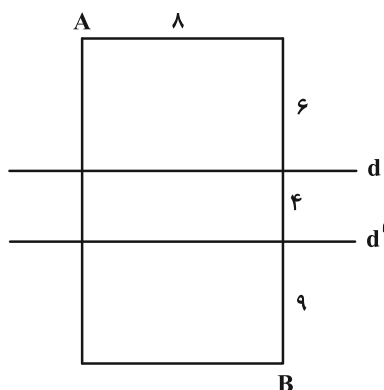
(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۴۰- در شکل زیر  $A$  و  $B$  دو رأس از یک مستطیل هستند. در حرکت از  $A$  به  $B$ ، اگر بخواهیم مسیر بین دو خط موازی  $d$  و  $d'$ ،

عمود بر آن دو خط باشد، طول کوتاه‌ترین مسیر ممکن کدام است؟ (خطوط  $d$  و  $d'$  موازی عرض مستطیل هستند.)

(۱)  $5\sqrt{17}$ 

(۲) ۲۷

(۳) ۲۱

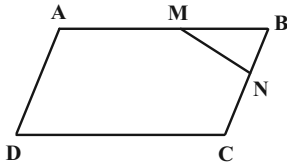
(۴) ۱۹

وقت پیشنهادی: ۱۳ دقیقه

هندسه ۱: چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۵ تا ۷۳

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۴۱- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر اگر  $\frac{AM}{MB} = \frac{CN}{NB} = 2$  باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع چند برابر مساحت مثلث MBN است؟



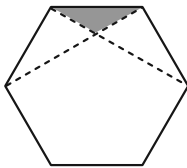
(۱) ۹

(۲) ۱۸

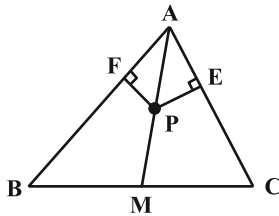
(۳) ۲۷

(۴) ۳۶

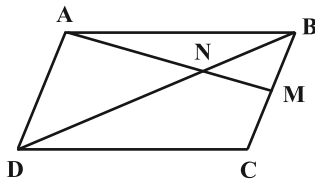
۴۲- شکل زیر شش‌ضلعی منتظمی به طول ضلع ۶ را نشان می‌دهد. مساحت ناحیه سایه‌زده کدام است؟

(۱)  $4\sqrt{3}$ (۲)  $3\sqrt{3}$ (۳)  $2\sqrt{3}$ (۴)  $\sqrt{3}$ 

۴۳- در مثلث شکل زیر، نقطه P روی میانه AM واقع است و  $\frac{PE}{PF} = \frac{4}{3}$ ، حاصل  $\frac{AC}{AB}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{5}{6}$ (۲)  $\frac{1}{64}$ (۳)  $\frac{1}{8}$ (۴)  $\frac{5}{75}$ 

۴۴- در متوازی‌الاضلاع ABCD، نقطه M وسط ضلع BC است. نسبت مساحت مثلث ADN به مساحت چهارضلعی NMCD کدام است؟

(۱)  $\frac{4}{5}$ (۲)  $\frac{3}{4}$ (۳)  $\frac{2}{3}$ 

(۴) ۱

۴۵- در مثلث  $ABC$ ، طول میانه نظیر ضلع  $BC$  برابر ۱۵ است. اگر میانه‌های دو ضلع دیگر بر هم عمود بوده و طول یکی از آن‌ها برابر ۱۲ باشد، مساحت مثلث کدام است؟

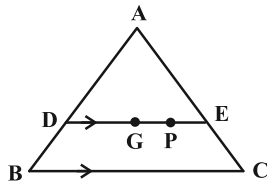
۹۶ (۴)

۷۲ (۳)

۴۸ (۲)

۲۴ (۱)

۴۶- در شکل زیر  $G$  نقطه هم‌رسمی میانه‌های مثلث متساوی‌الاضلاع  $ABC$  به طول ضلع ۹ است. از نقطه  $G$  پاره خط  $DE$  را موازی ضلع  $BC$  رسم می‌کنیم. اگر  $P$  نقطه‌ای دلخواه روی  $DE$  باشد، مجموع فواصل نقطه  $P$  از اضلاع  $AB$  و  $AC$  کدام است؟

 $\sqrt{3}$  (۱)

۳ (۲)

 $3\sqrt{3}$  (۳)

۹ (۴)

۴۷- نقطه  $O$  درون مثلث متساوی‌الاضلاع  $ABC$  قرار دارد. اگر فاصله این نقطه از اضلاع  $AB$ ،  $AC$  و  $BC$  به ترتیب ۴، ۲ و  $2\sqrt{3}$  باشد، مساحت مثلث  $OBC$  کدام است؟

 $12 + 4\sqrt{3}$  (۴) $6 + 2\sqrt{3}$  (۳) $12 - 4\sqrt{3}$  (۲) $6 - 2\sqrt{3}$  (۱)

۴۸- در یک چندضلعی شبکه‌ای مجموع تعداد نقاط درونی و مرزی ۱۵ است. مجموع حداکثر و حداقل مساحت این چندضلعی کدام است؟

۱۵ (۴)

۱۷ (۳)

۱۹ (۲)

۲۱ (۱)

۴۹- مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای برابر ۱۰ است. اختلاف بین حداکثر و حداقل مجموع تعداد نقاط مرزی و درونی این چندضلعی کدام است؟

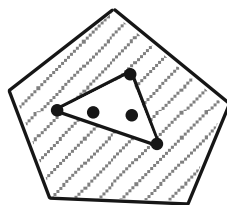
۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

۵۰- درون پنج‌ضلعی شبکه‌ای زیر، ۱۱ نقطه وجود دارد و نقاط مرزی و درونی مثلث شبکه‌ای، روی شکل مشخص شده است. اگر مساحت قسمت رنگی برابر  $11/5$  باشد، اختلاف تعداد نقاط مرزی و درونی این پنج‌ضلعی کدام است؟



۳ (۱)

۵ (۲)

۷ (۳)

۹ (۴)



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۹ تا ۲۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۵۱- می‌دانیم  $A = \begin{bmatrix} 1 & m \\ n & 2 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 2-m & -1 \\ -2 & 1+n \end{bmatrix}$  و ماتریس  $C = 2A + 3B$  قطری است. مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس  $C$  کدام است؟

(۱) ۱۶/۵ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹/۵ (۴) ۲۱

۵۲- برای دو عدد حقیقی  $x$  و  $y$ ، روابط  $y = 2x + 1$  و  $\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ 2x \end{bmatrix} = 5$  برقرار است. مقدار  $xy$  کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) ۱

۵۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -7 \\ 3 & -3 \\ 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس  $A^{1404}$  برابر کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۵۴- دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & m-1 \\ -1 & m \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} m+1 & 4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$  در رابطه  $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$  صدق می‌کنند. مقدار  $m$  کدام است؟

(۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۵۵- اگر  $(A-I)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  باشد، حاصل مجموع درایه‌های سطر اول ماتریس  $|A| (A-I)^{-1}$  کدام است؟

(۱) ۴/۵ (۲) ۳/۵ (۳) ۳ (۴) ۲

۵۶- ماتریس وارون‌پذیر  $A$  مفروض است. اگر  $AB = \begin{bmatrix} 18 \\ 6 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$  و  $A^2 = 4A + 2I$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس  $A^{-1}B$  کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۱۱ (۳) ۱۴ (۴) ۲۲

۵۷- اگر برای ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ ، رابطه  $(A^{-1})^2 = mA^{-1} + nI$  برقرار باشد، حاصل  $11m - 22n$  کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۵۸- در تساوی ماتریسی  $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های ماتریس  $A$  کدام است؟

(۱) -۷ (۲) ۷ (۳) -۵ (۴) ۵

۵۹- نمایش هندسی دستگاه معادلات  $\begin{cases} (m-3)x - 4y = 8 \\ m(x-y) = 4(y+4) \end{cases}$  به ازای  $m = 4$  کدام است؟

(۲) دو خط متعامد

(۱) دو خط منطبق

(۴) دو خط متقاطع غیرمتعامد

(۳) دو خط موازی و غیرمنطبق

۶۰- دستگاه معادلات  $\begin{cases} 2(x+y) - y = kx \\ 3x + 2 = ky \end{cases}$  به ازای چند مقدار حقیقی  $k$ ، بی‌شمار جواب دارد؟

(۴) بی‌شمار

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: آمار توصیفی: صفحه‌های ۶۹ تا ۹۴

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۶۱- داده آماری به گونه‌ای در ۴ دسته طبقه‌بندی شده‌اند که فراوانی دسته‌های اول تا چهارم به ترتیب برابر  $3a$ ،  $x+1$ ،  $x-4$  و $2a$  و زاویه متناظر با دسته سوم در نمودار دایره‌ای  $40^\circ$  است. زاویه متناظر با دسته اول چند درجه است؟

۱۷۶ (۴)

۱۵۶ (۳)

۸۸ (۲)

۶۰ (۱)

۶۲- زاویه‌های متناظر با مدارک تحصیلی کارمندان اداره‌ای در نمودار دایره‌ای مطابق جدول زیر است. مد این داده‌ها مربوط به کدام

مدرك تحصیلی است؟

| مدرك         | دپلم                     | كاردانی                 | كارشناسی                 | كارشناسی ارشد |
|--------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|---------------|
| زاویه (درجه) | $\frac{7}{27}\alpha - 2$ | $\frac{4}{9}\alpha + 7$ | $\frac{5}{3}\alpha - 12$ | $\alpha + 3$  |

(۱) دپلم

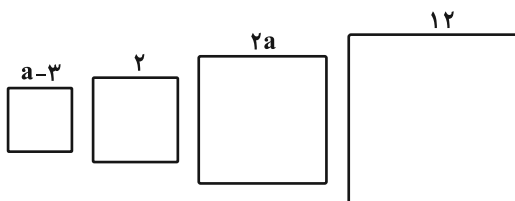
(۲) كاردانی

(۳) كارشناسی

(۴) كارشناسی ارشد

۶۳- شكل زیر، چهار مربع را با اندازه اضلاعشان نشان می‌دهد. اگر میانگین محیط مربع‌ها برابر ۲۳ واحد باشد، در این صورت میانگین

مساحت مربع‌ها به اندازه ..... از ۵۳ واحد مربع، ..... است.

(۱)  $\frac{1}{4}$ ، کمتر(۲)  $\frac{1}{4}$ ، بیشتر(۳)  $\frac{3}{4}$ ، کمتر(۴)  $\frac{3}{4}$ ، بیشتر۶۴- اگر مد داده‌های ۷، ۶، ۶، ۵، ۴، ۴، ۳، ۴، ۱،  $a$  یکتا و برابر ۳ باشد، دامنه میان چارکی کدام است؟

۱/۵ (۴)

۲ (۳)

۲/۵ (۲)

۳ (۱)

محل انجام محاسبات



۶۵- در نمودار جعبه‌ای داده‌های مرتب شده ۳۵، ۳۲،  $x$ ، ۲۲، ۱۹، ۱۷، ۱۷، ۱۱، ۷، ۷، ۳، ۲، ۱، نسبت طول دو بخشی از جعبه که

توسط میانه از هم جدا شده‌اند، برابر  $\frac{3}{4}$  است. مجموع ارقام عدد صحیح  $x$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

۶۶- میانگین مجذور اختلاف تعدادی داده از میانگین‌شان برابر  $6/76$  است. اگر ضریب تغییرات این داده‌ها برابر  $0/13$  باشد، میانگین

آن‌ها برابر کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۰ (۳) ۱۸ (۴) ۱۵

۶۷- اگر میانگین ۳۲ داده جدول زیر برابر ۱۵ باشد، آنگاه واریانس این داده‌ها چقدر است؟

| مقدار داده | ۱۲ | ۱۳  | ۱۴ | ۱۵ | ۲۲  |
|------------|----|-----|----|----|-----|
| فراوانی    | ۷  | $x$ | ۶  | ۱  | $y$ |

(۱)  $13/25$

(۲)  $13/50$

(۳)  $13/75$

(۴)  $14/25$

۶۸- واریانس تعدادی داده برابر  $5/4$  است. ۲ داده برابر با میانگین به آن‌ها اضافه می‌کنیم. اگر واریانس جدید برابر ۵ شود، تعداد

داده‌های اولیه کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۳ (۳) ۲۵ (۴) ۲۸

۶۹- میانگین و انحراف معیار ۱۵ داده آماری به ترتیب ۱۵ و  $3\sqrt{2}$  است. دو داده ۱۸ و سه داده ۱۳ را از داده‌ها حذف می‌کنیم. واریانس

داده‌های جدید کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۲۷ (۴) ۳۲

۷۰- انحراف از میانگین شش داده به صورت (۵، ۲، ۰، -۱، -۳، -۳) و همچنین ۷ داده‌ها برابر ۷ می‌باشد. ضریب تغییرات این

شش داده کدام است؟

- (۱)  $0/2\sqrt{3}$  (۲)  $0/4\sqrt{3}$  (۳)  $0/1\sqrt{2}$  (۴)  $0/2\sqrt{2}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱ تا ۲۵

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۷۱- در مورد سه مجموعه ناتهی  $A$ ،  $B$  و  $C$  کدام رابطه با مثال نقض رد نمی‌شود؟

$$A \cap B = A \cap C \Rightarrow B = C \quad (۲)$$

$$A \cup B = A \cup C \Rightarrow B = C \quad (۱)$$

$$A \times B = A \times C \Rightarrow B = C \quad (۴)$$

$$A - B = A - C \Rightarrow B = C \quad (۳)$$

۷۲- در اثبات نامساوی  $4x - 4 \geq 4xy + 4y^2 - 2x^2$  به روش بازگشتی (گزاره‌های هم‌ارز)، به کدام گزاره همواره برقرار می‌رسیم؟

$$(x, y \in \mathbb{R})$$

$$(x - 2y)^2 + (x - 2)^2 \geq 0 \quad (۲)$$

$$(x - y)^2 + (x + 2)^2 \geq 0 \quad (۱)$$

$$(x + 2y)^2 + (x - 2)^2 \geq 0 \quad (۴)$$

$$(x + y)^2 + (x + 2)^2 \geq 0 \quad (۳)$$

۷۳- مجموع دو عدد صحیح  $a$  و  $b$ ، عددی زوج است. باقی‌مانده تقسیم  $a^2 + b^2 - ۵$  بر ۸ کدام نمی‌تواند باشد؟

$$۱ \quad (۴)$$

$$۳ \quad (۳)$$

$$۵ \quad (۲)$$

$$۷ \quad (۱)$$

۷۴- باقی‌مانده تقسیم عدد صحیح  $a$  بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب ۲ و ۳ شده است. باقی‌مانده تقسیم عدد  $a$  بر ۲۰ چقدر است؟

$$۱۰ \quad (۴)$$

$$۱۳ \quad (۳)$$

$$۱۴ \quad (۲)$$

$$۱۸ \quad (۱)$$

۷۵- دو عدد ۱۴۸ و ۲۳۱ به یک کلاس هم‌نهشتی به پیمانه  $m$  تعلق دارند. باقی‌مانده تقسیم  $(m - ۲)!$  بر عدد ۸۲ کدام است؟ ( $m \in \mathbb{N} - \{۱\}$ )

$$۷۹ \quad (۴)$$

$$۸۱ \quad (۳)$$

$$۱ \quad (۲)$$

$$\text{صفر} \quad (۱)$$

۷۶- باقی‌مانده تقسیم عدد  $۲۰۰! + ۱۹۹! + ۱۹۸! + \dots + ۲! + ۱!$  بر عدد ۱۵ کدام است؟

$$۹ \quad (۴)$$

$$۷ \quad (۳)$$

$$۵ \quad (۲)$$

$$۳ \quad (۱)$$

۷۷- باقی‌مانده تقسیم عدد  $۹^{۳۷} + ۵^{۳۷}$  بر ۱۱ کدام است؟

$$۱ \quad (۴)$$

$$۴ \quad (۳)$$

$$۷ \quad (۲)$$

$$۱۰ \quad (۱)$$

۷۸- اگر عدد  $\overline{۷۷a۱a}$  مضرب ۹ باشد، آن‌گاه  $a^a$  به کدام کلاس هم‌نهشتی به پیمانه ۴۲ تعلق دارد؟

$$[۳۶] \quad (۴)$$

$$[۱۷] \quad (۳)$$

$$[۲۳] \quad (۲)$$

$$[۳۰] \quad (۱)$$

۷۹- اگر در یک سال، اول مهر شنبه باشد، در این صورت ۱۲ بهمن در همان سال چه روزی از هفته است؟

$$\text{پنجشنبه} \quad (۴)$$

$$\text{چهارشنبه} \quad (۳)$$

$$\text{سه‌شنبه} \quad (۲)$$

$$\text{دوشنبه} \quad (۱)$$

۸۰- اگر بدانیم  $۲۰۲۴ \equiv ۱۴۰۳x \pmod{۷}$ ، آن‌گاه باقی‌مانده تقسیم  $۲۰۲۴x$  بر ۷ کدام است؟

$$۶ \quad (۴)$$

$$۵ \quad (۳)$$

$$۴ \quad (۲)$$

$$۳ \quad (۱)$$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.



دفترچه سؤال

## آزمون تابستان «۱۳ شهریور ۱۴۰۵» دفترچه دوم اختصاصی دوازدهم ریاضی (فیزیک و شیمی)

مدت زمان کل پاسخ گویی سوالات: ۷۰ دقیقه

تعداد کل سوالات: ۶۰ سؤال

(۲۰ سوال اجباری + ۴۰ سوال اختیاری)

| نام درس | تعداد سؤال | شماره سؤال | زمان پاسخگویی |
|---------|------------|------------|---------------|
| اجباری  | ۲          | ۱۰         | ۱۵'           |
| اختیاری | ۱          | ۱۰         | ۱۰'           |
| اختیاری | ۳          | ۱۰         | ۱۵'           |
| اجباری  | ۲          | ۱۰         | ۱۰'           |
| اختیاری | ۱          | ۱۰         | ۱۰'           |
| اختیاری | ۳          | ۱۰         | ۱۰'           |
| جمع کل  | ۶۰         | ۸۱-۱۴۰     | ۷۰'           |

پدیدآورندگان

| نام درس | نام طراحان                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| فیزیک   | خسرو ارغوانی فرد-علی اکبریان کیاسری-حسین الهی-زهره آقامحمدی-محمدرضا خادمی-مجتبی خلیل ارجمندی<br>میثم دشتیان-محمدعلی راست پیمان-دانیال راستی-بهنام رستمی-محمد ساکی-مهدی سلطانی-امیررضا صدریکتا<br>سعید طاهری بروجنی-مسعود قره خانی-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-غلامرضا محبی-حسین مخدومی-حسام نادری<br>آرش یوسفی                                            |
| شیمی    | جعفر پازوکی-محمدرضا پورجاوید-امیر حاتمیان-ایمان حسین نژاد-ارژنگ خانلری-پیمان خواجهی-مجد مرتضی خوش کیش<br>حمید ذبحی-حسن رحمتی کوکنده-علیرضا رضایی سراب-فرزاد رضایی-روزبه رضوانی-هانی سوری-آترین صبا-مسعود طبرسا<br>علی طرفی-امیرحسین طیبی-مجید غنچهلی-امیرمحمد کنگرانی-میثم کوثری لنگری-مجتبی محبوب-امیرحسین مسلمی<br>امین نوروزی-سیدرحیم هاشمی دهکردی |

گزینشگران و ویراستاران

| نام درس                | فیزیک                                            | شیمی                                            |
|------------------------|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| گزینشگر                | حسین الهی                                        | مجتبی محبوب                                     |
| گروه ویراستاری         | سینا صالحی<br>حسین بصیرتر کمپور<br>زهره آقامحمدی | احسان پنجه شاهی<br>آترین صبا<br>امیرحسین توحیدی |
| مسئول درس              | حسین الهی                                        | مجتبی محبوب                                     |
| مستند سازی             | ابراهیم نوری                                     | علیرضا نجفی                                     |
| ویراستاران (مستندسازی) | علیرضا همایون خواه<br>سجاد بهارلویی              | فاطمه الهی<br>محسن دستجردی<br>رزیتا حبیب اله    |

گروه فنی و تولید

|                |                                                           |
|----------------|-----------------------------------------------------------|
| مدیر گروه      | مهرداد ملوندی                                             |
| مسئول دفترچه   | نرگس غنی زاده                                             |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: محیا اصغری<br>مسئول دفترچه: علیرضا همایون خواه |
| حروف نگار      | فرزانه فتح اله زاده                                       |
| ناظر چاپ       | سوران نعیمی                                               |

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

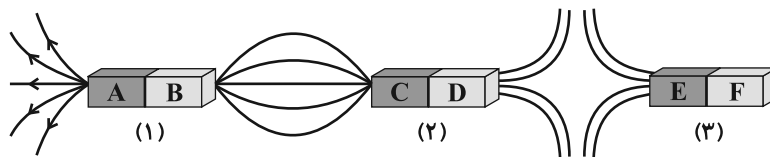
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: مغناطیس: صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۸۱- در شکل زیر، خط‌های میدان مغناطیسی در اطراف سه آهنربای میله‌ای رسم شده است. اگر آهنرباهای (۲) و (۳) را توسط یک نخ

به صورت آزادانه آویزان کنیم، قطب‌های C و E به ترتیب از راست به چپ کدام قطب‌های مغناطیسی زمین را نشان می‌دهند؟



(۱) جنوب - شمال

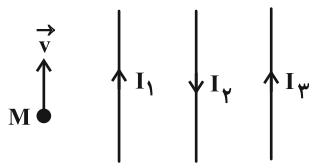
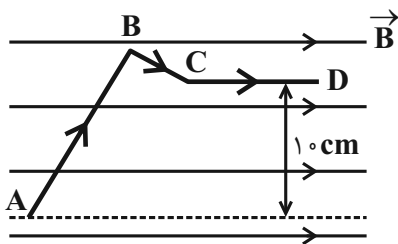
(۲) جنوب - جنوب

(۳) شمال - جنوب

(۴) شمال - شمال

۸۲- مطابق شکل زیر، سه سیم بلند، راست و موازی حامل جریان در یک صفحه واقع‌اند و میدان مغناطیسی حاصل از جریان‌های  $I_1$ ، $I_2$  و  $I_3$  در نقطه M به ترتیب  $30\text{G}$ ،  $10\text{G}$  و  $20\text{G}$  است. اگر بار الکتریکی  $q = -4\mu\text{C}$  با تندی  $2 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  در جهت نشان

داده شده از نقطه M عبور کند، در لحظه عبور، اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر آن چند نیوتون و در چه جهتی است؟

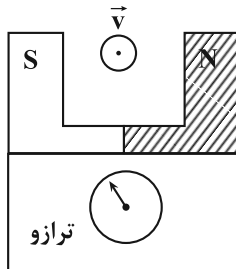
(۱)  $32 \times 10^{-4}$ ، راست(۲)  $32 \times 10^{-4}$ ، چپ(۳)  $32 \times 10^{-3}$ ، راست(۴)  $32 \times 10^{-3}$ ، چپ۸۳- در شکل زیر، سیم ABCD حامل جریان  $20\text{A}$  است. بزرگی برآیند نیروهای وارد بر سیم حامل جریان از طرف میدانمغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  به بزرگی  $5\text{mT}$ ، چند نیوتون و در چه جهتی است؟ ( $\overline{AB} = 20\text{cm}$ ،  $\overline{BC} = 5\text{cm}$  و  $\overline{CD} = 20\text{cm}$ )(۱)  $10^{-2}$ ، برون‌سو(۲)  $10^{-2}$ ، درون‌سو(۳)  $5 \times 10^{-3}$ ، برون‌سو(۴)  $5 \times 10^{-3}$ ، درون‌سو

۸۴- مطابق شکل زیر، آهنربایی که بزرگی میدان مغناطیسی یکنواخت بین قطب‌هایش برابر با  $10$  گاوس می‌باشد، روی یک ترازو قرار

دارد و در این حالت، ترازو عدد  $3N$  را نشان می‌دهد. ذره‌ای با بار الکتریکی  $q = -2\mu C$  با تندی  $5 \times 10^7 \frac{m}{s}$  بین دو قطب

آهنربا، عمود بر صفحه کاغذ و به طرف بیرون صفحه پرتاب می‌شود. عددی که ترازو در ابتدای عبور ذره از فضای میان دو قطب

آهنربا نشان می‌دهد، چند نیوتون است؟



۴ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۵ (۴)

۸۵- اگر از پیچه مسطحی به شعاع  $10\text{cm}$  که از  $72$  متر سیم رسانا ساخته شده است، جریان  $I$  عبور کند، بزرگی میدان مغناطیسی

در مرکز پیچه برابر با  $B$  می‌شود. اگر همین جریان از سیم‌لوله‌ای به طول  $20\text{cm}$  بگذرد، اندازه میدان مغناطیسی یکنواخت در

داخل سیم‌لوله  $1/4B$  می‌شود. تعداد دورهای سیم‌لوله کدام است؟ ( $\pi = 3$ )

۳۳۶ (۴)

۱۶۸ (۳)

۸۴ (۲)

۴۲ (۱)

۸۶- از سیم نازکی به طول  $12\text{m}$ ، سیم‌لوله‌ای به شعاع مقطع  $1\text{cm}$  درست می‌کنیم. اگر طول سیم‌لوله  $20\text{cm}$  باشد و از آن جریان

$2A$  عبور کند، بزرگی میدان مغناطیسی در محور سیم‌لوله چند گاوس است؟ ( $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$ )

۶۰ (۴)

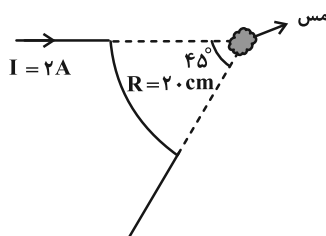
۴۸ (۳)

۲۴ (۲)

۱۲ (۱)

۸۷- پیچه ناقصی مطابق شکل زیر وجود دارد که از آن جریان  $2$  آمپری می‌گذرد. در مرکز پیچه قطعه‌ای مس قرار می‌دهیم. اندازه میدان

مغناطیسی در مرکز این پیچه ناقص چند گاوس است و جهت قرارگیری دوقطبی‌های مغناطیسی در قطعه مسی به کدام سمت است؟



( $\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$ )

(۱) ،  $75 \times 10^{-4}$  ،  $\odot$

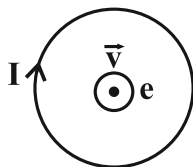
(۲) ،  $75 \times 10^{-8}$  ،  $\odot$

(۳) ،  $75 \times 10^{-4}$  ،  $\otimes$

(۴) ،  $75 \times 10^{-8}$  ،  $\otimes$

۸۸- مطابق شکل زیر، الکترونی عمود بر صفحه و به صورت برون سو از مرکز یک حلقه حامل جریان الکتریکی عبور می کند. کدام

گزینه در مورد نیروی وارد بر الکترون از سوی حلقه در حین عبور از مرکز حلقه درست است؟



(۱) نیرویی به سمت بالا بر الکترون وارد می شود.

