

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۱ (از ۲)



آزمون ۱۰ اسفند ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	عادی	۱۰	۱	۲۰
	پیشروی سریع	۱۰		
۲	ریاضی پایه	۱۰	۲۱	۳۰
۳	عادی	۱۰	۳۱	۵۰
	پیشروی سریع	۱۰		
۴	زوج کتاب	۱۰	۵۱	۶۰
	آمار و احتمال		۶۱	۷۰
۵	عادی	۱۰	۷۱	۹۰
	پیشروی سریع	۱۰		

دریافت کارنامه‌ی آزمون ۲ ساعت زودتر از کارنامه‌ی اصلی در اپلیکیشن کانونی‌ها

کارنامه‌ی زودهنگام (۲ ساعت زودتر از کارنامه اصلی)، تحلیل دقیق آزمون‌ها، دریافت پیام مدیر و پشتیبان و همه ابزارهای لازم برای موفقیت شما در اپلیکیشن کانونی‌ها در اختیار شماست. برای دریافت اپلیکیشن از طریق کیوآرکد یا شماره‌گیری کد زیر اقدام کنید:



کد: *۶۶۵۵*۸۴۵۱*۳#



آزمون «۱۰ اسفند ۱۴۰۳» اختصاصی دوازدهم ریاضی (ریاضیات)

دفتر علمی

مدت زمان کل پاسخ گویی سوالات عادی و سریع: ۱۱۰ دقیقه
(از ساعت ۸ صبح تا ۹:۵۰)

تعداد کل سوالات: ۹۰ سؤال
(۵۰ سؤال اجباری + ۴۰ سؤال اختیاری)

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال
عادی	۱۰	۱-۲۰
	۱۰	
پیشروی سریع	۱۰	
ریاضی پایه		
عادی	۱۰	۲۱-۳۰
	۱۰	
پیشروی سریع	۱۰	
هندسه ۳		
عادی	۱۰	۳۱-۵۰
	۱۰	
پیشروی سریع	۱۰	
آمار و احتمال		
عادی	۱۰	۵۱-۶۰
	۱۰	
پیشروی سریع	۱۰	
ریاضیات گسسته		
عادی	۱۰	۶۱-۷۰
	۱۰	
پیشروی سریع	۱۰	
ریاضیات گسسته		
عادی	۱۰	۷۱-۹۰
	۱۰	
پیشروی سریع	۱۰	

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلالی- بهمن امیدی- دانیال آرکیش- داود بوالحسنی- افشین خاصه- خان- سینا خیرخواه- طاهر دادستانی- علی سلامت- سیدماهد عبدی- حامد قاسمیان- کیان کریمی خراسانی- محمد گودرزی- مهسان گودرزی- رضا ماجدی- حامد معنوی- مهرداد ملوندی- نیما مهندس- علیرضا نداف- زاده- غلامرضا نیازی- جهانبخش نیکنام
	امیرحسین ابومحبوب- علی ایمانی- جواد ترکمن- سیدمحمد رضا حسینی- فرد- افشین خاصه- خان- کیوان دارابی- مصطفی دیداری- سوگند روشنی- علیرضا شریف خطیبی- فرشاد صدیقی- فر- هومن عقیلی- شبنم غلامی- احمد رضا فلاح- مهرداد ملوندی- نیلوفر مهدوی- نیما مهندس- سرژ یقیا زاریان- تبریزی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته
گزینشگر	کیان کریمی خراسانی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب نیما مهندس	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی
ویراستاری رتبه های برتر	محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای
مسئول درس	سیدماهد عبدی مهرداد ملوندی	سرژ یقیا زاریان- تبریزی	سرژ یقیا زاریان- تبریزی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت کار - علیرضا عباسی زاهد - محمد رضا مهدوی		

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: مشتق: صفحه‌های ۹۰ تا ۱۱۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱- اگر $f(x) = \sin^3 x \cdot \cos^3 x$ باشد حاصل $f'(x)$ کدام است؟

- (۱) $3 \sin^2 x \cdot \cos^4 x$ (۲) $3 \sin^2 x \cdot \sin^4 x$ (۳) $3 \cos^2 x \cdot \sin^4 x$ (۴) $3 \cos^2 x \cdot \cos^4 x$

۲- در تابع $f(x) = -2x^3 + 5x - 1$ ، حاصل مجموع آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x = 1$ و آهنگ متوسط تغییر در بازه $[0, 2]$ برابر کدام است؟

- (۱) -8 (۲) 8 (۳) -4 (۴) 4

۳- اگر $g(x) = f(\sqrt{x})$ و $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ ، مقدار $g''(8)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{1}{48}$ (۳) $-\frac{1}{36}$ (۴) $-\frac{1}{108}$

۴- اگر خط $y = 1 - \frac{x}{2}$ در نقطه‌ای به طول $x = 4$ بر منحنی تابع $f(x)$ مماس باشد و داشته باشیم $g(x) = \frac{(x^2 - 1) \cdot \cos \pi x}{\sqrt{x+2}}$ ،

حاصل $(g \circ f)'(4)$ کدام است؟

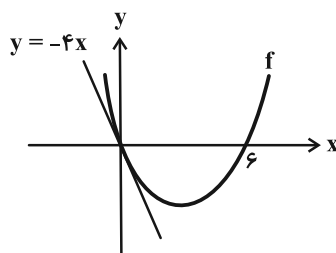
- (۱) -1 (۲) -2 (۳) 2 (۴) 1

۵- برای دو تابع f و g با دامنه $\mathbb{R}$ ، تساوی‌های $f'(x) = g(x)$ و $g'(x) = -f(x)$ برقرار است. اگر $f(1) = f'(1) = 2$ باشد،

حاصل $(f(2))^2 + (g(2))^2$ چقدر است؟

- (۱) 2 (۲) 4 (۳) 8 (۴) 16

۶- در شکل زیر، خط به معادله $y = -4x$ بر نمودار تابع درجه دوم f ، در مبدأ مختصات مماس است. دامنه تابع با

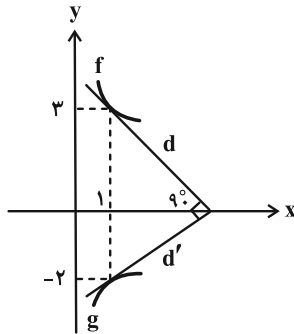


ضابطه $g(x) = \sqrt{\frac{x - f'(x)}{2x - 7}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) 7 (۲) 8 (۳) 9 (۴) 10

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۷- در شکل زیر، خطوط d و d' مماس بر نمودار توابع f و g در $x=1$ می‌باشند، مقدار $(fg)'(1)$ کدام است؟



(۱) $\sqrt{6}$

(۲) $-\sqrt{6}$

(۳) $2\sqrt{6}$

(۴) $-2\sqrt{6}$

۸- در مثلث متساوی الساقین ABC ، قاعده BC به طول $\sqrt{3}$ واحد، ثابت است. آهنگ تغییر لحظه‌ای مساحت مثلث نسبت به

زاویه A وقتی $\hat{A} = 60^\circ$ کدام است؟

(۴) $-\frac{9}{2}$

(۳) ۳

(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) $-\frac{3}{2}$

۹- بازه‌ای که تابع $f(x) = \sqrt{1-x^2} + a\sqrt{x+1} + b\sqrt{1-x}$ در آن مشتق پذیر می‌باشد برابر با دامنه f است. مقدار ab کدام است؟

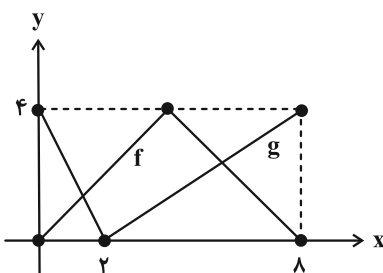
(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۰- نمودار توابع f و g در شکل زیر رسم شده‌اند. اگر $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ و $h'(1) = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل $h'(7)$ کدام است؟ آزمون وی ای پی



(۱) $-0/48$

(۲) $-0/54$

(۳) $-0/64$

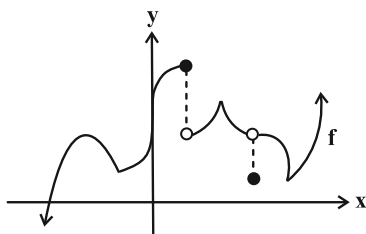
(۴) $-0/72$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۲۶

🔔 دانش‌آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سوالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۱۱- چه تعداد از نقاط اکسترمم نسبی تابع f را می‌توان با آزمون مشتق اول تعیین کرد؟ 



(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

۱۲- بازه‌هایی که تابع $y = \cos 2x - 2 \sin x + 3$ در آن‌ها اکیداً نزولی است را در نظر بگیرید. بیشترین طول این بازه‌ها کدام است؟

(۲) $\frac{\pi}{3}$ (۱) $\frac{\pi}{6}$ (۴) $\frac{3\pi}{4}$ (۳) $\frac{2\pi}{3}$

۱۳- اختلاف مقادیر اکسترمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt{16-x^2} - \sqrt{3}x$ کدام است؟

(۲) $8-4\sqrt{3}$ (۱) $8\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$ (۳) $8+4\sqrt{3}$

۱۴- تابع $f(x) = \frac{ax}{b|x|+3}$ ، $(a, b \neq 0)$ ، به ترتیب (از راست به چپ) چند نقطه بحرانی و اکسترمم نسبی دارد؟

(۲) یک- صفر

(۱) صفر- صفر

(۴) دو- یک

(۳) یک- یک

۱۵- نقطه $A(a, b)$ اکسترمم نسبی دو تابع $g(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 2x - 1}$ و $f(x) = |x^2 - 3| - 4cx + d$ می‌باشد، مقدار $2c + d$ کدام است؟

(۲) -۶

(۱) -۵

(۴) -۳

(۳) -۴

۱۶- اگر اختلاف طول های دو نقطه بحرانی تابع $f(x) = |(x-1)^3 + a|$ از یکدیگر برابر ۲ باشد، مقدار مثبت a کدام است؟

۴ (۲)

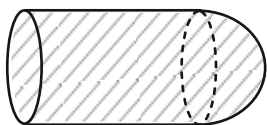
۲ (۱)

۸ (۴)

۶ (۳)

۱۷- محفظه گازی به حجم 5π (واحد مکعب) در شکل زیر، از یک استوانه و یک نیمکره تشکیل شده است. شعاع قاعده استوانه چند

واحد باشد تا کمترین میزان فلز در ساخت آن به کار رفته باشد؟

 $\sqrt[3]{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۱) $\sqrt[3]{3}$ (۴) $\sqrt{3}$ (۳)

۱۸- به ازای چند مقدار صحیح k ، تابع $y = x^3 - kx^2 + \frac{k+2}{3}x - 1$ اکیداً صعودی است؟

۴ (۲)

۵ (۱)

۲ (۴)

۳ (۳)

۱۹- تابع f با ضابطه $f(x) = (-1)^{|x|} |\cos(\pi x)|$ ، چند نقطه اکسترمم نسبی در بازه $[0, 2]$ دارد؟

(۲) دو مینیمم، یک ماکزیمم

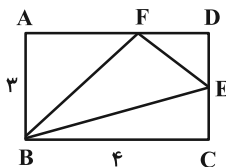
(۱) یک مینیمم، دو ماکزیمم

(۴) دو مینیمم، دو ماکزیمم

(۳) یک مینیمم، یک ماکزیمم

۲۰- در مستطیل ABCD، نقاط E و F را به گونه ای انتخاب می کنیم که مساحت مثلث DEF برابر با ۱ شود. حداکثر مساحت

مثلث BEF کدام است؟

 $8 - 2\sqrt{6}$ (۱) $7 - 3\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{6} - 1$ (۳) $3\sqrt{2} - 1$ (۴)



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی پایه: ریاضی ۱: تابع: صفحه‌های ۹۴ تا ۱۱۷ / حسابان ۱: تابع، توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۳۷ تا ۹۰

۲۱- برای تابع خطی f رابطه $f(x+2)+f(x+1)=-4x+2$ برقرار است. نمودار تابع $y=\frac{1}{4}f^2(x)$ از کدام ناحیه‌های مختصاتی می‌گذرد؟

- (۱) فقط ۱ و ۲ (۲) فقط ۳ و ۴ (۳) فقط ۱، ۲ و ۳ (۴) فقط ۱، ۳ و ۴

۲۲- اگر $x=9$ عضوی از دامنه تابع $f(x)=\sqrt{-x^2+(2a+1)x-2a^2}-a$ باشد، آنگاه مجموعه مقادیر ممکن برای a شامل چند عدد صحیح است؟

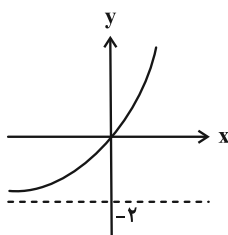
- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۲۳- برای تابع f به ازای هر $x \in \mathbb{R} - \{0, 2\}$ ، تساوی $f(\frac{x}{2})+f(1-\frac{2}{x})=2x^2+1$ برقرار است. حاصل $2f(-1)+f(\frac{1}{2})$ کدام است؟

- (۱) -۵ (۲) $-7/5$ (۳) -10 (۴) $-12/5$

۲۴- توابع $f(x)=\begin{cases} x-1, & x>1 \\ 2-x, & x\leq 1 \end{cases}$ و $g(x)=x^2-4x+1$ مفروض اند. به ازای چند مقدار صحیح k ، معادله $(f \circ g)(x)=k$ ، ۴ جواب متمایز دارد؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴



۲۵- نمودار تابع $f(x)=\frac{y^{x+a}}{b}+c$ به شکل زیر است. حاصل $f^{-1}(6)$ کدام است؟

- (۱) $1/5$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۶- داروها در بدن با ادرار دفع می‌شوند. فرض کنید ۱۲ میلی گرم از یک نوع دارو در بدن شخصی قرار دارد و مقدار آن پس از t ساعت از

رابطه $A(t)=12(0.81)^t$ به دست می‌آید. شخص در هر بازه نیم‌ساعته، چند درصد از دارو را (نسبت به ابتدای بازه) از دست می‌دهد؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۲۷- اگر $2^m=288$ و $3^n=432$ ، آنگاه حاصل n بر حسب m کدام است؟

- (۱) $\frac{3m+23}{m-5}$ (۲) $\frac{3m-7}{m-5}$ (۳) $\frac{5m+23}{m-3}$ (۴) $\frac{5m-7}{m-3}$

۲۸- مجموعه جواب نامعادله $(\log_2^b)^{-4} < (\log_2^b)^{|x-1|}$ ، بازه (a, b) می‌باشد. حاصل $\log_{a+b}^{(1-ab)}$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۲۹- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $1 - (\log_2^{\sqrt{x}})^2 = \log_2^x$ باشند، حاصل $\log_{\frac{x_1}{x_2}}^{x_1 x_2}$ کدام است؟ $(x_1 > x_2)$

- (۱) -۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) ۱

۳۰- ضابطه وارون تابع $f(x)=\log_2^{(\frac{4}{1-x^2})}$ به صورت $f^{-1}(x)=(1-2^{ax+b})^c$ می‌باشد. حاصل $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ چقدر است؟

- (۱) $0/4$ (۲) $0/75$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $2/5$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی + بردارها (تا سر فضای $\mathbb{R}^3$): صفحه‌های ۵۴ تا ۶۳

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- در یک سهمی که داخل آن نقره‌اندود شده و رأس آن $(1, -3)$ است، بازتاب هر شعاع نوری موازی محور x ها، از نقطه $(1, -1)$ می‌گذرد. مساحت مثلثی که رئوس آن کانون و نقاط برخورد سهمی با محور y ها هستند، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) $2\sqrt{6}$ (۴) $4\sqrt{6}$

۳۲- نقطه M روی دایره $x^2 + y^2 - 2y = 3$ ، با بیشترین طول ممکن، بر کانون سهمی $(y - k)^2 = 4(x - h)$ منطبق است. معادله خط

هادی سهمی کدام است؟

- (۱) $x = 0$ (۲) $x = 1$ (۳) $y = 0$ (۴) $y = -1$

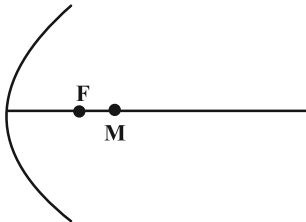
۳۳- یک شعاع نورانی در امتداد خط $y = 2$ به درون سهمی به معادله $y^2 = 8x$ می‌تابد. معادله پرتوی انعکاس پس از دو بار بازتاب

کدام است؟

- (۱) $y = -2$ (۲) $y = -4$ (۳) $y = -6$ (۴) $y = -8$

۳۴- در شکل زیر بخشی از جداره پشت یک لامپ به حالت سهمی با کانون F و از جنس آینه‌ای دیده می‌شود. اگر لامپ در نقطه M

قرار داده شود، شعاع‌های نور در بازتاب از سهمی چگونه خارج می‌شوند؟ آزمون وی ای بی



(۱) موازی هم و رو به بالا

(۲) موازی هم و رو به پایین

(۳) متقاطع (همگرا)

(۴) دور از هم (واگرا)

۳۵- از کانون سهمی به معادله $x^2 = ax + (a+2)y + (a+1)$ ، خطی عمود بر محور سهمی رسم می‌کنیم تا نمودار سهمی را در نقاط A و B قطع کند. اگر طول کانون سهمی برابر ۳ باشد، طول پاره خط AB چقدر است؟ (a عددی مثبت است).

- (۱) ۲۴ (۲) ۱۶ (۳) ۱۲ (۴) ۸

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۳۶- یک دیش مخابراتی، بخشی از سهمی به معادله $y = x^2 - 2px + 5$ است. اگر قطر دهانه این دیش برابر با ۱۲ واحد باشد، آن گاه

عمق (گودی) آن چند واحد است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۳/۵ (۲)

۴/۵ (۱)

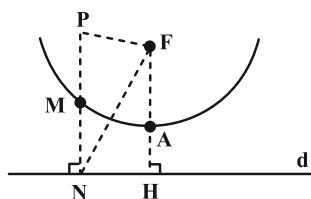
۳۷- معادله مکان هندسی وسط پاره خط‌هایی که دو سر آن‌ها روی سهمی به معادله $y = 3x^2 + 2$ قرار داشته و موازی نیمساز نواحی

اول و سوم باشند، کدام است؟

 $x = \frac{1}{6}$ (۴) $x = \frac{1}{3}$ (۳) $x = 1$ (۲) $x = 2$ (۱)

۳۸- در سهمی شکل زیر با کانون F و خط هادی d، از نقطه P درون سهمی، عمودی بر خط هادی رسم کرده‌ایم تا منحنی سهمی را

در M و خط هادی را در N قطع کند. اگر $PF = 7$ ، $NF = 8$ و فاصله P تا M، نصف فاصله M تا N باشد، آن گاه فاصله M تا



خط هادی سهمی چقدر است؟

۳ (۱)

۴ (۲)

۶ (۳)

۸ (۴)

۳۹- در فضای $\mathbb{R}^2$ ، ناحیه S به صورت $S = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 2, -x+1 \leq y \leq x+2\}$ تعریف شده است. مساحت چهارضلعی متناظر با

ناحیه S چقدر است؟

۴/۵ (۴)

۵/۵ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

۴۰- ناحیه $T: \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16 \\ y \leq |x| \end{cases}$ در فضای $\mathbb{R}^2$ مفروض است. مساحت این ناحیه چقدر است؟

 16π (۴) 24π (۳) 12π (۲) 8π (۱)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: بردارها: صفحه‌های ۶۴ تا ۷۶

دانش‌آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سوالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۴۱- قرینه نقطه $A(m, n, 4)$ نسبت به محور y ها، روی فصل مشترک صفحات $x=4$ و $y=-1$ قرار دارد. فاصله نقطه A تا صفحه $P: x=3$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۳

۴۲- کدام یک از معادلات صفحه داده شده، جاهای خالی را به درستی پر می‌کنند؟ (از راست به چپ)

«صفحه گذرنده از رأس‌های $A(-1, 2, 3)$ ، $B(-1, 2, 5)$ و $C(5, 2, 3)$ با صفحه موازی و بر صفحه عمود است.»

- (۱) $x=-1, y=5$ (۲) $x=-2, z=4$ (۳) $z=x, y=-2$ (۴) $z=7, y=0$

۴۳- در ناحیه محدود به صفحات $x^2=4$ ، $y^2=8$ و $z^2=1$ ، فاصله دورترین نقاط ناحیه از یکدیگر کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) $\sqrt{42}$ (۳) ۶ (۴) $2\sqrt{13}$

۴۴- خط به معادله $\begin{cases} x=2 \\ z=-1 \end{cases}$ از کدام نواحی می‌گذرد؟

- (۱) ۴ و ۱ (۲) ۸ و ۵ (۳) ۴ و ۶ (۴) ۵ و ۶

۴۵- نقطه M روی ضلع BC از مثلث ABC و نزدیک‌تر به رأس B قرار دارد و آن ضلع را به نسبت $\frac{x}{y} < 1$ تقسیم کرده است.