(۲) نیرویی به سمت پایین بر الکترون وارد می شود.

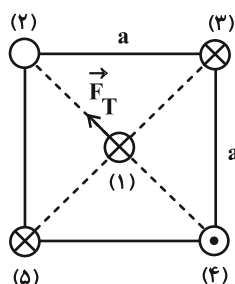
(۳) بر الکترون نیرو وارد نمی شود.

(۴) نیروی وارد بر الکترون درون سو است.

۸۹- در شکل زیر، از هر یک از سیم های راست، بلند و موازی که در چهار رأس و مرکز یک مربع ثابت شده اند، جریان I عبور می کند. اگر

برایند نیروهای وارد بر سیم (۱) از طرف بقیه سیم ها مطابق شکل باشد، جهت جریان سیم (۲)، ..... است و اگر جای سیم های (۴)

و (۵) را با هم عوض کنیم، بردار برایند نیروهای وارد بر سیم (۱) به صورت ..... می شود. (از نیروی گرانشی صرف نظر کنید).



(۱) درون سو، ↗

(۲) برون سو، ↗

(۳) درون سو، ↙

(۴) برون سو، ↙

۹۰- کدام یک از گزاره های زیر درست بیان شده اند؟

الف) میدان مغناطیسی خارجی می تواند سبب القای دوقطبی های مغناطیسی در جهت میدان مغناطیسی خارجی در مواد دیامغناطیسی گردد.

ب) از مواد فرومغناطیسی نرم در ساخت هسته پیچده ها و سیملوله ها استفاده می شود.

پ) در میدان های مغناطیسی قوی، مواد پارامغناطیسی خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می کنند.

(۴) الف و ب

(۳) الف، ب و پ

(۲) ب و پ

(۱) الف و ب

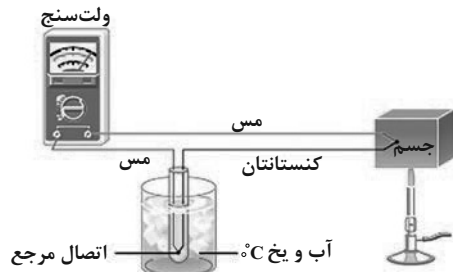
وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

فیزیک ۱: دما و گرما: صفحه‌های ۸۳ تا ۱۲۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

- ۹۱- بیشترین دمای هوای شهر تهران در روز ۱۵ تیرماه،  $35^{\circ}\text{C}$  و کمترین دمای آن در این روز  $15^{\circ}\text{C}$  است. اختلاف این دو دما بر حسب کلون و درجه فارنهایت به ترتیب از راست به چپ کدام است؟
- (۱)  $36^{\circ}$  و  $20^{\circ}$       (۲)  $20^{\circ}$  و  $36^{\circ}$       (۳)  $293^{\circ}$  و  $68^{\circ}$       (۴)  $20^{\circ}$  و  $20^{\circ}$

- ۹۲- در شکل مقابل، یک دماسنج ترموکوپل نمایش داده شده است. چه تعداد از گزاره‌های زیر در مورد این دماسنج درست بیان شده است؟
- (الف) این دماسنج امروزه جزو دماسنج‌های معیار به‌شمار می‌آید.



- (ب) کمیت دماسنجی در این دماسنج، ولتاژ است.
- (پ) گستره دماسنجی در این دماسنج به جنس سیم‌های آن بستگی ندارد.
- (ت) به دلیل جرم کوچک محل اتصال، خیلی سریع با دستگاهی که دمای آن اندازه‌گیری می‌شود به حالت تعادل گرمایی می‌رسد.
- (ث) از این دماسنج معمولاً در هواشناسی استفاده می‌شود.

- (۱) ۱      (۲) ۳      (۳) ۲      (۴) ۴

- ۹۳- در یک ظرف ۴ لیتری به اندازه  $3700\text{cm}^3$  مایعی با ضریب انبساط حجمی  $\frac{1}{K} \times 10^{-4}$  وجود دارد. اگر ضریب انبساط طولی ظرف  $\frac{1}{K} \times 10^{-5}$  باشد، دمای مجموعه را چند درجه سلسیوس بالاتر ببریم تا مایع درون ظرف در آستانه سرریز شدن قرار بگیرد؟
- (۱)  $120^{\circ}$       (۲)  $200^{\circ}$       (۳)  $240^{\circ}$       (۴)  $300^{\circ}$

- ۹۴- درون گرماسنجی با ظرفیت گرمایی  $200 \frac{\text{J}}{^{\circ}\text{C}}$  مقدار  $1\text{kg}$  آب با دمای  $10^{\circ}\text{C}$  وجود دارد. یک قطعه مس به جرم  $1\text{kg}$  و دمای  $130^{\circ}\text{C}$  را وارد گرماسنج می‌کنیم. اگر در این حالت دمای تعادل مجموعه  $20^{\circ}\text{C}$  شود، گرمای ویژه مس چند  $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$  است؟

$$(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}})$$

- (۱)  $500^{\circ}$       (۲)  $300^{\circ}$       (۳)  $450^{\circ}$       (۴)  $400^{\circ}$

- ۹۵- توان ورودی یک گرمکن الکتریکی  $3\text{kW}$  است. اگر بازده این گرمکن برابر با ۷۰ درصد باشد، در مدت ۸ ساعت، چند کیلوگرم

$$\text{یخ در دمای نقطه ذوب آن را به آب با دمای } 20^{\circ}\text{C} \text{ تبدیل می‌کند؟ (} L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \text{ و } c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}} \text{)}$$

- (۱)  $160^{\circ}$       (۲)  $120^{\circ}$       (۳)  $144^{\circ}$       (۴)  $180^{\circ}$

۹۶- در دو ظرف جداگانه و هم جنس A و B، به جرم‌های مساوی آب می‌ریزیم. اگر بر اثر تبخیر سطحی، جرم برابری از آب در هر دو

ظرف به ترتیب در مدت زمان  $\Delta t_A$  و  $\Delta t_B$  تبخیر شده باشد، در کدام حالت  $\Delta t_A > \Delta t_B$  است؟

(۱) سطح مقطع ظرف A دو برابر سطح مقطع ظرف B باشد.

(۲) فشار روی آب در ظرف A،  $10 \text{ kPa}$  کمتر از فشار روی آب در ظرف B باشد.

(۳) دمای آب در ظرف A،  $20^\circ\text{C}$  کمتر از دمای آب در ظرف B باشد.

(۴) سرعت وزش باد در اطراف ظرف A بیشتر از ظرف B باشد.

۹۷- چند تکه یخ به جرم  $0.1 \text{ kg}$  و دمای  $-20^\circ\text{C}$  را داخل  $4 \text{ kg}$  آب  $30^\circ\text{C}$  قرار دهیم تا در نهایت، آب با دمای  $10^\circ\text{C}$  داشته باشیم؟

$$\left( c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}, c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}, L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \text{ و اتلاف انرژی نداریم.} \right)$$

(۴) ۱۲

(۳) ۱۰

(۲) ۸

(۱) ۴

۹۸- مقدار گرمایی که  $10$  کیلوگرم یخ  $-20^\circ\text{C}$  را به آب  $30^\circ\text{C}$  تبدیل می‌کند، چند گرم آب  $40^\circ\text{C}$  را به بخار آب  $100^\circ\text{C}$  تبدیل

$$\text{می‌کند؟} \left( c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, L_V = 2268 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \text{ و } L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right)$$

(۴) ۳۰۰۰

(۳) ۲۵۰۰

(۲) ۲۰۰۰

(۱) ۱۵۰۰

۹۹- چند مورد از عبارات‌های زیر صحیح نمی‌باشد؟

(الف) اگر در هوای سرد یک لوله فلزی و یک تیر چوبی را لمس کنیم، لوله فلزی گرم‌تر به نظر می‌رسد.

(ب) به مقدار انرژی موجود در هر جسم گرما گفته می‌شود.

(پ) گرمای نهان تبخیر آب با افزایش دمای آن کاهش می‌یابد.

(ت) هر چقدر جرم یک قطعه فلزی از جسمی کوچک‌تر باشد، ظرفیت گرمایی ویژه آن نیز کوچک‌تر است.

(ث) انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن بر اثر همرفت طبیعی می‌باشد.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۰۰- حبابی از عمق  $200$  متری یک اقیانوس،  $140$  متر بالا می‌آید و مساحت سطح آن از  $4 \text{ cm}^2$  به  $9 \text{ cm}^2$  می‌رسد. دمای هوای درون آن

$$\text{برحسب کلوین چند برابر می‌شود؟} (P_0 = 10^5 \text{ Pa}, \rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

(۴)  $\frac{3}{4}$

(۳)  $\frac{4}{3}$

(۲)  $\frac{8}{9}$

(۱)  $\frac{9}{8}$



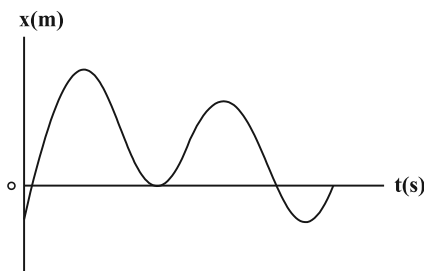
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست + دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۱ تا ۳۵

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۰۱- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی مسیری مستقیم در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. در طول این حرکت،

به ترتیب از راست به چپ، چند بار جهت بردار مکان، جهت حرکت و جهت بردار شتاب متحرک تغییر کرده است؟



(۱) ۴-۳-۳

(۲) ۴-۳-۲

(۳) ۳-۴-۲

(۴) ۳-۴-۳

۱۰۲- متحرکی بر روی یک مسیر مستقیم، از نقطه A به نقطه B می‌رود و بلافاصله به نقطه A برمی‌گردد. اگر تندی متوسط متحرک در

کل مسیر  $5 \frac{m}{s}$  کوچکتر از تندی متوسط آن در مسیر رفت و اختلاف تندی متوسط متحرک در مسیر رفت و مسیر برگشت $\frac{m}{s}$  باشد، تندی متوسط متحرک در مسیر برگشت چند درصد کمتر از تندی متوسط آن در مسیر رفت است؟

(۴) ۵۵

(۳) ۴۵

(۲) ۳۰

(۱) ۴۰

۱۰۳- معادله حرکت متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت  $x = t^2 - 4t + 10$  است. سرعت متوسط این متحرک

در ۵ ثانیه اول حرکت چند برابر تندی متوسط آن در همین مدت است؟

(۴)  $1/3$ (۳)  $5/13$ (۲)  $2/6$ 

(۱) ۱

۱۰۴- متحرکی در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت است. اگر سرعت متحرک در مکان  $x = -1m$  برابر با  $6 \frac{m}{s}$  و درمکان  $x = 7m$  برابر با  $10 \frac{m}{s}$  باشد، پس از چه مدتی بر حسب ثانیه سرعت متحرک از  $6 \frac{m}{s}$  به  $10 \frac{m}{s}$  می‌رسد؟

(۴) ۲

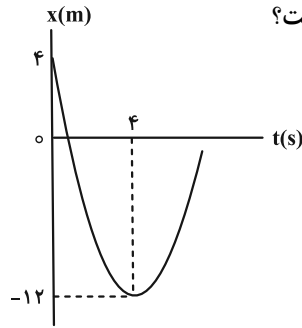
(۳)  $0/5$ 

(۲) ۴

(۱) ۱

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۱۰۵- نمودار مکان- زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی خط راستی در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. بعد از شروع حرکت، سرعت این متحرک در لحظه‌ای که برای اولین بار از مبدأ مکان می‌گذرد، چند متر بر ثانیه است؟



- (۱)  $4\sqrt{5}$   
 (۲)  $-4\sqrt{5}$   
 (۳)  $4\sqrt{3}$   
 (۴)  $-4\sqrt{3}$

۱۰۶- سنگی از لبه بام ساختمانی بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ رها می‌شود و پس از ۸ ثانیه به زمین برخورد می‌کند. سنگ در ۲

ثانیه آخر حرکتش چند متر جابه‌جا می‌شود؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

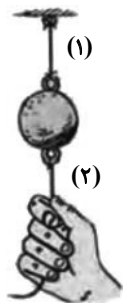
- (۱) ۱۸۰ (۲) ۲۰ (۳) ۱۴۰ (۴) ۴۰

۱۰۷- در شرایط خلأ، دو گلوله با فاصله زمانی ۳ ثانیه، از یک نقطه بالای سطح زمین و از حال سکون رها می‌شوند. چند ثانیه پس از رها

شدن گلوله دوم، فاصله دو گلوله ۱۶۵ متر می‌شود؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$  و ارتفاع به اندازه کافی بلند است).

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۵

۱۰۸- مطابق شکل زیر یک گوی فلزی توسط نخ به سقف متصل شده است. اگر ناگهان نخ را بکشیم، طبق قانون ..... نیوتون نخ ..... پاره می‌شود و اگر به آرامی نیروی وارد بر نخ پایینی را زیاد کنیم، نخ ..... پاره می‌شود.



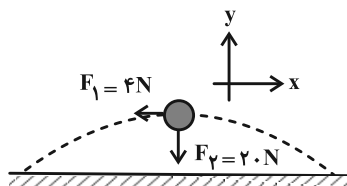
- (۱) سوم، (۲)، (۱)  
 (۲) سوم، (۱)، (۲)  
 (۳) اول، (۲)، (۱)  
 (۴) اول، (۱)، (۲)

۱۰۹- ذره‌ای به جرم ۳kg با سرعت ثابت  $\vec{v} = 4\vec{j}$  در حال حرکت است. اگر تحت اثر دو نیروی  $\vec{F}_1 = 3\vec{i} - 4\vec{j}$  و  $\vec{F}_2$ ، پس از ۲ ثانیه

سرعت ذره به  $\vec{v}_2 = -4\vec{i}$  برسد، نیروی  $\vec{F}_2$  که عکس‌العمل نیروی  $\vec{F}_1$  است، در SI کدام است؟ (تمامی اندازه‌ها در SI هستند).

- (۱)  $2\vec{i} - 3\vec{j}$  (۲)  $-3\vec{i} + 3\vec{j}$  (۳)  $-9\vec{i} - 2\vec{j}$  (۴)  $9\vec{i} + 2\vec{j}$

۱۱۰- شکل زیر نیروهای وارد بر توپ فوتبالی به جرم ۴۰۰g را در بالاترین نقطه مسیرش نشان می‌دهد. بردار شتاب متحرک بر حسب بردارهای یک‌ه در SI برابر با کدام گزینه است؟



- (۱)  $10\vec{i} + 50\vec{j}$   
 (۲)  $-10\vec{i} - 50\vec{j}$   
 (۳)  $-1/6\vec{i} - 8\vec{j}$   
 (۴)  $1/6\vec{i} + 8\vec{j}$

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

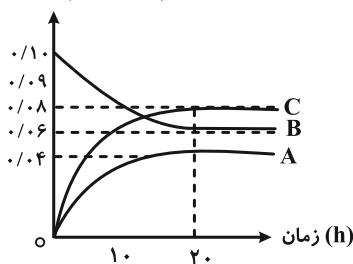
شیمی ۲: در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۷ تا ۹۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۱۱- کدام گزینه درباره غذای سالم نادرست است؟

- (۱) ظروف کدر، زمان ماندگاری روغن‌های مایع درون ظرف را افزایش می‌دهند.
- (۲) سرعت فاسد شدن قاووت در مقایسه با فساد مغز خشک سازنده آن، بیشتر است.
- (۳) خشک کردن میوه‌ها، تهیه ترشی و نمک سود کردن گوشت، ماندگاری آن‌ها را افزایش می‌دهد.
- (۴) مدت نگهداری مواد غذایی در محیط مرطوب و محیط خشک، تأثیر زیادی بر فسادپذیری آن‌ها ندارد.

۱۱۲- با توجه به نمودار زیر، چند عبارت نادرست است؟

غلظت مولی ( $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ )(الف) معادله واکنش می‌تواند  $2B + A \rightarrow 3C$  باشد.

(ب) سرعت تولید A با سرعت مصرف B برابر می‌باشد.

(پ) به ازای تولید یک مول ماده C، مجموعاً ۲ مول ماده A و B مصرف می‌شود.

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۱۱۳- در محفظه بسته‌ای به حجم ۲ لیتر ۰/۸ مول گاز دی‌نیتروژن پنتاکسید در حال تجزیه شدن است. اگر پس از ۱۵۰ ثانیه مجموع شمار مول‌های گازی موجود در ظرف برابر ۱/۲۵ باشد، تا این لحظه از واکنش ..... درصد از این ماده تجزیه شده است و سرعت متوسط واکنش برابر ..... مول بر لیتر بر دقیقه است. (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)



(۴) ۳۷/۵، ۰/۰۳

(۳) ۳۷/۵، ۰/۰۶

(۲) ۴۲/۵، ۰/۰۳

(۱) ۴۲/۵، ۰/۰۶

۱۱۴- کدام یک از واکنش‌های ذکر شده با عامل مربوطه برای تغییر سرعت آن همخوانی ندارد؟

(۱) واکنش سریع پتاسیم با آب سرد نسبت به سدیم ← اثر دما

(۲) افزودن مقداری پتاسیم یدید به محلول هیدروژن پراکسید ← اثر کاتالیزگر

(۳) واکنش سوختن گرد آهن در ظرف پر از گاز اکسیژن نسبت به هوای آزاد ← اثر غلظت

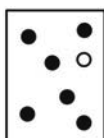
(۴) پاشیدن و پخش کردن گرد آهن بر روی شعله ← افزایش سطح تماس

۱۱۵- با توجه به شکل زیر که گاز A با دایره سیاه و گاز B با دایره سفید نشان داده شده است، کدام گزینه نادرست است؟

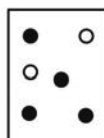
(حجم ظرف سربسته آزمایش، ۲ لیتر بوده و هر ذره معادل ۰/۲ مول است.)



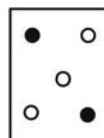
t = ۰ min



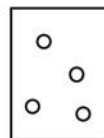
t = ۲ min



t = ۴ min



t = ۶ min



t = ۸ min

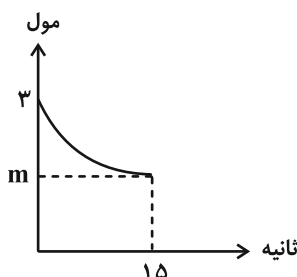
(۱) معادله واکنش به صورت  $2A(\text{g}) \rightarrow B(\text{g})$  است.

(۲) سرعت متوسط مصرف A، دو برابر سرعت متوسط تولید B است.

(۳) سرعت متوسط تولید B در این واکنش برابر  $0.5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$  است.

(۴) سرعت واکنش نسبت به مصرف A با سرعت واکنش نسبت به تولید B، با یکای یکسان، برابر است.

۱۱۶- مقداری دی نیتروژن پنتا اکسید مطابق معادله موازنه نشده زیر، در شرایط استاندارد تجزیه می‌شود. اگر سرعت واکنش ۱۵ ثانیه پس از شروع آن برابر ۳ مول بر دقیقه باشد، مقدار  $m$  برای نمودار کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۰/۵

(۳) ۲

(۴) ۱/۵

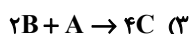
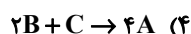
۱۱۷- با توجه به جدول زیر سرعت متوسط تولید NO در بازه زمانی ۲۰ تا ۳۰ ثانیه چند مولار بر ثانیه است؟  $2\text{NOBr} \rightarrow 2\text{NO} + \text{Br}_2$

| زمان (s) | ۰    | ۱۰   | ۲۰    | ۳۰   | ۴۰    |
|----------|------|------|-------|------|-------|
| [NOBr]   | ۰/۰۴ | ۰/۰۳ | ۰/۰۲۴ | ۰/۰۲ | ۰/۰۱۷ |

(۲)  $2 \times 10^{-4}$ (۱)  $4 \times 10^{-4}$ (۴)  $6 \times 10^{-4}$ (۳)  $4 \times 10^{-3}$ 

۱۱۸- رابطه زیر در یک واکنش فرضی بین ۳ ماده A، B و C برقرار است. کدام یک از معادله‌های زیر می‌تواند نشان‌دهنده معادله این واکنش باشد؟

$$\frac{-4\Delta n_A}{\Delta t} = \frac{2\Delta n_B}{\Delta t} = \frac{\Delta n_C}{\Delta t}$$



۱۱۹- اگر واکنش موازنه نشده زیر با ۲۲ گرم واکنش‌دهنده در ظرف ۴ لیتری آغاز شود و پس از ۵۰ ثانیه مقدار واکنش‌دهنده به اتمام

برسد کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟ ( $\text{N} = 14, \text{O} = 16, \text{Br} = 80 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )



(۱) سرعت واکنش در ۳ ثانیه سوم می‌تواند از سرعت واکنش در ۳ ثانیه آخر بیشتر باشد.

(۲) در این واکنش سرعت مصرف  $\text{NOBr}(\text{g})$  برابر با سرعت تولید  $\text{NO}(\text{g})$  خواهد بود.

(۳) سرعت متوسط واکنش از آغاز تا انتها برابر با  $2 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  می‌باشد.

(۴) رابطه  $\bar{R} = \frac{-3\Delta[\text{NOBr}]}{\Delta t} = \frac{6\Delta[\text{Br}_2]}{\Delta t}$  برای این واکنش درست است.

۱۲۰- کدام مطلب در مورد لیکوپن با فرمول مولکولی  $\text{C}_{40}\text{H}_{56}$  درست است؟

(۱) نوعی بازدارنده است که در هندوانه و گوجه‌فرنگی وجود دارد.

(۲) گونه‌ای پرانرژی و ناپایدار است که فعالیت رادیکال‌ها را افزایش می‌دهد.

(۳) یک هیدروکربن خطی سیرنشده با دوازده پیوند دوگانه کربن-کربن است.

(۴) لیکوپن با به دام انداختن رادیکال‌ها و کاهش مقدار آن‌ها سبب انجام واکنش‌های ناخواسته می‌شود.