بردار $\overrightarrow{AM}$ برحسب دو بردار $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ کدام است؟

(۱) $\frac{y}{x-y}\overrightarrow{AB} + \frac{x}{x+y}\overrightarrow{AC}$ (۲) $\frac{y}{x+y}\overrightarrow{AB} + \frac{x}{x+y}\overrightarrow{AC}$

(۳) $\frac{y}{x+y}\overrightarrow{AB} + \frac{x}{x-y}\overrightarrow{AC}$ (۴) $\frac{y}{x-y}\overrightarrow{AB} + \frac{x}{x-y}\overrightarrow{AC}$

۴۶- اگر $\vec{a} + 2\vec{b} = 4\vec{i} + 5\vec{j} + \vec{k}$ و $2\vec{a} - \vec{b} = (3, 0, -5)$ ، آنگاه اندازه بردار $\vec{a}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) ۲ (۴) $\sqrt{10}$

۴۷- اگر قرینه نقطه $A(-2, -2, 1)$ را نسبت به محور x ها، A' و قرینه نقطه A' نسبت به صفحه $x=0$ ، A'' بنامیم، نقطه A'' در

کدام یک از ناحیه‌های ۸ گانه قرار دارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۴۸- برای سه نقطه A, B و C در فضا، رابطه $3A - 7B + 4C = \vec{O}$ برقرار است. اگر $|\overrightarrow{AB}| = 20$ ، آنگاه طول بردار $\overrightarrow{BC}$ چقدر است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۴۹- سه نقطه $A(1, 1, 0)$ ، $B(1, 0, 1)$ و $C(0, 1, 1)$ رؤس مثلث ABC هستند. اندازه نیمساز داخلی زاویه A از این مثلث کدام است؟

- (۱) $\sqrt{6}$ (۲) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{6}}{6}$

۵۰- بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمودند به طوری که $(\sqrt{10}, \sqrt{10}, 0) = \vec{a} - \vec{b}$ و $(2, 0, 4m) = \vec{a} + \vec{b}$ ، به ازای کدام مقدار مثبت k ،

دو بردار $\vec{a} + k\vec{b}$ و $\vec{a} - k\vec{b}$ بر هم عمودند؟

- (۱) $\frac{1+\sqrt{6}}{10}$ (۲) $\frac{6+\sqrt{6}}{10}$ (۳) $\frac{1+\sqrt{10}}{6}$ (۴) $\frac{10+\sqrt{10}}{6}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: آمار توصیفی: صفحه‌های ۶۹ تا ۹۴

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سوالات آمار و احتمال (۶۰ تا ۶۹) و (۷۰ تا ۷۹) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۵۱- داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ با میانگین ۴ و ضریب تغییرات $\frac{1}{2}$ مفروض است. اگر سه داده ۴، به این داده‌ها اضافه کنیم، ضریب

تغییرات داده‌های جدید $\frac{\sqrt{3}}{4}$ خواهد شد، تعداد داده‌های اولیه کدام است؟

۱۳ (۴)

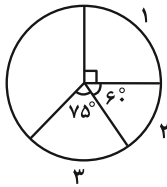
۱۲ (۳)

۹ (۲)

۷ (۱)

۵۲- در یک آزمون کلاسی نمرات دانش‌آموزان از ۱ تا ۵ ثبت شده است. در نمودار دایره‌ای این نمرات، زاویه مرکزی متناظر با نمرات ۴

و ۵ مشخص نشده، ولی می‌دانیم میانگین نمرات کلاس برابر $\frac{17}{6}$ است. تعداد نمرات ۵ چه کسری از تعداد نمرات ۴ است؟

 $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{4}$ (۳)

۵۳- اعداد طبیعی a, b, c, d, e, f شش جمله متوالی از دنباله حسابی با قدرنسبت ۴ هستند. اعداد دنباله را دوبه‌دو انتخاب کرده

و قدرمطلق تفاضل آن‌ها را جایگزین می‌کنیم به گونه‌ای که به یک دنباله سه عضوی بدون عضو تکراری با کمترین میانگین

برسیم. اگر میانگین دنباله دوم، $\frac{8}{3}$ واحد کمتر از میانگین دنباله اول باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

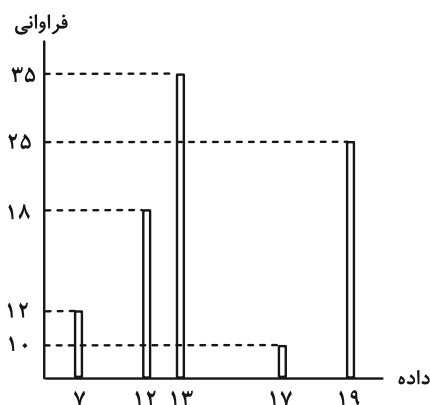
۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۱۲ (۱)

۵۴- با توجه به نمودار میله‌ای زیر، مجموع میانگین و مد و میانه داده‌ها کدام است؟



۳۸ (۱)

۳۹ (۲)

۴۰ (۳)

۴۱ (۴)



۵۵- اگر به یک نمونه از داده‌ها با میانگین $\bar{x}$ ، ۳ داده مساوی $\bar{x}$ اضافه شود، واریانس داده‌ها برابر با ۲۷ می‌شود و اگر ۳ داده مساوی $\bar{x}$

از نمونه اولیه حذف شود، واریانس داده‌ها برابر با ۴۵ می‌شود. واریانس داده‌های نمونه اولیه چقدر است؟

- (۱) $33/25$ (۲) $33/5$ (۳) $33/75$ (۴) 34

۵۶- حاصل ضرب میانه و مد در داده‌های زیر برابر ۱۳۶ است. مقدار k کدام می‌تواند باشد؟

۸، ۲۲، k ، ۸، ۲۷، ۲۱، ۲۳، ۸، ۲۴، ۱۳، ۸

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۳ (۳) ۱۷ (۴) ۱۴

۵۷- انحراف معیار داده‌های $2z+3$ ، $2y+3$ ، $2x+3$ ، برابر ۸ است. واریانس داده‌های $1-\frac{z}{2}$ ، $1-\frac{y}{2}$ ، $1-\frac{x}{2}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱۶ (۴) ۶۴

۵۸- در ۱۲ داده آماری، مجموع تفاضل داده‌ها از عدد ۶، برابر صفر است. اگر تمام این داده‌ها را ۲ برابر کنیم، واریانس داده‌های جدید

برابر ۱۶ می‌شود. ضریب تغییرات داده‌های اولیه کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{9}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۵۹- در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۱۹، ۱۸، ۱۴، ۳۴، ۴۱، ۴۲، ۲۷، ۲۵، ۲۳، ۱۲، ۱۰، ۱۶، ۱۵، ۳۲، ۳۱، دامنه میان چارکی داده‌های

داخل و روی جعبه کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۱۷

۶۰- نمرات دانش‌آموزان یک کلاس در امتحان درس فیزیک، مطابق جدول زیر است. اگر میانگین نمرات دانش‌آموزان برابر $12/5$ باشد،

با حذف نمرات کمتر از ۱۲، میانگین جدید نمرات کدام است؟

۱۶	۱۴	۱۲	۱۰	۸	داده‌ها
۳	a	۵	۵	۲	فراوانی

- (۱) $12/90$

- (۲) $13/24$

- (۳) $13/52$

- (۴) $13/76$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱ تا ۳۴

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوالات آمار و احتمال (۵۱ تا ۶۰) و (۶۱ تا ۷۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۶۱- اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ باشد، کدام یک از گزاره‌های سوری زیر درست است؟

$$\forall x \in A, \exists y \in A; x^2 + y^2 \leq 25 \quad (2) \quad \exists x \in A, \forall y \in A; x^2 < y \quad (1)$$

$$\forall x \in A, \exists y \in A; y = x + 1 \quad (4) \quad \exists x \in A, \forall y \in A; 2^x - x^2 < y - 1 \quad (3)$$

۶۲- A و B مجموعه‌هایی و 7 و 8 عضوی از اعداد طبیعی هستند. اختلاف تعداد اعضای $A \times B$ و $(A \cup B) \times (A \cap B)$ کدام نمی‌تواند باشد؟

$$6 \quad (1) \quad 12 \quad (2) \quad 21 \quad (3) \quad 42 \quad (4)$$

۶۳- سه گزاره p, q و r طوری مفروض‌اند که گزاره‌های $p \vee r \sim q \vee r$ و $\sim p \vee \sim r$ درست هستند. گزاره $p \vee \sim q$ هم‌ارز کدام است؟

$$\sim q \quad (4) \quad \sim p \quad (3) \quad F \quad (2) \quad T \quad (1)$$

۶۴- اگر $A = \{a, b, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$ آن‌گاه مجموعه $A - P(A)$ دارای چند عضو است؟

$$28 \quad (1) \quad 29 \quad (2) \quad 30 \quad (3) \quad 31 \quad (4)$$

۶۵- اگر یک عضو از اعضای یک مجموعه را حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی آن 8 واحد کاهش می‌یابد. تعداد زیرمجموعه‌های سره این مجموعه بعد از حذف یک عضو برابر کدام است؟

$$255 \quad (1) \quad 511 \quad (2) \quad 127 \quad (3) \quad 1023 \quad (4)$$

۶۶- دو گزاره p و q طوری مفروض‌اند که گزاره‌های $p \Rightarrow \sim q$ و $p \Rightarrow (p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p$ دارای ارزش یکسان نیستند. ارزش گزاره‌های $(p \wedge \sim q) \vee (\sim q \Rightarrow \sim p)$ و $(p \wedge ((p \vee q) \Leftrightarrow q))$ به ترتیب (از راست به چپ) کدام است؟

$$(1) \text{ درست-درست} \quad (2) \text{ درست-نادرست} \quad (3) \text{ نادرست-نادرست} \quad (4) \text{ نادرست-درست}$$

۶۷- کدام نتیجه‌گیری در مورد مجموعه‌های A, B و C نادرست است؟

$$A - B \subseteq B \Rightarrow A \subseteq B \quad (1) \quad A \subseteq B - A \Rightarrow A = \emptyset \quad (2)$$

$$A \subseteq B, A \subseteq B' \Rightarrow A = \emptyset \quad (3) \quad A - B \subseteq B - A \Rightarrow A = \emptyset \quad (4)$$

۶۸- در چند زیرمجموعه 5 عضوی از اعداد طبیعی یک رقمی، اعداد 1 و 5 با هم عضو زیرمجموعه نیستند ولی اگر عدد 1 عضو زیرمجموعه باشد، عدد 2 هم حتماً عضو زیرمجموعه است؟

$$106 \quad (1) \quad 76 \quad (2) \quad 66 \quad (3) \quad 41 \quad (4)$$

۶۹- دو مجموعه دلخواه A و B مفروض‌اند. حاصل عبارت $[A \cup ((A - B) \cup (A \cup B)')] \cap B$ برابر با کدام است؟

$$A \cup B \quad (1) \quad A \cap B \quad (2) \quad A - B \quad (3) \quad B - A \quad (4)$$

۷۰- بازه‌های $A = [1, 4], B = [2, 6]$ و $C = [2, 3]$ مفروض‌اند. در ناحیه $(A \times B) - (C \times (A \cap B))$ چند نقطه با مختصات طبیعی وجود دارد؟

$$14 \quad (1) \quad 16 \quad (2) \quad 18 \quad (3) \quad 20 \quad (4)$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: ترکیبات (تا پایان کار در کلاس صفحه ۵۸): صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹ / ریاضی ۱: شمارش بدون شماردن: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۴۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۷۱- چند عدد ده رقمی با استفاده از ارقام ۲، ۴، ۵ و ۷ می‌توان نوشت به طوری که مجموع هر سه رقم متوالی آن زوج باشد؟

- (۱) 2^{10} (۲) 2^{12} (۳) 3×2^{10} (۴) 3×2^{12}

۷۲- تعداد جایگشت‌های حروف کلمه «تراکتور» به طوری که دو حرف «ت» کنار هم نباشند، برابر کدام است؟

- (۱) ۴۸۰ (۲) ۵۴۰ (۳) ۹۰۰ (۴) ۷۲۰

۷۳- با ارقام ۵، ۴، ۳، ۲، ۱، ۱، ۱، ۲، ۲، ۳، ۳، ۴، ۵ چند رمز هشت رقمی شامل رقم ۴ وجود دارد؟

- (۱) ۱۳۴۴۰ (۲) ۱۲۲۸۰ (۳) ۱۱۸۴۰ (۴) ۱۰۰۲۰

۷۴- با مجموعه ارقام {۰، ۲، ۴، ۶، ۷، ۸} چند عدد چهار رقمی با ارقام متمایز می‌توان ساخت که از ۲۴۰۰ بزرگ‌تر باشد؟

- (۱) ۲۱۶ (۲) ۲۵۲ (۳) ۲۷۶ (۴) ۲۸۸

۷۵- پاسخ کدام مسئله برابر $4! \times 5! \times 2$ است؟

(الف) تعداد حالت‌های ایستادن ۴ پسر و ۵ دختر در یک ردیف که به صورت یک در میان قرار گیرند.

(ب) تعداد حالت‌های ایستادن ۵ پسر و ۴ دختر که دخترها کنار هم باشند.

- (۱) فقط (الف) (۲) فقط (ب) (۳) هر دو (۴) هیچ کدام

۷۶- حروف کلمه «تشنشعات» را به چند طریق می‌توان در یک ردیف ۹ تایی قرار داد به طوری که دو جایگاه خالی بماند؟

- (۱) $\frac{9 \times 7!}{2}$ (۲) $9 \times 7!$ (۳) $\frac{7!}{8}$ (۴) $7!$

۷۷- با جابه‌جایی حروف کلمه «gooshvareh» چند کلمه ۱۰ حرفی می‌توان ساخت به طوری که هیچ کدام از دو حرف h کنار هم نباشند و ابتدا و انتهای هر کلمه به ترتیب حروف s و v باشند؟

- (۱) ۳۶۰۰ (۲) ۷۲۰۰ (۳) ۷۵۶۰ (۴) ۳۸۴۰

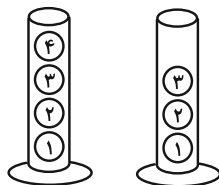
۷۸- با ارقام عدد ۱۲۳۴۵۶۷ چند عدد ۷ رقمی، بدون تکرار ارقام، ساخته می‌شود به طوری که فقط دو رقم زوج کنار هم قرار داشته باشند؟

- (۱) $2 \times 6!$ (۲) $4 \times 6!$ (۳) $\frac{7!}{3}$ (۴) $\frac{7!}{4}$

۷۹- چند جایگشت ۶ حرفی از حروف کلمه «جهان‌گردی» وجود دارد که در آن‌ها دو حرف «د، ی» وجود داشته ولی کنار هم نباشند؟

- (۱) ۳۶۰۰ (۲) ۲۶۸۸ (۳) ۴۸۰۰ (۴) ۷۲۰۰

۸۰- ۷ گوی متمایز در دو ظرف استوانه‌ای شکل زیر قرار دارند. هر بار یکی از ظرف‌ها را انتخاب و بالاترین گوی را برمی‌داریم. چند حالت در برداشتن ۷ گوی وجود دارد؟



- (۱) 2^7

- (۲) $7!$

- (۳) ۳۵

- (۴) ۵۶

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: ترکیبات: صفحه‌های ۵۹ تا ۷۲

🔔 دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سؤالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۸۱- تعداد جواب‌های صحیح و مثبت معادله $x_1 + \sqrt{x_2} + x_3^2 + x_4 = 7$ برابر کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۸۲- چند عدد طبیعی چهار رقمی کوچک‌تر از ۶۰۰۰ وجود دارد که مجموع ارقام آن برابر با ۸ باشد؟

- (۱) ۹۰ (۲) ۱۱۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۴۵

۸۳- تعداد جواب‌های طبیعی معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 30$ در حالتی که x_1 مضرب ۵ است، چند برابر حالتی است که x_1 زوج باشد؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{5}{14}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{4}{7}$

۸۴- کدام گزینه یک مربع لاتین است؟

۱		
		۲
		۳

(۴)

		۳
۳		
	۲	

(۳)

	۲	۱
۳		

(۲)

		۱
۲		
	۳	

(۱)

۸۵- سه مهندس قرار است سه هوش مصنوعی به نام‌های A، B و C را روی سه سایت آموزش ریاضی در سه روز آزمایش کنند، به‌طوری که هر مهندس هر سه هوش مصنوعی را آزمایش کند و هر روز با یک سایت آزمایش انجام دهد، همچنین هر کدام از هوش‌های مصنوعی روی هر یک از سایت‌ها مورد آزمایش قرار گیرند. اگر هوش مصنوعی A در روز اول با سایت اول و هوش مصنوعی B در روز دوم با سایت اول آزمایش شود، چند حالت برای برنامه‌ریزی این آزمایش‌ها وجود دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴) ۷۲

۸۶- اگر معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 11$ با شرط‌های $x_1 \geq k$ و $x_2 \geq k$ دارای ۳۶ جواب صحیح و نامنفی باشد، تعداد جواب‌های طبیعی

معادله $y_1 + y_2 = k + 1$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۲

۸۷- به چند طریق می‌توان ۱۰ سیب یکسان را بین ۳ نفر تقسیم کرد به‌طوری که سیب‌های نفر اول بیشتر از نفر دوم باشد؟ آزمون وی ای پی

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۳ (۳) ۶۰ (۴) ۶۶

۸۸- می‌دانیم A و B دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ هستند. اگر درایه‌های نظیر به نظیر دو مربع A و B را در هم ضرب کرده و

حاصل آن‌ها را در مربع جدیدی به نام C قرار دهیم، آن‌گاه میانگین درایه‌های مربع C کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۸۹- مربع A به صورت زیر مفروض است. اگر درایه‌های روی قطر اصلی آن را ۴ قرار دهیم و $x = z = 3$ و $y = 1$ باشد، آن‌گاه

درایه‌های دیگر را به چند حالت می‌توانیم تکمیل کنیم که A، مربع لاتین باشد؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۴

A =

	x		
		y	
			z

۹۰- مجموع درایه‌هایی از مربع لاتین چرخشی از مرتبه ۶ که شماره سطر آن‌ها مربع کامل و شماره ستون آن‌ها عددی فرد باشد، کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۱ (۴) ۲۴

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۲ (از ۲)



آزمون ۱۰ اسفند ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	عادی	۱۰	۹۱	۱۱۰
	پیشروی سریع	۱۰		
۲	زوج کتاب	۱۰	۱۱۱	۱۲۰
	فیزیک ۱		۱۲۱	۱۳۰
۳	عادی	۱۰	۱۳۱	۱۵۰
	پیشروی سریع	۱۰		
۴	زوج کتاب	۱۰	۱۵۱	۱۶۰
	شیمی ۱		۱۶۱	۱۷۰



آزمون «۱۰ اسفند ۱۴۰۳» اختصاصی دوازدهم ریاضی (فیزیک و شیمی)

دفتر علمی سوال

مدت زمان کل پاسخ‌گویی سوالات عادی و سریع: ۷۰ دقیقه
(از ساعت ۹:۵۰ صبح تا ۱۱)

تعداد کل سوالات: ۸۰ سؤال
(۴۰ سؤال اجباری + ۴۰ سؤال اختیاری)

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۹۱-۱۱۰	۱۰	عادی
	۱۰	فیزیک ۳
۱۱۱-۱۲۰	۱۰	فیزیک ۲
۱۲۱-۱۳۰	۱۰	فیزیک ۱
۱۳۱-۱۵۰	۱۰	شیمی ۳
	۱۰	عادی
۱۵۱-۱۶۰	۱۰	شیمی ۲
۱۶۱-۱۷۰	۱۰	شیمی ۱

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
حسین الهی-عبدالرضا امینی-نسب-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-مسعود خندانی-محسن سلماسی-مهدی شریفی مصطفی کیانی-محمد مقدم-محمد کاظم منشادی-امیراحمد میرسعید-حسام نادری-مجتبی نکوئیان	فیزیک	
امیرعلی بیات-محمد رضا پورچاوید-سعید تیزرو-محمد رضا جمشیدی-امیر حاتمیان-امیرمسعود حسینی-پیمان خواجوی مجد حمید ذبحی-یاسر راش-روزبه رضوانی-رسول عابدینی-زواره-محمد عظیمیان-زواره-امیرمحمد کنگرانی-محسن مجنونی امیرحسین مسلمی-هادی مهدی‌زاده-متین هوشیار	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	مصطفی کیانی	ایمان حسین‌نژاد
گروه ویراستاری	بهنام شاهانی زهره آقامحمدی	حسین شاهسواری محمدحسن محمدزاده مقدم یاسر راش آرش ظریف محمد رضا جمشیدی
ویراستاری رتبه‌های برتر	سینا صالحی ماهان فرمندفر	ماهان فرمندفر
مسئول درس	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستند سازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت‌کار سجاد بهارلویی مهدی صالحی	سجاد رضایی محمدصدرا وطنی محسن دستجردی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۴۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۸۹ تا ۱۰۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۹۱- چه تعداد از جملات زیر صحیح است؟ 

(الف) در پدیده پراش به ازای یک طول موج معین، هر چه پهنای شکاف بزرگتر باشد، پراش قوی‌تری رخ می‌دهد.

(ب) پدیده پراش فقط برای امواج مکانیکی رخ می‌دهد.

(پ) پدیده پراش هنگام عبور موج از لبه‌های مانعی که ابعادش در حدود طول موج باشد نیز رخ می‌دهد.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹۲- چند مورد از موارد زیر نادرست است؟

(الف) در نمودار پرتویی، یک پرتو، پیکان مستقیمی است عمود بر جبهه‌های موج و نشان‌دهنده جهت انتشار موج.

(ب) در پدیده پژواک، اگر تأخیر زمانی بین دو صوت اولیه و بازتابیده، ۰/۲۵ ثانیه باشد، گوش انسان نمی‌تواند پژواک را از صوت مستقیم اولیه تمیز دهد.

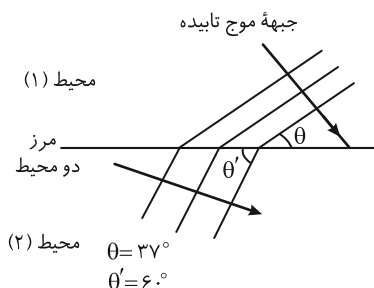
(پ) بازتاب منظم وقتی رخ می‌دهد که نور به سطحی برخورد کند که صیقلی و هموار باشد.

(ت) تندی امواج روی سطح آب به عمق آن بستگی دارد و در قسمت‌های عمیق کمتر است.

(ث) پدیده سراب به دلیل تغییر ضریب شکست در لایه‌های هوا به علت اختلاف دما بین آن‌ها رخ می‌دهد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۳- مطابق شکل زیر، بعد از شکست موج در مرز جدایی دو محیط، فاصله بین دو جبهه موج در محیط دوم نسبت به محیط اول چند

برابر می‌شود؟ ($\sin 37^\circ = 0/6$)

(۱) $\frac{5\sqrt{3}}{6}$

(۲) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$

(۳) $\frac{5}{6}$

(۴) $\frac{6}{5}$

مشابه سؤالی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۹۴- در شکل‌های زیر، پرتوی فرودی که شامل نورهای آبی و قرمز است، از هوا وارد شیشه می‌شود. کدام شکل، شکستی را نشان

می‌دهد که از لحاظ فیزیکی ممکن است؟



۹۵- یک موج صوتی به دیواری برخورد کرده است و بخشی از انرژی آن جذب و بقیه بازتاب می‌شود. چند مورد از کمیت‌های زیر در

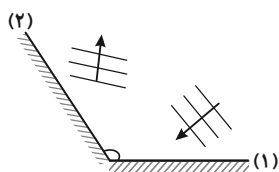
اثر بازتاب این صوت ثابت می‌ماند؟

- | | |
|-----------------|--------------------|
| (الف) بسامد | (ب) طول موج |
| (پ) دامنه | (ت) تندی انتشار |
| (ث) دوره تناوب | (ج) بسامد زاویه‌ای |
| (چ) تندی ارتعاش | (ح) انرژی مکانیکی |

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۹۶- در شکل زیر، موج تختی ابتدا از مانع تخت (۱) و سپس از مانع تخت (۲) بازتاب می‌شود. اگر زاویه بین جبهه‌های موج تابیده به

مانع (۱) و جبهه‌های موج بازتاب شده از مانع (۲) برابر 150° باشد، زاویه بین دو مانع تخت (۱) و (۲) چند درجه است؟



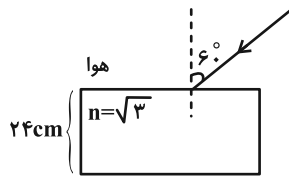
(۱) ۱۰۵

(۲) ۱۱۰

(۳) ۱۲۵

(۴) ۱۳۰

۹۷- پرتوی نوری از هوا با زاویه تابش 60° به یک تیغه متوازی السطوح به ضخامت 24cm می‌تابد. اگر ضریب شکست این تیغه $\sqrt{3}$ باشد، مدت زمان عبور پرتو از داخل تیغه چند نانوثانیه است؟ $(c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$



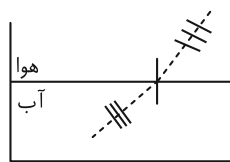
(۱) 0.8

(۲) $1/6$

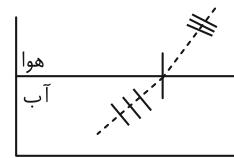
(۳) $0.8\sqrt{3}$

(۴) $1/6\sqrt{3}$

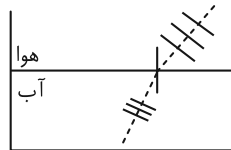
۹۸- کدام یک از شکل‌های زیر، جبهه‌های موج صوتی تختی را که از هوا وارد آب می‌شود، به درستی نشان می‌دهد؟



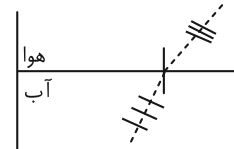
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۹۹- پرتوی نور مرکبی شامل دو پرتوی سبز و زرد از هوا با زاویه تابش 53° به سطح یک تیغه شفاف می‌تابد. اگر زاویه بین دو پرتوی شکست 8° و ضریب شکست محیط شفاف برای پرتوی زرد $\frac{4\sqrt{2}}{5}$ باشد، ضریب شکست محیط شفاف برای پرتوی سبز کدام است؟ $(\sin 53^\circ \approx 0.8)$

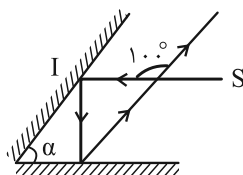
(۲) $\frac{4}{3}$

(۱) $\sqrt{2}$

(۴) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$

(۳) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

۱۰۰- در شکل زیر، پرتوی SI به دو آینه متقاطع که زاویه بین آن‌ها α است، می‌تابد. با توجه به مسیر پرتوی نور، α چند درجه است؟



(۱) 55

(۲) 35

(۳) 50

(۴) 30

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: برهم‌کنش‌های موج + آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۳۶

🔔 دانش‌آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سؤالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۱۰۱- بسامد اول و سوم تشدید یک تار با دو انتهای بسته به ترتیب برابر 300 Hz و 420 Hz است. اگر تندی انتشار صوت در تار

برابر $240 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، طول تار چند متر است؟

(۴) ۰/۷۵

(۳) ۱/۵

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۰۲- در آزمایش یانگ که در هوا انجام می‌شود، فاصله دو نوار روشن متوالی ۴ میلی‌متر است. اگر این آزمایش را در محیطی با ضریب شکست $\frac{4}{3}$ انجام دهیم. پهنای نوار روشن چند میلی‌متر می‌شود؟ (منظور از فاصله دو نوار، فاصله بین مراکز آن‌هاست.)

(۲) $\frac{16}{9}$ (۱) $\frac{16}{3}$

(۴) ۳

(۳) ۱/۵

۱۰۳- کدام موارد زیر نادرست است؟

الف) هر تشدیدگر هلمهولتز فقط با یک بسامد منحصر به فرد تشدید می‌شود.

ب) وقتی گالن آبی را خالی می‌کنیم، با خالی شدن آب، صدای گلوپ گلوپی را می‌شنویم که رفته‌رفته زیرتر می‌شود.

پ) اگر درون دو بطری آب مشابه که یکی تا نیمه و دیگری تقریباً تا لبه دارای آب است، بدمیم، دو صوت با بسامد متفاوت شنیده می‌شود.

(۲) الف و پ

(۱) الف و ب

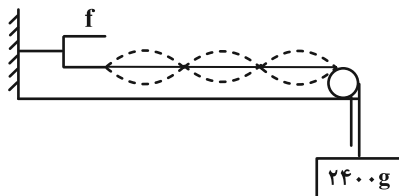
(۴) الف، ب و پ

(۳) ب و پ

۱۰۴- مطابق شکل زیر، در یک تار مرتعش با دو انتهای بسته، موج ایستاده تشکیل شده است. اگر طول تار برابر 60 cm و جرم تار 4 g و

جرم وزنه آویخته شده به تار 2400 g باشد، بسامد دیاپازون مرتعش چند هرتز است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و از طول و جرم طناب آویزان

صرف‌نظر کنید.)



(۱) ۳۰۰

(۲) ۱۵۰

(۳) ۲۰۰

(۴) ۴۰۰

۱۰۵- تعداد فوتون‌هایی که در مدت زمان ۲۴ ثانیه توسط یک لامپ تک رنگ نور زرد در خلأ گسیل می‌شوند، برابر با $3/2 \times 10^{22}$ است.

اگر طول موج نور زرد 660 nm باشد، توان لامپ چند وات است؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و $h = 6/6 \times 10^{-34}\text{ J.s}$)

(۴) ۸۰۰

(۳) ۴۰۰

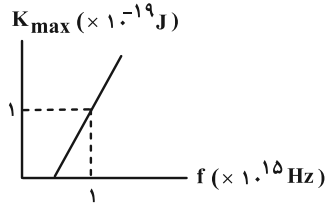
(۲) ۲۰۰

(۱) ۱۰۰

محل انجام محاسبات

۱۰۶- در یک آزمایش فوتوالکتریک، نمودار بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترانها بر حسب بسامد پرتوی نور فرودی مطابق شکل زیر است. طول موج نور تابشی به فلز چند نانومتر باشد تا بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترانهای گسیل شده 22×10^{-19} ژول شود؟

$$(h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s} \text{ و } c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \text{ آزمون وی ای پی}$$



$$\frac{200}{3} \quad (1)$$

$$\frac{400}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{200} \quad (3)$$

$$\frac{3}{400} \quad (4)$$

۱۰۷- بسامد چهارمین خط طیفی رشته بالمر ($n' = 2$) چند برابر بسامد اولین خط طیفی رشته براکت ($n' = 4$) است؟

$$\frac{400}{9} \quad (4)$$

$$\frac{800}{81} \quad (3)$$

$$\frac{28}{3} \quad (2)$$

$$\frac{81}{80} \quad (1)$$

۱۰۸- در اتم هیدروژن، الکترون در دومین حالت برانگیخته قرار دارد. اگر فوتونی با انرژی $\frac{5}{36} E_R$ به آن بتابانیم، چه اتفاقی ممکن است رخ دهد؟

(۲) الکترون با جذب فوتون به تراز $n = 4$ می‌رود.

(۱) الکترون با جذب فوتون به تراز $n = 6$ می‌رود.

(۴) الکترون در تراز خود باقی می‌ماند.

(۳) الکترون با گسیل القایی به تراز $n = 2$ می‌رود.

۱۰۹- الکترون اتم هیدروژنی در تراز $n = 5$ قرار دارد. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، اگر تعداد فوتونهای گسیلی مرئی را با N_1

و تعداد فوتونهای گسیلی در ناحیه فرابنفش را با N_2 و تعداد فوتونهای گسیلی در ناحیه فروسرخ را با N_3 نمایش دهیم،

$$\text{حاصل } \frac{2N_2}{N_1 + N_3} \text{ کدام است؟}$$

$$1 \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$\frac{4}{3} \quad (1)$$

۱۱۰- کدام یک از عبارات زیر صحیح می‌باشد؟

(الف) نخستین لیزر را علی جوان ساخت.

(ب) برای گسیل القایی انرژی فوتون ورودی باید دقیقاً با اختلاف انرژیهای دو تراز یعنی $E_U - E_L$ یکسان باشد.

(ج) گسیل القایی نخستین بار توسط اینشتین مطرح شد.

(د) در گسیل خودبه‌خودی، فوتون در جهت کاتوره‌ای گسیل می‌شود و هر فوتون ورودی باعث خروج دو فوتون می‌شود.

(ه) به طور معمول و در دمای اتاق، بیشتر الکترون‌ها در تراز انرژی بالاتر قرار دارند.

(۴) ه و ج

(۳) الف ، ب و د

(۲) ب و ج

(۱) الف و ه

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: مغناطیس: صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۸

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۲ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و فیزیک ۱ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۱۱- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

الف) اتم‌های مواد پارامغناطیسی خاصیت مغناطیسی دارند و دو قطبی‌های مغناطیسی وابسته به آنها سبب ایجاد یک میدان مغناطیسی خالص می‌شوند.

ب) در مواد دیامغناطیسی میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند سبب القای دو قطبی‌های مغناطیسی در جهت میدان خارجی شود.

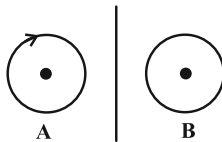
پ) در مواد فرومغناطیس در اثر میدان مغناطیسی خارجی، حجم همه حوزهای مغناطیسی افزایش یافته و رشد می‌کنند.

ت) اورانیوم و پلاتین از جمله موادی هستند که در حضور میدان مغناطیسی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۱۲- در شکل زیر، جهت جریان در حلقه B و سیم راست به ترتیب از راست به چپ چگونه باشد تا میدان مغناطیسی برآیند در مرکز

حلقه‌ها بتواند صفر شود؟ (میدان ناشی از حلقه‌ها در خارج از آن‌ها ناچیز است.)



(۱) ساعتگرد - به طرف بالا

(۲) ساعتگرد - به طرف پایین

(۳) پادساعتگرد - به طرف بالا

(۴) پادساعتگرد - به طرف پایین

۱۱۳- با توجه به خطوط میدان مغناطیسی حاصل از دو آهنربای میله‌ای در شکل زیر، چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

(عقربه‌های مغناطیسی در نقاط M و N در راستای قائم هستند.)

الف) D و A قطب S آهنربا هستند.

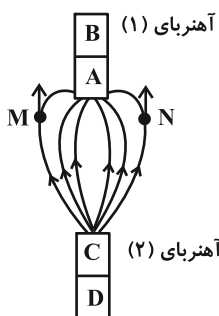
ب) اگر الکترونی در نقطه M به پایین حرکت کند، نیروی مغناطیسی بر آن وارد می‌شود.

پ) آهنربای (۱) ضعیف‌تر از آهنربای (۲) می‌باشد.

ت) C قطب S آهنربا می‌باشد.

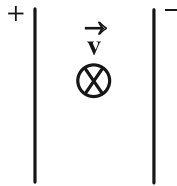
ث) اگر بار مثبتی در نقطه N به سمت بالا حرکت کند، بیشترین نیروی مغناطیسی بر آن وارد می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



۱۱۴- مطابق شکل زیر، ذره‌ای با بار $q = 3\mu C$ با جرم ناچیز با تندی $v = 3 \times 10^4 \frac{m}{s}$ عمود بر صفحه و به سمت درون آن در حرکت است. اگر

بزرگی میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه $600 \frac{N}{C}$ باشد، میدان مغناطیسی چند تسلا و در کدام جهت باشد تا ذره از مسیر



مستقیم خود منحرف نشود؟

(۲) 0.05 ، به سمت پایین

(۱) 0.05 ، به سمت بالا

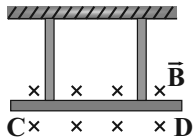
(۴) 0.02 ، به سمت پایین

(۳) 0.02 ، به سمت بالا

۱۱۵- در شکل زیر، میله‌ای به جرم 240 گرم و طول 120 cm به دو طناب یکسان با جرم ناچیز آویخته شده و در یک میدان

مغناطیسی یکنواخت درون سو به بزرگی $B = 0.8 \text{ T}$ به صورت افقی به حال تعادل قرار گرفته است. اگر اندازه نیروی کشش هر

طناب $2/4 \text{ N}$ باشد، جریان چند آمپری و در چه جهتی از میله عبور می‌کند؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



(۲) 5 ، از D به C

(۱) $2/5$ ، از D به C

(۴) 5 ، از C به D

(۳) $2/5$ ، از C به D

۱۱۶- الکترونی، در میدان مغناطیسی کره زمین به بزرگی 0.54 G حرکت می‌کند. در لحظه‌ای که بزرگی سرعت حرکت الکترون

برابر $2 \times 10^5 \frac{m}{s}$ و جهت آن به طرف شرق باشد، اندازه شتابی که الکترون در اثر میدان مغناطیسی زمین پیدا می‌کند، چند

واحد SI و جهت آن به کدام سمت است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ و جرم الکترون $9 \times 10^{-31} \text{ kg}$ است).

(۲) 1.92×10^{14} ، به طرف بالا

(۱) 1.92×10^{12} ، به طرف بالا

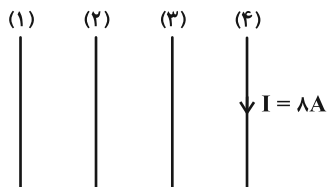
(۴) 1.92×10^{14} ، به طرف پایین

(۳) 1.92×10^{12} ، به طرف پایین

۱۱۷- مطابق شکل زیر، چهار سیم بلند و موازی حامل جریان در یک صفحه قرار دارند. برآیند میدان‌های مغناطیسی دو سیم (۱) و (۲)

در محل سیم (۴)، $7G$ و به صورت درون‌سو است. اگر نیروی مغناطیسی خالص وارد بر 20 cm از سیم (۴) برابر با 4 میلی نیوتون و جهت آن به طرف چپ باشد، جهت جریان در سیم (۳) به کدام سمت بوده و اندازه میدان مغناطیسی آن در محل سیم

(۴) چند گاوس است؟



(۱) بالا، 18

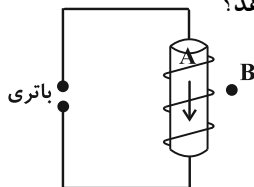
(۲) پایین، 18

(۳) بالا، 32

(۴) پایین، 32

۱۱۸- در سیم‌لوله آرمانی شکل زیر، اگر جهت میدان مغناطیسی در ناحیه A درون سیم‌لوله به صورت نشان داده شده باشد، کدام

گزینه جهت میدان مغناطیسی در نقطه B و قرارگیری صحیح قطب‌های باتری را در مدار نشان می‌دهد؟



(۲) $\uparrow$ ، $\frac{\perp}{\perp}$

(۴) $\downarrow$ ، $\frac{\perp}{\perp}$

(۱) $\uparrow$ ، $\frac{\perp}{\perp}$

(۳) $\downarrow$ ، $\frac{\perp}{\perp}$

۱۱۹- با سیم روکش‌دار بلندی، سیم‌لوله‌ای آرمانی با حلقه‌های به هم چسبیده ساخته‌ایم. با عبور جریان 10 آمپر از این سیم‌لوله،

حداکثر میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله برابر 60 گاوس می‌شود. قطر مقطع سیم چند میلی‌متر است؟ $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A})$

(۲) 4

(۱) 1

(۴) 2

(۳) 6

۱۲۰- تعداد حلقه‌های پیچۀ مسطحی با تعداد حلقه‌های یک سیم‌لوله برابر است. اگر جریان الکتریکی عبوری از پیچۀ دو برابر سیم‌لوله

و میدان مغناطیسی یکنواخت ایجاد شده داخل سیم‌لوله 3 برابر میدان مغناطیسی در مرکز پیچۀ باشد، طول سیم‌لوله چند برابر

قطر پیچۀ است؟

(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) 6

(۴) $\frac{1}{6}$

(۳) $\frac{2}{3}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: دما و گرما: صفحه‌های ۸۳ تا ۱۲۶

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۲ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و فیزیک ۱ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- کدام گزینه درست نیست؟

(۱) دمای ۴۰ درجه سلسیوس، معادل ۱۰۴ درجه فارنهایت است.

(۲) در دماسنج الکلی، تغییر ارتفاع مایع درون لوله کمیت دماسنجی می‌باشد.

(۳) کمیت دماسنجی دماسنج ترموکوپل، جریان الکتریکی است.

(۴) پیرومتر و دماسنج گازی، جزو دماسنج‌های معیار می‌باشند.

۱۲۲- چند مورد از عبارت‌های زیر صحیح نمی‌باشد؟

(الف) اگر در هوای سرد، یک لوله فلزی و یک تیر چوبی را لمس کنیم، لوله فلزی گرم‌تر به نظر می‌رسد.

(ب) به مقدار انرژی موجود در هر جسم گرما گفته می‌شود.

(پ) گرمای نهان تبخیر آب با افزایش دمای آن کاهش می‌یابد.

(ت) هر چقدر جرم یک قطعه فلزی از جرمی کوچک‌تر باشد، گرمای ویژه آن نیز کوچک‌تر است.

(ج) انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن بر اثر همرفت طبیعی می‌باشد.

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۳- در دمای صفر درجه سلسیوس، طول میله A از طول میله B، ۳۰ سانتی‌متر بیشتر است. اگر دمای هر دوی آن‌ها را به ۵۰°C

برسانیم، اختلاف طول آن‌ها ۴ mm / ۰ کاهش می‌یابد. طول میله B در دمای صفر درجه سلسیوس چند سانتی‌متر است؟

$$\left(\alpha_A = 1/2 \times 10^{-5} \frac{1}{K} \text{ و } \alpha_B = 2 \times 10^{-5} \frac{1}{K} \right)$$

(۱) ۵۵ (۲) ۱۰۰

(۳) ۱۴۵ (۴) ۲۰۰

۱۲۴- اگر دمای یک ظرف شیشه‌ای خالی را ۶۰ درجه سلسیوس افزایش دهیم، ارتفاع ظرف ۰/۴ درصد افزایش می‌یابد. این ظرف را به‌طور کامل از مایعی پر می‌کنیم. دمای مجموعه را چند درجه فارنهایت بالا ببریم تا حجم مایع بیرون ریخته شده، برابر با ۸

درصد حجم اولیه ظرف باشد؟ $(\beta_{\text{مایع}} = \frac{1}{2} \times 10^{-3} \text{ K}^{-1})$

(۲) ۱۷۶

(۱) ۳۵۳

(۴) ۸۰

(۳) ۱۴۴

۱۲۵- میله‌ای آهنی به طول ۲ m و جرم ۲ kg با یک گرمکن باتوان ثابت ۱۵ کیلووات گرم می‌شود. اگر از اتلاف گرما صرف‌نظر شود،

اندازه آهنگ متوسط افزایش طول میله چند نانومتر بر ثانیه خواهد بود؟ $(\alpha_{\text{آهن}} = 10^{-5} \text{ K}^{-1}, c_{\text{آهن}} = 400 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}})$

(۲) 375×10^3 (۱) $37/5 \times 10^{-5}$ (۴) 375×10^2

(۳) ۳۷/۵

۱۲۶- اگر حجم V از ماده A به چگالی ρ و گرمای ویژه c و دمای θ را با حجم V' از ماده B به چگالی ρ و گرمای ویژه c و دمای

4θ را در یک ظرف عایق بریزیم، دمای تعادل برابر با 2θ خواهد بود. نسبت $\frac{V'}{V}$ برابر چند خواهد بود؟

(۲) $\frac{1}{15}$

(۱) ۱۵

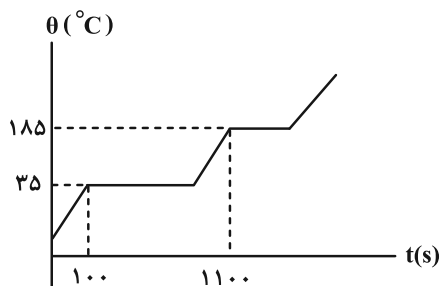
(۴) ۵

(۳) $\frac{1}{5}$

۱۲۷- توسط گرمکنی با توان ثابت ۱۲۰۰ W، به جسمی جامد به جرم ۲۰ kg با دمای اولیه 10°C که درون ظرفی عایقی قرار دارد، گرما

می‌دهیم و نمودار تغییرات دمای آن با گذشت زمان به صورت زیر است. اندازه اختلاف مقدار ظرفیت گرمایی جسم در حالت

جامد و مایع چند واحد SI است؟ $(L_F = 18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$



(۱) ۴۰

(۲) ۱۴۴۰

(۳) ۸۰

(۴) ۸۰۰

۱۲۸- با صرف نظر کردن از اتلاف انرژی، آب با دمای 5°C ، حداکثر چند گرم یخ -10°C را می تواند کاملاً ذوب کند؟

(فرض کنید تبادل گرمایی فقط بین آب و یخ رخ دهد.) $(L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}, c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}})$

(۲) ۰/۴

(۱) ۰/۵

(۴) ۴۰۰

(۳) ۵۰۰

۱۲۹- توان یک کتری برقی 2 kW می باشد. اگر 60% توان این کتری صرف جوش آوردن 400 g آب 50°C درون آن شود، پس از چند

ثانیه 100 g آب درون کتری باقی می ماند؟ $(L_V = 2240 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}})$

(۲) ۶۱۲/۵

(۱) ۶۳۰

(۴) ۳۱۵

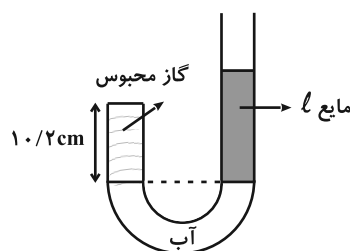
(۳) ۶۳

۱۳۰- مطابق شکل زیر، مقداری معین از مایع ℓ ، آب و گاز کاملاً به دمای 77°C درون لوله در حال تعادل اند. فشار ناشی از ستون

مایع ℓ چند سانتی متر جیوه باشد تا در صورت سه برابر کردن حجم گاز، دمای آن 73°C افزایش یابد؟

(سطح مقطع ظرف در دو طرف یکسان است و از انبساط ظرف چشم پوشی کنید، در اثر تغییرات، مایعی از لوله بیرون نمی ریزد. $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

$$(P_0 = 76 \text{ cmHg} \text{ و } \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$



(۱) ۲۸

(۲) ۲۹

(۳) ۳۰

(۴) ۳۱

شیمی ۳: آزمون شیمی کربن / شیمی ۲: صفحه‌های ۲۹ تا ۴۷، ۷۰ تا ۷۲، ۸۴، ۹۰، ۹۱، ۹۳ و ۹۹ تا ۱۲۳

+ شیمی ۳: صفحه‌های ۵، ۶، ۱۰ تا ۱۲، ۲۳، ۳۰ تا ۳۲، ۵۲، ۵۳، ۷۱ تا ۷۳، ۹۴ تا ۹۶ و ۱۱۱ تا ۱۲۱

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۳۱- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟ ($H = 1$, $C = 12 : g \cdot mol^{-1}$)

(الف) تفاوت جرم مولی نفتالن و سیکلوهگزان برابر جرم مولی پروپان است.