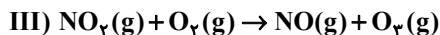
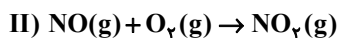
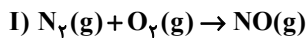


شیمی ۱: رد پای گازها در زندگی + آب، آهنگ زندگی (تا انتهای قسمت در میلیون (درصد جرمی، استخراج سدیم کلرید)): صفحه‌های ۷۰ تا ۹۸  
وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۲۱- کدام مطلب زیر در رابطه با شیمی سبز نادرست است؟

- (۱) یکی از راه‌های کاهش رد پای  $\text{CO}_2$  دفن کردن آن در مکان‌های امن و عمیق است.
  - (۲) در راستای تبدیل  $\text{CO}_2$  به مواد معدنی، کربن دی‌اکسید را با اکسیدهای اسیدی واکنش می‌دهند.
  - (۳) سوخت سبز، در ساختار خود علاوه بر عناصر C و H، اکسیژن نیز دارد و این مواد زیست تخریب‌پذیر هستند.
  - (۴) اتانول و روغن‌های گیاهی همانند پلیمرهایی که بر پایه نشاسته ساخته می‌شوند، در طبیعت به مواد ساده‌تر تجزیه می‌شوند.
- ۱۲۲- مطابق واکنش‌های موازنه نشده داده شده که مربوط به تولید اوزون تروپوسفری می‌باشد؛ در صورت مصرف  $18/06 \times 10^{24}$  اتم نیتروژن در واکنش (I)، جرم اوزون تروپوسفری تولیدی در واکنش (III) و مجموع حجم گاز اکسیژن مصرفی در این سه واکنش پس از تبدیل به شرایط STP به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ( $\text{O} = 16: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )



۱۳۴۴ ، ۷۲۰ (۴)

۱۳۴۴ ، ۱۴۴۰ (۳)

۶۷۲ ، ۷۲۰ (۲)

۶۷۲ ، ۱۴۴۰ (۱)

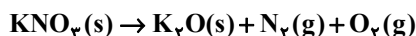
۱۲۳- کدام گزینه در مورد اوزون نادرست است؟

- (۱) نقطه جوش آن از آلوتروپ دیگر اکسیژن، کمتر است.
- (۲) نسبت شمار الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در آن برابر ۵/۰ است.
- (۳) مانع ورود بخش عمده‌ای از تابش فرابنفش خورشید به سطح زمین می‌شود.
- (۴) در صنعت از آن برای گندزدایی میوه‌ها و سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره‌بینی درون آب استفاده می‌شود.

۱۲۴- کدام گزینه در مورد گازها صحیح می‌باشد؟

- (۱) گازها همانند مایعات و جامدات تراکم‌پذیر می‌باشند.
- (۲) یک مول گاز اکسیژن در دمای اتاق نوعی توصیف از یک نمونه گاز می‌باشد.
- (۳) می‌توان گفت در دما و فشار یکسان حجم مقدار جرم معینی از گازهای گوناگون با هم برابر است.
- (۴) در دمای ثابت برای یک گاز معین افزایش تعداد ذرات برخلاف افزایش فشار می‌تواند باعث افزایش حجم آن شود.

۱۲۵- یک دانشجوی شیمی مطابق واکنش موازنه نشده زیر مقدار جرم مشخصی از پتاسیم نیترات را حرارت داده است. اگر کاهش جرم مخلوط واکنش برابر ۸۶/۴ گرم باشد، حجم گاز اکسیژن تولید شده در شرایط STP چند لیتر است و از واکنش کامل گاز اکسیژن تولید شده با مقدار کافی گاز هیدروژن در شرایط مناسب، چند گرم آب تولید می‌شود؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید،  $(H = 1, N = 14, O = 16, K = 39 : g.mol^{-1})$ )



۷۲ ، ۲۲/۴ (۴)

۳۶ ، ۴۴/۸ (۳)

۳۶ ، ۲۲/۴ (۲)

۷۲ ، ۴۴/۸ (۱)

۱۲۶- کدام گزینه درباره فرایند هابر نادرست است؟

(۱) ترتیب نقطه جوش و جرم مولی واکنش‌دهنده‌های آن مشابه است.

(۲) یکی از چالش‌های هابر این بود که واکنش در دما و فشار اتاق انجام نمی‌شد.

(۳) یکی از واکنش‌دهنده‌های مورد استفاده در این فرایند به جو بی‌اثر شهرت یافته است.

(۴) برای جداسازی آمونیاک از گازهای واکنش نداده قطعاً از روش تقطیر جریانه‌جری استفاده می‌شود.

۱۲۷- نسبت شمار آنیون به کاتیون در کدام ترکیب زیر برابر نسبت شمار آنیون به کاتیون در نیکل (III) سولفید نیست؟

(۴) گالیوم سولفات

(۳) آلومینیم کربنات

(۲) اسکاندیم سولفات

(۱) باریم فسفات

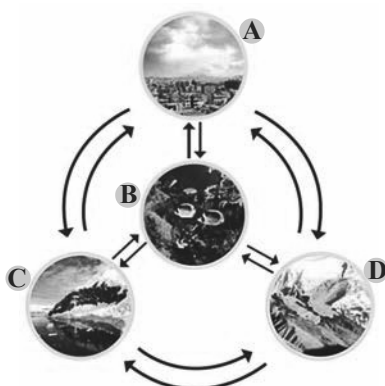
۱۲۸- با توجه به شکل، کدام مطلب زیر درست است؟

(۱) قسمت B فقط شامل همه جانداران آب کره است.

(۲) قسمت C از مولکول‌های کوچک آب، یون‌ها و ... تشکیل شده است.

(۳) در واکنش‌های انجام شده در قسمت B، مولکول‌های ریز نقش اساسی ایفا می‌کنند.

(۴) قسمت A تنها از مولکول‌های کوچک دو اتمی نیتروژن و اکسیژن تشکیل شده است.

۱۲۹- مقداری سدیم سولفات را در آب حل کرده و محلول رقیقی با غلظت  $710 \text{ ppm}$  از آن تهیه کرده‌ایم. در ۱/۵ لیتر از این محلولچند مول یون سدیم حل شده است؟  $(Na = 23, S = 32, O = 16 : g.mol^{-1})$   $(d_{\text{محلول}} = 1 \text{ g.mL}^{-1})$ 

۰/۰۱۵ (۴)

۰/۱۵ (۳)

۰/۳ (۲)

۰/۰۳ (۱)

۱۳۰- ۱۰۰ گرم محلول ۴۰ درصد جرمی NaCl را با چند گرم محلول ۵۰ درصد جرمی این ماده مخلوط کنیم تا درصد جرمی NaCl در

محلول نهایی به ۴۶ درصد برسد؟

۲۰۰ (۴)

۱۵۰ (۳)

۱۰۰ (۲)

۵۰ (۱)

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی + آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۱ تا ۴۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۳۱- عبارت کدام گزینه در مورد چربی‌ها نادرست است؟

(۱) مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلندزنجیر هستند.

(۲) همه اجزای آن‌ها می‌توانند با مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی برقرار کنند.

(۳) فرمول کلی دسته‌ای از آن‌ها را می‌توان به صورت  $\text{RCOOH}$  نمایش داد.

(۴) موادی شامل مولکول‌های دو بخشی هستند که بخش ناقطبی آن‌ها بر بخش قطبی‌شان غلبه دارد.

۱۳۲- قدرت پاک‌کنندگی صابون با افزایش دما رابطه ..... دارد و قدرت چسبندگی لکه‌های چربی روی پارچه‌های ..... بیشتر است.

(۱) معکوس - نخعی

(۲) مستقیم - نخعی

(۳) معکوس - پلی‌استری

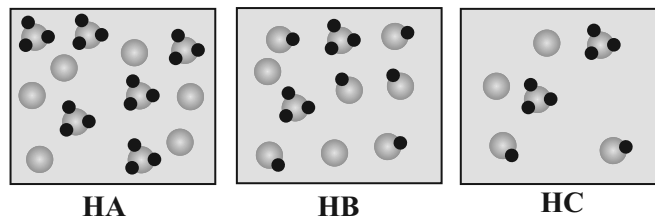
(۴) مستقیم - پلی‌استری

۱۳۳- محلولی ۱۵ درصد جرمی از  $\text{HX}$  با جرم مولی ۱۵۰ گرم بر مول و درصد یونش ۱ درصد و چگالی  $1 \text{ g.mL}^{-1}$  موجود است.نسبت مجموع غلظت یون‌های موجود در این محلول به غلظت اولیه  $\text{HX}$  کدام است؟

(۱) ۰/۰۲ (۲) ۰/۰۱ (۳) ۰/۰۴ (۴) ۰/۰۳

۱۳۴- شکل‌های زیر محلول سه اسید تک پروتون‌دار با حجم و دمای یکسان را نشان می‌دهند. کدام مورد درست است؟

(A, B, C و C نماد عناصر فرضی هستند.)

(۱)  $\text{HA}$  و  $\text{HB}$  را می‌توان به محلول دو هیدروژن هالید در آب نسبت داد.(۲) محلول اسید  $\text{HB}$ ، رسانایی الکتریکی و درصد یونش بیشتری نسبت به محلول  $\text{HC}$  دارد.

(۳) در هر سه محلول با افزایش غلظت اسید، غلظت یون هیدرونیوم، در اثر افزایش درجه یونش افزایش می‌یابد.

(۴) درصد یونش محلول اسید  $\text{HC}$  نصف درصد یونش محلول اسید  $\text{HB}$  بوده و هر دو الکترولیت ضعیف به شمار می‌آیند.۱۳۵-  $\text{pH}$  محلولی از هیدروسیانیک اسید با ثابت تعادل  $K_a = 4 / 8 \times 10^{-10} \text{ mol.L}^{-1}$  برابر با ۵/۴ می‌باشد. درصد یونش و نسبت غلظتیون هیدروکسید به یون هیدرونیوم در دمای اتاق در محلول این اسید کدام است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.) ( $\log 2 \approx 0/3$ )

(۱) ۰/۱۲ ، ۰/۰۱۲ (۲) ۰/۰۱۲ ، ۰/۰۱۲

(۳) ۰/۱۲ ، ۰/۰۱۲ (۴) ۰/۰۱۲ ، ۰/۰۱۲

(۳) ۰/۱۲ ، ۰/۰۱۲ (۴) ۰/۰۱۲ ، ۰/۰۱۲

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۱۳۶- کدام مورد به درستی بیان شده است؟ ( $\log 2 \approx 0.3$  ,  $\log 3 \approx 0.5$ )

(۱) همه بازهای شناخته شده، در آب به طور کامل یونش می یابند.

(۲) در شرایط یکسان، هر چه غلظت  $\text{OH}^-$  محلول یک باز معین بیشتر شود،  $K_b$  آن باز بزرگ تر می شود.

(۳)  $\text{NaOH}$  و  $\text{KOH}$  بازهای بسیار قوی هستند؛ بنابراین pH محلول های آنها در دمای  $25^\circ\text{C}$ ،  $14$  است.

(۴) اگر pH دو محلول باز تک ظرفیتی برابر  $10/7$  و  $13/4$  باشد، غلظت  $\text{OH}^-$  در باز قوی تر  $500$  برابر دیگری است.

۱۳۷- از واکنش  $100$  میلی لیتر محلول هیدروبرمیک اسید با  $\text{pH} = 2/15$  با مقدار کافی سدیم هیدروژن کربنات، چند لیتر گاز در

شرایطی که حجم مولی گازها  $30$  لیتر بر مول است آزاد می شود؟ ( $\log 7 = 0.85$ ,  $H = 1$ ,  $Br = 80 \text{ g.mol}^{-1}$ )



(۴)  $2/1 \times 10^{-2}$

(۳)  $4/2 \times 10^{-2}$

(۲)  $7 \times 10^{-4}$

(۱)  $3/13 \times 10^{-2}$

۱۳۸- کدام گزینه در مورد دانش الکتروشیمی نادرست است؟

(۱) یکی از کاربردهای الکتروشیمی، کنترل کیفی فراورده های دارویی است.

(۲) برای دستیابی به دانش الکتروشیمی، نخست باید دانست در چه واکنش هایی الکترون مبادله می شود.

(۳) دانش الکتروشیمی توانست به وسیله تولید انرژی الکتریکی، در راستای پیاده کردن اصول شیمی سبز گام بردارد.

(۴) تهیه مواد جدید برخلاف بهبود خواص مواد و تأمین انرژی، در حوزه دانش الکتروشیمی قرار می گیرند.

۱۳۹- در واکنش فلز سدیم با گاز کلر، اتم های سدیم با ..... الکترون ..... یافته و سبب ..... گاز کلر می شوند. به این ترتیب

اتم های فلزی موجود در واکنش نقش ..... را دارند.

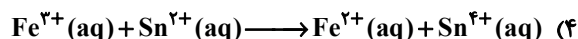
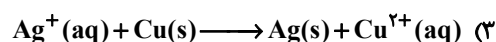
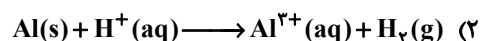
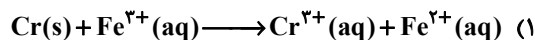
(۲) به دست آوردن - اکسایش - کاهش - اکسنده

(۱) از دست دادن - اکسایش - کاهش - کاهنده

(۴) از دست دادن - کاهش - اکسایش - اکسنده

(۳) به دست آوردن - کاهش - اکسایش - کاهنده

۱۴۰- پس از موازنه کدام واکنش، ضریب گونه اکسنده بزرگتر است؟





# آزمون ۱۳ شهریور ۱۴۰۵

## اختصاصی دوازدهم ریاضی

# دفترچه پاسخ

پدیدآورندگان

| نام درس                      | نام طراحان                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| حسابان ۲ و ریاضی پایه        | کاظم اجلالی-امیر محمد باقری نصر آبادی-محمد بحیرایی-رضا توکلی-سهیل حسن خان پور-جمشید حسینی خواه عادل حسینی-افشین خاصه خان-سهیل ساسانی-یاسین سپهر-میلاد سجادی لاریجانی-علی شهرابی-حمیدرضا صاحبی حمید عزیزاده-کامیار علییون-کیان کریمی خراسانی-لیلا مرادی-مهدی ملارمضانی-سروش موئینی-علیرضا ندافزاده مهدی نصراللهی-جهانبخش نیکنام                 |
| هندسه و آمار و ریاضیات گسسته | امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی جواد ترکمن-سیدمحمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-کیوان دارابی مصطفی دیداری-سوگند روشنی-علیرضا شریف خطیبی-فرشاد صدیقی فر-هومن عقیلی-شبیم غلامی-احمد رضا فلاح مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی-نیما مهندس                                                                                                    |
| فیزیک                        | خسرو ارغوانی فرد-علی اکبریان کیاسری-حسین الهی-زهره آقامحمدی-محمد رضا خادمی-مجتبی خلیل ارجمندی میثم دشتیان-محمد علی راست پیمان-دانیال راستی-بهنام رستمی-محمد ساکی-مهدی سلطانی-امیررضا صدریکتا سعید طاهری بروجنی-مسعود قره خانی-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-غلامرضا محبی-حسین مخدومی-حسام نادری آرش یوسفی                                            |
| شیمی                         | جعفر پازوکی-محمد رضا پور جاوید-امیر حاتمیان-ایمان حسین نژاد-ارژنگ خائلی-پیمان خواجوی مجد مرتضی خوش کیش حمید ذبحی-حسن رحمتی کوکنده-علیرضا رضایی سراب-فرزاد رضایی-روزبه رضوانی-هانی سوری آترین صبا-مسعود طبرسا علی طرفی-امیرحسین طیبی-مجید غنچه‌لی-امیرمحمد کنگرانی-میثم کوثری لنگری مجتبی محبوب-امیرحسین مسلمی-امین نوروزی-سیدرحیم هاشمی دهکردی |

گزینشگران و ویراستاران

| نام درس                | حسابان ۲ و ریاضی پایه                                          | هندسه                                            | آمار و احتمال و ریاضیات گسسته                    | فیزیک                                            | شیمی                                            |
|------------------------|----------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| گزینشگر                | سیدسپهر متولیان                                                | امیرحسین ملازینل                                 | امیرحسین ملازینل                                 | حسین الهی                                        | مجتبی محبوب                                     |
| گروه ویراستاری         | سینا صالحی<br>آرین غلامی<br>امیرحسین ابومحبوب<br>مهرداد ملوندی | آرین غلامی<br>امیرحسین ابومحبوب<br>مهرداد ملوندی | آرین غلامی<br>امیرحسین ابومحبوب<br>مهرداد ملوندی | سینا صالحی<br>حسین بصیرتر کمپور<br>زهره آقامحمدی | احسان پنجه‌شاهی<br>آترین صبا<br>امیرحسین توحیدی |
| مسئول درس              | سیدسپهر متولیان                                                | امیرحسین ملازینل                                 | امیرحسین ملازینل                                 | حسین الهی                                        | مجتبی محبوب                                     |
| مستندسازی              | سمیه اسکندری                                                   | سجاد سلیمی                                       | سجاد سلیمی                                       | ابراهیم نوری                                     | علیرضا نجفی                                     |
| ویراستاران (مستندسازی) | معصومه صنعت کار-امیرمحمد علیپور-مهسا محمدنیا                   |                                                  |                                                  |                                                  | فاطمه الهی<br>محسن دستجردی<br>رزیتا حبیب‌اله    |

گروه فنی و تولید

|                |                                                           |
|----------------|-----------------------------------------------------------|
| مدیر گروه      | مهرداد ملوندی                                             |
| مسئول دفترچه   | نرگس غنی‌زاده                                             |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: محیا اصغری<br>مسئول دفترچه: علیرضا همایون خواه |
| حروف نگار      | فرزانه فتح اله زاده                                       |
| ناظر چاپ       | سوران نعیمی                                               |

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



$$= \frac{\cos(-\frac{\pi}{6}) - \sin(\pi + \frac{\pi}{3})}{-1} = \frac{\cos(\frac{\pi}{6}) + \sin(\frac{\pi}{3})}{-1}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{-1} = -\sqrt{3}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

(معانیفش نیکنام)

گزینه «۲» ۵-

$$A = \frac{\cos 65^\circ \cos 15^\circ + \cos(90^\circ - 65^\circ) \cos(90^\circ - 15^\circ)}{\cos 70^\circ \cos 20^\circ + \sin 70^\circ \cos(270^\circ + 20^\circ)}$$

$$= \frac{\cos 65^\circ \cos 15^\circ + \sin 65^\circ \sin 15^\circ}{\cos 70^\circ \cos 20^\circ + \sin 70^\circ \sin 20^\circ} = \frac{\cos(65^\circ - 15^\circ)}{\cos(70^\circ - 20^\circ)}$$

$$= \frac{\cos 50^\circ}{\cos 50^\circ} = 1$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

(مهمر بفرایی)

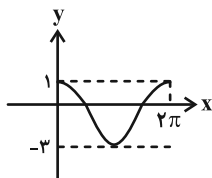
گزینه «۲» ۶-

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \sin(\frac{\pi}{2} + x) - \cos(\pi - x) - 1 = \cos x + \cos x - 1$$

$$\Rightarrow f(x) = 2 \cos x - 1$$

نمودار تابع  $f$  در بازه  $[0, 2\pi]$  به صورت زیر است.



(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۹)

(میلاد سبازی لاریجانی)

گزینه «۲» ۷-

دو زاویه  $\alpha$  و  $\beta$  متمم هم هستند، بنابراین:

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

$$\tan \alpha - \tan \beta = \tan \alpha - \tan(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \tan \alpha - \cot \alpha = 2$$

اتحادهای  $\tan \alpha - \cot \alpha = -2 \cot 2\alpha$  و

$$\cot^2 2\alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 2\alpha} \quad \text{لذا داریم:}$$

$$-2 \cot 2\alpha = 2 \Rightarrow \cot 2\alpha = -1 \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 2\alpha} = 1 + 1 = 2$$

$$\Rightarrow \sin^2 2\alpha = \frac{1}{2}$$

حسابان ۱

گزینه «۴» ۱-

(مهمر بفرایی)

اگر زاویه‌ها را  $\alpha$  و  $\beta$  در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} \alpha - \beta = 36^\circ \\ \alpha + \beta = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \alpha = 63^\circ, \beta = 27^\circ$$

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{27^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{3\pi}{20} \text{ rad}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

(سویل ساسانی)

گزینه «۳» ۲-

$$\ell = r\theta$$

برای طول کمان و مساحت قطاع داریم:

$$S = \frac{1}{2} r^2 \theta$$

$$\frac{\ell^2}{S} = 2\theta \Rightarrow \theta = \frac{\ell^2}{2S}$$

پس داریم:

$$\theta = \frac{18\pi}{2 \times 15} = \frac{3\pi}{5} \text{ rad} = 108^\circ$$

حال در این سؤال  $\theta$  برابر است با:

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۵)

(سویل ساسانی)

گزینه «۲» ۳-

$$\sin 56^\circ = \sin(36^\circ + 20^\circ) = \sin(180^\circ + 25^\circ) = -\sin 25^\circ$$

$$\cos 155^\circ = \cos(180^\circ - 25^\circ) = -\cos 25^\circ$$

$$\cos 29^\circ = \cos(270^\circ + 25^\circ) = \sin 25^\circ$$

$$\sin 47^\circ = \sin(36^\circ + 11^\circ) = \sin(90^\circ + 25^\circ) = \cos 25^\circ$$

حاصل عبارت برابر است با:

$$\frac{-\sin 25^\circ + \cos 25^\circ}{\sin 25^\circ + \cos 25^\circ} \rightarrow \frac{-\tan 25^\circ + 1}{\tan 25^\circ + 1}$$

$$\xrightarrow{\tan 25^\circ \approx 0.5} \frac{-0.5 + 1}{0.5 + 1} = \frac{0.5}{1.5} = \frac{1}{3}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

(میر علیناز)

گزینه «۴» ۴-

$$\cos(-\frac{179\pi}{6}) + \sin(-\frac{46\pi}{3})$$

$$\tan \frac{\Delta\pi}{\lambda} \cot \frac{11\pi}{\lambda}$$

$$= \frac{\cos(\frac{179\pi}{6}) - \sin(\frac{46\pi}{3})}{\tan(\frac{4\pi + \pi}{\lambda}) \cot(\frac{12\pi - \pi}{\lambda})} = \frac{\cos(\frac{180\pi - \pi}{6}) - \sin(\frac{48\pi + \pi}{3})}{\tan(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{\lambda}) \cot(\frac{11\pi}{\lambda} - \frac{\pi}{\lambda})}$$

$$= \frac{\cos(30\pi - \frac{\pi}{6}) - \sin(16\pi + \frac{\pi}{3})}{-\cot(\frac{\pi}{\lambda}) \tan(\frac{\pi}{\lambda})}$$



حال با تغییر متغیر  $c = \cos^2 \alpha$  داریم:

$$(1-c)c = \frac{100}{29^2} \Rightarrow c^2 - c + \frac{100}{29^2} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 1 - \frac{400}{29^2} = \frac{29^2 - 20^2}{29^2} = \frac{(29-20)(29+20)}{29^2}$$

$$= \frac{9 \times 49}{29^2} = \left(\frac{3 \times 7}{29}\right)^2$$

$$\Rightarrow c = \frac{25}{29}, \frac{4}{29} \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \frac{4}{25}, \frac{25}{4}$$

$$\xrightarrow{\tan \alpha > 0} \tan \alpha = \frac{2}{5}, \frac{5}{2} \xrightarrow{(*)} \tan \beta = -\frac{2}{25}, -\frac{1}{2}$$

(مسایان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(عادل حسینی)

۹- گزینه «۴»

$$\cos\left(2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha\right) = -\sin 2\alpha$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = -\cos\left(2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)\right)$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = 1 - 2\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = 1 - \frac{11}{8} = -\frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow \cos 2\alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 2\alpha} = \pm \frac{\sqrt{55}}{8}$$

$$\Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \pm \frac{3}{\sqrt{55}}$$

(مسایان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(رضا توکلی)

۱۰- گزینه «۱»

می‌دانیم  $\cot x - \tan x = 2 \cot 2x$ ، لذا داریم:

$$f(x) = \frac{4 \cos^2 2x}{2 \cot 2x} = 2 \frac{\cos^2 2x}{\cos 2x} = 2 \sin 2x \cos 2x = \sin 4x$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{16}\right) = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(مسایان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

توجه: اثبات اتحاد  $\tan \alpha - \cot \alpha = -2 \cot 2\alpha$  به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \tan \alpha - \cot \alpha &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} \\ &= \frac{-\cos 2\alpha}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} = -2 \cot 2\alpha \end{aligned}$$

(مسایان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴ و ۱۱۲)

(کامظم ابلالی)

۸- گزینه «۱»

ابتدا رابطه داده شده را باز می‌کنیم تا رابطه بین  $\tan \beta$  و  $\tan \alpha$  را پیدا کنیم:

$$3 \sin(\alpha + \beta) = 2 \sin(\alpha - \beta)$$

$$\Rightarrow 3 \sin \alpha \cos \beta + 3 \sin \beta \cos \alpha = 2 \sin \alpha \cos \beta - 2 \sin \beta \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \sin \alpha \cos \beta = -\sin \beta \cos \alpha \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{\sin \beta}{\cos \beta}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = -\tan \beta \quad (*)$$

ادامه سوال از دو روش حل می‌شود.

$$\text{روش اول: از اتحاد } \sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} \text{ استفاده می‌کنیم:}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{20}{29} \Rightarrow 29 \tan \alpha = 10 + 10 \tan^2 \alpha$$

$$10 \tan^2 \alpha - 29 \tan \alpha + 10 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan \alpha = \frac{2}{5} \xrightarrow{(*)} \tan \beta = -\frac{2}{25} \\ \tan \alpha = \frac{5}{2} \xrightarrow{(*)} \tan \beta = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

روش دوم:

$$\sin 2\alpha = \frac{20}{29} \Rightarrow 0 < 2\alpha < \pi \Rightarrow 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan \alpha > 0$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{20}{29} \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \frac{10}{29}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \frac{100}{29^2} \Rightarrow (1 - \cos^2 \alpha) \cos^2 \alpha = \frac{100}{29^2}$$



ریاضی ۱

گزینه «۱»

(ممشیر حسینی فراه)

چون  $g$  تابع همانی است، پس  $g(-2) = -2$  و  $g(3) = 3$  است، لذا داریم:

$$\frac{3f(1)}{5g(-2)} = -1 \Rightarrow \frac{3f(1)}{-10} = -1 \Rightarrow f(1) = \frac{10}{3}$$

$f$  تابعی ثابت است، پس  $f(0) = f(1) = \frac{10}{3}$  و لذا داریم:

$$f(0) \times g(3) = \frac{10}{3} \times 3 = 10$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

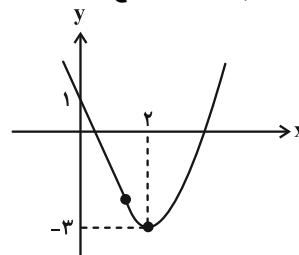
گزینه «۴»

(ممد رضا صامی)

نمودار تابع را رسم کرده و برد آن را می‌یابیم:

$$f(x) = \begin{cases} (x-2)^2 - 3 & ; x \geq 1 \\ -3x+1 & ; x < 1 \end{cases}$$

همان‌طور که از روی شکل پیداست، برد تابع  $[-3, +\infty)$  می‌باشد.