(ب) برای آلکانی با ۶ اتم کربن نمی‌توان همپاری دارای شاخه فرعی اتیل رسم کرد.

(پ) نسبت شمار اتم‌های H به C در فرمول شیمیایی آلکان مورد استفاده در گاز فندک، برابر ۲/۵ است.

(ت) نام درست آلکان ۳- متیل ۵- اتیل هگزان به روش آیوپاک، ۵- اتیل ۳- متیل هگزان است.

(ث) اگر شمار پیوندهای C-C در آلکنی برابر ۶ باشد، شمار اتم‌های H در فرمول شیمیایی آن، ۲/۵ برابر شمار اتم‌های هیدروژن پنتان خواهد بود.

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

۱۳۲- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) اگر تکه‌ای گوشت چرب را داخل ظرفی حاوی بخار برم قرار دهیم، پس از مدتی بخار داخل ظرف بی‌رنگ می‌شود.

(۲) تعداد پیوندهای اشتراکی موجود در ساختار آلکانی با n اتم H، برابر $n - 2$ است.

(۳) از دومین عضو خانواده آلکن‌ها به عنوان عمل آورنده در کشاورزی استفاده می‌شود.

(۴) پلیمری شدن، دسته‌ای از واکنش‌های هیدروکربن‌ها با پیوند $C = C$ در زنجیر اصلی است.

۱۳۳- بر اثر سوختن کامل نمونه‌ای از یک ترکیب آلی اکسیژن‌دار در دمای $546^{\circ}C$ و فشار ۲ atm، ۱۶/۸ لیتر گاز کربن دی‌اکسید و ۷/۵

گرم آب تولید می‌شود. نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شمار اتم‌های کربن در هر واحد فرمولی از این ترکیب کدام است؟

($H = 1$, $C = 12$, $O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

۳/۱۰ (۲)

۳/۵ (۱)

۱۰/۳ (۴)

۵/۳ (۳)

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۱۳۴- چند مورد از عبارتهای بیان شده درست است؟ آزمون وی ای پی

- در الکلها دو نوع نیروی بین مولکولی (پیوند هیدروژنی و نیروی واندروالسی) وجود دارد.
- انحلال پذیری $C_7H_{15}OH$ در هگزان، از انحلال پذیری $C_5H_{11}OH$ در هگزان بیشتر است.
- با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی در کربوکسیلیک اسیدها قطبیت مولکول همانند انحلال پذیری آنها در آب، افزایش می یابد.
- فورمیک اسید نخستین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی است که در طبیعت یافت نمی شود.
- اتانول الکلی دو کربنی، بی رنگ و فرار است که تهیه محلول سیر شده در آب از آن ناممکن است.

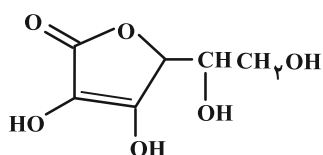
۳ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۱۳۵- ساختار زیر مربوط به مولکول ویتامین C است. چه تعداد از مطالب زیر درباره آن درست است؟ ($H=1, C=12, O=16: g.mol^{-1}$)



الف) شمار پیوندهای دوگانه آن، نصف شمار پیوندهای دوگانه مولکول استیرین است.

ب) ۴/۵۴٪ جرم آن را هیدروژن تشکیل می دهد.

پ) مصرف بیش از اندازه آن مانند ویتامین D برای بدن مضر است.

ت) در هر واحد فرمولی آن، مجموع شمار اتمها با شمار جفت الکترونهای پیوندی برابر است.

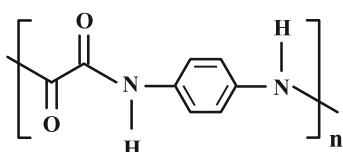
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۳۶- کدام گزینه در رابطه با ترکیبی با ساختار زیر نادرست است؟



(۱) مجموع شمار اتمها در دی اسید سازنده آن، برابر با شمار اتمهای هیدروژن در نفتالن است.

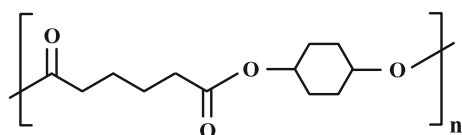
(۲) در ساختار لوویس مونومرهای سازنده آن، در مجموع ۵ پیوند دوگانه وجود دارد.

(۳) در ساختار لوویس دی اسید سازنده آن، ۴ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

(۴) پلیمری آروماتیک بوده و فرمول مولکولی دی اسید سازنده آن $C_7H_4O_4$ است.

۱۳۷- ۱۱۳ گرم از پلی استر زیر را آبکافت کرده و اسید حاصل از آبکافت آن را با مقدار کافی از آمین $H_2N-CH_2-CH_2-CH_2-NH_2$

واکنش می دهیم. در پایان واکنش چند گرم پلی آمید حاصل می شود؟ (تعداد واحدهای تکرارشونده پلیمرهای ذکر شده یکسان



در نظر گرفته شود و ($H=1, C=12, N=14, O=16: g.mol^{-1}$)

۲۲۶ (۲)

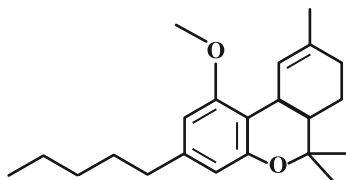
۹۹ (۱)

۱۸۴/۵ (۴)

۳۶۹ (۳)

۱۳۸- مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن در ساختار زیر برابر بوده و تعداد اتم‌های کربن در این ساختار برابر مجموع تعداد

اتم‌های سازنده عامل بو و طعم است.



(۱) -۲۸، آناناس

(۲) -۲۴، میخک

(۳) -۲۴، آناناس

(۴) -۲۸، میخک

۱۳۹- همه عبارت‌های زیر درست‌اند، به جز: ($H=1, C=12, O=16: g \cdot mol^{-1}$) 

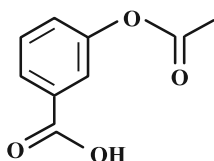
(۱) جرم مولی استر حاصل از واکنش آشناترین اسید آلی با اتانول، دو برابر جرم مولی معروف‌ترین گاز گلخانه‌ای می‌باشد.

(۲) مجموع شمار اتم‌های C و H در فرمول مولکولی پارازیلین، نفتالن، ۱- هگزن و گلوکز با هم یکسان است.

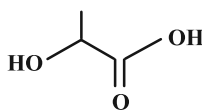
(۳) در تبدیل پارازیلین به ترفتالیک اسید، شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش صفر و شمار پیوندهای دوگانه تغییری نمی‌کند.

(۴) شمار پیوندهای O-H و شمار اتم‌های هیدروژن در اتیلن گلیکول با ترفتالیک اسید یکسان و در هر کدام به ترتیب برابر ۲ و ۶ می‌باشد.

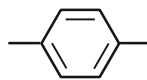
۱۴۰- کدام گزینه درباره ساختارهای A، B، C و D نادرست است؟



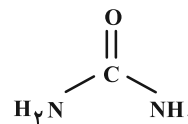
(A)



(B)



(C)



(D)

(۱) ساختار (A) نوعی کربوکسیلیک اسید آروماتیک است که گروه‌های عاملی موجود در تمشک و دارچین در آن مشاهده می‌شود.

(۲) ساختار (B) دارای ۳ کربن با اعداد اکسایش متفاوت است و می‌توان از آن به تنهایی برای تولید پلی‌استر استفاده کرد.

(۳) از اکسایش ساختار (C) می‌توان برای تولید یکی از واحدهای سازنده پلیمر PET استفاده کرد و تعداد اتم‌های کربن ساختار C با تعداد

هر یک از اتم‌های کربن و هیدروژن در مونومر سازنده پلیمر به کار رفته در تولید ظروف یک بار مصرف برابر است.

(۴) ساختار (D) تنها دارای یک نوع گروه عاملی بوده و اگر به جای گروه‌های $(-NH_2)$ در ساختار آن، گروه متیل گذاشته شود، تبدیل به

استون می‌شود.

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۰

🔔 دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سوالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۱۴۱- مقدار $0/8$ مول گاز A را در ظرف سربسته ۲ لیتری گرم نموده‌ایم؛ هرگاه پس از مصرف ۸۰ درصد از این گاز، تعادل گازی:



- (۱) $5/12$ (۲) $1/28$ (۳) $2/56$ (۴) $0/64$

۱۴۲- تعادل: $K = 25$: $2A(g) \rightleftharpoons B(g) + C(g)$ با ۵ مول از هر یک گازهای B و C در ظرف یک لیتری برقرار است. اگر ۱ مول

A را به مخلوط تعادلی اضافه کنیم، غلظت نهایی C به تقریب چند مولار می‌شود؟

- (۱) $4/1$ (۲) $4/55$ (۳) $5/9$ (۴) $5/45$

۱۴۳- تعادل گازی: $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$ ، در یک سامانه با دما و حجم ثابت قرار دارد. اگر مقداری گاز هیدروژن به سامانه

تعادلی افزوده شود، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) میزان تغییر غلظت آمونیاک دو برابر تغییر غلظت نیتروژن خواهد بود.

(۲) غلظت تعادلی گاز هیدروژن همانند گاز آمونیاک نسبت به تعادل اولیه افزایش می‌یابد.

(۳) جهت جابه‌جایی تعادل همانند جهت جابه‌جایی تعادل در حالتی است که حجم سامانه را افزایش دهیم.

(۴) مقدار ثابت تعادل تغییری نخواهد کرد.

۱۴۴- تعادل $K = 1/2 \text{ mol.L}^{-1}$: $CaCO_3(s) \rightleftharpoons CaO(s) + CO_2(g)$ ، در ظرفی دربسته به حجم یک لیتر برقرار است. اگر $26/4$

گرم گاز CO_2 را در دمای ثابت به ظرف اضافه کنیم، باید حجم ظرف را چند برابر کنیم تا جرم مواد جامد تغییری نکند؟

- (۱) $0/5$ (۲) ۱ (۳) $1/5$ (۴) ۲

۱۴۵- کدام یک از تغییرات اعمال شده با اثر ایجاد شده، با توجه به اصل لوشاتلیه همخوانی ندارد؟ (سایر عوامل را ثابت در نظر بگیرید).

(۱) افزایش فشار (با افزودن گاز بی‌اثر) در سامانه تعادلی: $A(g) + B(g) \rightleftharpoons C(g)$ — تغییر ایجاد شده: ← کاهش غلظت A

(۲) افزایش دما در سامانه تعادلی: $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$ — تغییر ایجاد شده: ← کاهش مقدار آمونیاک

(۳) افزودن CO_2 در سامانه تعادلی: $CaCO_3(s) \rightleftharpoons CaO(s) + CO_2(g)$ — تغییر ایجاد شده: ← کاهش جرم CaO

(۴) افزودن A در سامانه تعادلی: $2A(g) \rightleftharpoons B(g) + 2C(g)$ — تغییر ایجاد شده: ← کاهش غلظت تعادلی A

۱۴۶- اگر در یک ظرف ۴ لیتری با پیستون متحرک در دمای معین، به مقداری PCl_5 گرما داده شود؛ پس از تشکیل ۷۱ گرم گاز کلسر،

تعداد: $K = 1 \text{ mol.L}^{-1}$: $\text{PCl}_5(\text{g}) \rightleftharpoons \text{PCl}_3(\text{g}) + \text{Cl}_2(\text{g})$ ، برقرار می‌شود. چنانچه در این شرایط و در دمای ثابت، حجم

ظرف واکنش نصف شود، واکنش در کدام جهت جابه‌جا شده و مقدار PCl_5 اولیه، چند مول بوده است؟ ($\text{Cl} = 35.5 \text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) رفت - ۱/۲۵ (۲) رفت - ۲/۵ (۳) برگشت - ۱/۲۵ (۴) برگشت - ۲/۵

۱۴۷- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟ 

- * هر واکنش تعادلی، برگشت‌پذیر است، اما هر واکنش برگشت‌پذیر الزاماً تعادلی نیست.
- * برای محاسبه ثابت تعادل واکنش: $\text{A}(\text{g}) + \text{B}(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{C}(\text{g})$ می‌توان از مول‌های تعادلی به جای غلظت‌های تعادلی استفاده کرد.
- * افزایش دما در واکنش: $\text{A}(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{B}(\text{g}) + \text{Q}$ ، سرعت واکنش را افزایش می‌دهد؛ ولی مقدار عددی ثابت تعادل را کاهش می‌دهد.
- * اگر حجم ظرف واکنش: $\text{A}(\text{g}) + 2\text{B}(\text{g}) \rightleftharpoons \text{C}(\text{g})$ را نصف کنیم، غلظت همه مواد شرکت‌کننده در واکنش افزایش می‌یابد.

- (۱) ۳ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۲

۱۴۸- اگر دمای ظرفی که تعادل گرماگیر: $\text{COCl}_2(\text{g}) \rightleftharpoons \text{CO}(\text{g}) + \text{Cl}_2(\text{g})$ در آن برقرار است، از 50°C به 70°C برسد:

- (۱) تعادل به سمت چپ جابه‌جا می‌شود و مقدار ثابت تعادل کاهش می‌یابد.
- (۲) تعادل به سمت راست جابه‌جا می‌شود و سرعت واکنش افزایش می‌یابد.
- (۳) تعادل به سمت چپ جابه‌جا می‌شود و سرعت واکنش رفت افزایش می‌یابد.
- (۴) تعادل به سمت راست جابه‌جا می‌شود و مقدار گازهای موجود در ظرف کاهش می‌یابد.

۱۴۹- تمام عبارتهای داده شده در مورد فرایند هابر درست هستند، به جز:

- (۱) با افزایش دما و تامین انرژی فعال‌سازی، سرعت واکنش افزایش می‌یابد.
- (۲) تغییر غلظت، فشار و دما بر روی جابه‌جایی تعادل در این واکنش گرماگیر موثر هستند.
- (۳) با افزایش فشار در دمای ثابت، درصد مولی آمونیاک تولید شده بیشتر خواهد شد.
- (۴) با کاهش دما، سرعت واکنش رفت کمتر شده؛ اما میزان پیشرفت آن افزایش خواهد یافت.

۱۵۰- کدام موارد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(الف) اگر ثابت تعادل یک واکنش گازی در دماهای 637°C و 437°C به ترتیب برابر $2/4 \times 10^2$ و $4/6 \times 10^3$ باشد، واکنش گرماده است.

(ب) در فرایند هابر در شرایط بهینه، ۲۸ درصد جرمی از مخلوط تعادلی را آمونیاک تشکیل می‌دهد.

(پ) اگر در دمای ثابت، حجم ظرف واکنش: $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NO}_2(\text{g})$ را کاهش دهیم، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

(ت) اگر افزایش دما و یا کاهش فشار، تعادل گازی: $a\text{A} \rightleftharpoons b\text{B}$ را به طرف راست جابه‌جا کند، $b > a$ و تعادل گرماده است.

- (۱) الف، پ (۲) ب، ت (۳) ب، پ و ت (۴) فقط پ

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۷ تا ۹۸

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۲ (۱۵۱ تا ۱۶۰) و شیمی ۱ (۱۶۱ تا ۱۷۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۵۱- کدام گزینه درست است؟

- (۱) تجربه نشان می‌دهد که محیط سرد، خشک و روشن برای نگهداری انواع مواد غذایی مناسب‌تر از محیط گرم، مرطوب و تاریک است.
- (۲) برای نگهداری سالم برخی خوراکی‌ها، آن‌ها را با خالی کردن هوای درون ظرف بسته‌بندی می‌کنند تا گازهای واکنش‌پذیری مثل نیتروژن و اکسیژن موجب فساد مواد غذایی نشوند.
- (۳) قاووت به دلیل اینکه به حالت پودر درآمده است دیرتر از مغز آفتابگردان و پسته فاسد می‌شود.
- (۴) نور سبب شکستن برخی پیوندهای شیمیایی می‌شود. به همین دلیل روغن‌های مایع را اغلب در ظروف مات و کدر بسته‌بندی می‌کنند.

۱۵۲- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

- (آ) گستره زمانی واکنش‌ها از چند صدم ثانیه تا چند سده را دربرمی‌گیرد.
- (ب) شیمی‌دان‌ها آهنگ واکنش را در گستره معینی از زمان با نام سرعت واکنش بیان می‌کنند.
- (پ) انفجار، واکنش شیمیایی بسیار سریعی است که در آن مقدار کمی ماده منفجر شونده به حالت جامد، مایع یا گاز، حجم زیادی از گازهای داغ را تولید می‌کند.
- (ت) الیاف آهن در هوا نمی‌سوزد، در حالی که همان مقدار الیاف آهن در هر حالتی در یک ارلن پر از اکسیژن می‌سوزد.

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۱ (صفر)

۱۵۳- تکه‌ای فلز آهن را در ۳۰ mL محلول یک مولار هیدروکلریک اسید قرار می‌دهیم تا با یکدیگر واکنش دهند. چه تعداد از موارد

زیر سرعت این واکنش را افزایش می‌دهند؟

- (آ) افزودن ۲۰ mL هیدروکلریک اسید ۰/۵ مولار به محلول اولیه
- (ب) افزودن ۶۰ mL هیدروکلریک اسید یک مولار به محلول اولیه
- (پ) قرار دادن ظرف واکنش در آب داغ آزمون وی ای پی

(ت) استفاده از ایزوتوپ ^{54}Fe به جای ^{56}Fe

۴ (۴)

۳ (۳)

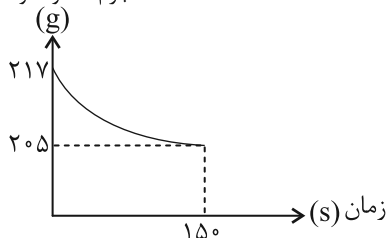
۲ (۲)

۱ (۱)

۱۵۴- نمودار زیر مربوط به واکنش: (معادله موازنه شود.) $\text{Cu(s)} + \text{HNO}_3\text{(aq)} \rightarrow \text{Cu(NO}_3)_2\text{(aq)} + \text{NO(g)} + \text{H}_2\text{O(l)}$ است. سرعت

متوسط مصرف نیتریک اسید از ابتدا تا ثانیه ۱۵۰ پس از شروع واکنش، چند $\text{mol} \cdot \text{min}^{-1}$ است؟ ($\text{H} = 1, \text{N} = 14, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

جرم مخلوط واکنش (گرم)



۰/۰۸ (۱)

۰/۱۶ (۲)

۰/۳۲ (۳)

۰/۶۴ (۴)

۱۵۵- اگر $48/16 \times 10^{22}$ مولکول N_2O_5 در یک ظرف سربسته ۶ لیتری قرار گرفته و در شرایط مناسب طبق واکنش

$2\text{N}_2\text{O}_5\text{(g)} \rightarrow 4\text{NO}_2\text{(g)} + \text{O}_2\text{(g)}$ تجزیه شده و پس از ۵۰ ثانیه از ابتدای واکنش، مجموع تعداد مولکول‌های موجود در ظرف

برابر با $66/22 \times 10^{22}$ باشد، سرعت تولید گاز اکسیژن در این بازه زمانی برحسب $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ چقدر بوده است؟

($\text{N} = 14, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۰/۰۸ (۴)

۰/۰۴ (۳)

۰/۰۲ (۲)

۰/۰۱ (۱)

۱۵۶- کدام گزینه از نظر درستی یا نادرستی با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

(۱) شیب نمودار مول-زمان برای هر یک از شرکت‌کننده‌ها در واکنش، متناسب با ضریب استوکیومتری آن است.