(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

گزینه «۱»

(پوانیش نیکنام)

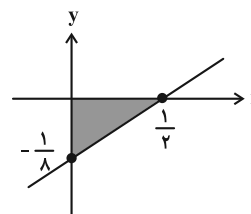
ضابطه تابع  $f$  را به صورت  $f(x) = ax + b$  در نظر می‌گیریم. داریم:

$$g(x) = f(3x+2) + f(x-1) = (a(3x+2) + b) + (a(x-1) + b) = 4ax + a + 2b$$

ضابطه این تابع باید با ضابطه  $y = x$  متحد باشد:

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4} \\ a + 2b = 0 \Rightarrow b = -\frac{a}{2} = -\frac{1}{8} \end{cases}$$

پس  $f(x) = \frac{2x-1}{8}$  و نمودار آن در شکل زیر رسم شده است:



مثلث رنگ شده، سطح مورد نظر است که مساحت آن برابر می‌شود با:

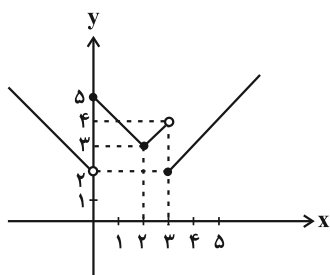
$$S = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{32}$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۰)

گزینه «۳»

(علی شهرابی)

ابتدا نمودار تابع چندضابطه‌ای  $f$  را رسم می‌کنیم:



خطوط  $y = 5$  و  $y = 3/5$ ،  $y = 3$ ،  $y = 1/5$  را در

صفر، ۳، ۴ و ۵ نقطه قطع می‌کنند؛ پس از بین خطوط داده شده، خط

$y = 3/5$  در تعداد نقاط بیشتری تابع  $f$  را قطع می‌کند.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

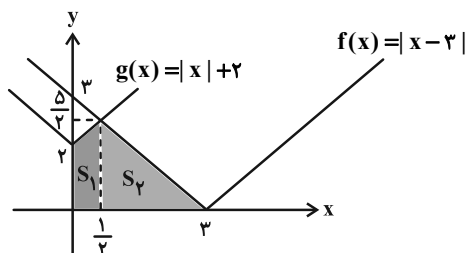
گزینه «۴»

(ناظم اجلالی)

نمودار تابع  $f$  از انتقال سه واحدی نمودار تابع  $y = |x|$  به سمت راست

به‌دست می‌آید و نمودار تابع  $g$  از انتقال دو واحدی نمودار تابع  $y = |x|$

به بالا به‌دست می‌آید.



$$0 \leq x \leq 3 \Rightarrow \begin{cases} g(x) = x+2 \\ f(x) = -x+3 \end{cases} \xrightarrow{\text{نقطه تلاقی}} x+2 = -x+3$$

$$\Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2}$$

مقدار  $S_1 + S_2$  مورد نظر سؤال است.

$$S_2 = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{8}, \text{ و } S_1 = \frac{\left(2 + \frac{5}{2}\right) \times \frac{1}{2}}{2} = \frac{9}{8}$$

$$S_1 + S_2 = \frac{34}{8} = \frac{17}{4}$$

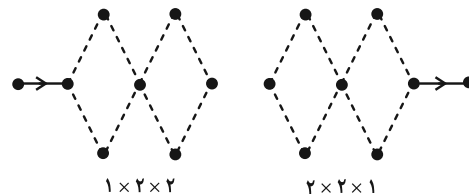
(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)



## ۱۶- گزینه «۳»

(کیان کریمی شراسانی)

انتخاب مسیر به طول ۵ از A به J به یکی از ۲ حالت زیر امکان پذیر است:

پس در مجموع  $4 + 4 = 8$  مسیر به طول ۵ داریم.

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

## ۱۷- گزینه «۲»

(مهدی نصرالهی)

$$P(n, 3) = \frac{n!}{(n-3)!} = 4n^2 - 2n - 12 \quad \text{طبق فرض داریم:}$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!} = (4n+6)(n-2)$$

$$\xrightarrow{n>3} n^2 - n = 4n + 6$$

$$\Rightarrow n^2 - 5n - 6 = 0 \Rightarrow (n-6)(n+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -1 \\ n = 6 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

$$P(n-3, n-4) = P(3, 2) = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3!}{1!} = 3!$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

## ۱۸- گزینه «۱»

(یاسین سپهر)

دو حالت داریم:

(الف) حرف اول با «ی» شروع شده و حرف آخر یکی از حروف (و، ا، ل)

$$3 \times 5 \times 1$$

باشد:

(ب) حرف اول با یکی از حروف «ف، ت، ب» شروع شده و حرف آخر

$$4 \times 5 \times 3$$

«ا، ل، و، ی» باشد:

$$\text{مجموع حالات: } 3 \times 5! + 4 \times 5 \times 3 = 15 \times 5!$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

## ۱۹- گزینه «۱»

(سروش موئینی)

محدودیت برای رقم صدگان و هزارگان وجود دارد:

(الف)  $\{5\} \in \text{هزارگان}$  $\{0, 1, 2, 3, 4\} \in \text{صدگان}$ 

عددی که در هزارگان قرار بگیرد، نمی‌تواند در صدگان باشد، بنابراین برای صدگان ۵ حالت وجود دارد. حال داریم:

$$1 \times 5 \times 4 \times 3 = 60$$

(ب)  $\{4\} \in \text{هزارگان}$  $\{2, 3, 5\} \in \text{صدگان}$ 

در این حالت داریم:

$$1 \times 3 \times 4 \times 3 = 36$$

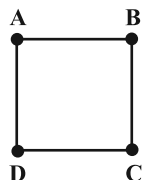
پس در مجموع ۹۶ عدد داریم.

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

## ۲۰- گزینه «۴»

(سویل حسن‌فان‌پور)

فرض کنیم می‌خواهیم رنگ آمیزی از رأس A آغاز شود؛ چون هنوز رنگی زده نشده است، ۳ حالت برای رنگ‌آمیزی این رأس داریم؛ اما در ادامه دو حالت پیش می‌آید:



(الف) B و D نباید با A هم‌رنگ باشند اما می‌توانند با هم هم‌رنگ باشند، در حالت هم‌رنگی B و D می‌توانیم ۲ انتخاب داشته باشیم و البته C نیز ۲ انتخاب دارد تا با آن‌ها هم‌رنگ نباشد. پس داریم:

$$\underbrace{3}_{\text{رنگ A}} \times \underbrace{2}_{\text{رنگ B}} \times \underbrace{2}_{\text{رنگ C}} = 12$$

(ب) رنگ B و D می‌توانند متفاوت باشند که در مجموع ۲ حالت برای آن وجود دارد. اما در این حالت C فقط یک انتخاب (که همان رنگ A است) می‌تواند داشته باشد:

$$\underbrace{3}_{\text{رنگ A}} \times \underbrace{2}_{\text{رنگ B}} \times \underbrace{1}_{\text{رنگ C}} = 6$$

پس در مجموع ۱۸ حالت داریم.

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)



## حسابان ۲

## ۲۱- گزینه «۲»

(لیلا مرادی)

با توجه به شکل اعداد حقیقی بازه  $[-3, 5]$  را می‌توان در تابع داده شده به جای  $x$  قرار داد:

$$-3 \leq x \leq 5 \xrightarrow{+6} -9 \leq 3x \leq 15 \xrightarrow{+6} -3 \leq 3x+6 \leq 21$$

یعنی بازه  $[-3, 21]$  برابر با دامنه تابع  $f$  است، بنابراین:

$$D_f = [-3, 21] \Rightarrow D_g : -3 \leq \frac{x}{2} \leq 21 \Rightarrow -6 \leq x \leq 42$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

## ۲۲- گزینه «۳»

(کاظم ابلالی)

ترتیب تبدیلات را روی ضابطه تابع داده شده انجام می‌دهیم:

$$y = x^2 - 2x + 3 \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور عرض‌ها}} y = x^2 + 2x + 3$$

$$\xrightarrow{\text{عرض نقاط در } |k| \text{ ضرب می‌کنیم}} y = |k|(x^2 + 2x + 3)$$

$$\xrightarrow{\text{واحد به سمت پایین}} y = |k|(x^2 + 2x + 3) - 2|k|$$

$$= |k|(x^2 + 2x + 1)$$

یعنی ضابطه مربوط به نمودار نهایی،  $y = |k|(x+1)^2$  است که نمودار

این تابع به ازای همه مقادیر حقیقی و غیر صفر  $k$ ، بر محور طول‌ها در  $x = 1$  مماس بوده و فقط یک نقطه مشترک با محور طول‌ها دارد.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

## ۲۳- گزینه «۴»

(کامیار علیپور)

می‌دانیم تابع  $y = |x+1| + 1$  روی بازه  $[-2, +\infty)$  اکیداً نزولی است.

پس برای این که تابع  $f$  روی  $\mathbb{R}$  اکیداً نزولی باشد، لازم است شرط‌های زیر برقرار باشد:

الف) سهمی  $y = -x^2 - ax$  روی بازه  $(-2, +\infty)$  اکیداً نزولی باشد.

این یعنی این بازه نباید شامل طول رأس سهمی باشد:

$$x_S = -\frac{a}{2} \leq -2 \Rightarrow a \geq 4$$

ب) مقدار تابع  $y = -x^2 - ax$  در  $x = -2$  بیشتر از مقدار تابع

$$y = |x+1| + 1 \text{ در این نقطه نباشد: } -4 + 2a \leq 2 \Rightarrow a \leq 3$$

در نتیجه هیچ مقداری برای  $a$  نمی‌توان پیدا کرد.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(مشابه سوال ۳ دی ۱۴۰۲)

## ۲۴- گزینه «۲»

(امیرمحمدر باقری نصرآبادی)

تابع  $f$  را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f = \{(-4, x), (-1, 2x - x^2), (0, 2x^2 - 1)\}$$

برای اینکه  $f$  صعودی باشد، رابطه زیر باید برقرار باشد:

$$f(-4) \leq f(-1) \leq f(0)$$

$$\Rightarrow x \leq 2x - x^2 \leq 2x^2 - 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq 2x - x^2 \Rightarrow x^2 - x \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1 \\ 2x - x^2 \leq 2x^2 - 1 \Rightarrow \underbrace{3x^2 - 2x - 1}_{(3x+1)(x-1)} \geq 0 \Rightarrow x \leq -\frac{1}{3} \text{ یا } x \geq 1 \end{cases}$$

اشتراک دو مجموعه بالا تنها عدد صحیح  $x = 1$  است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

## ۲۵- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌شان)

قضیه تقسیم را می‌نویسیم:

$$x^3 - ax + b = (x-1)(x+1)q(x) + 2$$

$x = 1$  و  $x = -1$  را جای گذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} -1 + a + b = 0 + 2 \Rightarrow b + a = 3 \\ 1 - a + b = 0 + 2 \Rightarrow b - a = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = 2, a = 1$$

(حسابان ۲- تابع: مشابه تمرین ۷ صفحه ۲۲)



## ۲۶- گزینه «۳»

(عادل حسینی)

رابطه تقسیم را می نویسیم:

$$2x^5 - x + 3 = (x-1)(x-2)q(x) + ax + b$$

 $x=1$  و  $x=2$  را جای گذاری می کنیم:

$$\begin{cases} 4 = a + b \\ 65 = 2a + b \end{cases} \Rightarrow a = 61, b = -57$$

پس  $r(x) = 61x - 57$  و  $r(-1) = -118$  است.

(مسابان ۲- تابع: صفحه های ۱۸ تا ۲۰)

## ۲۷- گزینه «۴»

(معمری ملارمضانی)

رابطه تقسیم را می نویسیم:

$$2x^5 - x^2 + 3 = (x+1)q(x) + r$$

$$-2 - 1 + 3 = 0 + r \Rightarrow r = 0$$

 $x = -1$  را جای گذاری می کنیم:

$$\Rightarrow 2x^5 - x^2 + 3 = (x+1)q(x)$$

باقی مانده تقسیم چند جمله ای  $q(x)$  بر  $x-1$ ، برابر  $q(1)$  است. پس دررابطه بالا  $x=1$  را جای گذاری می کنیم:

$$2 - 1 + 3 = 2q(1) \Rightarrow q(1) = 2$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه های ۱۸ تا ۲۰)

## ۲۸- گزینه «۱»

(علیرضا نراف زاده)

لازم است که ابتدا ضابطه تابع را ساده کنیم:

$$f(x) = \sin^2 ax (1 - \sin^2 ax) = \sin^2 ax \cos^2 ax$$

$$= \frac{1}{4} (4 \sin^2 ax \cos^2 ax) = \frac{1}{4} (\sin^2 2ax) = \frac{1}{4} \left( \frac{1 - \cos 4ax}{2} \right)$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{8} (1 - \cos 4ax)$$

دوره تناوب  $f$  از رابطه  $T = \frac{2\pi}{4|a|} = \frac{\pi}{2|a|}$  به دست می آید:

$$\Rightarrow T = \frac{\pi}{2|a|} = \frac{\pi}{\lambda} \Rightarrow |a| = 4$$

چون  $\cos \alpha = \cos(-\alpha)$ ، تفاوتی ندارد  $a=4$  باشد یا  $a=-4$  و فرض

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{8} (1 - \cos 16x)$$

کنیم  $a=4$  است:

$$\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{1}{8} \left(1 - \cos \frac{4\pi}{3}\right) = \frac{1}{8} \left(1 + \cos \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{8} \left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{16}$$

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه های ۲۴ تا ۲۹)

## ۲۹- گزینه «۳»

(علیرضا نراف زاده)

$$\begin{cases} \max : a + |b| = 3 \\ \min : a - |b| = -5 \end{cases} \Rightarrow a = -1, |b| = 4$$

$$T = \frac{2\pi}{|c|} = 2 \times \frac{3}{14} \Rightarrow |c| = \frac{14\pi}{3}$$

طبق نمودار، تابع کسینوس بعد از صفر نزولی است، پس  $b$  مثبت بوده و داریم:

$$f(x) = -1 + 4 \cos\left(\frac{14\pi}{3}x\right)$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{14}\right) = -1 + 4 \cos \frac{\pi}{3} = -1 + 2 = 1$$

(مسابان ۲- مثلثات: مشابه تمرین های ۱ و ۲ صفحه ۳۳)

## ۳۰- گزینه «۴»

(انوشین فاضل شان)

با توجه به اینکه نمودار از نقطه  $(2, 0)$  عبور می کند،  $c=2$  است. از

$$\frac{\pi}{|b|} = 2\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

طرفی  $T=2\pi$  است، پس داریم:تابع  $f$  روی هر بازه از دامنه اش اکیداً صعودی است، پس  $a$  و  $b$ 

هم علامت اند.

نقطه  $\left(\frac{\pi}{4}, 4\right)$  روی نمودار واقع است، در نتیجه با فرض اینکه  $b > 0$  داریم:

$$4 = a \tan \frac{\pi}{4} + 2 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow a + b + c = \frac{9}{2} = 4.5$$

اگر  $b < 0$  باشد، داریم:

$$4 = -a + 2 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow a + b + c = -\frac{1}{2}$$

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه های ۲۹ تا ۳۴)



## هندسه ۲

## ۳۱- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومصوب)

می‌دانیم در یک تجانس به نسبت  $k$ ، طول پاره‌خطها  $|k|$  برابر و اندازه مساحت‌ها  $k^2$  برابر می‌شود. طول هر ضلع مربعی به طول قطر  $\sqrt{2}$ ، برابر ۱ است. اگر  $S$  و  $S'$  به ترتیب مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع ۲ و مساحت مثلث تبدیل یافته آن تحت این تجانس باشند، آن‌گاه داریم:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 = \sqrt{3}$$

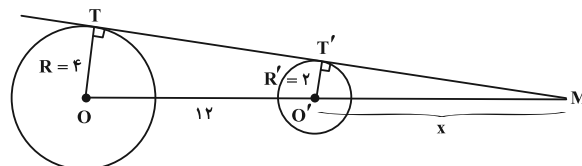
$$\frac{S'}{S} = k^2 \Rightarrow \frac{S'}{\sqrt{3}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow S' = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

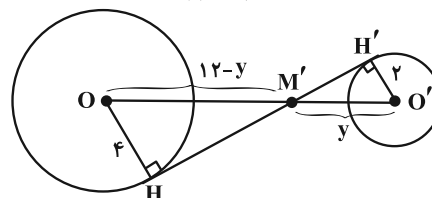
## ۳۲- گزینه «۳»

(هومن عقیلی)

$OO' > R + R'$  و در نتیجه دایره‌ها متخارجند. مرکز تجانس مستقیم محل برخورد مماس مشترک‌های خارجی و مرکز تجانس معکوس محل برخورد مماس مشترک‌های داخلی است.



$$\frac{\Delta MO'T'}{\Delta MOT} \Rightarrow \frac{x}{x+12} = \frac{2}{4} \Rightarrow x = 12$$



$$\frac{\Delta M'O'H'}{\Delta M'OH} \Rightarrow \frac{y}{12-y} = \frac{2}{4} \Rightarrow y = 4$$

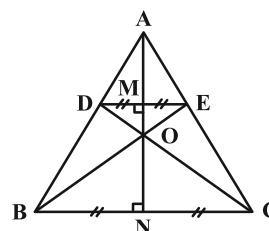
$$\Rightarrow MM' = x + y = 12 + 4 = 16$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

## ۳۳- گزینه «۲»

(هومن عقیلی)

واضح است که  $DE \parallel BC$  می‌باشد. مطابق شکل  $A$  مرکز تجانس مستقیم و  $O$  مرکز تجانس معکوس است و نقاط  $A$ ،  $O$  و  $M$  روی عمودمنصف‌های دو پاره‌خط  $DE$  و  $BC$  قرار دارند.



$$\frac{\Delta ODE}{\Delta OCB} \Rightarrow \frac{OM}{ON} = \frac{DE}{BC} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\text{میانۀ } AN = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 9 = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{میانۀ } AM = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 3 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow MN = AN - AM = \frac{9\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow OM + ON = 3\sqrt{3}$$

از تشابه دو مثلث  $ODE$  و  $OCB$  نتیجه گرفتیم که  $ON = 3OM$ ، در نتیجه:

$$OM + 3OM = 3\sqrt{3} \Rightarrow OM = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow OA = OM + AM = \frac{3\sqrt{3}}{4} + \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

## ۳۴- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومصوب)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) همه تبدیل‌های فوق اندازه زاویه‌ها را حفظ می‌کنند.

(۲) تجانس لزوماً طولی نیست.

(۳) بازتاب و دوران لزوماً شیب خط‌ها را حفظ نمی‌کنند.

(۴) انتقال با بردار غیر صفر، نقطه ثابت تبدیل ندارد.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ کار در کلاس ۱ صفحه ۴۸)

## ۳۵- گزینه «۳»

(غیرزانه نالکاش)

ترکیب دو تجانس متوالی به مرکز  $O$  و نسبت ۲، یک تجانس به مرکز  $O$  و نسبت ۴ است. می‌دانیم تجانس تنها در حالتی تبدیل همانی است که نسبت تجانس برابر ۱ باشد، پس این تبدیل همانی نیست. در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» ترکیب دو تبدیل هندسی مشخص شده، یک تبدیل همانی است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه ۴۷)

## ۳۶- گزینه «۴»

(سپهرمهرضا حسینی فرد)

از آنجا که هر تبدیل هندسی مانند  $F$ ، تابعی یک به یک است، می‌توان فرض سوال را ساده‌تر نوشت:

$$F(F(F(A))) = F(A) \xrightarrow{\text{یک به یک}} F(F(A)) = A$$

ترکیب یک بازتاب محوری با خودش، ترکیب دوران  $180^\circ$  با خودش و همچنین ترکیب تجانس با نسبت  $k = -1$  با خودش، یک تبدیل همانی است، ولی ترکیب انتقال (با بردار  $\vec{v}$ ) با خودش، انتقالی با بردار  $2\vec{v}$  است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

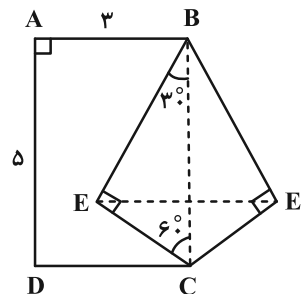


۳۷- گزینه «۲»

(فرزانه فاکپاش)

برای افزایش مساحت این قطعه زمین بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع پنج ضلعی  $ABECD$ ، کافی است بازتاب نقطه  $E$  را نسبت به خط گذرنده از نقاط  $B$  و  $C$  به دست آوریم. اگر بازتاب یافته نقطه  $E$  را  $E'$  بنامیم، آن گاه دو مثلث  $BEC$  و  $BE'C$  هم نهشت هستند. می دانیم در مثلث قائم الزاویه، طول اضلاع روبه رو به زوایای  $۳۰^\circ$  و  $۶۰^\circ$  درجه به ترتیب

$$\frac{1}{2} \text{ و } \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ وتر است، پس مطابق شکل داریم:}$$



$$\begin{cases} BE = \frac{\sqrt{3}}{2} BC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 5 = \frac{5\sqrt{3}}{2} \\ CE = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{BEC} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{8}$$

$$\text{میزان افزایش مساحت} = 2S_{BEC} = 2 \times \frac{25\sqrt{3}}{8}$$

$$= \frac{25\sqrt{3}}{4} = 6/25\sqrt{3}$$

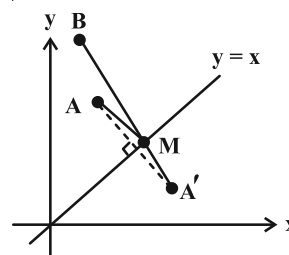
(هنر سه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها؛ صفحه های ۵۱ و ۵۲)

۳۸- گزینه «۳»

(سوکندر روشنی)

طبق روش هرون، کافی است بازتاب نقطه  $A$  را نسبت به خط  $y = x$  که همان نیمساز ربع اول و سوم است، به دست آوریم و فاصله نقطه حاصل را تا  $B$  محاسبه کنیم:

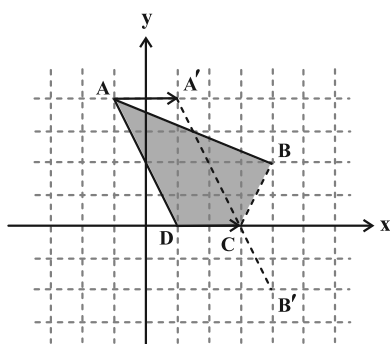
$$\begin{aligned} A(3, 6) &\xrightarrow{y=x} A'(6, 3) \\ \Rightarrow AM + MB &= A'B = \sqrt{(2-6)^2 + (8-3)^2} \\ &= \sqrt{16+25} = \sqrt{41} \end{aligned}$$



(هنر سه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها؛ صفحه ۵۲)

۳۹- گزینه «۲»

(سیرمحمدرضا حسینی فردر)



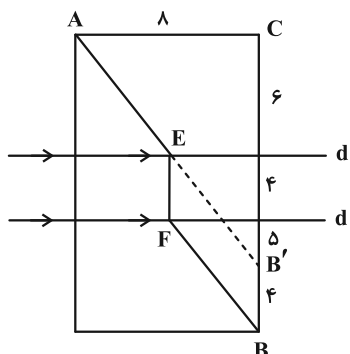
نقاط  $D(n, 0)$  و  $C(n+2, 0)$  روی محور  $x$  ها به فاصله ۲ واحد از هم هستند. پس نقطه  $A$  را به اندازه ۲ واحد در راستای محور  $x$  ها و به سمت راست انتقال می دهیم تا به نقطه  $A'(1, 4)$  برسیم. نقطه  $B$  را نیز نسبت به محور  $x$  ها بازتاب می دهیم تا نقطه  $B'(4, -2)$  به دست آید. اگر نقاط  $A'$  و  $B'$  را به هم وصل کنیم محور  $x$  ها را در  $C(3, 0)$  قطع می کند. بنابراین  $n+2=3$  و  $n=1$  می شود. به ازای این مقدار  $n$  محیط چهارضلعی  $ABCD$  کمترین مقدار ممکن را به دست می آورد.

(هنر سه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها؛ صفحه ۵۳)

۴۰- گزینه «۳»

(امیرحسین ایومفیوب)

ابتدا نقطه  $B$  را ۴ واحد (به اندازه فاصله بین  $d$  و  $d'$ ) به طرف بالا انتقال می دهیم تا نقطه  $B'$  به دست آید. سپس از  $B'$  به  $A$  وصل می کنیم تا خط  $d$  را در نقطه  $E$  قطع کند و از  $E$  بر خط  $d'$  عمود رسم می کنیم تا آن را در نقطه  $F$  قطع نماید. مسیر  $AEFB$  کوتاه ترین مسیر ممکن مطابق فرض سؤال است که طول آن برابر  $AB' + B'B$  است.



$$\Delta ACB': AB'^2 = AC^2 + CB'^2 = 8^2 + 15^2 = 289$$

$$\Rightarrow AB' = 17$$

$$AB' + B'B = 17 + 4 = 21$$

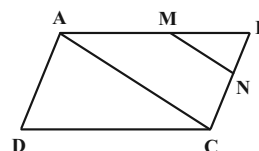
(هنر سه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها؛ صفحه ۵۳)



هندسه ۱

۴۱- گزینه «۲»

طبق فرض داریم:



(اخذین خاصه‌شان)

$$\frac{BM}{MA} = \frac{BN}{NC} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} MN \parallel AC$$

$$\xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle BMN \sim \triangle BAC$$

$$\Rightarrow \frac{S_{BAC}}{S_{BMN}} = \left(\frac{BA}{BM}\right)^2 = 2^2 = 4 \Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{S_{BMN}} = 2 \times 4 = 8$$

(هنر سه ا- پنر ضلعی ها: صفة ۶۵)

۴۲- گزینه «۲»

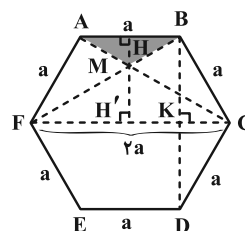
(پوار ترکمن)

اگر طول ضلع شش ضلعی منتظم را  $a$  بگیریم، آنگاه  $FC = 2a$  (قطر

بزرگ) و  $BD = a\sqrt{3}$  (قطر کوچک) می‌باشند. پس  $BK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

است. واضح است که دو مثلث  $MAB$  و  $MFC$  متشابه‌اند و نسبت تشابه

$$\frac{AB}{FC} = \frac{1}{2} \text{ است. پس نسبت ارتفاع‌ها نیز } \frac{1}{2} \text{ می‌باشد. یعنی:}$$



$$MH = \frac{1}{2} MH' \Rightarrow MH = \frac{1}{3} BK = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$S_{MAB} = \frac{1}{2} MH \cdot AB = \frac{1}{2} \times \frac{a\sqrt{3}}{6} \times a$$

$$\xrightarrow{a=6} S_{MAB} = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 6 = 3\sqrt{3}$$

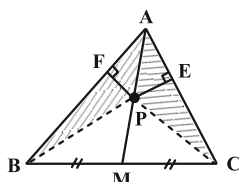
(هنر سه ا- پنر ضلعی ها: صفة ۶۵)

۴۳- گزینه «۴»

(فرشار صدیقی فر)

مطابق شکل، نقطه  $P$  را به رئوس  $B$  و  $C$  وصل می‌کنیم. می‌دانیم در یک

مثلث دلخواه، میانه هر ضلع، مساحت آن مثلث را نصف می‌کند، پس:



$$\begin{cases} \triangle ABC \xrightarrow{\text{میانه } AM} S_{ABM} = S_{ACM} \\ \triangle PBC \xrightarrow{\text{میانه } PM} S_{PBM} = S_{PCM} \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} S_{APB} = S_{APC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} AB \times PF = \frac{1}{2} AC \times PE \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{PF}{PE} = \frac{3}{4} = 0.75$$

(هنر سه ا- پنر ضلعی ها: صفة‌های ۶۵ تا ۶۷)

۴۴- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومعویب)

مطابق شکل قطر  $AC$  را رسم می‌کنیم. همچنین از  $C$  به  $N$  وصل کرده و ادامه

می‌دهیم تا  $AB$  را در نقطه  $P$  قطع کند. پاره‌خط‌های  $AM$ ،  $BO$  و  $CP$

میانه‌های اضلاع مثلث  $ABC$  هستند. می‌دانیم از برخورد میانه‌های هر مثلث، شش

مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود، بنابراین با فرض  $S_{ABC} = S$  داریم:



$$S_{BGC} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

می‌دانیم از برخورد میانه‌های هر مثلث، شش مثلث هم‌مساحت ساخته

$$S_{BGC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \Rightarrow S_{ABC} = 3 \times 24 = 72 \quad \text{می‌شود، پس:}$$

(هنر سه ۱- پندر ضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

(امیرمسین ابومصوب)

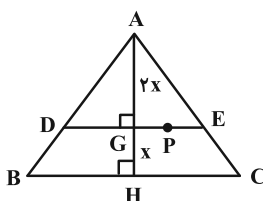
۴۶- گزینه «۳»

پاره خط  $DE$  موازی ضلع  $BC$  رسم شده است، پس طبق قضیه اساسی

تشابه، دو مثلث  $ABC$  و  $ADE$  متشابه‌اند. در دو مثلث متشابه نسبت

ارتفاع‌ها برابر نسبت تشابه (نسبت اضلاع متناظر) است. از طرفی می‌دانیم

میانه‌های هر مثلث یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، بنابراین داریم:



$$\triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{AG}{AH} \Rightarrow \frac{DE}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow DE = 6$$

مثلث  $ADE$  متساوی‌الاضلاع است. از طرفی هر مثلث متساوی‌الاضلاع یک

مثلث متساوی‌الساقین محسوب می‌شود، پس مجموع فواصل هر نقطه دلخواه واقع

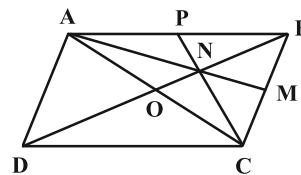
بر ضلع  $DE$  (مثل  $P$ ) از اضلاع  $AD$  و  $AE$ ، برابر اندازه ارتفاع رسم شده از

رأس  $D$  در این مثلث است. با توجه به این‌که ارتفاع‌های مثلث متساوی‌الاضلاع

برابر یکدیگرند، مقدار مورد نظر برابر طول ارتفاع  $AG$  است، یعنی:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} DE = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$$

(هنر سه ۱- پندر ضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)



$$S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 2S \Rightarrow S_{ADO} = S_{CDO} = \frac{1}{4} S_{ABCD} = \frac{1}{2} S$$

$$S_{ADN} = S_{ADO} + S_{ANO} = \frac{1}{2} S + \frac{1}{6} S = \frac{4}{6} S$$

$$S_{NMCD} = S_{CDO} + S_{CON} + S_{CMN} = \frac{1}{2} S + \frac{1}{6} S + \frac{1}{6} S = \frac{5}{6} S$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ADN}}{S_{NMCD}} = \frac{4}{5}$$

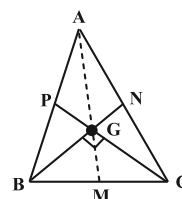
(هنر سه ۱- پندر ضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

(امیرمسین ابومصوب)

۴۵- گزینه «۳»

می‌دانیم سه میانه هر مثلث در یک نقطه هم‌رس‌اند و هر کدام از آن‌ها به

نسبت  $\frac{1}{2}$  تقسیم می‌شوند. مطابق شکل و با فرض  $BN = 12$  داریم:



$$GM = \frac{1}{3} AM = \frac{15}{3} = 5$$

$$BN \perp CP \xrightarrow{\triangle BGC} \text{ میانه وارد بر وتر } GM = \frac{BC}{2} = 5$$

$$\Rightarrow BC = 10$$

$$BG = \frac{2}{3} BN = \frac{2}{3} \times 12 = 8$$

$$\triangle BGC \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} GC = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6$$



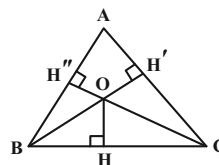
۴۷- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومحبوب)

می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه واقع در درون یک مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن برابر طول ارتفاع مثلث است، پس داریم:

$$h_a = 4 + 2 + 2\sqrt{3} = 6 + 2\sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}a = 6 + 2\sqrt{3}$$

مطابق فرض فاصله نقطه O از ضلع BC، برابر  $OH = 2\sqrt{3}$  است، بنابراین داریم:



$$S_{OBC} = \frac{1}{2}OH \times BC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times a = \sqrt{3}a = 12 + 4\sqrt{3}$$

(هنر سه ۱- پنجر ضلعی‌ها؛ صفحه ۶۸)

۴۸- گزینه «۲»

(احمد رضا فلاح)

می‌دانیم مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای طبق فرمول پیک از فرمول

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \text{ به دست می‌آید که در آن } b \text{ نقاط مرزی و } i \text{ نقاط درونی}$$

است. در رابطه  $b + i = 15$  با توجه به آن که  $b \geq 3$  و  $i \geq 0$ ، حداکثر مقدار  $i$  و حداقل مقدار  $b$  به ترتیب برابر ۱۲ و ۳ است. در حالت  $b = 3$ ، حداکثر مقدار مساحت را داریم:

$$S_{\max} = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{3}{2} + 12 - 1 = 12 \frac{1}{2}$$

همچنین حداقل مقدار مساحت به ازای حداقل مقدار  $i$  و حداکثر مقدار  $b$  یعنی به ترتیب  $i = 0$  و  $b = 15$  حاصل می‌شود:

$$S_{\min} = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{15}{2} + 0 - 1 = 6 \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow S_{\max} + S_{\min} = 12 \frac{1}{2} + 6 \frac{1}{2} = 19$$

(هنر سه ۱- پنجر ضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۴۹- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومحبوب)

طبق فرمول پیک برای مساحت چندضلعی‌های شبکه‌ای داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = 10 \Rightarrow \frac{b}{2} + i = 11$$

مجموع تعداد نقاط مرزی و درونی در صورتی حداکثر خواهد بود که  $b$  بیشترین و  $i$  کمترین مقدار ممکن را دارا باشند. با توجه به این که کمترین مقدار  $i$  برابر صفر است، داریم:

$$i = 0 \Rightarrow \frac{b}{2} = 11 \Rightarrow b = 22 \Rightarrow \max(b + i) = 22$$

از طرفی در صورتی مجموع نقاط مرزی و درونی حداقل خواهد بود که  $b$  کمترین و  $i$  بیشترین مقدار ممکن را دارا باشند. کمترین مقدار  $b$  برابر ۳ است، ولی چون  $i$  همواره عددی حسابی است، پس  $b$  باید زوج باشد و در نتیجه داریم:

$$b = 4 \Rightarrow \frac{4}{2} + i = 11 \Rightarrow i = 9 \Rightarrow \min(b + i) = 13$$

$$\max(b + i) - \min(b + i) = 22 - 13 = 9$$

(هنر سه ۱- پنجر ضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۵۰- گزینه «۱»

(شبنم غلامی)

ابتدا مساحت مثلث را پیدا می‌کنیم. با توجه به شکل، مثلث دارای ۳ نقطه مرزی و ۲ نقطه درونی است، پس داریم:

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{3}{2} + 2 - 1 = 2 \frac{1}{2}$$

$$S_{\text{رنگی}} = S_{\text{پنج‌ضلعی}} - S_{\text{مثلث}} \Rightarrow S_{\text{پنج‌ضلعی}} = 11 \frac{1}{2} + 2 \frac{1}{2} = 14$$

پنج‌ضلعی شبکه‌ای دارای ۱۱ نقطه درونی است، پس طبق فرمول پیک داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 14 = \frac{b}{2} + 11 - 1 \Rightarrow \frac{b}{2} = 4 \Rightarrow b = 8$$

بنابراین اختلاف تعداد نقاط مرزی و درونی پنج‌ضلعی برابر  $11 - 8 = 3$  می‌باشد.

(هنر سه ۱- پنجر ضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)



## هندسه ۳

۵۱- گزینه «۳»

(مشابه نهایی - مرداد ۱۴۰۳)

ماتریس C را تشکیل می‌دهیم:

$$C = 2A + 3B = \begin{bmatrix} 2 & 2m \\ 2n & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6-3m & -3 \\ -6 & 3+3n \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 8-3m & 2m-3 \\ 2n-6 & 7+3n \end{bmatrix}$$

طبق فرض، ماتریس C قطری است، پس:

$$\begin{cases} 2m-3=0 \Rightarrow m=\frac{3}{2} \\ 2n-6=0 \Rightarrow n=3 \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$C = \begin{bmatrix} 8-3(\frac{3}{2}) & 0 \\ 0 & 7+3(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{13}{2} & 0 \\ 0 & 16 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های قطر اصلی C برابر ۱۹/۵ می‌شود.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۵۲- گزینه «۴»

(مهردار ملونری)

ابتدا رابطه ماتریسی داده شده را ساده می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ 2x \end{bmatrix} = 5 \Rightarrow \begin{bmatrix} 4x+y & 2x-2y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ 2x \end{bmatrix} = 5 \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} 4xy+y^2 & 4x^2-4xy \end{bmatrix} = 5 \Rightarrow y^2+4x^2=5$$

از رابطه  $y = 2x+1$  به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$y = 2x+1 \Rightarrow y-2x=1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} \underbrace{y^2+4x^2-4xy}_{=5} = 1 \\ \Rightarrow -4xy = -4 \Rightarrow xy = 1$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۵۳- گزینه «۲»

(کیوان دارابی)

از روی ماتریس A، ماتریس‌های  $A^2$  و  $A^3$  را می‌یابیم:

$$A = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & -7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow A^2 = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -6 & -21 \\ 3 & -3 \end{bmatrix} \\ A^3 = A^2 \times A = \frac{1}{27} \begin{bmatrix} -6 & -21 \\ 3 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{27} \begin{bmatrix} -27 & 0 \\ 0 & -27 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

$$A^{1404} = (A^3)^{468} = (-I)^{468} = I$$

در نتیجه:

مجموع درایه‌های  $A^{1404}$  برابر ۲ می‌شود.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۴ تا ۲۱)

۵۴- گزینه «۱»

(مشابه نهایی - شهریور ۱۴۰۱)

برای ماتریس‌های مربعی و هم‌مرتبه A و B داریم:

$$(A-B)^2 = (A-B)(A-B) = A^2 - AB - BA + B^2$$

با توجه به رابطه فرض، نتیجه می‌گیریم که  $AB = BA$ ، یعنی A و B

تعویض پذیرند و داریم:

$$\begin{bmatrix} 2 & m-1 \\ -1 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m+1 & 4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2m+6 & 3m+5 \\ -5m-1 & 3m-4 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} m+1 & 4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & m-1 \\ -1 & m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m-2 & m^2+4m-1 \\ -11 & -m+4 \end{bmatrix} \quad (2)$$

از برابری ماتریس‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

$$-5m-1 = -11 \Rightarrow m = 2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ و ۲۱)

۵۵- گزینه «۳»

(علیرضا شریف‌نظیری)

طبق فرض داریم:

$$(A-I)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{از طرفین وارون می‌گیریم}}$$

$$(A-I) = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} = -\frac{1}{5} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{6}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |A| = \frac{18}{25} - \frac{3}{25} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

$$|A| (A-I)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{6}{5} & \frac{9}{5} \\ \frac{3}{5} & -\frac{3}{5} \end{bmatrix} \quad \text{ماتریس مورد نظر برابر می‌شود با:}$$

$$\frac{6}{5} + \frac{9}{5} = 3 \quad \text{مجموع درایه‌های سطر اول این ماتریس برابر است با:}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)



$$BA = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{B^{-1} \times} \underbrace{B^{-1}}_I BA = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} -7 & 4 \\ 17 & -9 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = -7 + 4 + 17 - 9 = 5$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

(امیررضا فلاح)

گزینه «۴» ۵۹-

دستگاه معادلات  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$  از دو خط تشکیل شده است. اگر

$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ ، شیب دو خط یکسان نبوده و متقاطع هستند. در صورتی که

$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ ، دو خط شیب یکسان و عرض از مبدأ متفاوت دارند، پس

موازی و غیرمنطبق هستند و چنانچه  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ ، شیب و عرض از مبدأ

دو خط یکسان است و دو خط بر هم منطبق هستند.

$$m = 4 \Rightarrow \begin{cases} x - 4y = 8 \\ 4(x - y) = 4(y + 4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 4y = 8 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$

از آنجا که  $\frac{1}{1} \neq \frac{-4}{-2}$ ، دو خط متقاطع هستند. از طرفی شیب خط اول برابر

$\frac{1}{4}$  و شیب خط دوم برابر  $\frac{1}{2}$  است و از آنجا که  $\frac{1}{4} \neq \frac{1}{2}$ ، پس دو

خط بر هم عمود نیستند.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

(نیما مهنرس)

گزینه «۱» ۶۰-

$$\begin{cases} (2-k)x + y = 0 \\ -3x + ky = 2 \end{cases} \quad \text{ابتدا دستگاه را مرتب می‌کنیم:}$$

$$\frac{2-k}{-3} = \frac{1}{k} = \frac{0}{2} \quad \text{معادله در صورتی بی‌شمار جواب دارد که تساوی}$$

برقرار باشد، ولی به وضوح معادله  $\frac{1}{k} = \frac{0}{2}$  فاقد جواب است، پس این

دستگاه به ازای هیچ مقدار حقیقی  $k$ ، بی‌شمار جواب ندارد.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

گزینه «۳» ۵۶-

(سیرمهرضا حسینی فرد)

با توجه به رابطه  $A^2 = 4A + 2I$  داریم:

$$A^2 = 4A + 2I \xrightarrow{A^{-1} \times} A = 4I + 2A^{-1} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2}A - 2I$$

$$\xrightarrow{\times B} A^{-1}B = \frac{1}{2}AB - 2B = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 18 \\ 6 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس حاصل برابر ۱۴ است.

تذکر: دقت کنید که  $A$  ماتریسی از مرتبه  $2 \times 2$  است.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

گزینه «۲» ۵۷-

(سولدر روشنی)

$$(A^{-1})^2 = mA^{-1} + nI \xrightarrow{\times A^2} I = mA + nA^2$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 18 \\ -6 & 13 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m + n & 3m + 18n \\ -m - 6n & 4m + 13n \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -m - 6n = 0 \Rightarrow m = -6n & (*) \\ 2m + n = 1 \xrightarrow{(*)} -11n = 1 \Rightarrow 11n = -1 \end{cases}$$

$$11m = -66n = 6(-11n) = 6 \Rightarrow 11m - 22n = 6 - (-2) = 8$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

گزینه «۴» ۵۸-

(مشابه نوبی - فرادر ۱۴۰۲)

$$\text{طرفین تساوی را از سمت چپ در وارون ماتریس } B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} \text{ ضرب}$$

می‌کنیم:

$$B^{-1} = \frac{1}{5 \times 3 - 2 \times 7} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix}$$



## آمار و احتمال

۶۱- گزینه «۳»

(سوکندر روشنی)

فرض کنید فراوانی دسته سوم برابر  $A$  باشد، در این صورت با توجه به اندازه زاویه متناظر با آن در نمودار دایره‌ای داریم:

$$\frac{40^\circ}{360^\circ} = \frac{A}{90} \Rightarrow A = 10 \Rightarrow x - 4 = 10 \Rightarrow x = 14$$

اگر  $\alpha$  زاویه متناظر با دسته اول باشد، آنگاه:

$$\alpha = \frac{3a}{90} \times 360^\circ = \frac{39}{90} \times 360^\circ = 156^\circ$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۸)

۶۲- گزینه «۳»

(افشین فاضل‌شان)

مجموع زوایا در نمودار دایره‌ای برابر  $360^\circ$  است، بنابراین:

$$\begin{aligned} \frac{7}{27}\alpha - 2^\circ + \frac{4}{9}\alpha + 7^\circ + \frac{5}{3}\alpha - 12^\circ + \alpha + 3^\circ &= 360^\circ \\ \Rightarrow \left(\frac{7}{27} + \frac{4}{9} + \frac{5}{3} + 1\right)\alpha - 4^\circ &= 360^\circ \\ \Rightarrow \frac{91}{27}\alpha = 364^\circ \Rightarrow \alpha &= 108^\circ \end{aligned}$$

بنابراین زوایا مطابق جدول زیر خواهد بود:

| کارشناسی‌ارشد | کارشناسی | کاردانی | دیپلم | مدرک         |
|---------------|----------|---------|-------|--------------|
| ۱۱۱           | ۱۶۸      | ۵۵      | ۲۶    | زاویه (درجه) |

پس تعداد افراد دارای مدرک کارشناسی بیشتر از سایر گروه‌ها بوده و مُد داده‌ها مربوط به این مدرک است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۸ و ۸۳)

۶۳- گزینه «۲»

(مهرادر ملونری)

ابتدا میانگین محیط مربع‌ها را برابر ۲۳ واحد قرار می‌دهیم:

$$\frac{4(a-3) + 4 \times 2 + 8a + 4 \times 12}{4} = 23$$

$$\Rightarrow (a-3) + 2 + 2a + 12 = 23 \Rightarrow a = 4$$

میانگین مساحت‌ها برابر است با:

$$\frac{(4-3)^2 + 2^2 + 8^2 + 12^2}{4} = \frac{1 + 4 + 64 + 144}{4} = \frac{213}{4}$$

با توجه به  $53 = \frac{212}{4}$  نتیجه می‌گیریم که میانگین مساحت مربع‌ها از ۵۳

واحد مربع، به اندازه  $\frac{1}{4}$ ، بیشتر است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

۶۴- گزینه «۱»

(مهرادر ملونری)

چون مُد داده‌ها برابر ۳ است، پس  $a = b = 3$ ؛ تعداد داده‌ها ۱۰ تا است. در این صورت میانه و چارک‌ها به صورت زیر هستند:

$$1, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 6, 6, 7$$

$$Q_1 = 3, \quad \frac{4+4}{2} = 4, \quad Q_3 = 6$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 6 - 3 = 3$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۲، ۸۳ و ۹۲)

۶۵- گزینه «۱»

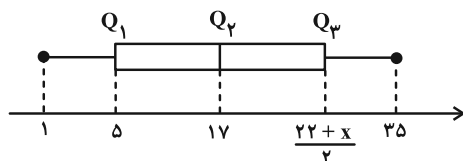
(نیلوفر مهروی)

داده‌ها عبارتند از:

$$1, 2, 3, 7, 7, 11, 17, 17, 19, 22, x, 32, 35$$

$$Q_1 = \frac{3+7}{2} = 5, \quad Q_2 = 17, \quad Q_3 = \frac{22+x}{2}$$

نمودار جعبه‌ای داده‌ها به صورت زیر است:



نسبت طول دو بخشی از جعبه که توسط میانه از هم جدا شده‌اند را به دو صورت می‌توان نوشت:

$$(I) \quad \frac{\left(\frac{22+x}{2}\right) - 17}{17 - 5} = \frac{3}{4} \Rightarrow \left(\frac{22+x}{2}\right) - 17 = 9$$

$$\Rightarrow \frac{22+x}{2} = 26 \Rightarrow x = 30$$

$$(II) \quad \frac{17 - 5}{\left(\frac{22+x}{2}\right) - 17} = \frac{3}{4} \Rightarrow \left(\frac{22+x}{2}\right) - 17 = 16$$

$$\Rightarrow \frac{22+x}{2} = 33 \Rightarrow x = 44$$



با اضافه شدن ۲ داده برابر میانگین، میانگین و مجموع مربعات انحراف از میانگین داده‌ها تغییر نمی‌کند. پس:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n'} = \frac{5 / 4 \times n}{n + 2} = 5$$

$$\Rightarrow 5 / 4n = 5n + 10 \Rightarrow 0 / 4n = 10 \Rightarrow n = \frac{100}{4} = 25$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

(سوکندر روشنی)

گزینه «۲» - ۶۹

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{15} (x_i - \bar{x})^2}{15} \Rightarrow (3\sqrt{2})^2 = \frac{\sum_{i=1}^{15} (x_i - \bar{x})^2}{15}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{15} (x_i - \bar{x})^2 = 270$$

$$\sum_{i=1}^{12} (x_i - \bar{x})^2$$

$$= 270 - [3 \times (13 - 15)^2 + 2 \times (18 - 15)^2] = 240$$

$$\Rightarrow \sigma_2^2 = \frac{240}{10} = 24$$

دقت کنید که میانگین ۵ داده ۱۳، ۱۳، ۱۳، ۱۸ و ۱۸ برابر ۱۵ است و با حذف این داده‌ها، میانگین کل داده‌ها تغییری نمی‌کند.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۰، ۸۱ و ۸۸)

(علی ایمانی)

گزینه «۴» - ۷۰

با توجه به فرض، داده‌ها را به صورت جدول زیر مرتب می‌کنیم:

| $x_i$           | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $x_i - \bar{x}$ | -۳    | -۳    | -۱    | ۰     | ۲     | ۵     |

با توجه به جدول درمی‌یابیم که  $x_1$  و  $x_2$  همان مُد داده‌ها یعنی برابر ۷ هستند. داریم:

$$x_1 - \bar{x} = -3 \Rightarrow 7 - \bar{x} = -3 \Rightarrow \bar{x} = 10$$

واریانس داده‌ها برابر است با میانگین مجذور «انحراف از میانگین» داده‌ها، یعنی:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{9 + 9 + 1 + 0 + 4 + 25}{6} = \frac{48}{6} = 8$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{8}}{10} = \frac{2\sqrt{2}}{10} = 0 / 2\sqrt{2}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۱، ۸۳ و ۸۷ تا ۹۱)

$x = 44$  غیرقابل قبول است زیرا داده‌ها مرتب شده‌اند و مقدار  $x$  باید عددی بین ۲۲ تا ۳۲ باشد. بنابراین مقدار  $x$  برابر ۳۰ و مجموع ارقام آن برابر ۳ است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

گزینه «۲» - ۶۶ (افشین فاضل‌نژاد)

میانگین مجذور اختلاف داده‌ها از میانگین همان واریانس آن‌ها است:

$$\sigma^2 = 6 / 76 \Rightarrow \sigma = \sqrt{6 / 76} = 2 / 6$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow 0 / 13 = \frac{2 / 6}{\bar{x}} \Rightarrow \bar{x} = \frac{2 / 6}{0 / 13} = 20$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۸ تا ۹۱)

گزینه «۴» - ۶۷ (سیرمهر رضا حسینی‌فر)

مجموع فراوانی‌ها برابر ۳۲ است. پس:

$$1 + x + 6 + 7 + y = 32 \Rightarrow x + y = 18$$

از طرفی مجموع انحراف از میانگین‌ها برابر صفر است. پس:

| مقدار داده      | ۱۲ | ۱۳ | ۱۴ | ۱۵ | ۲۲ |
|-----------------|----|----|----|----|----|
| فراوانی         | ۷  | x  | ۶  | ۱  | y  |
| $x_i - \bar{x}$ | -۳ | -۲ | -۱ | ۰  | ۷  |

$$\Rightarrow -21 - 2x - 6 + 0 + 7y = 0 \Rightarrow -2x - 27 + 7y = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 18 \\ -2x + 7y = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 11 \\ y = 7 \end{cases}$$

حال می‌توانیم واریانس داده‌ها را حساب کنیم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{7 \times (-3)^2 + 11 \times (-2)^2 + 6 \times (-1)^2 + 1 \times (0)^2 + 7 \times (7)^2}{32}$$

$$= \frac{456}{32} = 14 / 25$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۰، ۸۱ و ۸۸)

گزینه «۳» - ۶۸ (اسمدرضا فلاح)

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \Rightarrow 5 / 4 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$\Rightarrow \sum (x_i - \bar{x})^2 = 5 / 4 \times n$$

مجموع مربعات انحراف از میانگین



ریاضیات گسسته

۷۱- گزینه «۴»

(کیوان دارابی)

برای گزینه‌های «۱» تا «۳» مثال‌های نقض زیر وجود دارند.

$$(1) \quad A = \{1, 2\} \quad B = \{1\} \quad C = \{2\}$$

$$(2) \quad A = \{1\} \quad B = \{1, 2\} \quad C = \{1, 3\}$$

$$(3) \quad A = \{1, 2\} \quad B = \{2\} \quad C = \{2, 3\}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

۷۲- گزینه «۲»

(مشابه نوبلی - شهریور ۱۴۰۲)

روند اثبات به روش بازگشتی به صورت زیر است:

$$2x^2 - 4xy + 4y^2 \geq 4x - 4$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 4x + 4) + (x^2 - 4xy + 4y^2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 + (x-2y)^2 \geq 0 \quad (\text{همواره برقرار})$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۷۳- گزینه «۴»

(مشابه نوبلی - مرداد ۱۴۰۳)

از این که مجموع دو عدد صحیح  $a$  و  $b$ ، عددی زوج است، نتیجه می‌شود

که هر دو عدد فرد یا هر دو عدد زوج هستند.

$$\begin{cases} a^2 = \lambda k + 1 \\ b^2 = \lambda k' + 1 \end{cases} \quad \text{الف) اگر هر دو عدد } a \text{ و } b \text{ فرد باشند، در این صورت:}$$

و در نتیجه:

$$a^2 + b^2 - 5 = \lambda(k + k') - 3 = \lambda(k + k' - 1) + 5 = \lambda q + 5$$

ب) اگر هر دو عدد  $a$  و  $b$  زوج باشد، در این صورت:

$$\begin{cases} a^2 = \lambda k_1 \text{ یا } \lambda k_1 + 4 \\ b^2 = \lambda k_2 \text{ یا } \lambda k_2 + 4 \end{cases}$$

$$1) \quad a^2 + b^2 = \lambda(k_1 + k_2) = \lambda q$$

$$2) \quad \begin{cases} a^2 + b^2 = (\lambda k_1 + 4) + \lambda k_2 = \lambda(k_1 + k_2) + 4 \\ = \lambda q + 4 \\ a^2 + b^2 = \lambda k_1 + (\lambda k_2 + 4) = \lambda(k_1 + k_2) + 4 \\ = \lambda q + 4 \end{cases}$$

$$3) \quad a^2 + b^2 = (\lambda k_1 + 4) + (\lambda k_2 + 4) = \lambda(k_1 + k_2 + 1) = \lambda q$$

در حالت (ب)، باقی‌مانده تقسیم  $a^2 + b^2 - 5$  بر ۸ یکی از دو عدد زیر می‌شود:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 - 5 = \lambda q - 5 = \lambda(q-1) + 3 \\ a^2 + b^2 = \lambda q + 4 - 5 = \lambda(q-1) + 7 \end{cases}$$

پس باقی‌مانده تقسیم داده شده یکی از اعداد ۳، ۵ یا ۷ است و نمی‌تواند

برابر ۱ باشد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

(مشابه نوبلی - فروردین ۱۴۰۳)

۷۴- گزینه «۱»

طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} a = 4k + 2 \xrightarrow{\times 5} 5a = 20k + 10 \\ a = 5q + 3 \xrightarrow{\times 4} 4a = 20q + 12 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} a = 20(k - q) - 2 = 20(k - q - 1) + 18$$

توجه: البته بدون توجه به این راه‌حل، در بین گزینه‌ها، تنها باقی‌مانده تقسیم

عدد ۱۸ بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب ۲ و ۳ می‌شود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

(پواد ترکمن)

۷۵- گزینه «۱»

$$231 \equiv 148 \xrightarrow{\text{تعریف}} m \mid \underbrace{231 - 148}_{83}$$

$$\xrightarrow{\substack{m \in \mathbb{N} \\ m \neq 1}} m = 83 \Rightarrow m - 2 = 81$$

$$\Rightarrow (83 - 2)! = 81! = \underbrace{1 \times 2 \times \dots \times 41 \times \dots \times 81}_{82} = 82k \equiv 0$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)



۷۶- گزینه «۱»

(مشابه نوایی - ری ۱۴۰)

عدد ۱۵ هم مضرب ۳ است و هم مضرب ۵، پس:  $\forall n \geq 5 : n! \equiv 0$

در نتیجه:

$$1! + 2! + 3! + 4! + 5! + \dots + 200!$$

$$\stackrel{15}{\equiv} \underbrace{1+2+6+24+\dots}_{33} + \underbrace{0+\dots}_{0} \stackrel{15}{\equiv} 3$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۷۷- گزینه «۲»

(مسطفی دیراری)

ابتدا به دنبال توانی از عدد ۵ می‌رویم که به پیمانه ۱۱ با ۱ یا (-۱) هم‌نهیست است و سپس باقی‌مانده تقسیم  $5^{37}$  را بر ۱۱ پیدا می‌کنیم:

$$5^2 \stackrel{11}{\equiv} 25 \stackrel{11}{\equiv} 3 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 5^4 \stackrel{11}{\equiv} 9 \stackrel{11}{\equiv} -2 \xrightarrow{\times 5} 5^5 \stackrel{11}{\equiv} -10 \stackrel{11}{\equiv} 1$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۷}} 5^{35} \stackrel{11}{\equiv} 1 \xrightarrow{\times 5^2} 5^{37} \stackrel{11}{\equiv} 25 \stackrel{11}{\equiv} 3$$

حال توانی از عدد ۹ را می‌یابیم که به پیمانه ۱۱ با ۱ یا (-۱) هم‌نهیست است و سپس باقی‌مانده تقسیم  $9^{37}$  را بر ۱۱ پیدا می‌کنیم:

$$9 \stackrel{11}{\equiv} -2 \xrightarrow{\text{به توان ۵}} 9^5 \stackrel{11}{\equiv} -32 \stackrel{11}{\equiv} 1$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۷}} 9^{35} \stackrel{11}{\equiv} 1 \xrightarrow{\times 9^2} 9^{37} \stackrel{11}{\equiv} 81 \stackrel{11}{\equiv} 4$$

$$5^{37} + 9^{37} \stackrel{11}{\equiv} 3 + 4 = 7$$

در نتیجه:

پس باقی‌مانده تقسیم برابر با ۷ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۷۸- گزینه «۴»

(سولندر روشنی)

عدد داده شده مضرب ۹ است، پس طبق قاعده بخش‌پذیری بر ۹ داریم:

$$\overline{777a} \stackrel{9}{\equiv} 7+7+a+1+a \stackrel{9}{\equiv} 0 \Rightarrow \overline{2a} \stackrel{9}{\equiv} -15 \stackrel{9}{\equiv} -15+27 \stackrel{9}{\equiv} 12$$

$$\xrightarrow{+2} a \stackrel{9}{\equiv} 6 \xrightarrow{0 \leq a \leq 9} a = 6$$

$$\stackrel{42}{\equiv} 6 \Rightarrow \begin{cases} 6^6 \stackrel{6}{\equiv} 6^6 \stackrel{6}{\equiv} 6^6 \stackrel{6}{\equiv} -6 \\ 6^6 \stackrel{7}{\equiv} (-1)^6 \stackrel{7}{\equiv} 1 \stackrel{7}{\equiv} -6 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{|6, 7|=42} 6^6 \stackrel{42}{\equiv} -6 \stackrel{42}{\equiv} 36$$

در نتیجه  $6^6 \in [36]_{42}$ .

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

۷۹- گزینه «۴»

(مشابه نوایی - فرادر ۱۴۰)

باید ببینیم که ۱۲ بهمن، چند روز بعد از اول مهر است؟

$$131 = 12 + 3 \times 30 + (30-1) = \text{تعداد روزها بهمن آبان، آذر، دی مهر}$$

روز شنبه را به پیمانه ۷، عدد صفر در نظر می‌گیریم:

| جمعه | پنج‌شنبه | چهارشنبه | سه‌شنبه | دوشنبه | یکشنبه | شنبه |
|------|----------|----------|---------|--------|--------|------|
| (۶)  | (۵)      | (۴)      | (۳)     | (۲)    | (۱)    | (۰)  |

$$\stackrel{7}{131} \equiv 5$$

در نتیجه ۱۲ بهمن، روز پنج‌شنبه است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۴)

۸۰- گزینه «۳»

(کیوان دارابی)

$$1403x \stackrel{7}{\equiv} 2024 \Rightarrow 1400x + 3x \stackrel{7}{\equiv} 2023 + 1$$

طبق فرض می‌دانیم:

$$\Rightarrow 3x \stackrel{7}{\equiv} 1 \stackrel{7}{\equiv} 15 \xrightarrow{+3} x \stackrel{7}{\equiv} 5$$

$$(3, 7)=1$$

در نتیجه می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases} x \stackrel{7}{\equiv} 5 \\ 2024x \stackrel{7}{\equiv} 1 \end{cases} \Rightarrow 2024x \stackrel{7}{\equiv} 1 \times 5 \stackrel{7}{\equiv} 5$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)



### فیزیک ۲

#### ۸۱- گزینه «۱»

(امیررضا صدریکتا)

با توجه به جهت خطوط مغناطیسی، قطب A، N است و سایر قطب‌ها به ترتیب از چپ به راست S، S، N، S است. دو قطب C و E به ترتیب قطب‌های شمال و جنوب جغرافیایی و قطب‌های جنوب و شمال مغناطیسی زمین را نشان می‌دهند.

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷)

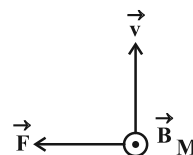
#### ۸۲- گزینه «۲»

(محمدرعلی راست‌پیمان)

ابتدا با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی هر یک از سیم‌ها را تعیین می‌کنیم و سپس با توجه به جهت و اندازه میدان‌ها در نقطه M، اندازه میدان مغناطیسی خالص را در این نقطه می‌یابیم. با توجه به جهت جریان‌ها، میدان مغناطیسی حاصل از جریان‌های I<sub>۱</sub> و I<sub>۳</sub> در نقطه M برون‌سو و میدان مغناطیسی حاصل از جریان I<sub>۲</sub> درون‌سو است. از طرف دیگر، چون B<sub>۱</sub> + B<sub>۳</sub> > B<sub>۲</sub> است، جهت میدان مغناطیسی خالص در نقطه M برون‌سو خواهد بود. بنابراین داریم:

$$B_M = B_1 + B_3 - B_2 \xrightarrow{B_2=10G, B_3=20G, B_1=30G} B_M = 30 + 20 - 10 = 40G$$

اکنون با توجه به جهت  $\vec{B}_M$  و  $\vec{v}$  و اندازه آن‌ها، اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر بار q و جهت آن را می‌یابیم. دقت کنید برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار، از قاعده دست راست استفاده می‌کنیم.



$$F = |q| v B_M \sin \theta \xrightarrow{v=2 \times 10^{-5} \frac{m}{s}, |q|=4 \times 10^{-6} C, B_M=40G=4 \times 10^{-2} T, \theta=90^\circ} F = 4 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-5} \times 40 \times 10^{-2} \times \sin 90^\circ = 32 \times 10^{-4} N$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۹، ۹۰ و ۹۴ تا ۹۶)

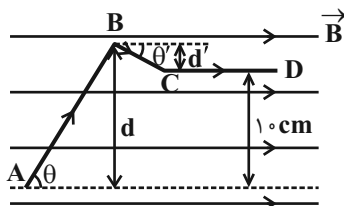
#### ۸۳- گزینه «۲»

(زهرا آقاممدری)

با استفاده از رابطه  $F = I \ell B \sin \theta$  می‌توان اندازه نیروی وارد بر هر قطعه از سیم از طرف میدان مغناطیسی را محاسبه نمود.

$$\begin{aligned} F_{AB} &= I B (\ell \sin \theta) \xrightarrow{\ell \sin \theta = d} F_{AB} = I d B \\ F_{BC} &= I B (\ell' \sin \theta') \xrightarrow{\ell' \sin \theta' = d'} F_{BC} = I d' B \\ F_{CD} &= I B (\ell'' \sin \theta'') \xrightarrow{\ell'' \sin \theta'' = 0} F_{CD} = 0 \end{aligned}$$

سپس به کمک قاعده دست راست، جهت این نیروها را تعیین می‌کنیم. جهت نیروی وارد بر سیم AB درون‌سو و جهت نیروی وارد بر سیم BC برون‌سو است. پس داریم:



$$F_{net} = F_{AB} - F_{BC} = I B (d - d') \xrightarrow{d - d' = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}} \rightarrow$$

$$F_{net} = 20 \times 0.01 \times 5 \times 10^{-3} = 10^{-2} \text{ N}$$

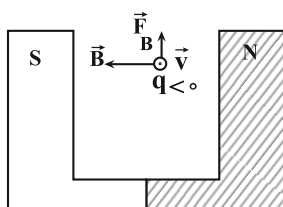
و جهت نیروی برایند در جهت نیروی وارد بر سیم AB یعنی درون‌سو خواهد شد.

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

#### ۸۴- گزینه «۱»

(علی اکبریان‌کیاسری)

در ابتدا ترازو نیروی وزن آهنربا را نشان می‌دهد. با عبور ذره باردار از میان قطب‌های آهنربا، با توجه به قطب‌های آهنربا، جهت حرکت ذره و با استفاده از قاعده دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره از طرف آهنربا به سمت بالا می‌باشد و اندازه آن برابر است با:



$$F_B = |q| v B \sin \theta \xrightarrow{|q|=2 \times 10^{-6} C, \theta=90^\circ, v=5 \times 10^{-4} \frac{m}{s}, B=10G=10 \times 10^{-2} T} \rightarrow$$

$$F_B = 20 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-4} \times 10 \times 10^{-2} \times \sin 90^\circ$$

$$\xrightarrow{\sin 90^\circ = 1} F_B = 1 \text{ N}$$

چون از طرف آهنربا بر ذره باردار، نیروی  $\vec{F}_B$  رو به بالا وارد می‌شود، طبق قانون سوم نیوتون، ذره باردار نیز نیرویی هم‌اندازه با اندازه  $\vec{F}_B$  و رو به پایین و در جهت نیروی وزن آهنربا بر آن وارد می‌کند. بنابراین، ترازو، مجموع اندازه‌های  $\vec{W}$  و  $\vec{F}_B$  را نشان می‌دهد که برابر است با:

$$F_N = F_B + W \xrightarrow{W=3N, F_B=1N} \rightarrow$$

$$F_N = 1 + 3 = 4 \text{ N}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)



## ۸۵- گزینه «۳»

(مهمعلی راست پیمان)

$$N = \frac{L}{2\pi R}$$

تعداد دورهای پیچۀ مسطح برابر است با:

بنابراین بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچۀ مسطح برابر است با:

$$B_{\text{پیچۀ}} = \frac{\mu_0 NI}{2R} = \frac{\mu_0 \frac{L}{2\pi R} I}{2R} = \frac{\mu_0 LI}{4\pi R^2}$$

برای بزرگی میدان در مرکز سیملوله، داریم:

$$B_{\text{سیملوله}} = \frac{1}{4} B_{\text{پیچۀ}} \Rightarrow \mu_0 \frac{N'}{\ell} I = \frac{1}{4} \frac{\mu_0 LI}{4\pi R^2}$$

$$\Rightarrow N' = \frac{1/4 L \ell}{4\pi R^2} = \frac{1/4 \times 72 \times 20 \times 10^{-2}}{4 \times 3 \times (0.1)^2} \Rightarrow N' = 168 \text{ دور}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۰)

## ۸۶- گزینه «۲»

(فسین مفرومی)

ابتدا تعداد حلقه‌های سیملوله را می‌یابیم. داریم:

$$N = \frac{L}{2\pi R} = \frac{12}{2\pi \times 1 \times 10^{-2}} \Rightarrow N = \frac{600}{\pi} \text{ دور}$$

حال طبق رابطه بزرگی میدان مغناطیسی در محور سیملوله، داریم:

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I \Rightarrow B = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{600}{\pi \times 0.1} \times 2 = 24 \times 10^{-4} \text{ T} = 24 \text{ G}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

## ۸۷- گزینه «۳»

(مجتبی خلیل اریمنری)

طبق رابطه اندازه میدان در مرکز پیچۀ داریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} \left\{ \begin{array}{l} \mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \\ I = 2 \text{ A}, N = \frac{1}{8}, R = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m} \end{array} \right.$$

$$N = \frac{\theta}{360^\circ} = \frac{45^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{8}$$

$$B = \frac{12 \times 10^{-7} \times \frac{1}{8} \times 2}{2 \times 0.2} = 7.5 \times 10^{-7} \text{ T} = 75 \times 10^{-4} \text{ G}$$

طبق قاعدۀ دست راست، جهت میدان ناشی از جریان پیچۀ در مرکز آن به

صورت برون سو  $\odot$  است و چون مس از مواد دیامغناطیسی است، میدان

پیچۀ در آن سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی خلاف میدان اولیه می‌شود؛

پس جهت دوقطبی‌های ایجاد شده در قطعه، درون سو است  $\otimes$ .

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹ و ۱۰۱ تا ۱۰۳)

## ۸۸- گزینه «۳»

(آرش یوسفی)

با توجه به قاعدۀ دست راست، جهت میدان مغناطیسی در مرکز حلقه

درون سو و هم‌راستا اما در خلاف جهت حرکت الکترون است. بنابراین، زاویۀ

بین  $\vec{B}$  و  $\vec{v}$  برابر  $\theta = 180^\circ$  است، لذا طبق رابطه  $F = |q| v B \sin \theta$ ,

نیروی بر الکترون وارد نخواهد شد.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۹، ۹۰ و ۹۷ تا ۹۹)

## ۸۹- گزینه «۱»

(مسام تارری)

می‌دانیم دو سیم با جریان هم‌جهت یکدیگر را جذب و دو سیم با جریان

خلاف جهت همدیگر را دفع می‌کنند. با توجه به شکل سؤال سیم‌های (۳) و

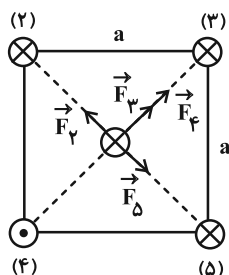
(۵) به سیم (۱) نیروی جاذبه با اندازه یکسان وارد می‌کنند اما چون خلاف

جهت هستند همدیگر را خنثی می‌کنند. سیم (۴)، سیم (۱) را دفع می‌کند و

اگر جریان سیم (۲) برون سو باشد، سیم (۱) را دفع کرده و برآیند نیروهای

وارد بر سیم (۱) صفر می‌شود، پس جریان (۲) درون سو است. حال برآیند

نیروهای وارد بر سیم (۱) را در حالت جدید مشخص می‌کنیم:



چون فاصلۀ سیم (۲) و (۵) تا سیم (۱) برابر و جریان‌ها و طول سیم‌ها هم

یکسان است، پس نیروی برابری دارند ( $F_2 = F_5$ ) و برآیند این دو نیروصفر می‌شود.  $F_3$  و  $F_4$  هم به دلیل مشابه هم‌اندازه هستند و برآیندشان در

راستای قطر مربع، مطابق شکل بالا می‌شود.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

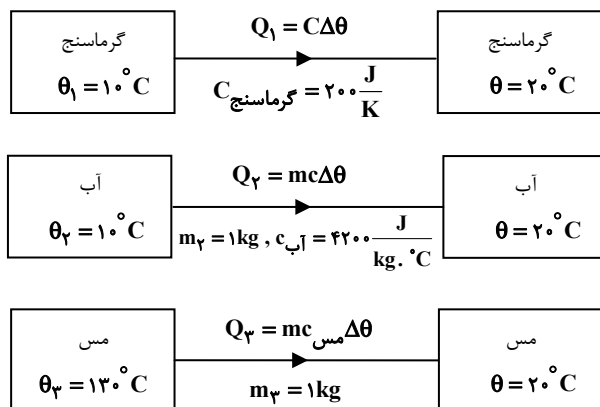
## ۹۰- گزینه «۲»

(غلامرضا ممی)

عبارت (الف) نادرست است. میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند سبب القای

دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف جهت میدان خارجی، در مواد دیامغناطیسی شود.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)



$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow C_{\text{گرماسنج}}(\theta - \theta_1) + m_2 c_{\text{آب}}(\theta - \theta_2) + m_3 c_{\text{مس}}(\theta - \theta_3) = 0$$

$$200 \times (20 - 10) + 1 \times 4200 \times (20 - 10) + 1 \times c_{\text{مس}}(20 - 130) = 0$$

$$\Rightarrow 2000 + 42000 = 110c_{\text{مس}} \Rightarrow 44000 = 110c_{\text{مس}}$$

$$\Rightarrow c_{\text{مس}} = 400 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۲)

۹۵- گزینه «۳» (علیرضا کونه)

با توجه به تعریف بازده، توان خروجی این گرمکن برابر است با:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow 70 = \frac{P_{\text{خروجی}}}{3 \times 10^3} \times 100$$

$$\Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 2100 \text{ W}$$

از طرفی مقدار گرمای لازم برای تبدیل یخ صفر درجه سلسیوس به آب

$20^\circ \text{C}$  برابر است با:

$$Q = mL_F + mc\Delta\theta = m \times 336 \times 10^3 + m \times 4200 \times (20 - 0)$$

$$\Rightarrow Q = 420000 \text{ m (J)}$$

در نهایت داریم:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{Q}{t} \Rightarrow 2100 = \frac{420000 \text{ m}}{18 \times 60 \times 60} \Rightarrow m = 144 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۶)

۹۶- گزینه «۳» (میثم دشتیان)

اگر بخواهیم تبخیر سطحی جرم یکسانی از آب در ظرف A در مدت زمان بیشتری انجام شود، آهنگ تبخیر در ظرف A باید کمتر باشد.