(۲) هرچه به پایان واکنش نزدیک می‌شویم، قدرمطلق شیب نمودار «مول-زمان» در واکنش‌دهنده‌ها مانند فراورده‌ها، کوچکتر می‌شود و به

سمت صفر نزدیک‌تر می‌شود.

(۳) رادیکال‌ها، گونه‌های فعال و پایداری هستند که در ساختار خود الکترون جفت نشده دارند، در واقع حاوی اتم‌هایی هستند که از قاعده

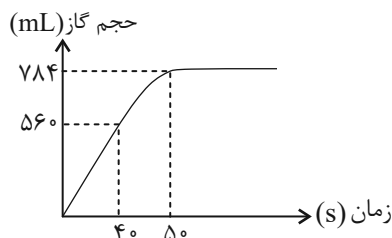
هشتایی پیروی نمی‌کنند.

(۴) افزودن کاتالیزگر به واکنش، باعث افزایش شیب منحنی نمودار مول-زمان برای فراورده می‌شود.

۱۵۷- با توجه به نمودار زیر که به تغییرات حجم گاز در واکنش (موازنه نشده) مربوط در شرایط STP است، سرعت متوسط مصرف

HCl از ابتدا تا انتها چند mol.min^{-1} می‌باشد و در این واکنش چند گرم کلسیم کربنات با خلوص ۷۰ درصد مصرف می‌شود؟

($\text{C} = ۱۲$, $\text{O} = ۱۶$, $\text{Ca} = ۴۰$; g.mol^{-1}) (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)



(۱) $۳/۵ - ۰/۰۴۲$

(۲) $۳/۵ - ۰/۰۸۴$

(۳) $۵ - ۰/۰۴۲$

(۴) $۵ - ۰/۰۸۴$

۱۵۸- اگر در واکنش زیر در هر ۱۵ ثانیه، $۸/۴$ لیتر از گازهای واکنش‌دهنده در شرایط STP مصرف شوند، سرعت متوسط تولید ترکیب

۵ اتمی در محصولات، چند mol.min^{-1} است؟



(۴) $\frac{۳}{۷}$

(۳) $\frac{۷}{۵}$

(۲) $\frac{۵}{۷}$

(۱) $\frac{۷}{۳}$

۱۵۹- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) استفاده از غذاهای بومی و محلی موجب کاهش مصرف انرژی می‌شود.

(۲) خرید به اندازه نیاز موجب کاهش تولید پسماند و زباله می‌شود.

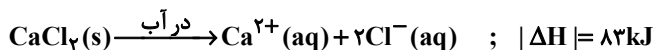
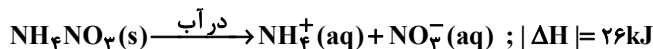
(۳) سالانه حدود ۳۰٪ از غذایی که در جهان فراهم می‌شود، به زباله تبدیل شده و مصرف نمی‌شود.

(۴) سهم تولید گاز کربن دی‌اکسید در ردپای غذا کمتر از سوختن سوخت‌های فسیلی در خودروها و کارخانه‌هاست.

۱۶۰- با توجه به معادله‌های ترموشیمیایی زیر، اگر نمونه‌هایی به جرم $۸/۸۸$ گرم از کلسیم کلرید و آمونیوم نیترات را به صورت همزمان

در ۱۰۰ گرم آب خالص با دمای ۲۵°C حل کنیم، دمای آب به تقریب چند درجه سلسیوس و چگونه تغییر می‌کند؟ (نمک‌ها به

طور کامل در آب حل می‌شوند و گرمای ویژه محلول نهایی $۴\text{J.g}^{-1}.\text{C}^{-1}$ است؛ $\text{CaCl}_2 = ۱۱۱$; g.mol^{-1} ، $\text{NH}_4\text{NO}_3 = ۸۰$ ،



(۴) افزایش، ۸

(۳) کاهش، ۸

(۲) افزایش، ۶

(۱) کاهش، ۶

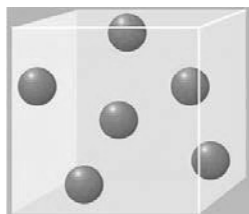
وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: رد پای گازها در زندگی + آب، آهنگ زندگی (تا انتهای قسمت در میلیون): صفحه‌های ۷۰ تا ۹۸

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۲ (۱۵۱ تا ۱۶۰) و شیمی ۱ (۱۶۱ تا ۱۷۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۶۱- بر اثر اعمال همزمان کدام دو تغییر بر سامانه زیر (با فرض ثابت ماندن سایر عوامل)، فشار سامانه تغییر نمی‌کند؟



(۱) دو برابر کردن مقدار گاز - دو برابر کردن دمای سامانه در مقیاس درجه سلسیوس

(۲) دو برابر کردن مقدار گاز - دو برابر کردن دمای سامانه در مقیاس درجه کلون

(۳) نصف کردن حجم ظرف - نصف کردن دمای سامانه در مقیاس درجه سلسیوس

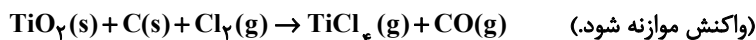
(۴) دو برابر کردن حجم ظرف - دو برابر کردن دمای سامانه در مقیاس درجه کلون

۱۶۲- اگر دمای x مول گاز را از دمای $45/5^{\circ}\text{C}$ به 91°C افزایش دهیم، چه مقدار شمار مول‌های گاز را تغییر دهیم تا حجم آن ۵۰

درصد افزایش یابد؟ (فشار را ثابت در نظر بگیرید.)

(۱) $\frac{1}{4}$ برابر افزایش (۲) $\frac{5}{16}$ برابر افزایش (۳) $\frac{5}{16}$ برابر کاهش (۴) $\frac{1}{4}$ برابر کاهش

۱۶۳- از واکنش ۷/۵ گرم ترکیب با مقدار کافی از واکنش‌دهنده‌های دیگر مطابق واکنش زیر چند میلی‌لیتر گاز با مولکول قطبی در

شرایط STP تولید می‌شود؟ ($\text{C} = 12, \text{Ti} = 48, \text{Cl} = 35.5, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(۱) ۲۸۰۰ (۲) ۴۲۰۰ (۳) ۵۶۰۰ (۴) ۲۳۶۶

۱۶۴- کدام واکنش در شرایط تعیین شده انجام نمی‌شود؟

۱۶۵- بر اثر انحلال ۱۵۱/۲ گرم از $(\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ در ۴ لیتر آب، محلولی با چگالی یک گرم بر میلی‌لیتر حاصل می‌شود. غلظت یونآمونیم برحسب ppm در این محلول به تقریب چند است؟ ($\text{N} = 14, \text{Cr} = 52, \text{O} = 16, \text{H} = 1 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(۱) ۳۶۰۰ (۲) ۵۴۰۰ (۳) ۱۰۸۰۰ (۴) ۲۷۰۰

۱۶۶- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- (آ) محلول، مخلوطی همگن از دو یا چند ماده بوده که حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی در سرتاسر آن یکسان و یکنواخت است.
 (ب) ضد یخ محلول اتانول در آب و گلاب مخلوطی همگن از چند ماده آلی در آب می باشد.
 (پ) در هر ۱۰۰ گرم از آب دریای مرده حدود ۲۷ گرم سدیم کلرید وجود دارد و انسان می تواند به راحتی روی آن شناور بماند.
 (ت) شیمی دان ها غلظت یک محلول را مقدار حل شونده در مقدار معینی از حلال یا محلول تعریف می کنند.
 (ث) هر محلول از دو جزء حلال و حل شونده تشکیل شده و حلال جزئی از محلول است که حل شونده را در خود حل می کند و شمار مول های آن بیشتر است.

(۱) آ، ت، ث (۲) ب، پ، ت (۳) آ، ب، پ (۴) آ، پ، ث

۱۶۷- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- (آ) سوخت سبز در ساختار خود افزون بر نخستین عنصر جدول دوره ای و کربن، نخستین عنصر گروه ۱۶ را نیز داشته و از پسماندهای گیاهی مانند شاخ و برگ گیاه سویا، نیشکر و دانه های روغنی به دست می آید.
 (ب) پلیمرهای سبز بر پایه مواد گیاهی مانند نشاسته ساخته می شوند و در مدت زمان نسبتاً کوتاهی تجزیه شده و به طبیعت باز می گردند.
 (پ) توسعه پایدار یعنی اینکه در تولید هر فراورده، همه هزینه های اقتصادی، اجتماعی و زیست محیطی آن در نظر گرفته شود.
 (ت) در هر سه واکنش مربوط به تشکیل اوزون تروپوسفری، اکسیژن به عنوان واکنش دهنده حضور دارد و به ازای مصرف هر مول N_2 ، ۲ مول O_3 تولید می شود.
 (ث) نسبت شمار جفت الکترون های ناپیوندی به پیوندی در مولکول های اوزون و اکسیژن یکسان و دو برابر این نسبت در مولکول آب است.

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۱۶۸- کدام یک از عبارتهای زیر در ارتباط با آلوتروپ های اکسیژن درست است؟

- (۱) در آلوتروپی که برای گندزدایی میوه ها و سبزیجات به کار می رود، اتم های اکسیژن در راستای یک خط قرار دارند.
 (۲) اگر دمای مخلوط مایعی از دو دگرشکل اکسیژن را به آرامی افزایش دهیم، ابتدا دگرشکلی از مخلوط جدا می شود که واکنش پذیری کمتری دارد.
 (۳) اگر واکنش $2O_2(g) \rightleftharpoons 2O_3(g)$ تنها در جهت تولید دگرشکلی با شدت رنگ بیشتر در حالت مایع پیش برود، پرتوهای فرابنفش به زمین می رسند و یک فاجعه رخ می دهد.
 (۴) شمار الکترون های ناپیوندی در گازی که عامل رنگ قهوه ای هوای آلوده کلان شهرها است، دو برابر شمار الکترون های پیوندی در مولکول اوزون است.

۱۶۹- اگر بخواهیم از ۲ کیلوگرم محلول 50 ppm منیزیم نیترات، محلولی با غلظت 40 ppm تهیه کنیم، باید چند کیلوگرم آب به آن

بیافزاییم؟ ($N = 14, O = 16, Mg = 24 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۰/۱ (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۴ (۴) ۰/۵

- ۱۷۰- یک شرکت نوشابه سازی جهت شیرین سازی نوشابه های ۱۵۰۰ گرمی و ۳۲۰ گرمی خود به ترتیب از ۳۰ و ۱۰ حبه قند استفاده می کند. در صورتی که میانگین جرم هر حبه قند ۴ گرم باشد، چند گرم آب باید به نوشابه های ۳۲۰ گرمی این شرکت مخلوط شود تا درصد جرمی قند این دو نوع نوشابه برابر شود؟ (جرم قند + جرم آب = جرم نوشابه ها)

(۱) ۲۱۰ (۲) ۱۹۵ (۳) ۱۸۰ (۴) ۱۶۵



دفترچه سؤال



فرهنگیان

(رشته عمومی ریاضی و فیزیک، علوم تجربی)

و فنی و حرفه‌ای / کار دانش)

۱۰ اسفند ماه ۱۴۰۳

تعداد سؤالات و زمان پاسخ‌گویی آزمون

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	وقت پیشنهادی
تعلیم و تربیت اسلامی	۲۰	۲۵۱ - ۲۷۰	۲۰
هوش و استعداد معلّمی	۲۰	۲۷۱ - ۲۹۰	۴۰
جمع دروس	۴۰	—	۶۰

مراجهان به ترتیب حروف الفبا

تعلیم و تربیت اسلامی	محمد رضایی‌نقا - یاسین ساعدی - عباس سید شیبستری - مرتضی محسنی کبیر
هوش و استعداد معلّمی	حمید لنجان‌زاده اصفهانی، فاطمه راسخ، مهدی ونکی فراهانی، هادی زمانیان، فرزاد شیرمحمدلی، هومن رجائیان

گزینشگران و ویراستاران به ترتیب حروف الفبا

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	گروه ویراستاری	مسئول درس‌های مستندسازی
تعلیم و تربیت اسلامی	یاسین ساعدی	یاسین ساعدی	محمد مهدی مانده علی	سجاد حقیقی‌پور
هوش و استعداد معلّمی	حمید لنجان‌زاده اصفهانی	حمید لنجان‌زاده اصفهانی	فاطمه راسخ	علیرضا همایون‌خواه

مدیران گروه	الهام محمدی - حمید لنجان‌زاده اصفهانی
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر: محیا اصغری، مسئول دفترچه: علیرضا همایون‌خواه
حروف نگار و صفحه‌آرا	زهرا تاجیک - معصومه روحانیان

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳



تعلیم و تربیت اسلامی

۲۵۱- حکم نوشیدن شراب، چه کم و چه زیاد، در کدام گزینه به‌درستی آمده است؟

- (۱) حرام است و در زمره بزرگ‌ترین گناهان شمرده می‌شود.
- (۲) اگر کم باشد، باید ترک شود، ولی اگر زیاد باشد، حرام است.
- (۳) اگر کم باشد، مکروه است و اگر زیاد باشد، حرام است.
- (۴) در هر صورت مکروه است و باید ترک شود و در زمره بزرگ‌ترین گناهان شمرده می‌شود.

۲۵۲- شرط پذیرفته‌شدن نماز از دیدگاه امام صادق (ع) با کدام یک از آیات زیر متناسب است؟

- (۱) «إهدنا الصراط المستقیم»
- (۲) «غیر المغضوب علیهم و لا الضالین»
- (۳) «و لذكر الله اکبر و الله یعلم ما تصنعون»
- (۴) «إن الصلوة تنهی عن الفحشاء و المنکر»

۲۵۳- توجه به حضور خدا در زندگی و نظارت او بر اعمال، موجب رخ‌دادن چه امری می‌شود؟

- (۱) سبب افزایش انگیزه در زندگی و تلاش بیشتر جهت بهبود کیفیت آن می‌شود.
- (۲) سبب افزایش تمرکز و توجه بر روی مسائل اخروی می‌شود.
- (۳) باعث می‌شود تا انسان‌ها با بی‌توجهی به لذت‌های دنیوی به مسائل بنیادی و معنوی روی بیاورند.
- (۴) موجب می‌شود تا انسان دست به هر کاری نزند و از گناهان دوری کند.

۲۵۴- طبق احکام دین مبین اسلام، به‌ترتیب، حکم «مردار حیوانی که خون جهنده ندارد» و «خون انسان» و «سگ مرده» چیست؟

- (۱) پاک - نجس - پاک
- (۲) پاک - نجس - نجس
- (۳) نجس - پاک - نجس
- (۴) نجس - پاک - پاک

۲۵۵- انسان‌های باتقوا برای خودنگهداری و حفظ خود از آلودگی، کدام روش را در پیش می‌گیرند؟

- (۱) روبه‌روز بر توانمندی خود می‌افزایند تا در شرایط معصیت، آن قوت، آنان را حفظ کند.
- (۲) با دوری از لذات دنیوی و فاصله‌گرفتن از آن‌ها، فرصت رسیدن به درجات بالای معنوی را برای خود فراهم می‌کنند.
- (۳) سعی می‌کنند بیشتر اوقات را به‌صورت تنهایی به عبادیت و بندگی بپردازند و چندان در جامعه حضور داشته باشند تا دچار گناه شوند.
- (۴) می‌کوشند تا با تخریب گناهکاران و مشخص کردن آن‌ها برای مردم دیگر از ماندنشان به آن‌ها محفوظ بمانند.

۲۵۶- عبارت‌های «لعلکم تتقون» و «تنهی عن الفحشاء و المنکر» به ترتیب در مورد کدام یک از احکام اسلام است؟

- (۱) نماز - روزه
- (۲) تولی و تبری - امر به معروف و نهی از منکر
- (۳) روزه - نماز
- (۴) خمس و زکات - امر به معروف و نهی از منکر

۲۵۷- در صورت انجام کدام مورد به‌تدریج، چنان تسلطی بر خود می‌یابیم که می‌توانیم در برابر منکرات بایستیم و از انجامشان خودداری کنیم؟

- (۱) با تکرار درست آن چه در نماز می‌گوییم و انجام می‌دهیم.
- (۲) اگر در انجام به موقع نماز بکوشیم.
- (۳) اگر عبارت «إهدنا الصراط المستقیم» را صادقانه از خداوند بخواهیم.
- (۴) اگر هنگام گفتن تکبیر به بزرگی خداوند بر همه چیز توجه داشته باشیم.



۲۵۸- چرا پیامبر گرامی اسلام (ص) می‌فرماید که برای دختران و پسران خود امکان ازدواج فراهم کنید؟

- (۱) تا خداوند اخلاقشان را نیکو کند و عمرشان را طولانی کند و عفاف و غیرت آن‌ها را زیاد گرداند.
- (۲) تا خداوند مهر و محبت بین آن دو را بیفزاید و عمرشان را طولانی کند و نصف دین آن‌ها را حفظ کند.
- (۳) تا خداوند مهر و محبت بین آن دو را بیفزاید و در رزق و روزی آن‌ها توسعه دهد و نصف دین آن‌ها را حفظ کند.
- (۴) تا خداوند اخلاقشان را نیکو کند و در رزق و روزی آن‌ها توسعه دهد و عفاف و غیرت آن‌ها را زیاد گرداند.

۲۵۹- کدام مورد، توانمندی عاطفی بالای زنان و قدرت جسمی بیشتر مردان را به‌درستی توضیح می‌دهد؟

- (۱) این تفاوت‌ها ناشی از ویژگی‌های انسانی است تا یک خانواده متعادل پدید آید.
- (۲) این تفاوت‌ها به جهت بر عهده گرفتن وظایف مختلف است تا یک خانواده متعادل پدید آید.
- (۳) هدف واحدی که خداوند برای زن و مرد معین کرده است، سبب تفاوت در ویژگی‌های انسانی آن‌ها می‌شود.
- (۴) هدف واحدی که خداوند برای زن و مرد معین کرده است، ناشی از ویژگی‌های مشترک و خصوصیت جسمی آن‌ها می‌باشد.

۲۶۰- به ترتیب، مهم‌ترین معیار همسر شایسته از نظر قرآن کریم چیست و با توجه به این که خداوند، احترام و اطاعت از والدین را هم‌ردیف طاعت و

عبودیت خود قرار داده است، این احترام، در کدام هدف ازدواج تبیین می‌شود؟

- (۱) اصالت خانوادگی - انس با همسر
- (۲) اصالت خانوادگی - رشد و پرورش فرزندان
- (۳) بایمان بودن - رشد و پرورش فرزندان
- (۴) بایمان بودن - انس با همسر

۲۶۱- کدام عبارت قرآنی، بیانگر ویژگی‌هایی است که لازمه آرامش در خانواده است؟

- (۱) «و جعل بینک مودة و رحمة»
- (۲) «و جعل لکم من ازواجکم بنین و حفدة»
- (۳) «للدین احسنوا الحسنی و زیادة و لا یرھق وجوھهم قتر و لا ذلّة»
- (۴) «و رزقکم من الطیبات...»

۲۶۲- به ترتیب، کدام یک از اهداف ازدواج، هیچ نهادی را جایگزین خانواده نمی‌داند و کدام هدف ازدواج، تشکیل خانواده را سبب دور کردن زمینه‌های

فساد می‌داند؟

- (۱) پاسخ به نیاز جنسی - رشد اخلاقی و معنوی
- (۲) پاسخ به نیاز جنسی - انس با همسر
- (۳) رشد و پرورش فرزندان - رشد اخلاقی و معنوی
- (۴) رشد و پرورش فرزندان - انس با همسر

۲۶۳- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) تأخیر در ازدواج، سبب افزایش فشارهای روحی و روانی، روابط نامشروع و آسیب‌های اجتماعی می‌شود.
- (۲) توجه به داشتن شغل و پیدا کردن کار، فکر کردن درباره ویژگی‌های همسر، تنظیم خرج و هزینه خود و دوری از بی‌برنامه بودن از نشانه‌های بلوغ عقلی است.
- (۳) آمادگی برای ازدواج، نیازمند دو بلوغ است؛ یکی بلوغ جنسی و دیگری بلوغ عقلی و فکری که مدتی قبل از بلوغ جنسی فرامی‌رسد.
- (۴) پیشوایان ما همواره دختران و پسران را به ازدواج تشویق و ترغیب کرده و از پدران و مادران خواسته‌اند که با کنار گذاشتن رسوم غلط، شرایط لازم را برای آنان فراهم کند.

۲۶۴- این که برخی تن به کار نمی‌دهند و زیر بار مسئولیت نمی‌روند و پیشرفت‌های کشورشان را نمی‌بینند، نشان از عدم برخورداری از کدام صفت معلم

است که باید به آن متصف باشد؛ و علت سکوت حقوق دانان و مدعیان حقوق بشر مقابل جنایت سعودی‌ها در مکه در سال ۱۳۹۴ چه بود؟

- (۱) واقع‌گرا بودن - فقدان علم و اطلاعات کافی
- (۲) واقع‌گرا بودن - فقدان وجدان و شهامت و بصیرت
- (۳) صبور بودن - فقدان وجدان و شهامت و بصیرت
- (۴) صبور بودن - فقدان علم و اطلاعات کافی



۲۶۵- دربارهٔ ویژگی «سابقهٔ نیک‌داشتن» که معلم باید به آن متّصف باشد، چه تعداد از موارد زیر، به‌درستی بیان شده است؟

(الف) چه بسا کلامی از یک فرد خوش‌نام مؤثر باشد، اما همان کلام از زبان فردی ناشناس نتواند اثر بگذارد.