آهنگ تبخیر با افزایش دما و مساحت سطح آزاد مایع و همچنین با کاهش فشار محیط بیشتر می‌شود.

در گزینه «۱» چون سطح مقطع ظرف A بیشتر است، تبخیر در ظرف A سریع‌تر می‌شود؛ پس  $\Delta t_A < \Delta t_B$ .

### فیزیک ۱

۹۱- گزینه «۲»

(محمدرضا فارمی)

ابتدا اختلاف دما برحسب درجه سلسیوس را می‌یابیم:

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = \frac{\theta_2 = 35^\circ \text{C}}{\theta_1 = 15^\circ \text{C}} \rightarrow \Delta\theta = 35 - 15 = 20^\circ \text{C}$$

اکنون اختلاف دما را برحسب درجه فارنهایت تعیین می‌کنیم:

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta\theta = \frac{9}{5} \times 20^\circ \text{C} \rightarrow \Delta F = \frac{9}{5} \times 20 = 36^\circ \text{F}$$

در آخر، با توجه به این که  $\Delta T = \Delta\theta$  است، بنابراین اختلاف دما برحسب کلون برابر  $\Delta T = 20^\circ \text{K}$  می‌باشد. دقت کنید، از آنجایی که  $T = \theta + 273$  است، لذا

$$\Delta T = \Delta\theta \text{ می‌باشد. همچنین، چون } F = \frac{9}{5}\theta + 32 \text{ می‌باشد، بنابراین}$$

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta\theta \text{ خواهد بود.}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۹۲- گزینه «۳»

(غلامرضا ممینی)

بررسی موارد نادرست:

الف) این دماسنج به دلیل دقت کمتر آن نسبت به دماسنج‌هایی که امروزه به عنوان دماسنج معیار شناخته می‌شوند، از مجموعه دماسنج‌های معیار کنار گذاشته شد.

ب) گستره دماسنجی این دماسنج به جنس سیم‌های آن بستگی دارد.

ث) از دماسنج پیشینه - کمینه معمولاً در هواشناسی استفاده می‌شود و از ترموکوپل معمولاً در مدارهای الکترونیکی استفاده می‌شود.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۹۳- گزینه «۳»

(مهری سلطانی)

هرگاه اختلاف افزایش حجم مایع و ظرف به اندازه حجم فضای خالی ظرف باشد، مایع در آستانه سرریز شدن قرار می‌گیرد.

$$\Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}} = 300 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V_{\text{مایع}} = V_{\text{مایع}} \beta \Delta\theta$$

$$\Delta V_{\text{ظرف}} = V_{\text{ظرف}} \alpha \Delta\theta$$

$$300 = (2700 \times 5 \times 10^{-4} - 4000 \times 15 \times 10^{-5}) \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = 240^\circ \text{C}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۹۴- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

با توجه به طرح‌واره رسم شده و استفاده از رابطه تعادل گرمایی، گرمای ویژه مس را می‌یابیم. دقت کنید، چون در ابتدا آب و گرماسنج در تعادل گرمایی‌اند، دمای اولیه گرماسنج و آب یکسان و برابر  $10^\circ \text{C}$  است.



$$۱۲۰۰c_{\text{آب}} = m'c_{\text{آب}}(۶۰) + m'(\Delta ۴۰c_{\text{آب}}) = ۶۰۰m'c_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow m' = \frac{۱۲۰۰}{۶۰۰} \Rightarrow m' = ۲ \text{ kg} = ۲۰۰۰ \text{ g}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۱)

(عسین الهی)

۹۹- گزینه «۳»

سه عبارت (الف)، (ب) و (ت) نادرست می‌باشند.

دلایل نادرستی موارد ذکر شده به صورت زیر است:

(الف) با توجه به اینکه فلزات رسانای بهتری هستند گرمای دست ما را به سرعت انتقال می‌دهند و سردتر از چوب به نظر می‌رسند.

(ب) به انرژی‌ای که بر اثر اختلاف دما بین دو جسم انتقال می‌یابد گرما گفته می‌شود.

(ت) ظرفیت گرمایی ویژه به جرم جسم بستگی ندارد.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۱۷)

(دانیال راستی)

۱۰۰- گزینه «۱»

$$PV = nRT$$

طبق معادله حالت برای گازهای آرمانی داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad (۱)$$

با توجه به ثابت بودن  $nR$  داریم:

فشار آب در عمق  $۲۰۰ \text{ m}$  برابر است با:

$$P_1 = P_0 + \rho_{\text{آب}} g h_1 \quad \frac{h_1 = ۲۰۰ \text{ m}, \rho_{\text{آب}} = ۱۰۰۰ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}}, P_0 = ۱۰^5 \text{ Pa}}$$

$$P_1 = ۱۰^5 + ۱۰^3 \times ۱۰ \times ۲۰۰ = ۲۱ \times ۱۰^5 \text{ Pa}$$

و در عمق  $h_2 = h_1 - ۱۴۰ = ۶۰ \text{ m}$  برابر است با:

$$P_2 = P_0 + \rho_{\text{آب}} g h_2 \quad \frac{h_2 = ۶۰ \text{ m}, \rho_{\text{آب}} = ۱۰۰۰ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}}, P_0 = ۱۰^5 \text{ Pa}}$$

$$P_2 = ۱۰^5 + ۱۰^3 \times ۱۰ \times ۶۰ = ۷ \times ۱۰^5 \text{ Pa}$$

با توجه به نسبت مساحت سطح‌ها، نسبت حجم‌ها را به دست می‌آوریم:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3, \quad S = 4 \pi R^2$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{27}{8}$$

در نهایت با توجه به معادله (۱) داریم:

$$\frac{۲۱ \times ۱۰^5 \times V_1}{T_1} = \frac{۷ \times ۱۰^5 \times ۲۷ \times V_1}{T_2 \times ۸}$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{۷ \times ۲۷}{۸ \times ۲۱} = \frac{9}{8}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

در گزینه «۲» چون فشار روی آب در ظرف A کمتر است، تبخیر در ظرف A سریع‌تر می‌شود؛ پس  $\Delta t_A < \Delta t_B$ .

در گزینه «۳» چون دمای آب در ظرف A کمتر است، آهنگ تبخیر در A کمتر می‌شود؛ بنابراین  $\Delta t_A > \Delta t_B$ .

در گزینه «۴» چون سرعت وزش باد در اطراف ظرف A بیشتر است، تبخیر در A سریع‌تر انجام می‌شود؛ پس  $\Delta t_A < \Delta t_B$ .

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه ۱۰۷)

۹۷- گزینه «۲»

(علیرضا کونه)

با رسم طرح‌واره زیر و نوشتن رابطه تعادل گرمایی داریم:

$$\begin{array}{c} \boxed{\text{یخ } -۲۰^\circ\text{C}} \xleftarrow{Q_1} \boxed{\text{یخ } 0^\circ\text{C}} \xleftarrow{Q_2} \boxed{\text{آب } 0^\circ\text{C}} \xleftarrow{Q_3} \boxed{\text{آب } ۱۰^\circ\text{C}} \\ \text{و} \quad \boxed{\text{آب } ۳۰^\circ\text{C}} \xleftarrow{Q_4} \boxed{\text{آب } ۱۰^\circ\text{C}} \end{array}$$

می‌دانیم:  $c_{\text{آب}} = ۲c_{\text{یخ}}$  و  $L_F = ۸۰c_{\text{آب}} = ۱۶۰c_{\text{یخ}}$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0 \Rightarrow m_{\text{یخ}} \Delta\theta_{\text{یخ}} + m_{\text{یخ}} L_F + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}} + m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} \Delta\theta'_{\text{یخ}} = 0$$

$$\Rightarrow m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} \times (0 - (-۲۰)) + m_{\text{یخ}} \times ۱۶۰c_{\text{یخ}} + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}} + m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} \Delta\theta'_{\text{یخ}} = 0$$

$$\Rightarrow m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} \times (0 - (-۲۰)) + m_{\text{یخ}} \times ۱۶۰c_{\text{یخ}} + ۴ \times ۲c_{\text{یخ}} \times (۱۰ - ۳۰) = 0$$

$$\Rightarrow ۲۰m_{\text{یخ}} + ۱۶۰m_{\text{یخ}} + ۲۰m_{\text{یخ}} - ۱۶۰ = 0$$

$$\Rightarrow ۲۰m_{\text{یخ}} + ۱۶۰m_{\text{یخ}} + ۲۰m_{\text{یخ}} - ۱۶۰ = 0$$

$$\Rightarrow ۲۰m_{\text{یخ}} + ۱۶۰m_{\text{یخ}} + ۲۰m_{\text{یخ}} - ۱۶۰ = 0$$

$$\Rightarrow m_{\text{یخ}} = \frac{۱۶۰}{۲۰} = ۸ \text{ kg}$$

$$m_{\text{یخ}} = ۸ \text{ kg} \Rightarrow \text{جرم هر تکه یخ} \times \text{تعداد} = ۸ \text{ kg}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد تکه یخ} = ۸$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۶)

(مصطفی کیانی)

۹۸- گزینه «۲»

با توجه به مقادیر گرمای ویژه و گرمای نهان داریم:

$$L_V = ۵۴۰c_{\text{آب}}, \quad c_{\text{یخ}} = \frac{1}{2}c_{\text{آب}}, \quad L_F = ۸۰c_{\text{آب}}$$

$$Q_1 = mc_{\text{یخ}} \Delta\theta_{\text{یخ}} + mL_F + mc_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}}$$

$$\xrightarrow{m=۱ \text{ kg}, c_{\text{یخ}} = \frac{1}{2}c_{\text{آب}}, \Delta\theta_{\text{یخ}} = 0 - (-۲۰) = ۲۰^\circ\text{C}} \\ L_F = ۸۰c_{\text{آب}}, \Delta\theta_{\text{آب}} = ۳۰ - ۰ = ۳۰^\circ\text{C}}$$

$$Q_1 = ۱۰ \times \left(\frac{1}{2}c_{\text{آب}}\right) \times ۲۰ + ۱۰ \times (۸۰c_{\text{آب}})$$

$$+ ۱۰ \times c_{\text{آب}} \times (۳۰) = ۱۲۰۰c_{\text{آب}}$$

$$Q_2 = m'c_{\text{آب}} \Delta\theta' + m'L_V \xrightarrow{L_V = ۵۴۰c_{\text{آب}}, Q_2 = ۱۲۰۰c_{\text{آب}}} \\ \Delta\theta' = ۱۰۰ - ۴۰ = ۶۰^\circ\text{C}}$$

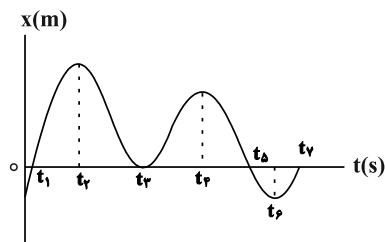


فیزیک ۳

۱۰۱- گزینه «۳»

(مسعود قره‌فانی)

جهت بردار مکان در لحظه  $t_1$  از منفی به مثبت و در لحظه  $t_5$  از مثبت به منفی تغییر می‌کند. (۲ بار)



جهت حرکت در قله‌ها و دره‌ها تغییر می‌کند؛ یعنی در لحظات  $t_1$ ،  $t_3$ ،  $t_5$  و  $t_4$  (۴ بار).

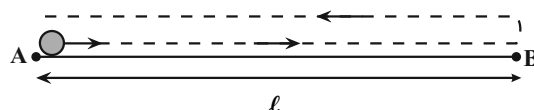
جهت بردار شتاب از زمان صفر تا بین زمان  $t_1$  و  $t_3$  منفی است. از زمان  $t_1$  تا  $t_3$  تا بین  $t_3$  و  $t_5$  مثبت می‌شود. از زمان  $t_3$  تا  $t_5$  تا بین  $t_5$  و  $t_4$  منفی و از زمان  $t_4$  تا  $t_5$  مثبت می‌باشد. (۳ بار تغییر جهت)

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ تا ۱۳)

۱۰۲- گزینه «۱»

(غلامرضا ممینی)

اگر مسافت طی شده از A تا B برابر با  $\ell$ ، زمان رفت  $t_1$  و زمان برگشت  $t_2$  باشد، در این صورت و با توجه به رابطه تندی متوسط داریم:



$$s_{av\text{کل}} = \frac{2\ell}{t_1 + t_2}, s_{av\text{رفت}} = \frac{\ell}{t_1}, s_{av\text{برگشت}} = \frac{\ell}{t_2}$$

از طرف دیگر داریم:

$$s_{av\text{کل}} = s_{av\text{رفت}} - \Delta \Rightarrow \frac{2\ell}{t_1 + t_2} = \frac{\ell}{t_1} - \Delta$$

$$\Rightarrow \Delta = \frac{\ell}{t_1} - \frac{2\ell}{t_1 + t_2} \Rightarrow \Delta = \frac{\ell(t_1 + t_2) - 2\ell t_1}{t_1(t_1 + t_2)}$$

$$\Rightarrow \Delta = \frac{\ell t_1 + \ell t_2 - 2\ell t_1}{t_1(t_1 + t_2)} \Rightarrow \frac{\ell(t_2 - t_1)}{t_1(t_1 + t_2)} = \Delta \Rightarrow \ell(t_2 - t_1) = \Delta t_1(t_1 + t_2) \quad (1)$$

با توجه به اینکه اختلاف تندی متوسط در مسیر رفت و برگشت برابر  $\frac{\Delta}{s}$  است، می‌توان نوشت:

$$s_{av\text{رفت}} - s_{av\text{برگشت}} = \Delta \Rightarrow \frac{\ell}{t_1} - \frac{\ell}{t_2} = \Delta$$

$$\Rightarrow \frac{\ell t_2 - \ell t_1}{t_1 t_2} = \Delta \Rightarrow \frac{\ell(t_2 - t_1)}{t_1 t_2} = \Delta$$

$$\Rightarrow \ell(t_2 - t_1) = \Delta t_1 t_2 \quad (2)$$

از رابطه (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

$$\Delta t_1(t_2 + t_1) = \Delta t_1 t_2 \Rightarrow \Delta t_2 + \Delta t_1 = \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_1 = 3t_2 \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{\Delta}{3}$$

$$\frac{s_{av\text{رفت}}}{s_{av\text{برگشت}}} = \frac{\frac{\ell}{t_1}}{\frac{\ell}{t_2}} = \frac{t_2}{t_1} = \frac{\Delta}{3} \Rightarrow \frac{s_{av\text{رفت}}}{s_{av\text{برگشت}}} = \frac{\Delta}{3}$$

$$\Rightarrow s_{av\text{برگشت}} = \frac{3}{\Delta} s_{av\text{رفت}}$$

$$\Rightarrow s_{av\text{برگشت}} = 0.6 s_{av\text{رفت}} \Rightarrow s_{av\text{برگشت}} = 60\%$$

درمی‌یابیم که تندی متوسط در مسیر برگشت ۶۰ درصد تندی متوسط در مسیر رفت است. یعنی تندی متوسط در مسیر برگشت ۴۰ درصد نسبت به مسیر رفت کاهش یافته است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۹)

۱۰۳- گزینه «۳»

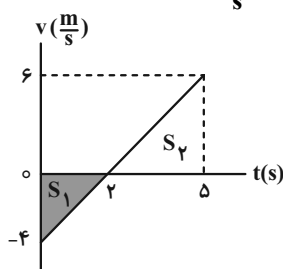
(فسرو ارغوانی‌فر)

برای پاسخ دادن به این سؤال بهتر است معادله سرعت- زمان متحرک را به‌دست آورده و نمودار آن را رسم کنیم و سپس با استفاده از مساحت سطح محصور بین نمودار  $v-t$  و محور  $t$  که معرف جابه‌جایی متحرک است، جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط متحرک را بیابیم. به همین منظور از روی معادله حرکت،  $a$  و  $v_0$  را می‌یابیم و در رابطه  $v = at + v_0$  جایگذاری می‌کنیم تا معادله سرعت به‌دست آید:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \\ x = t^2 - 4t + 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -4 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 4 \xrightarrow{v=0} 0 = 2t - 4 \Rightarrow t = 2s$$

$$v = 2t - 4 \xrightarrow{t=\Delta s} v = 2 \times \Delta - 4 = 6 \frac{m}{s}$$



$$\Delta x = S_1 + S_2 = \frac{-4 \times 2}{2} + \frac{3 \times 6}{2} = 5m$$

$$\ell = |S_1| + S_2 = \left| \frac{-4 \times 2}{2} \right| + \frac{3 \times 6}{2} = 13m$$

در آخر نسبت  $\frac{v_{av}}{s_{av}}$  را می‌یابیم:

$$\frac{v_{av}}{s_{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = 5 - 0 = 5s} \frac{v_{av}}{s_{av}} = \frac{5}{13} = \frac{\Delta}{13}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)



## ۱۰۴ - گزینه «۱»

(سین الهی)

روش اول: ابتدا با استفاده از معادله سرعت- جابه‌جایی، شتاب متحرک را محاسبه می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 10^2 - 6^2 = 2a(8) \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

با استفاده از معادله سرعت- زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 10 = 4(t) + 6 \Rightarrow t = 1s$$

روش دوم: می‌توانیم برای این که زمان را مستقیماً محاسبه کنیم از معادله مستقل از شتاب استفاده کنیم:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow \frac{8}{\Delta t} = \frac{6+10}{2} \Rightarrow \Delta t = 1s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(برگرفته از آزمون نهایی مرداد ماه سال ۱۴۰۳)

## ۱۰۵ - گزینه «۴»

(مسعود قره‌فانی)

در بازه زمانی صفر تا ۴s با استفاده از معادله مستقل از شتاب داریم:

$$v_4 = 0$$

$$\Delta x = \frac{v_4 + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow -16 = \frac{0 + v_0}{2} \times 4 \Rightarrow v_0 = -8 \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-8)}{4} = 2 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین:

حال به کمک معادله سرعت- جابه‌جایی، سرعت متحرک را در لحظه‌ای که برای اولین بار از مبدأ مکان عبور می‌کند، به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 64 = 2 \times 2 \times (-4) \Rightarrow v^2 = 64 - 16 = 48 \Rightarrow |v| = \sqrt{48} \Rightarrow v = -4\sqrt{3} \frac{m}{s}$$

توجه: از آنجا که شیب نمودار مکان- زمان در لحظه اولین گذر متحرک از مبدأ مکان منفی است، پس سرعت نیز منفی است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

## ۱۰۶ - گزینه «۳»

(هسام نادری)

جهت بالا را مثبت فرض می‌کنیم و می‌دانیم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2$$

جابه‌جایی سنگ را در ۸ ثانیه اول و همچنین ۶ ثانیه اول حرکت حساب کرده و اختلاف این دو مقدار همان جابه‌جایی سنگ در دو ثانیه آخر حرکتش می‌باشد:

$$\left. \begin{aligned} \Delta y_{(0-8)} &= -\frac{1}{2}(10)(8)^2 = -320m \\ \Delta y_{(0-6)} &= -\frac{1}{2}(10)(6)^2 = -180m \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \Delta y_{(6-8)} = \Delta y_{(0-8)} - \Delta y_{(0-6)} = -320 - (-180) = -140m$$

$$\Rightarrow |\Delta y_{(6-8)}| = 140m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(برگرفته از آزمون نهایی دی ماه سال ۱۴۰۱)

## ۱۰۷ - گزینه «۲»

(پونام رستمی)

گلوله اول ۳ ثانیه پیش‌تر از گلوله دوم در حرکت است. داریم:

$$y_1 = \frac{1}{2}g(t+3)^2 = 5(t+3)^2 \Rightarrow y_1 = 5t^2 + 30t + 45$$

$$y_2 = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2$$

$$y_1 - y_2 = 165m$$

$$\xrightarrow{(1)-(2)} 5t^2 + 30t + 45 - 5t^2 = 165 \Rightarrow t = 4s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

## ۱۰۸ - گزینه «۳»

(مهمبر سالی)

زمانی که نخ را به سرعت می‌کشیم، زمان انتقال نیرو به گوی وجود ندارد و طبق قانون اول نیوتون، جسم تمایل دارد حالت اولیه خود را حفظ کند. در نتیجه نخ (۲) پاره می‌شود. زمانی که نیروی وارد بر گوی به آرامی افزایش یابد، زمان کافی برای انتقال نیرو به گوی وجود دارد و چون نیروی وارد بر نخ (۱) به اندازه وزن گوی بیشتر از نیروی وارد بر نخ (۲) است، نخ (۱) پاره می‌شود.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

## ۱۰۹ - گزینه «۴»

(سعید طاهری بروینی)

چون سرعت تغییر کرده است و جسم تحت تأثیر دو نیروی ثابت است، حرکت جسم با شتاب ثابت است.

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{-4\vec{i} - 4\vec{j}}{2} = -2\vec{i} - 2\vec{j} \left( \frac{m}{s^2} \right)$$

از قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_1 = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_2 = m\vec{a} - \vec{F}_1 = -6\vec{i} - 6\vec{j} - 3\vec{i} + 4\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_2 = -9\vec{i} - 2\vec{j} (N)$$

چون سوال نیروی عکس‌العمل  $\vec{F}_2$  را می‌خواهد، پس:

$$\vec{F}_2' = -\vec{F}_2 = 9\vec{i} + 2\vec{j} (N)$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۵)

## ۱۱۰ - گزینه «۲»

(سین الهی)

ابتدا بردار نیروی خالص را برحسب بردارهای یکه می‌نویسیم:

$$\vec{F} = -4\vec{i} - 20\vec{j} (N)$$

با توجه به قانون دوم نیوتون ( $\vec{F} = m\vec{a}$ ) داریم:

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow (-4\vec{i} - 20\vec{j}) = 0 / 4\vec{a}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = -10\vec{i} - 50\vec{j} \left( \frac{m}{s^2} \right)$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

(مشابه مثال ۲-۲ صفحه ۳۴ کتاب درسی)



## شیمی ۲

## ۱۱۱- گزینه «۴»

(سید رحیم هاشمی دهری)

رطوبت موجود در هوای آزاد، رشد و تکثیر میکروب‌ها را افزایش می‌دهد تا جایی که ماده غذایی سرانجام فاسد شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

## ۱۱۲- گزینه «۳»

(امیرمسین مسلمی)

بررسی موارد:



الف) نادرست:

(ب) درست؛ سرعت مصرف B با سرعت تولید A برابر است.