(ب) در قرآن می‌خوانیم که حضرت ابراهیم (ع) از خدا نام نیک خواست: «و رفعا لک ذکرک»

(ج) در صورتی که معلم و استاد، شناخته‌شده باشند، کمتر مورد انکار قرار می‌گیرند: «فقد لبثت فیکم عمرا»

(د) برخورداری از سابقهٔ نیک و محبوبیت در موفقیت هر کاری، از جمله تبلیغ و تدریس و تربیت، نقش مهمی دارد.

(۱) چهار (۲) سه (۳) دو (۴) یک

۲۶۶- به‌ترتیب، در رابطه با اسوه‌بودن پیامبر (ص)، خداوند متعال در میان صفات و ویژگی‌های آن حضرت، بر کدام ویژگی ایشان تأکید کرده است و شرط

قبولی عبادات در اسلام در کدام گزینه آمده است؟

(۱) خُلق - طهارت (۲) خُلق - تزکیهٔ نفس

(۳) مهرورزی - طهارت (۴) مهرورزی - تزکیهٔ نفس

۲۶۷- یادکردن قرآن از عمومی پیامبر (ص) با تندترین کلمات، در کدام آیه تجلّی دارد و کدام مورد بیانگر نحوهٔ عملکرد استادی است که مخاطبین، او را

عادل می‌دانند؟

(۱) «الله امرأتک کانت من الغابین» - عدم تقدم ضوابط بر روابط (۲) «الله امرأتک کانت من الغابین» - عدم تقدم روابط بر ضوابط

(۳) «تبتّ یدا ابی لهب و تبّ» - عدم تقدم روابط بر ضوابط (۴) «تبتّ یدا ابی لهب و تبّ» - عدم تقدم ضوابط بر روابط

۲۶۸- کدام نوع مدیریت‌کردن از اصول منحصر به‌فرد اسلام است؟

(۱) آمادهٔ پاسخ‌گویی‌بودن که لازمهٔ آن، مطالعهٔ مستمر است.

(۲) فرد آمادگی تفویض مسئولیت به دیگری را داشته باشد و از همان روز نصب، عزل خود را پیش‌بینی کند.

(۳) فرد کلام و رفتار مؤثر داشته باشد و نیز سابقهٔ نیک و محبوبیت در میان مردم داشته باشد.

(۴) فرد، ویژگی‌هایی مثل آراستگی، اخلاق خوب و تواضع و بصیرت و شناخت را در خود جمع کند.

۲۶۹- بر اساس فرمودهٔ امام باقر (ع)، چه کسی در روز قیامت سخت‌ترین حسرت را خواهد داشت؟

(۱) کسی که نزد مرد به علم معروف است اما به عمل معروف نیست.

(۲) کسی که کارهایش تأییدکنندهٔ گفتارش نباشد.

(۳) کسی که به خدا و پیامبرش اعتقاد دارد اما در عمل، وظیفهٔ عبودیت خود را انجام نمی‌دهد.

(۴) کسی که از عدالت سخن بگوید ولی عادل نباشد.

۲۷۰- به‌ترتیب در سه آیه از قرآن کریم «داشتن چه چیزی کلید موفقیت» و «چه چیزی نشانهٔ عزم» دانسته شده است؟

(۱) داشتن عزم - ایمان (۲) داشتن عزم - صبر

(۳) منضبط بودن - صبر (۴) منضبط بودن - ایمان



هوش و استعداد معلّی

بر اساس متن زیر، از کتاب «حقوق مدنی، اعمال حقوقی» از دکتر ناصر کاتوزیان، به چهار پرسش بعدی پاسخ دهید.

اشتباه پندار نادرستی است که انسان از واقعیت دارد. در حقوق نیز مفهوم اشتباه از معنای لغوی و عرفی خود دور نیفتاده است. ولی در صورتی از این حالت نفسانی سخن گفته می‌شود که موضوع آن یکی از اعمال حقوقی و به‌ویژه «قرارداد» باشد.

بنا بر اصل حاکمیت اراده عمل حقوقی در صورتی اعتبار دارد که با قصد واقعی دو طرف منطبق باشد، یعنی آنچه واقع شده با مقصود یکی باشد. زیرا، نفوذ و اعتبار خود را از آن می‌گیرد. پس، اگر تصویری که مبنای تکوین اراده قرار گرفته است، با واقع مخالف باشد، به طور مسلم چنین اراده‌ای معلول است و نمی‌تواند آثار قصد و رضای متعارف را داشته باشد. ما وقع لم يقصد و ما قصد لم يقع.

اشتباهی اراده را معلول می‌کند که به هنگام تصمیم‌گرفتن رخ دهد. هر گاه خطایی در بیان اراده اتفاق افتد، باید اصلاح شود و گوینده را پای‌بند نسازد. برای مثال، هر گاه در وصیت‌نامه‌ای نام موصی‌له به اشتباه نوشته شود، این خطا حق شخص مورد نظر موصی را از بین نمی‌برد و اگر نادرستی بیان احراز شود، مقصود اصلی حکومت می‌یابد. همچنین است در موردی که فروشنده بهای کالا را به جای ده‌هزار تومان ده‌هزار ریال بگوید. منتها، اشتباه اخیر در صورتی که طرف قرارداد را گمراه کند، مانع از تحقق تراضی است و از این جهت عقد را باطل می‌کند. به بیان دیگر، چنین اشتباهی عیب تراضی است نه اراده.

۲۷۱- بهترین معنا برای واژه‌ی «تراضی» طبق متن بالا کدام است؟

(۲) موافقت

(۱) تسلیم

(۴) تقابل

(۳) برابری

۲۷۲- متن بالا به کدام پرسش (ها) پاسخ می‌دهد؟

الف) صحت و سلامت عقل موصی در وصیت‌نامه با چه معیاری ارزیابی می‌شود؟

ب) الزامات احراز نادرستی بیان در قضاوت چیست؟

ج) آیا انطباق عمل حقوقی بر قصد واقعی معامله‌کنندگان، عاملی در سنجش اعتبار آن عمل محسوب می‌شود؟

(۲) «الف» و «ب»

(۱) فقط «ب»

(۴) «الف» و «ج»

(۳) فقط «ج»

۲۷۳- رابطه‌ی بین دو قسمت مشخص‌شده را کدام گزینه بهتر بیان کرده است؟

(۱) عبارت نخست مفهومی کلی را بیان می‌کند و عبارت دوم، برای اثبات آن، مثالی می‌آورد.

(۲) عبارت دوم در ادامه‌ی عبارت نخست، و در نتیجه‌ی اجرای آن چیزی است که خواسته شده است.

(۳) عبارت نخست مثالی است برای آن‌چه در عبارت دوم بیان می‌شود.

(۴) عبارت دوم در ادامه‌ی عبارت نخست، نتیجه‌ی اجرانشدن خواسته را واضحتر بیان می‌کند.

۲۷۴- در مورد زیر، کدام موضوع درست است؟

«شخص «الف» با ارسال پیامک به شخص «ب» پیشنهاد فروش انگشتری از طلا به وی داده است و شخص «ب» با اعلام قبول خرید انگشتر، برای

تحویل‌گرفتن کالا اقدام کرده است، ولی شخص «الف» به جای انگشتر طلا به وی گوشواره‌ی طلا داده است.»

(۱) اگرچه قصد و رضای طرفین در این معامله رعایت نشده است، معامله باطل محسوب نمی‌شود.

(۲) اشتباه در این معامله نه به معنای عرفی خود است و نه به معنای لغوی خود، بنابراین در دعای حقوقی بررسی نمی‌شود.

(۳) قصد و رضا در این معامله معیوب است، لذا باطل است.

(۴) اشتباه رخ‌داده، حق فروش را برای فروشنده از بین می‌برد، چرا که نادرستی بیان احرازپذیر نیست.



* بر اساس متن زیر، به سه پرسش بعدی پاسخ دهید.

* فلسفه چیست؟ پاسخ به این پرسش حقیقتاً دشوار و به اعتقاد برخی ناممکن است. واژه «فلسفه» یا همان «فیلسوفیا» خود کلمه‌ای یونانی است که اولین بار فیثاغورس آن را به کار برد: «فیلو» به معنای «دوست‌داری» و «سوفیا» به معنای «دانایی» است. اگر بخواهیم از ریشه نام کلمه آن را تعریف کنیم، باید بگوییم فلسفه بر پایه تفکر بنا شده است، تفکر درباره کلی‌ترین و اساسی‌ترین موضوعات جهان و زندگی. اما یقیناً این تعریفی گویا نیست و ناچاریم از ویژگی‌های فلسفه سخن بگوییم.

فلسفه همیشگی است؛ بر این اساس که در هر عصری بر اساس پیشرفت علوم مختلف، پاسخ‌های گوناگونی به پرسش‌های مربوط به آن علوم داده می‌شود، در حالی که فلسفه، مطالعه جنبه‌ای دیگر از واقعیت است، جنبه‌ای متمایز از جنبه‌هایی که دیگر علوم به آن پرداخته‌اند و کلی‌ترین موضوعی که بتوان با آن سر و کار داشت: وجود. ارسطو می‌گوید «فلسفه، علم احوال موجودات است، از آن حیث که وجود دارند». ابن‌سینا نیز می‌گوید: «فلسفه، آگاهی بر وجود و حقایق تمام اشیاست به قدری که برای انسان ممکن است». بدیهی است که این تعاریف، خود سرآغاز پرسش‌هایی دیگرند: «حتّ درک انسان کیجاست؟»، «آیا علم ما به موضوع، حقیقت آن را نشان می‌دهد؟»، «آیا انسان‌ها همه به یک شکل فکر می‌کنند؟» و ... از این عبارات می‌توان فهمید که چگونه برخی فلسفه را «علمی الهی، مقدّس و فرابشری» دانسته‌اند.

امروزه فلسفه در همه علوم دیده می‌شود. آن‌جا که از شناخت‌شناسی و از جبر و اختیار می‌گوید، به مغز و مخچه و اعصاب مربوط می‌شود و آن‌جا که از اخلاق صحبت می‌کند، به باستان‌شناسی و تاریخ هم می‌رسد. فلسفه برای خود دانشکده و استادان جداگانه‌ای در دانشگاه‌ها دارد، اما هرگز به همان دانشکده و به محیط‌های علمی محدود نمی‌شود.

۲۷۵- بر اساس متن، معنای کلمه «فلسفه» کدام است؟

- (۲) وجودشناسی
(۴) علم الهی

- (۱) عشق دوستی
(۳) علم دوستی

۲۷۶- کدام گزینه درباره فلسفه درست نیست؟

- (۱) یونانیان نقش مهمی در تبیین فلسفه داشته‌اند.
(۲) تعریف فلسفه راحت نیست، چون هم گسترده است و هم پیچیده.
(۳) فلسفه به محیط علمی دانشگاه‌ها منحصر نمی‌شود.
(۴) استادان فلسفه، به همه علوم روز دیگر تسلط کامل دارند.

۲۷۷- نویسنده متن، فلسفه را علمی «همیشگی» می‌داند، به این معنا که ...

- (۱) پاسخ آن به پرسش‌هایش، همواره در حال تغییر است.
(۲) پاسخ آن به پرسش‌هایش، هرگز تغییر نمی‌کند.
(۳) مسائل آن برای همه انسان‌ها رخ می‌دهد.
(۴) مسائل آن در طول تاریخ یکسان بوده است.

* مریم، زهرا، فاطمه و حدیث هر کدام با یک کت، یک دامن، یک کفش و یک شال وارد مهمانی شده‌اند که هر کدام از آن‌ها سفید، سیاه، آبی یا قرمز است، به شکلی که هر شخص از همه رنگ‌ها پوشیده است. می‌دانیم دامن حدیث سیاه و دامن مریم همرنگ کت حدیث است و کت زهرا سفید است. کفش فاطمه برخلاف کت حدیث آبی است، شال فاطمه و کفش زهرا قرمز است، کفش حدیث مثل شال مریم سفید است و کت مریم آبی است و دامن فاطمه همرنگ کفش حدیث است.

با این داده‌ها به چهار سؤال بعدی پاسخ دهید.

۲۷۸- شال حدیث قطعاً همرنگ است با ...

- (۱) کت مریم (۲) کت زهرا (۳) کفش مریم (۴) کفش زهرا

۲۷۹- دامن مریم قطعاً همرنگ است با ...

- (۱) دامن فاطمه (۲) دامن حدیث (۳) شال فاطمه (۴) کفش حدیث

۲۸۰- کدام شخص است که رنگ کت و یا دامن و یا شال و یا کفش او به طور دقیق معلوم نیست؟

- (۱) مریم (۲) زهرا (۳) فاطمه (۴) حدیث

۲۸۱- کت فاطمه و کت حدیث به ترتیب به کدام رنگ‌اند؟

- (۱) سیاه - قطعی نیست. (۲) قطعی نیست - سیاه (۳) قرمز - سیاه (۴) سیاه - قرمز

۲۸۲- تعداد زیادی مهره رنگی داریم و می‌دانیم از هر ده مهره‌ای که از این بین انتخاب کنیم، حداقل چهار مهره همرنگ خواهند بود. حداکثر چند نوع رنگ در بین این مهره‌ها وجود دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

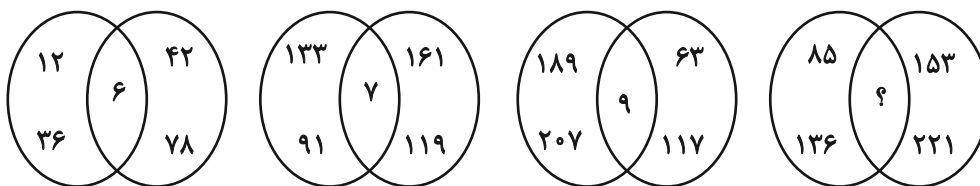
۲۸۳- قیمت کالای «الف» با بیست درصد افزایش، با قیمت کالای «ب» پس از ده درصد کاهش برابر شده است. اختلاف قیمت اولیه این دو کالا در آغاز معادل چند درصد قیمت «ب» بوده است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۵ (۴) ۴۵

۲۸۴- مریم دیواری را در ۱۶ ساعت و زهرا همان دیوار را در ۲۴ ساعت رنگ می‌کند. این دو تن همراه با فاطمه این دیوار را در ۸ ساعت رنگ می‌کنند. فاطمه تنهایی کار را در چند ساعت تمام می‌کند؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۸ (۳) ۳۲ (۴) ۴۸

۲۸۵- بین اعداد در هر یک از اشکال زیر، ارتباط یکسان و مشترکی برقرار است. به جای علامت سؤال کدام عدد باید قرار گیرد؟



۱۰ (۴)

۱۱ (۳)

۱۴ (۲)

۱۷ (۱)

* در دو پرسش بعدی، شکل جایگزین علامت سؤال را در الگوی ارائه شده تعیین کنید.

۲۸۶-

◆	○	?	△	■	○
★	×		★	×	
●	■		□	●	▱
×			×		★
□	△		○	▱	●
	★			★	×
▲	□		▱	●	

□
▲
★
■
×
●

(۴)

□
★
▲
×
□
●

(۳)

■
△
★
□
×
○

(۲)

■
△
×
■
○

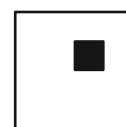
(۱)

۲۸۷-

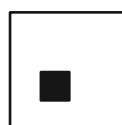
	■		■		■		■
		■		■		■	
	■		■		■		■
■		■		■		■	
		■		■		■	
	■		■		■		■
		■		■		■	
		■		■		■	



(۲)



(۱)

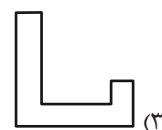
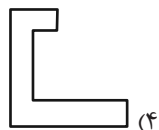
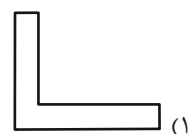
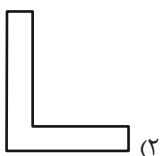
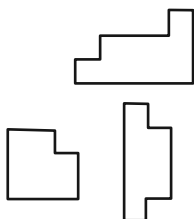


(۴)

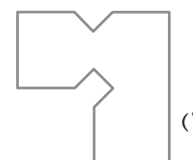
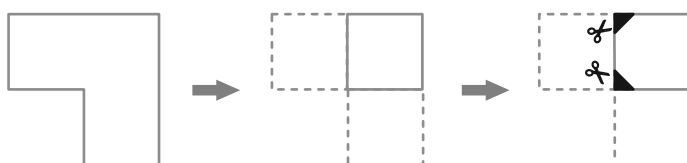


(۳)

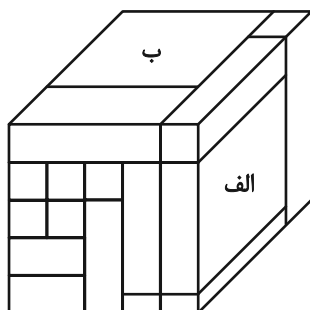
۲۸۸- کدام قطعه را کنار سه قطعه زیر قرار دهیم تا یک مربع کامل ساخته شود؟ قطعه‌ها را می‌توان چرخاند.



۲۸۹- برگه کدام گزینه را پس از تا و سوراخ و برش‌های نشان داده شده، باز کنیم تا شکل زیر ساخته شود؟ خط‌چین‌ها حدود کاغذ را نشان می‌دهند.



۲۹۰- حجم زیر از شانزده مکعب‌مستطیل تشکیل شده است. مکعب‌مستطیل‌های «الف» و «ب» به ترتیب با چند مکعب‌مستطیل در بیش از یک نقطه دیگر در تماسند؟



دیگر در تماسند؟

(۱) چهار - پانزده

(۲) پنج - چهارده

(۳) پنج - پانزده

(۴) شش - چهارده



آزمون ۱۰ اسفند ۱۴۰۳

اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلالی- بهمن امیدی- دانیال آرکیش- داود بوالحسنی- افشین خاصه- خان- سینا خیرخواه- طاهر دادستانی- علی سلامت سیدماهد عبدی- حامد قاسمیان- کیان کریمی خراسانی- محمد گودرزی- مهسان گودرزی- رضا ماجدی- حامد معنوی- مهرداد ملوندی- نیما مهندس- علیرضا نداف- زاده- غلامرضا نیازی- جهانپخش نیکنام
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب- علی ایمانی- جواد ترکمن- سیدمحمدرضا حسینی- فرد- افشین خاصه- خان- کیوان دارابی- مصطفی دیداری- سوگند روشنی- علیرضا شریف خطیبی- فرشاد صدیقی- فر- هومن عقلی- شبنم غلامی- احمد رضا فلاح- مهرداد ملوندی- نیلوفر مهدوی- نیما مهندس- سرژ یقیا زاریان تبریزی
فیزیک	حسین الهی- عبدالرضا امینی- نسب- زهره آقامحمدی- علی برزگر- علیرضا جباری- مسعود خندانی- محسن سلامی- مهدی شریفی- مصطفی کیانی- محمد مقدم- محمد کاظم منشادی- امیراحمد میرسعید- حسام نادری- مجتبی نکونیان
شیمی	امیرعلی بیات- محمدرضا پورجاوید- سعید تیزرو- محمدرضا جمشیدی- امیر حاتمیان- امیرمسعود حسینی- پیمان خواجوی مجد- حمید ذبحی- یاسر راش- روزبه رضوانی- رسول عابدینی- زواره- محمد عظیمیان- زواره- امیرمحمد کنگرانی- محسن مجنون- امیرحسین مسلمی- هادی مهدی- زاده- متین هوشیار

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کیان کریمی خراسانی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب نیما مهندس	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی	بهنام شاهی زهره آقامحمدی	حسین شاهسواری محمدحسن محمدزاده مقدم یاسر راش آرش ظریف محمدرضا جمشیدی
بازبینی نهایی رتبه های برتر	محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی ماهان فرهمندفر	ماهان فرهمندفر
مسئول درس	سیدماهد عبدی مهرداد ملوندی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت کار - علیرضا عباسی- زاهد - محمدرضا مهدوی				
				معصومه صنعت کار سجاد بهارلویی مهدی صالحی	سجاد رضایی محمدصدرا وطنی محسن دستجردی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۳۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



حسابان ۲

۱- گزینه «۱»

(مماسان کوردزی)

مشتق تابع f به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} f(x) &= \sin^3 x \cdot \cos^3 x \\ \Rightarrow f'(x) &= 3 \sin^2 x \cdot \cos x \cdot \cos^3 x - 3 \sin^3 x \cdot \sin^2 x \\ &= 3 \sin^2 x (\cos x \cdot \cos^3 x - \sin^3 x \cdot \sin x) \\ &= 3 \sin^2 x (\cos(x+3x)) = 3 \sin^2 x \cdot \cos 4x \end{aligned}$$

(مسابان ۲- صفحه های ۹۲ تا ۹۷)

۲- گزینه «۳»

(فامر قاسمیان)

$$f(x) = -2x^3 + 5x - 1 \Rightarrow f'(x) = -6x^2 + 5$$

داریم:

$$\begin{cases} x = 1 \Rightarrow f'(1) = -1 \text{ آهنگ تغییر لحظه ای } f \text{ در } x = 1 \\ [0, 2] \Rightarrow \text{آهنگ متوسط تغییر } f \text{ در } [0, 2] = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{-7 + 1}{2} = -3 \end{cases}$$

در نتیجه مجموع مورد نظر برابر می شود با:

$$(-1) + (-3) = -4$$

(مسابان ۲- صفحه های ۱۰۲ تا ۱۱۰)

۳- گزینه «۴»

(دانیال آرکیش)

با توجه به فرض داریم:

$$\begin{aligned} g(x) &= f(\sqrt{x}) \Rightarrow g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} f'(\sqrt{x}) \\ \frac{f'(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1+x}}}{2\sqrt{x}} \Rightarrow g'(x) &= \frac{1}{2\sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1+x}} = \frac{1}{2\sqrt{1+x}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g'(x) &= \frac{1}{2} (1+x)^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow g''(x) = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (1+x)^{-\frac{3}{2}} \\ \Rightarrow g''(x) &= \frac{-1}{4(x+1)^{\frac{3}{2}}} = \frac{-1}{4\sqrt{(x+1)^3}} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow g''(8) = -\frac{1}{4(27)} = -\frac{1}{108}$$

(مسابان ۲- صفحه های ۹۲ تا ۹۸)

۴- گزینه «۱»

(غلامرضا نیازی)

طبق فرض، مختصات نقطه تماس به صورت زیر می شود:

$$d: y = 1 - \frac{x}{2} \xrightarrow{x=4} y = 1 - 2 = -1 \Rightarrow A(4, -1)$$

طبق دستور مشتق تابع مرکب داریم:

$$(g \circ f)'(x) = f'(x) \cdot g'(f(x)) \Rightarrow (g \circ f)'(4) = f'(4) \cdot g'(f(4))$$

$$f'(4) = -\frac{1}{2} \text{ یعنی } d \text{ مماس است، مقدار } f'(4) \text{ همان شیب خط مماس } d \text{ است،}$$

$$(g \circ f)'(4) = -\frac{1}{2} g'(-1) \quad \text{پس:}$$

$$g(x) = (x^2 - 1) \cdot \left(\frac{\cos \pi x}{\sqrt{x+2}} \right) \text{ حال مشتق تابع } g \text{ را به دست می آوریم:}$$

$$\Rightarrow g'(x) = (x^2 - 1)' \cdot \left(\frac{\cos \pi x}{\sqrt{x+2}} \right) + \left(\frac{\cos \pi x}{\sqrt{x+2}} \right)' \cdot (x^2 - 1)$$

$$\Rightarrow g'(-1) = 2x \left(\frac{\cos \pi x}{\sqrt{x+2}} \right) \Big|_{x=-1} + 0 = -2 \left(-\frac{1}{1} \right) = 2$$

در نتیجه مقدار مشتق مورد نظر برابر می شود با:

$$\Rightarrow (g \circ f)'(4) = -\frac{1}{2} (2) = -1$$

نکته: اگر تابعی از ضرب چند عامل تشکیل شده باشد و مشتق تابع را در

ریشه یکی از عوامل بخواهند، در این صورت مشتق آن عامل را گرفته، سپس

در بقیه عوامل ضرب می کنیم و طول نقطه را داخل عبارت قرار می دهیم.

(مشتق عامل صفرشونده)

(مسابان ۲- صفحه های ۹۲ تا ۹۸)

۵- گزینه «۳»

(مهرداد ملونری)

تابع $h(x) = (f(x))^2 + (g(x))^2$ را در نظر بگیرید. مشتق تابع h برابر

می شود با:

$$h'(x) = 2f(x) \cdot f'(x) + 2g(x) \cdot g'(x)$$

طبق فرض $f' = g$ و $g' = -f$ ، در نتیجه داریم:

$$h'(x) = 2f(x) \cdot g(x) - 2g(x) \cdot f(x) = 0$$



$$AH^2 = 2 \times 3 \Rightarrow AH = \sqrt{6}$$

شیب خطوط مماس d و d' همان مشتق توابع f و g در $x=1$ هستند، پس:

$$\begin{cases} m_d = -\frac{3}{\sqrt{6}} \Rightarrow f'(1) = -\frac{3}{\sqrt{6}} \\ m_{d'} = \frac{2}{\sqrt{6}} \Rightarrow g'(1) = \frac{2}{\sqrt{6}} \end{cases}$$

$$(fg)'(1) = f'(1)g(1) + g'(1)f(1) \quad \text{در نتیجه داریم:}$$

$$= \left(-\frac{3}{\sqrt{6}}\right)(-2) + \left(\frac{2}{\sqrt{6}}\right)(3) = 2\sqrt{6}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۶)

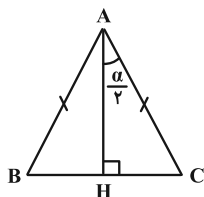
(ظاهر دراستانی)

۸- گزینه «۱»

مساحت مثلث را به صورت تابعی برحسب $\hat{A} = \alpha$ به دست می‌آوریم.

مطابق شکل داریم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC \xrightarrow{BC=\sqrt{3}} S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2} AH$$



از طرفی در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، ارتفاع AH ، نیمساز زاویه A و

میانه ضلع BC نیز می‌باشد. پس مطابق شکل داریم:

$$\cot \frac{\alpha}{2} = \frac{AH}{HC} = \frac{AH}{\frac{BC}{2}} = \frac{AH}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2} \cot \frac{\alpha}{2}$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cot \frac{\alpha}{2} \right) = \frac{3}{4} \cot \frac{\alpha}{2} \quad \text{بنابراین:}$$

مشتق تابع S (برحسب α) برابر می‌شود با:

$$S'(\alpha) = \frac{3}{4} \left(-\frac{1}{2} \right) \left(-1 + \cot^2 \frac{\alpha}{2} \right)$$

آهنگ تغییر لحظه‌ای مساحت مثلث ABC به ازای $\hat{A} = \alpha = 60^\circ$ برابر

است با:

بنابراین تابع h تابعی ثابت است و داریم:

$$(f(2))^2 + (g(2))^2 = h(2) = h(1) = (f(1))^2 + (g(1))^2$$

$$\xrightarrow[\frac{f(1)=2}{g(1)=f'(1)=2}]{h(2)=2^2+2^2=8}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۶)

۶- گزینه «۳» (علی سلامت)

فرض می‌کنیم ضابطه تابع f به صورت $f(x) = ax^2 + bx + c$ باشد.

بنابراین:

$$f'(x) = 2ax + b$$

با توجه به فرض و نمودار سهمی f واضح است که $f'(0) = -4$

و $f'(3) = 0$ ، بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} f'(0) = -4 &\Rightarrow b = -4 \\ f'(3) = 0 &\Rightarrow 6a - 4 = 0 \Rightarrow a = \frac{2}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow f'(x) = \frac{4}{3}x - 4$$

در نتیجه ضابطه و دامنه تابع g به صورت زیر به دست می‌آید:

$$g(x) = \sqrt{\frac{x - f'(x)}{2x - 7}} = \sqrt{\frac{x - \frac{4}{3}x + 4}{2x - 7}} = \sqrt{\frac{4 - \frac{1}{3}x}{2x - 7}}$$

$$D_g : \frac{4 - \frac{1}{3}x}{2x - 7} \geq 0 \Rightarrow \frac{4}{3} < x \leq 12 \Rightarrow D_g = (4/3, 12]$$

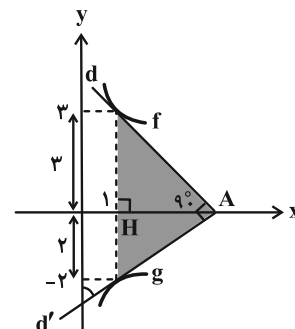
دامنه تابع g شامل ۹ عدد صحیح (۴، ۵، ...، ۱۲) است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۹۰ تا ۹۶)

۷- گزینه «۳» (پویانیش نیکنام)

می‌دانیم در هر مثلث قائم‌الزاویه، طول ارتفاع وارد بر وتر، واسطه هندسی دو

قطعه ایجاد شده روی وتر می‌باشد، پس در مثلث قائم‌الزاویه رنگی داریم:

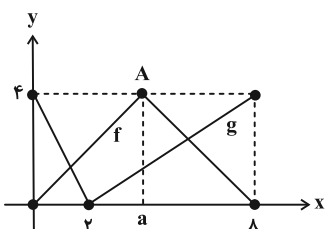




(نیمه مهندسی)

۱۰. گزینه «۴»

مطابق شکل، طول نقطه شکستگی تابع f (نقطه A) را a می‌گیریم. طبق روابط مشتق می‌دانیم:



$$h'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

$$\Rightarrow h'(1) = \frac{\frac{4}{3} \times 2 - \frac{4}{3} \times (-2)}{2^2} \quad \text{فرض } \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{16}{4} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{4}{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = 6$$

مقدار $h'(7)$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$h'(7) = \frac{f'(7) \cdot g(7) - f(7) \cdot g'(7)}{g^2(7)} = \frac{(-2) \times (\frac{1}{3}) - 2 \times (\frac{4}{6})}{(\frac{1}{3})^2}$$

$$= \frac{-\frac{2}{3} - \frac{4}{3}}{\frac{1}{9}} = -\frac{2}{100} = -\frac{72}{100}$$

(حسابان ۲- شبیه تمرین ۱۱ صفحه ۱۰۰)

حسابان ۲- پیشروی سریع

(انجمن فاضله‌فان)

۱۱. گزینه «۳»

شرط استفاده از آزمون مشتق اول آن است که تابع در نقطه بحرانی به طول $x = m$ پیوسته بوده و در یک همسایگی از آن مشتق‌پذیر باشد (مگر احياناً در خود آن نقطه) و علامت مشتق در همسایگی این نقطه تغییر کند. ۴ نقطه a, b, d و g از نقاط بحرانی تابع f ، حائز این شرایط است و نقطه اکسترمم نسبی به حساب می‌آیند.

$$S'(60^\circ) = -\frac{3}{\lambda}(1 + \cot^2(30^\circ)) = -\frac{3}{\lambda}(1 + (\sqrt{3})^2) = -\frac{3}{\lambda}$$

(حسابان ۲- صفحه ۹۶)

۹. گزینه «۲»

(کیان کریمی فراسانی)

توجه کنید که $D_f = [-1, 1]$ ، پس با توجه به فرض، تابع f باید در $x = 1$ مشتق چپ و در $x = -1$ مشتق راست داشته باشد.

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1-x^2} + a\sqrt{x+1} + b\sqrt{1-x} - a\sqrt{2}}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{\sqrt{1-x}(\sqrt{1+x} + b)}{x-1} + \frac{a(\sqrt{x+1} - \sqrt{2})}{x-1} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1+x} + b}{-\sqrt{1-x}} + \frac{a}{2\sqrt{2}}$$

برای این که حد فوق موجود باشد، باید صورت کسر سمت چپ برابر با صفر

باشد، پس $\sqrt{1+x} + b = 0$ ، در نتیجه $b = -\sqrt{2}$ و حاصل حد

(یعنی $f'_-(1)$) برابر با $\frac{a}{2\sqrt{2}}$ می‌شود. همچنین:

$$f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{1-x^2} + a\sqrt{x+1} + b\sqrt{1-x} - b\sqrt{2}}{x+1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \left(\frac{\sqrt{1+x}(\sqrt{1-x} + a)}{x+1} + \frac{b(\sqrt{1-x} - \sqrt{2})}{x+1} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{1-x} + a}{\sqrt{1+x}} - \frac{b}{2\sqrt{2}}$$

برای این که حد فوق موجود باشد، باید صورت کسر سمت چپ برابر با صفر

باشد، پس $\sqrt{1+x} + a = 0$ ، در نتیجه $a = -\sqrt{2}$ و حاصل حد

(یعنی $f'_+(-1)$) برابر با $-\frac{b}{2\sqrt{2}}$ می‌شود. در نتیجه داریم:

$$ab = (-\sqrt{2})(-\sqrt{2}) = 2$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۹۱ و ۹۷)



پس باید مقدار f را در سه نقطه با یکدیگر مقایسه کنیم:

$$\max \text{ مطلق: } f(-4) = 4\sqrt{3}, \quad f(4) = \underbrace{-4\sqrt{3}}_{\min \text{ مطلق}}, \quad f(-2\sqrt{3}) = 8$$

اختلاف بین مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق برابر می‌شود با:

$$|f(-2\sqrt{3}) - f(4)| = 8 - (-4\sqrt{3}) = 8 + 4\sqrt{3}$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

۱۴- گزینه «۱»

(علیرضا نرافزاده)

توجه داشته باشید که تابع f در هر نقطه از دامنه‌اش پیوسته است.

اگر $b < 0$ باشد، منحنی f دو ریشه داشته که هر دوی آن‌ها مجانب‌های

قائم تابع f هستند. با فرض $b > 0$ ، تابع f را به صورت دوضابطه‌ای نوشته و

مشتق آن را محاسبه می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{ax}{b|x| + 3} = \begin{cases} \frac{ax}{bx + 3}, & x \geq 0 \\ \frac{ax}{-bx + 3}, & x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{3a}{(bx + 3)^2}, & x \geq 0 \\ \frac{3a}{(-bx + 3)^2}, & x < 0 \end{cases}$$

مقدار تابع f' در تمام نقاط دامنه‌اش، موجود بوده و هیچ موقع صفر

نمی‌شود ($a \neq 0$) و همواره هم‌علامت با ضریب a می‌باشد. پس تابع f فاقد

نقطه بحرانی و نقطه اکسترمم نسبی است. (جدول تغییرات تابع را مشاهده کنید).

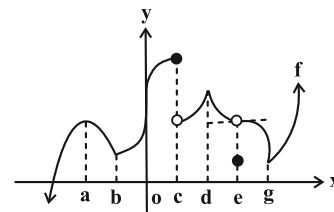
x	0
f'	هم‌علامت با ضریب a
f	0

همواره صعودی یا همواره نزولی

توجه: به ازای $b < 0$ ، دامنه تابع به صورت $\mathbb{R} - \{\pm \frac{3}{b}\}$ می‌شود و نمودار

تابع حول مجانب‌هایش به یکی از دو صورت زیر می‌شود و در نهایت، تابع f

(همانند حالت $b > 0$) فاقد نقطه بحرانی و اکسترمم نسبی خواهد بود.



(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۴)

۱۲- گزینه «۳»

(پوئیش نیکنام)

دوره تناوب این تابع 2π می‌باشد. مشتق تابع را به دست آورده و بازه‌هایی

که تابع در آن‌ها اکیداً نزولی است را می‌یابیم:

$$y = \cos 2x - 2 \sin x + 3$$

$$\Rightarrow y' = -2 \sin 2x - 2 \cos x = -4 \sin x \cos x - 2 \cos x$$

$$y' = -2 \cos x (2 \sin x + 1)$$

$$y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \\ \sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \end{cases}$$

x	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{11\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{2}$
y'	0	$+$	0	$-$	0
y	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\searrow$

در نتیجه طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع در آن اکیداً نزولی می‌باشد برابر

$$\frac{5\pi}{2} - \frac{11\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

است با:

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۴)

۱۳- گزینه «۳»

(نیما مهندس)

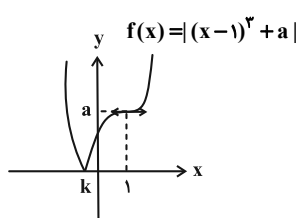
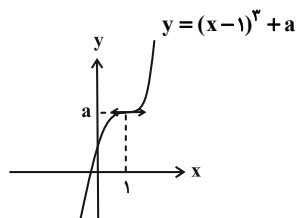
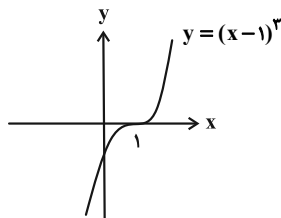
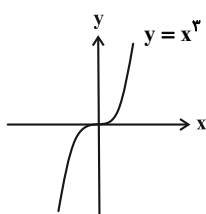
دامنه تابع به صورت $D_f = [-4, 4]$ است. پس نقاط بحرانی 4 و -4 را به

عنوان ابتدا و انتهای بازه مدنظر داریم. حال به سراغ محاسبه f' می‌رویم:

$$f'(x) = \frac{-2x}{2\sqrt{16-x^2}} - \sqrt{3} = \frac{-\sqrt{3}\sqrt{16-x^2} - x}{\sqrt{16-x^2}}$$

$$\frac{f'(x)=0}{\text{را حل کنیم}} \rightarrow -x = \sqrt{48-3x^2}$$

$$\xrightarrow{x \leq 0} x^2 = 48 - 3x^2 \Rightarrow x^2 = 12 \xrightarrow{\text{توان ۲}} x = -2\sqrt{3}$$



با توجه به نمودار، خط مماس در $x=1$ ، افقی است، پس $x=1$ طول یکی از نقاط بحرانی f است. از طرفی تابع در $x=k$ ، نقطه گوشه‌ای دارد، پس این نقطه هم از نقاط بحرانی تابع f است. مقدار k برابر می‌شود با:

$$(k-1)^3 + a = 0 \Rightarrow (k-1)^3 = -a \Rightarrow k = 1 - \sqrt[3]{a}$$

$$1 - (1 - \sqrt[3]{a}) = 2 \Rightarrow a = 8$$

لذا طبق فرض داریم:

(مسابقان ۲- صفحه ۱۱۷)

(علیرضا ندادزاده)

۱۷- گزینه «۴»

شعاع قاعده و ارتفاع استوانه را به ترتیب r و h می‌گیریم. در این صورت طبق فرض داریم:

$$V = \pi r^2 h + \frac{1}{3} \left(\frac{4\pi}{3} r^3 \right) = 5\pi$$

$$\Rightarrow r^2 h + \frac{2}{3} r^3 = 5 \Rightarrow h = \frac{5 - \frac{2}{3} r^3}{r^2}$$

کمترین میزان فلز در ساخت محفظه به معنای مینیمم مطلق مساحت جانبی این محفظه گازی است، لذا مساحت جانبی استوانه را به دست آورده و عبارت h (برحسب r) را در آن جای گذاری می‌کنیم:

$$S = \pi r^2 + 2\pi r h + \frac{1}{3} (4\pi r^2) = 3\pi r^2 + 2\pi r \left(\frac{5 - \frac{2}{3} r^3}{r^2} \right)$$

$$\Rightarrow S = 3\pi r^2 + \frac{10\pi}{r} - \frac{4\pi}{3} r^2 = \frac{5\pi}{3} r^2 + \frac{10\pi}{r}$$



(مسابقان ۲- صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۷ و ۱۲۳)

(داوود پوالمسنی)

۱۵- گزینه «۲»

$x=a$ طول نقطه بحرانی توابع f و g می‌باشد، پس داریم:

$$g'(x) = \frac{(2x-2)(x^2-2x-1) - (2x-2)(x^2-2x+3)}{(x^2-2x-1)^2}$$

$$= \frac{(2x-2)(-4)}{(x^2-2x-1)^2} = 0 \Rightarrow x=1=a$$

$x=1$ را در تابع g جای‌گذاری می‌کنیم تا مقدار b به دست آید:

$$y = \frac{1^2 - 2(1) + 3}{1^2 - 2(1) - 1} = \frac{2}{-2} = -1 \Rightarrow A(1, -1)$$

طبق فرض، $A(1, -1)$ اکسترمم نسبی تابع

$$f(x) = |x^2 - 3| - 4cx + d \quad \text{می‌باشد. حول } x=1 \text{ داریم}$$

$$f(x) = 3 - x^2 - 4cx + d \quad \text{پس: } |x^2 - 3| = 3 - x^2$$

$$f'(x) = -2x - 4c = 0 \xrightarrow{x=1} -2(1) - 4c = 0$$

$$\Rightarrow 4c = -2 \Rightarrow c = -\frac{1}{2}$$

از طرفی نقطه $(1, -1)$ روی نمودار تابع f قرار دارد، پس:

$$-1 = |1^2 - 3| - 4\left(-\frac{1}{2}\right)(1) + d \Rightarrow -1 = 2 + 2 + d \Rightarrow d = -5$$

$$2c + d = 2\left(-\frac{1}{2}\right) - 5 = -6$$

پس:

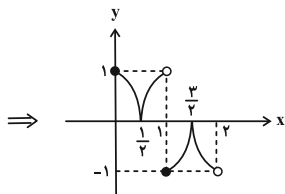
(مسابقان ۲- صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۷)

(غلامرضا نیازی)

۱۶- گزینه «۴»

مقدار مثبت a مطلوب سؤال است، لذا با استفاده از انتقال نمودارها، نمودار f

را رسم می‌کنیم:



$$y = f(x)$$

بنابراین با توجه به نمودار، نتیجه می‌گیریم تابع f در $x = \frac{1}{3}$ و $x = 1$

دارای مینیمم نسبی و در $x = \frac{3}{2}$ دارای ماکزیمم نسبی است.

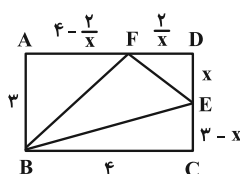
(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۶)

(کیان کریمی شراسانی)

۲۰- گزینه «۳»

طبق فرض $S_{DEF} = 1$ است. لذا طبق شکل، طول اضلاع مثلث DEF را x

و $\frac{2}{x}$ در نظر می‌گیریم. داریم:



$$\left. \begin{array}{l} S_{ABCD} = 12 \\ S_{BCE} = 6 - 2x \\ S_{ABF} = 6 - \frac{3}{x} \\ S_{DEF} = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow S_{BEF} = -1 + 2x + \frac{3}{x}$$

اکنون مینیمم تابع $f(x) = -1 + 2x + \frac{3}{x}$ را پیدا می‌کنیم:

$$f'(x) = 2 - \frac{3}{x^2} \stackrel{f'(x)=0}{x>0} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$f\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) = -1 + 2\sqrt{\frac{3}{2}} + \frac{3}{\sqrt{\frac{3}{2}}} = -1 + 2\sqrt{6}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

$$S' = \frac{10\pi}{3}r - \frac{10\pi}{r^2} = 0 \Rightarrow r^3 = 3 \Rightarrow r = \sqrt[3]{3}$$

به ازای شعاع قاعده $r = \sqrt[3]{3}$ ، کمترین میزان فلز در ساخت محفظه به کار

می‌رود.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

(کلاطم اهلایی)

۱۸- گزینه «۲»

تابع داده شده روی $\mathbb{R}$ پیوسته و مشتق‌پذیر است، لذا برای این که تابع فوق،

اکیداً صعودی باشد، باید مشتق آن به ازای هر x نامنفی باشد. داریم:

$$y' = 3x^2 - 2kx + \frac{k+2}{3} \geq 0$$

$$\Rightarrow \Delta = (-2k)^2 - 4(3)\left(\frac{k+2}{3}\right) = 4k^2 - 4(k+2) \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{k^2 - k - 2}{(k-2)(k+1)} \leq 0 \Rightarrow k \in [-1, 2]$$

بازهٔ اخیر شامل چهار عدد صحیح است.