(پ) نادرست؛ به ازای تولید ۲ مول ماده C، ۱ مول ماده B مصرف شده است و ۱ مول ماده A تولید (نه مصرف) شده است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰)

## ۱۱۳- گزینه «۴»

(پیمان خواجوی مهر)

معادله واکنش پس از موازنه به صورت زیر است:



حال داریم:

| ماده      | $N_2O_5$ | $NO_2$ | $O_2$ |
|-----------|----------|--------|-------|
| مول اولیه | ۰/۸      | ۰      | ۰     |
| مول نهایی | ۰/۸-۲x   | +۴x    | +x    |

$$0/8 - 2x + 4x + x = 1/25 \Rightarrow x = 0/15 \text{ mol}$$

پس مقدار ۰/۳ مول از  $N_2O_5$  تجزیه شده است:

$$\text{درصد } N_2O_5 \text{ تجزیه شده} = \frac{0/3}{0/8} \times 100 = 37/5\%$$

سرعت متوسط واکنش با سرعت متوسط تولید  $O_2$  برابر است زیرا ضریب یک دارد.

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{0/15 \text{ mol}}{2L \times 2/5 \text{ min}} = \frac{0/15}{5} = 0/03 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۵ تا ۹۳)

## ۱۱۴- گزینه «۱»

(امیرمهر کنکرائی)

واکنش سریع پتاسیم با آب سرد نسبت به سدیم ← اثر ماهیت شیمیایی یا نوع واکنش دهنده

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

## ۱۱۵- گزینه «۳»

(سید رحیم هاشمی دهری)

بررسی عبارت‌ها:

(۱) در مقابل مصرف هر دو ذره سیاه A، یک ذره سفید B تولید می‌شود، ضریب استوکیومتری A، دو برابر ضریب استوکیومتری B و واکنش به صورت  $2A \rightarrow B$  است.

(۲) در مقابل کاهش هر دو ذره سیاه (A)، یک ذره سفید (B) تولید می‌شود، پس معادله واکنش به صورت  $2A \rightarrow B$  بوده و به همین سبب سرعت متوسط مصرف A، دو برابر سرعت متوسط تولید B است.

(۳)

$$t_1 = 0, t_2 = 8 \text{ min} \Rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = 8 - 0 = 8 \text{ min}$$

$$n_1 B = 0$$

$$n_2 B = 4 \times 0/2 = 0/8 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow \Delta n_B = n_2 - n_1 = 0/8 - 0 = 0/8 \text{ mol}$$

$$\Delta[B] = \frac{\Delta n_B}{V} = \frac{0/8}{2} = 0/4 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$\bar{R}_B = \frac{\Delta[B]}{\Delta t} = \frac{0/4}{8} = 0/05 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

(۴) همواره سرعت واکنش نسبت به مصرف هر یک از واکنش دهنده‌ها یا تولید هر یک از فراورده‌ها، مقداری برابر است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰، ۹۲ و ۹۳)

## ۱۱۶- گزینه «۴»

(امین نوروزی)

معادله موازنه شده به شکل زیر است:



نمودار با توجه به این که نزولی است پس مربوط به  $N_2O_5$  است. زیرا طبق نمودار مقدار کاهش می‌یابد.



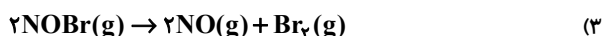
(مبتنی می‌باشد)

۱۱۹- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) با توجه به این که با مصرف واکنش دهنده غلظت آن کاهش می‌یابد، سرعت انجام واکنش نیز به مرور کاهش می‌یابد و در ۳ ثانیه انتهایی واکنش کمتر از ۳ ثانیه سوم آن خواهد بود.

(۲) با توجه به رابطه  $\frac{-\Delta[\text{NOBr}]}{2\Delta t} = \frac{\Delta[\text{NO}]}{2\Delta t}$  واکنش  $\bar{R}$ ، سرعت مصرف گاز NOBr با سرعت تولید گاز NO برابر است.



$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{-\Delta[\text{NOBr}]}{2\Delta t}$$

توجه داشته باشید که در انتها غلظت واکنش دهنده برابر با صفر خواهد بود.

$$22\text{ g NOBr} \times \frac{1\text{ mol NOBr}}{110\text{ g NOBr}} = 0.2\text{ mol NOBr}$$

$$\text{NOBr} = \frac{0.2\text{ mol}}{4\text{ L}} = 5 \times 10^{-2}\text{ M}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{-(-0.5 \times 10^{-2})}{2 \times 50} = 5 \times 10^{-4}\text{ mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$$

(۴) اگر رابطه  $\frac{-\Delta[\text{NOBr}]}{2\Delta t} = \frac{\Delta[\text{Br}_2]}{\Delta t}$  واکنش  $\bar{R}$  را در ۶ ضرب کنیم، به درستی گزینه دست می‌یابیم.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۵ تا ۹۳)

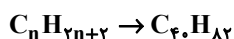
(روزبه رضوانی)

۱۲۰- گزینه «۱»

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۲) لیکوپن فعالیت رادیکال‌ها را کاهش می‌دهد.

(۳) پیوند دوگانه دارد.



$$82 - 56 = 26 \quad \frac{26}{2} = 13 \text{ تعداد پیوند دوگانه}$$

نکته: به ازای هر پیوند دوگانه، ۲ هیدروژن از فرمول مولکولی آلکان کم می‌شود.

(۴) از واکنش‌های ناخواسته جلوگیری می‌کند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه ۹۱)

$$3\text{ mol}.\text{min}^{-1} = \frac{\bar{R}_{\text{N}_2\text{O}_5}}{2} \Rightarrow \bar{R}_{\text{N}_2\text{O}_5} = 2 \times 3\text{ mol}.\text{min}^{-1}$$

$$\Delta n_{\text{N}_2\text{O}_5} = \bar{R}_{\text{N}_2\text{O}_5} \times \Delta t = 2 \times 3\text{ mol}.\text{min}^{-1} \times 15\text{ s}$$

$$\times \frac{1\text{ min}}{60\text{ s}} = 1/5\text{ mol}$$

در نمودار شمار اولیه  $\text{N}_2\text{O}_5$  برابر ۳ مول است و تغییرات مول برابر ۱/۵

مول است. پس مقدار m برابر ۱/۵ مول خواهد بود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱۱۷- گزینه «۱»

(ایمان حسین‌نژاد)

$$t_1 = 20 \Rightarrow t_2 = 30$$

$$\bar{R}_{\text{NOBr}} = \frac{-\Delta[\text{NOBr}]}{\Delta t}$$

$$= \frac{-(0.2 - 0.024)}{10} = \frac{0.176}{10} = 0.0176 = 1.76 \times 10^{-2}\text{ mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{NO}} = \bar{R}_{\text{NOBr}}$$

$$\bar{R}_{\text{NO}} = 1.76 \times 10^{-2}\text{ mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰، ۹۲ و ۹۳)

۱۱۸- گزینه «۲»

(مسعود طبرسا)

$$\frac{|\Delta n|}{\Delta t} = \bar{R}$$

$$4\bar{R}_A = 2\bar{R}_B = \bar{R}_C \xrightarrow{+4} \frac{\bar{R}_A}{1} = \frac{\bar{R}_B}{2} = \frac{\bar{R}_C}{4}$$

علامت منفی کنار عبارت A نشان می‌دهد که A با B و C در دو طرف

متفاوت معادله واکنش قرار دارند. پس معادله به شکل زیر است:



(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸، ۹۲ و ۹۳)



## شیمی ۱

## ۱۲۱- گزینه «۲»

(علیرضا رضایی سراب)

برای تبدیل  $\text{CO}_2$  به مواد معدنی آن را با منیزیم اکسید و کلسیم اکسید واکنش می‌دهند، که هر دو اکسیدهای فلزی و بازی هستند.

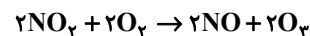
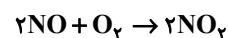
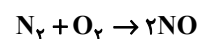
در مورد «۴» دقت کنید که اتانول و روغن‌های گیاهی سوخت سبز هستند و پلیمرهایی که بر پایه نشاسته ساخته می‌شوند نیز پلاستیک سبز هستند که هردو زیست تخریب‌پذیر بوده و در طبیعت به مواد ساده‌تر تبدیل می‌شوند.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

## ۱۲۲- گزینه «۳»

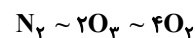
(امیرمسین طیبی)

ابتدا هر سه واکنش را موازنه می‌کنیم، به طوری که ضریب ماده مشترک بین هر دو واکنش برابر شود:



درمی‌یابیم که به ازای هر مول  $\text{N}_2$  مصرفی، ۲ مول  $\text{O}_2$  تولید می‌شود و در

مجموع ۳ واکنش، ۴ مول  $\text{O}_2$  به مصرف می‌رسد؛ یا به عبارتی:



$$? \text{ g O}_3 = 18 / 0.6 \times 10^{24} \text{ atom N} \times \frac{1 \text{ mol N}}{6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ atom N}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol N}_2}{2 \text{ mol N}} \times \frac{2 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol N}_2} \times \frac{48 \text{ g O}_3}{1 \text{ mol O}_3} = 1440 \text{ g O}_3$$

$$? \text{ L O}_2 = 18 / 0.6 \times 10^{24} \text{ atom N} \times \frac{1 \text{ mol N}}{6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ atom N}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol N}_2}{2 \text{ mol N}} \times \frac{4 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol N}_2} \times \frac{22 / 4 \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 1344 \text{ L O}_2$$

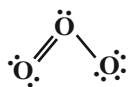
(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۵ تا ۸۱)

## ۱۲۳- گزینه «۱»

(مبیر غنچه‌لی)

آلوتروپ کمیاب اکسیژن همان اوزون است و تنها مورد «گزینه اول» در مورد آن نادرست است. نقطه جوش اوزون از نقطه جوش  $\text{O}_2$  (آلوتروپ دیگر اکسیژن) بیشتر است.

با توجه به ساختار لوویس اوزون، در آن ۶ الکترون پیوندی و ۱۲ الکترون ناپیوندی وجود دارد.



(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۴)

## ۱۲۴- گزینه «۴»

(مبینی محبوب)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) طبق متن کتاب درسی، گازها برخلاف مایعات و جامدات تراکم‌پذیر می‌باشند.

(۲) برای توصیف یک نمونه گاز افزون بر مقدار و دمای آن باید فشار آن نیز مشخص باشد.

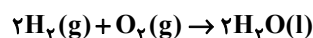
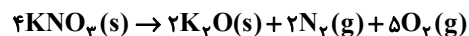
(۳) در دما و فشار یکسان حجم مقدار مول معینی از گازهای گوناگون با هم برابر است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۶ تا ۷۸)

## ۱۲۵- گزینه «۱»

(مبینی محبوب)

ابتدا واکنش را نوشته و موازنه می‌کنیم:



کاهش جرم مخلوط واکنش مربوط به خروج گازهای  $\text{N}_2$  و  $\text{O}_2$  حاصل از این واکنش می‌باشد و به ازای ۲۱۶ g (مجموع جرم‌های مولی  $2\text{N}_2$  و  $5\text{O}_2$ )

کاهش جرم، مقدار ۲ مول  $\text{N}_2$  و ۵ مول  $\text{O}_2$  تولید می‌شود، بنابراین:

$$? \text{ L O}_2 = 86 / 4 \text{ g کاهش جرم} \times \frac{5 \text{ mol O}_2}{216 \text{ g کاهش جرم}}$$

$$\times \frac{22 / 4 \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 44 / 8 \text{ L O}_2$$



(آترین صبا)

۱۲۸- گزینه «۲»

بررسی گزینه‌ها نادرست:

۱ و ۳) زیست کره (B) شامل تمام جانداران روی کره زمین است. در واکنش‌های آن‌ها درشت‌مولکول‌ها نقش اساسی ایفا می‌کنند.

۴) در فصل ۲ کتاب دهم آموختید که در هوا کره (A) علاوه بر مولکول‌های دو اتمی اکسیژن ( $O_2$ ) و نیتروژن ( $N_2$ )، گازهای دیگری مانند آرگون، کربن‌دی‌اکسید و ... نیز وجود دارد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

(برگرفته از کتاب آبی)

(ارژنگ فاندلی)

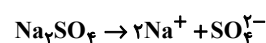
۱۲۹- گزینه «۴»

ابتدا مقدار سدیم سولفات حل شده در محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{میلی گرم حل شونده} \times 10^6 = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \text{ ppm}$$

$$\Rightarrow 710 = \frac{x \text{ mg}}{1 / 5 \text{ kg}} \Rightarrow x = 1065 \text{ mg Na}_2\text{SO}_4$$

$$= 1065 \times 10^{-3} \text{ g Na}_2\text{SO}_4$$



$$1065 \times 10^{-3} \text{ g Na}_2\text{SO}_4 \times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4}{142 \text{ g Na}_2\text{SO}_4} \times \frac{2 \text{ mol Na}^+}{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4}$$

$$= 15 \times 10^{-3} \text{ mol Na}^+ = 0.015 \text{ mol Na}^+$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۳ و ۹۵)

(پیمان فوازی مجید)

۱۳۰- گزینه «۳»

$$100 \times \frac{\text{جرم محلول دوم} \times \text{درصد جرمی محلول دوم} + \text{جرم محلول اول} \times \text{درصد جرمی محلول اول}}{\text{جرم محلول دوم} + \text{جرم محلول اول}} = \text{درصد جرمی نهایی}$$

$$46 = \frac{(40 \times 100) + (50 \times x)}{100 + x} \Rightarrow x = 150 \text{ g}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

$$2 \text{ mol } O_2 = \frac{5 \text{ mol } O_2}{216 \text{ g جرم کاهش}} \times \text{کاهش جرم } 86 / 4 \text{ g} = 2 \text{ mol } O_2$$

$$? \text{ g H}_2\text{O} = 2 \text{ mol } O_2 \times \frac{2 \text{ mol H}_2\text{O}}{1 \text{ mol } O_2} \times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}}$$

$$= 72 \text{ g H}_2\text{O}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۱۲۶- گزینه «۴» (شمید زببی)

بررسی موارد:

(۱) درست؛ جرم مولی و نقطه جوش  $N_2$  از  $H_2$  بیشتر است.

(۲) درست؛ یکی از چالش‌های هابر این بود که واکنش در دما و فشار اتاق

انجام نمی‌شود.

(۳) درست؛  $N_2$  همان جو بی‌اثر است.

(۴) نادرست؛ با سرد کردن مخلوط، آمونیاک را جدا می‌کنند.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۱۲۷- گزینه «۱» (روزبه رضوانی)

آنیون  
کاتیوننیکل (III) سولفید  $\frac{3}{2}$   $Ni_2S_3$ (۱) باریم فسفات  $\frac{2}{3}$   $Ba_3(PO_4)_2$ (۲) اسکاندیم سولفات  $\frac{3}{2}$   $Sc_2(SO_4)_3$ (۳) آلومینیم کربنات  $\frac{3}{2}$   $Al_2(CO_3)_3$ (۴) گالیم سولفات  $\frac{3}{2}$   $Ga_2(SO_4)_3$ 

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)



## شیمی ۳

## ۱۳۱- گزینه «۲»

(مسن، رسمتی، کوکنده)

چربی‌ها، مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلند زنجیر (با جرم مولی زیاد) هستند و دارای بخش‌های قطبی و ناقطبی می‌باشند. در این مولکول‌ها بخش ناقطبی بر بخش قطبی غالب است. بخش عمده چربی‌ها را اسیدهای چرب تشکیل می‌دهند که جزء کربوکسیلیک اسیدها هستند و فرمول کلی آن‌ها به صورت  $\text{RCOOH}$  می‌باشد.

(استرها برخلاف اسیدهای چرب نمی‌توانند با مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی برقرار کنند؛ زیرا در استرها اتم هیدروژن متصل به یکی از اتم‌های N یا O یا F وجود ندارد.)

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵ و ۶)

(برگرفته از باهم بیندیشیم)

## ۱۳۲- گزینه «۴»

(مرتضی خوش‌کیش)

با توجه به جدول زیر با افزایش دما درصد لکه باقی مانده کمتر می‌شود. (قدرت پاک‌کنندگی بیشتر می‌شود) درصد لکه باقی مانده در لباس پلی‌استری در شرایط یکسان، بیشتر از لباس نخی است در نتیجه لکه‌های چربی چسبندگی بیشتری روی لباس پلی‌استری دارند.

| نوع صابون        | نوع پارچه | دما ( $^{\circ}\text{C}$ ) | درصد لکه باقی مانده |
|------------------|-----------|----------------------------|---------------------|
| صابون بدون آنزیم | نخی       | ۳۰                         | ۲۵                  |
| صابون بدون آنزیم | نخی       | ۴۰                         | ۱۵                  |
| صابون آنزیم‌دار  | نخی       | ۳۰                         | ۱۰                  |
| صابون آنزیم‌دار  | نخی       | ۴۰                         | ۰                   |
| صابون آنزیم‌دار  | پلی‌استر  | ۴۰                         | ۱۵                  |

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۹ و ۱۰)

(برگرفته از خود را بیازماید)

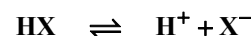
## ۱۳۳- گزینه «۱»

(فرزاد رضایی)

ابتدا غلظت مولی  $\text{HX}$  را با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آوریم:

$$M = \frac{10 \text{ a d}}{Mw} = \frac{10 \times 15 \times 0.8}{150} = 0.8 \text{ mol.L}^{-1}$$

اکنون با استفاده از جدول تغییر غلظت داریم:



$$\begin{array}{ccccccc} 0.8 & & 0 & & 0 & & x = M\alpha \\ 0.8 - x & & x & & x & & x = 0.8 \times 0.01 = 0.008 \end{array}$$

$$\frac{\text{مجموع غلظت یون‌ها}}{\text{غلظت اولیه HX}} = \frac{2x}{0.8} = \frac{2 \times 0.008}{0.8} = 0.02$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

## ۱۳۴- گزینه «۱»

(میثم کوثری لنگری)

(۱)  $\text{HA}$  می‌تواند  $\text{HCl}$  و  $\text{HB}$  می‌تواند  $\text{HF}$  باشد.

(۲) درصد یونش در محلول اسید  $\text{HB}$ ، ۲۵ درصد و در محلول  $\text{HC}$ ، ۵۰ درصد است. در ضمن چون حجم یکسان است و رسانایی الکتریکی به غلظت یون‌ها بستگی دارد؛ از آنجایی که دو محلول تعداد یون برابر دارند، رسانایی الکتریکی برابری نیز خواهند داشت.

(۳) در محلول اسیدهای ضعیف با افزایش غلظت، درجه یونش کاهش می‌یابد. زیرا در دمای ثابت،  $K$  ثابت است و با توجه به عبارت روبه‌رو که برای اسیدهای ضعیف صدق می‌کند، با افزایش  $\alpha$ ،  $M$  باید کاهش یابد تا رابطه زیر برقرار باشد.

$$K = M_1 \alpha_1^2 = M_2 \alpha_2^2 \Rightarrow M_2 / M_1 \rightarrow \alpha_2 / \alpha_1$$

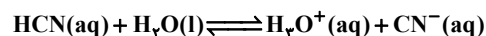
(۴) درصد یونش اسیدها:

$$\alpha_{\text{HB}} = \frac{25}{100} = 0.25 \quad \alpha_{\text{HC}} = \frac{50}{100} = 0.50$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۲ و ۲۳)

## ۱۳۵- گزینه «۲»

(جعفر پازوکی)



$$\text{pH} = 5 / 4 \Rightarrow [\text{H}^+] = [\text{CN}^-] = 10^{-5/4} = 4 \times 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+][\text{CN}^-]}{[\text{HCN}]} = 4 / 8 \times 10^{-10} = \frac{(4 \times 10^{-6})^2}{[\text{HCN}]}$$

$$\Rightarrow [\text{HCN}] = \frac{10}{3} \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{HCN}] \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{4 \times 10^{-6}}{\frac{10}{3} \times 10^{-2}} = 1 / 2 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \alpha = 0.012$$



## گزینه «۴» - ۱۳۸

(علی طرفی)

تهیه مواد جدید، بهبود خواص مواد و تأمین انرژی، هر سه در حوزه دانش الکتروشیمی قرار می گیرند.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه های ۳۷ تا ۳۹)

## گزینه «۱» - ۱۳۹

(محمدرضا پورجاوید)

واکنش انجام شده به صورت  $2\text{Na} + \text{Cl}_2 \rightarrow 2\text{NaCl}$  می باشد که در آن اتم های سدیم الکترون از دست می دهند ( $\text{Na} \rightarrow \text{Na}^+ + e^-$ ) و اکسایش پیدا می کنند. به این ترتیب به عنوان کاهنده باعث کاهش یافتن گاز کلر ( $\text{Cl}_2 + 2e^- \rightarrow 2\text{Cl}^-$ ) خواهند شد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه های ۳۹ تا ۴۲)

(مشابه با هم بینریشیم صفحه ۴۰)

## گزینه «۲» - ۱۴۰

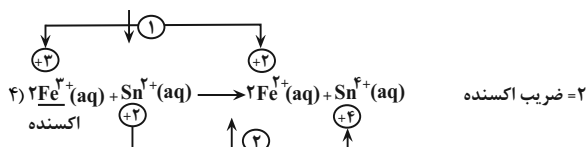
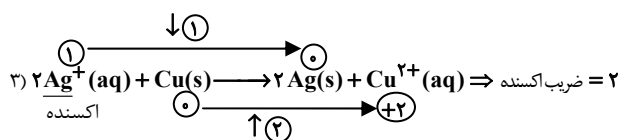
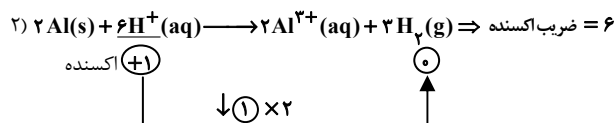
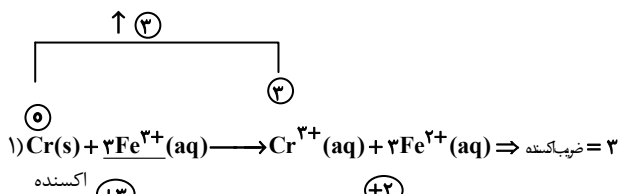
(امیر ماتیان)

گونه اکسند، گونه ای است که با گرفتن الکترون کاهش می یابد.

تغییرات عدد اکسایش گونه کاهنده  $\leftarrow$  ضریب اکسند

تغییرات عدد اکسایش گونه اکسند  $\leftarrow$  ضریب کاهنده

معادله ها را موازنه می کنیم:



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه های ۴۰ تا ۴۲)

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{4 \times 10^{-6}} = 2.5 \times 10^{-9} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}^+]} = \frac{2.5 \times 10^{-9}}{4 \times 10^{-6}} = 6.25 \times 10^{-4}$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی؛ صفحه های ۱۸ تا ۲۸)

## گزینه «۴» - ۱۳۶

(هانی سوری)

بررسی موارد:

۱) همه بازها در آب به طور کامل یونش نمی یابند. بازهای قوی این گونه هستند.

۲ و ۳) pH محلول ها به قدرت آن ها بستگی ندارد بلکه به غلظت آن ها بستگی دارد.

۴) هر چه در شرایط یکسان pH محلول یک باز بیشتر باشد آن باز قوی تر است.

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}}$$

$$\frac{[\text{H}^+]_1}{[\text{H}^+]_2} = \frac{10^{-\text{pH}_1}}{10^{-\text{pH}_2}} = \frac{10^{-13/4}}{10^{-10/7}} = 10^{-2/7}$$

$$[\text{H}^+]_1 = 10^{-2/7} [\text{H}^+]_2 = 10^{-3} \times 2 [\text{H}^+]_2$$

نسبت غلظت هیدرونیوم های ۲ محلول عکس نسبت غلظت هیدروکسیدهای آن ها می باشد. بنابراین:

$$\frac{[\text{H}^+]_1}{[\text{H}^+]_2} = \frac{[\text{OH}^-]_2}{[\text{OH}^-]_1} \Rightarrow \frac{[\text{OH}^-]_1}{[\text{OH}^-]_2} = \frac{1000}{2} = 500$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی؛ صفحه های ۲۴ تا ۳۰)

## گزینه «۴» - ۱۳۷

(مسعود طبرسا)

$$\text{pH} = 2.15 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-2.15} = 10^{-3+0.85}$$

$$= 10^{-3} \times 10^{0.85} \xrightarrow{10^{0.85} \approx 7} [\text{H}^+] = 7 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \xrightarrow{[\text{H}^+] = [\text{HBr}]} [\text{HBr}] = 7 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{HBr}] = 7 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow 7 \times 10^{-3} = \frac{n}{0.1} \Rightarrow n = 7 \times 10^{-4} \text{ mol HBr}$$

$$7 \times 10^{-4} \text{ mol HBr} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol HBr}} \times \frac{3 \text{ L CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 2.1 \times 10^{-2} \text{ L CO}_2$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی؛ صفحه های ۲۴ تا ۲۸، ۳۰، ۳۱ و ۳۶)