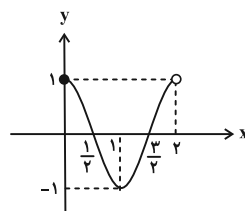
(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۴)

(مهمر کوروزی)

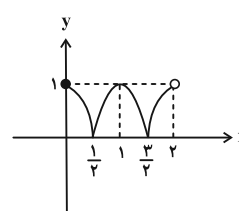
۱۹- گزینه «۲»

نمودار تابع f را در این بازه رسم می‌کنیم:

$$\begin{cases} 0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow f(x) = |\cos(\pi x)| \\ 1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow f(x) = -|\cos(\pi x)| \end{cases}$$



$$y = \cos(\pi x)$$



$$y = |\cos(\pi x)|$$



ریاضی پایه

۲۱- گزینه «۱»

(پویش نیکنام)

ضابطه تابع خطی f را به صورت $f(x) = ax + b$ در نظر می گیریم. طبق

فرض داریم:

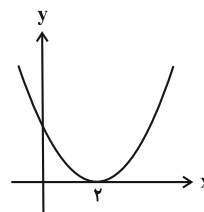
$$f(x+2) + f(x+1) = a(x+2) + b + a(x+1) + b = -4x + 2$$

$$\Rightarrow 2ax + 3a + 2b = -4x + 2 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ -6 + 2b = 2 \Rightarrow b = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = -2x + 4$$

ضابطه تابع $y = \frac{1}{4}f^2(x)$ به صورت زیر می شود:

$$y = \frac{1}{4}(-2x + 4)^2 = (x-2)^2$$

مطابق شکل، نمودار این تابع، یک سهمی مماس بر محور x ها است که فقط

از نواحی ۱ و ۲ می گذرد.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه های ۱۰۳ تا ۱۰۸ و ۱۱۳ تا ۱۱۶)

(مسابقان ۱- تابع: صفحه های ۶۳ تا ۶۵)

۲۲- گزینه «۳»

(شامر معنوی)

می دانیم، عبارت زیر رادیکال با فرجه زوج باید نامنفی باشد، پس:

$$f(x) = \sqrt{-x^2 + (3a+1)x - 2a^2 - a}$$

$$-x^2 + (3a+1)x - 2a^2 - a \geq 0 \Rightarrow x^2 - (3a+1)x + 2a^2 + a \leq 0$$

$$\Rightarrow (x-a)(x-2a-1) \leq 0$$

دو حالت وجود دارد:

$$D_f = [a, 2a+1] \xrightarrow{9 \in D_f} a \leq 9 \leq 2a+1 \quad \text{حالت اول:}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \leq 9 \\ 2a+1 \geq 9 \Rightarrow a \geq 4 \end{cases} \Rightarrow a \in [4, 9]$$

$$D_f = [2a+1, a] \xrightarrow{9 \in D_f} 2a+1 \leq 9 \leq a \quad \text{حالت دوم:}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a+1 \leq 9 \Rightarrow a \leq 4 \\ a \geq 9 \end{cases} \Rightarrow a \in \{ \}$$

در نتیجه مجموعه مقادیر ممکن برای a ، بازه $[4, 9]$ می باشد که شامل

شش عدد صحیح است.

(مسابقان ۱- تابع: صفحه های ۴۶ تا ۵۳)

۲۳- گزینه «۲»

(رضا مایری)

به جای x مقادیر دلخواه و مناسب قرار می دهیم تا $f(-1)$ به دست آید:

$$x = 1 \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) + f(-1) = 3$$

$$x = -2 \Rightarrow f(-1) + f(2) = 9$$

$$x = 4 \Rightarrow f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right) = 33$$

حال اگر سه رابطه بالا را با یکدیگر جمع کنیم، خواهیم داشت:

$$2(f(-1) + f\left(\frac{1}{2}\right) + f(2)) = 45 \Rightarrow f(-1) = -\frac{21}{2}$$

$$\Rightarrow 2f(-1) + f\left(\frac{1}{2}\right) = \underbrace{f(-1)}_{-\frac{21}{2}} + \underbrace{f(-1) + f\left(\frac{1}{2}\right)}_3 = -\frac{15}{2} = -7.5$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه های ۱۰۱ تا ۱۱۷)



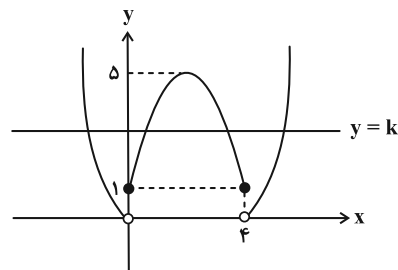
۲۴- گزینه «۴»

(داور بوالمنی)

تابع fog را تشکیل می‌دهیم. داریم:

$$(fog)(x) = \begin{cases} g(x) - 1 & , \quad g(x) > 1 \\ 2 - g(x) & , \quad g(x) \leq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (fog)(x) = \begin{cases} x^2 - 4x & , \quad x < 0 \text{ یا } x > 4 \\ -x^2 + 4x + 1 & , \quad 0 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

توجه: از برابری $g(x) = 1$ ، به معادله $x^2 - 4x = 0$ می‌رسیم که بهازای $x = 0$ و $x = 4$ برقرار است.حال نمودار تابع $y = (fog)(x)$ را رسم می‌کنیم. مطابق شکل،اگر $1 \leq k < 5$ باشد، خط $y = k$ نمودار $y = (fog)(x)$ را در ۴ نقطهقطع می‌کند. پس مقادیر صحیح k عبارتند از ۱، ۲، ۳ و ۴.

(مسایان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۲۵- گزینه «۲»

(غلامرضا نیازی)

با توجه به وضعیت خط $y = -2$ با نمودار تابع (نمایی) f ، نتیجه می‌شود که $c = -2$. همچنین تابع از مبدأ مختصات عبور می‌کند. پس:

$$f(0) = 0 \Rightarrow \frac{2^a}{b} - 2 = 0 \Rightarrow \frac{2^a}{b} = 2$$

حال مقدار مورد نظر را محاسبه می‌کنیم:

$$f^{-1}(6) = k \Rightarrow f(k) = 6 \Rightarrow \frac{2^{k+a}}{b} - 2 = 6$$

$$\Rightarrow 2^k \cdot \frac{2^a}{b} - 2 = 6 \Rightarrow 2^k \left(\frac{2^a}{b} \right) = 8 \Rightarrow 2^k (2) = 8$$

$$\Rightarrow 2^k = 4 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow f^{-1}(6) = 2$$

(مسایان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۳ تا ۶۲ و

توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۲۶- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌شان)

محاسبه می‌کنیم که در بازه $[t_1, t_1 + \frac{1}{2}]$ ، چند میلی گرم دارو (نسبت به

ابتدای بازه) از دست می‌دهد:

$$\begin{cases} t = t_1 \Rightarrow A(t_1) = 12(0.81)^{t_1} \\ t = t_1 + \frac{1}{2} \Rightarrow A(t_1 + \frac{1}{2}) = 12(0.81)^{t_1 + \frac{1}{2}} = A(t_1) \times 0.9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A(t_1 + \frac{1}{2}) - A(t_1) = 0.1A(t_1)$$

در نتیجه در هر نیم ساعت، ۱۰ درصد دارو را از دست می‌دهد.

(مسایان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: مشابه تمرین ۳ صفحه ۷۸)

۲۷- گزینه «۲»

(علی سلامت)

با توجه به فرض داریم:

$$3^n = 432 \Rightarrow 3^n = 27 \times 16 = 3^3 \times 2^4 \Rightarrow \log_3 3^n = \log_3 (3^3 \times 2^4)$$

$$\Rightarrow n = 3 + 4 \log_3 2 \quad (*)$$



$$\begin{cases} z_1 = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow \log_2^1 = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow t_1 = 2^{1+\sqrt{2}} \\ z_2 = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow \log_2^1 = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow t_2 = 2^{1-\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$x_1 > x_2 \rightarrow \begin{cases} x_1 = t_1^2 = 2^{2+2\sqrt{2}} \\ x_2 = t_2^2 = 2^{2-2\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 2^{2+2\sqrt{2}+2-2\sqrt{2}} = 16, \quad \frac{x_1}{x_2} = \frac{2^{2+2\sqrt{2}}}{2^{2-2\sqrt{2}}} = 2^{4\sqrt{2}}$$

$$\log_{\frac{x_1}{x_2}} = \log_{2^{4\sqrt{2}}}^{2^f} = \frac{f}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{در نتیجه:}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

(سیرماهر عبری)

۳۰. گزینه «۴»

می‌توان نوشت:

$$y = \log_2^{\left(\frac{f}{1-x^2}\right)} \Rightarrow y = \underbrace{\log_2^f}_{\frac{f}{2}} - \log_2^{(1-x^2)}$$

$$\Rightarrow \log_2^{(1-x^2)} = 2 - y \Rightarrow 1 - x^2 = 2^{2-y} \Rightarrow x^2 = 1 - 2^{2-y}$$

$$\Rightarrow x = (1 - 2^{2-y})^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f^{-1}(x) = (1 - 2^{2-x})^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{پس } a = -1, b = 2, c = \frac{1}{3} \text{ و داریم:}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = -1 + \frac{1}{2} + 3 = 2 \frac{1}{2}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲ و

توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۲ تا ۸۵)

$$2^m = 288 \Rightarrow 2^m = 32 \times 9 = 2^5 \times 3^2 \Rightarrow \log_2^m = \log_2^{(2^5 \times 3^2)}$$

$$\Rightarrow m = 5 + 2 \log_2^3 \Rightarrow \log_2^3 = \frac{m-5}{2} \Rightarrow \log_2^2 = \frac{2}{m-5}$$

$$\xrightarrow{(*)} n = 3 + 4 \times \frac{2}{m-5} = 3 + \frac{8}{m-5} = \frac{3m-7}{m-5}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۲۸. گزینه «۱» (سینا شیرخواه)

$$\log_2^5 = \frac{1}{\log_5^2} = (\log_5^2)^{-1} \Rightarrow (\log_2^5)^{-4} = (\log_5^2)^4 \quad \text{داریم:}$$

در نتیجه نامعادله به صورت زیر می‌شود:

$$(\log_5^2)^4 < (\log_5^2)^{|x-1|} \xrightarrow{0 < \log_5^2 < 1} |x-1| < 4$$

$$\Rightarrow -4 < x-1 < 4 \Rightarrow -3 < x < 5$$

$$\log_2^{1-(-15)} = \log_2^{16} = 4 \quad \text{پس } a = -3 \text{ و } b = 5 \text{ و داریم:}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۲۹. گزینه «۳» (بهمن امیری)

$$\text{فرض: } \sqrt{x} = t \Rightarrow x = t^2$$

معادله صورت سؤال به صورت زیر می‌شود:

$$\log_2^t = (\log_2^t)^2 - 1 \Rightarrow 2 \log_2^t = (\log_2^t)^2 - 1$$

$$\xrightarrow{\log_2^t = z} z^2 - 2z - 1 = 0 \xrightarrow{\Delta = 4+4} z = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$



هندسه ۳

۳۱- گزینه «۳»

(سوکنر روشنی)

از فرض سؤال متوجه می‌شویم که شعاع‌های نوری مورد نظر، موازی محور سهمی تابیده شده و بازتاب آن‌ها از کانون سهمی عبور کرده‌اند. در نتیجه:

$$a = SF = |-1 - (-3)| = 2$$

محور سهمی موازی محور x ها است، پس سهمی افقی است و از آنجا که کانون سمت راست رأس سهمی می‌باشد، دهانه آن رو به راست باز می‌شود:

$$(y-1)^2 = 8(x+3) \quad \text{معادله سهمی}$$

$$x=0 \Rightarrow (y-1)^2 = 24$$

$$\Rightarrow y-1 = \pm 2\sqrt{6} \Rightarrow y = 1 \pm 2\sqrt{6} \Rightarrow \begin{cases} A(0, 1+2\sqrt{6}) \\ B(0, 1-2\sqrt{6}) \end{cases}$$

در نتیجه:

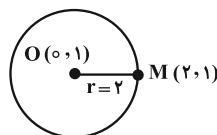
$$ABF \text{ مساحت مثلث} = \frac{1}{2} |x_F| \times |AB| = \frac{1}{2} \times 1 \times 4\sqrt{6} = 2\sqrt{6}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۳۲- گزینه «۱»

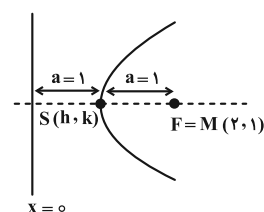
(علی ایمانی)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0 \Rightarrow \text{مرکز دایره: } O(0, 1) \\ x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0 \Rightarrow \text{شعاع دایره: } r = 2 \end{cases}$$

در نتیجه، مختصات نقطه M به صورت زیر است:

سهمی داده شده، افقی و دهانه آن رو به راست است:

$$(y-k)^2 = 4(x-h) \Rightarrow 4a = 4 \Rightarrow a = 1$$

مطابق شکل زیر، معادله خط هادی سهمی به صورت $x=0$ خواهد بود:

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

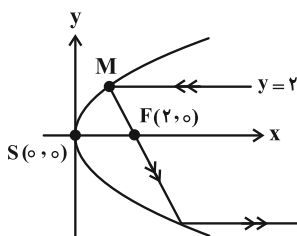
۳۳- گزینه «۴»

(هومن عقیلی)

سهمی داده شده، افقی و دهانه آن رو به راست باز می‌شود و داریم:

$$y^2 = 8x \Rightarrow \begin{cases} 4a = 8 \Rightarrow a = 2 \\ \text{کانون: } F(2, 0) \\ \text{رأس: } S(0, 0) \end{cases}$$

مطابق شکل زیر، در بازتاب اول، پرتوی انعکاس از کانون سهمی گذشته و در بازتاب دوم، پرتوی انعکاس موازی محور x ها (محور سهمی) خواهد بود.



$$\begin{cases} y = 2 \\ y^2 = 8x \end{cases} \Rightarrow 4 = 8x \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

داریم:

$$\begin{cases} M(\frac{1}{2}, 2) \\ F(2, 0) \end{cases} \Rightarrow \text{شیب خط MF: } m = \frac{2-0}{\frac{1}{2}-2} = -\frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow MF: y = -\frac{4}{3}(x-2)$$

$$\begin{cases} x = \frac{-3y+8}{4} \\ y^2 = 8x \end{cases} \Rightarrow y^2 = 8(\frac{-3y+8}{4})$$

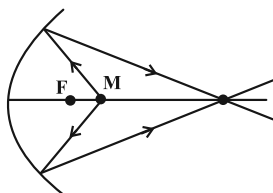
$$\Rightarrow \underbrace{y^2 + 6y - 16}_{(y+8)(y-2)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ y = -8 \end{cases}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۳۴- گزینه «۳»

(امیرحسین ایوب‌میوب)

اگر لامپ در راستای افقی یکسان با کانون و کمی عقب‌تر از آن نسبت به سهمی قرار داده شود، بازتاب پرتوهای نور به صورت متقاطع (همگرا) خارج می‌شوند.



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

۳۵- گزینه «۴»

(سوکنر روشنی)

معادله سهمی را به صورت متعارف می‌نویسیم:

$$x^2 - ax + \frac{a^2}{4} = (a+2)y + (a+1) + \frac{a^2}{4}$$

$$\Rightarrow (x - \frac{a}{2})^2 = (a+2)(y + \frac{a+2}{4})$$

$$\begin{cases} y = \mathbf{r}^T \mathbf{x} + \mathbf{r} \\ y = x + m \end{cases} \Rightarrow \mathbf{r}^T \mathbf{x} - x - m + \mathbf{r} = 0 \xrightarrow{x_A, x_B} x_A + x_B = \frac{1}{\mathbf{r}}$$

$$\xrightarrow{\text{AB وسط M}} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{\frac{1}{3}}{2} = \frac{1}{6} \Rightarrow x = \frac{1}{6}$$

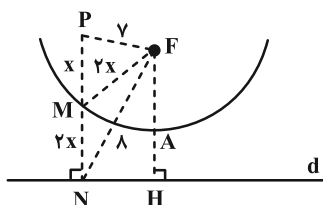
مکان هندسی نقاط وسط AB ، خط $x = \frac{1}{6}$ است.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مفروضه؛ تمرین ۱۵ صفحه ۵۹)

۳۸- گزینہ «۳»

(سرمه، رضا حسینی، فرد)

از M به کانون سهمی وصل می‌کنیم. طبق تعریف سهمی $MF = MN$ است. اگر $x = PM$ فرض شود، آن‌گاه $MF = MN = 2x$ است و طبق رابطه استوارت در مثلث PNF داریم:



$$\mathbf{PF}^{\mathbf{Y}}.\mathbf{MN} + \mathbf{NF}^{\mathbf{Y}}.\mathbf{PM} = \mathbf{PN} . (\mathbf{MF}^{\mathbf{Y}} + \mathbf{PM} . \mathbf{MN})$$

$$\Rightarrow \gamma^T \times \gamma_X + \lambda^T \times X = \gamma_X((\gamma_X)^T + X(\gamma_X))$$

$$\xrightarrow{+X} 9A + 6F = 12X^Y + 6X^Y \Rightarrow 18X^Y = 162$$

$$\Rightarrow X^2 = 9 \xrightarrow{X > 0} X = 3$$

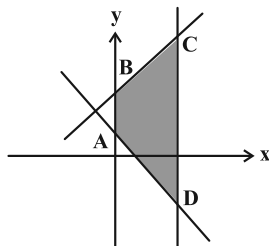
بنابراین $MN = 2x = 6$ است.

(هنر سه ۳- آشنایی، با مقاطع مفروضه،: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۳۹- گزینہ «۱»

(کیوان دارا پر)

دو خط $x = 0$ و $x = 2$ و نیز خطوط $y = -x + 1$ و $y = x + 2$ را رسم می‌کنیم. چهارضلعی محدود به این خطوط جواب مسئله است.



همان‌طور که دیده می‌شود، چهارضلعی مطلوب، یک دوزنقه به ارتفاع ۲ (وارد بر قاعده) است. حال برای پیدا کردن اندازه قاعده‌های AB و CD ، کافی است خطوط را با هم تلاقی دهیم.

$$y = -x + 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A(0, 1) \\ x = 2 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow D(2, -1) \end{cases}$$

$$y = x + \mathfrak{r} \Rightarrow \begin{cases} x = \circ \Rightarrow y = \mathfrak{r} \Rightarrow B(\circ, \mathfrak{r}) \\ x = \mathfrak{r} \Rightarrow y = \mathfrak{f} \Rightarrow C(\mathfrak{r}, \mathfrak{f}) \end{cases}$$

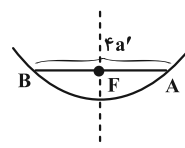
$$\xrightarrow{a+\gamma > 0} \left\{ \begin{array}{l} \text{سهمی قائم و دهانه آن رو به بالا} \\ \text{رأس سهمی : } S\left(\frac{a}{\gamma}, -\frac{a+\gamma}{\gamma}\right) \\ \text{فاصله کانونی سهمی : } a' = \frac{a+\gamma}{\gamma} \Rightarrow \gamma a' = a+\gamma \end{array} \right.$$

باید رأس و کانون سهمی، طول یکسانی داشته باشند، پس طبق فرض:

$$\frac{a}{r} = r \Rightarrow a = r^2$$

مطابق شکل و فرض سؤال، AB وتر کانونی سهمی است که طول آن برابر

$$fa' = f\left(\frac{a+y}{f}\right) = a+y = \lambda \quad \text{می شود با:}$$



(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۳۶- گزینہ «۱»

(عواد ترکمر)

ابتدا معادله سهمی را به شکل متعارف می‌نویسیم:

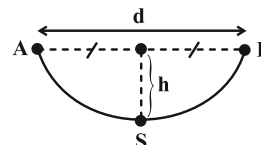
$$\lambda y = (x - p)^r - p^r + \delta \Rightarrow (x - p)^r = \lambda(y + \frac{p^r - \delta}{\lambda})$$

واضح است که سهمی قائم و دهانه آن رو به بالاست و داریم:

$$\forall a = \lambda \Rightarrow a = \gamma$$

از طرفی می‌دانیم در یک دیش مخابراتی با قطر دهانه d و عمق (گودی) h ، فاصلهٔ کانونی عبارت است از:

$$a = \frac{d^2}{16h} \xrightarrow[a=2]{d=12} 2 = \frac{12^2}{16h} \Rightarrow h = \frac{144}{32} = 4.5$$

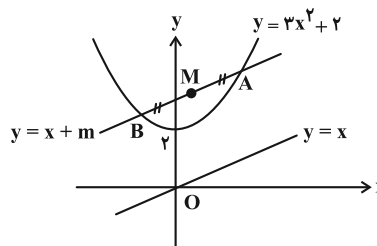


(هنر سه ۳- آشنایی، با مقاطع مفروضه، تمرین، ۱۳ صفحه ۵۹)

۳۷- گزینہ «۴»

(هومر. عقیدہ)

خطوط موازی نیمساز ناحیه اول و سوم به فرم $y = x + m$ هستند که اگر آن را با معادله سهمی تقاطع دهیم طول نقاط A و B به دست می‌آید.





بنابراین:

$$\begin{cases} |AB| = 2 - 1 = 1 \\ |CD| = 4 - (-1) = 5 \end{cases} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2} \times 2 \times (1 + 5) = 6$$

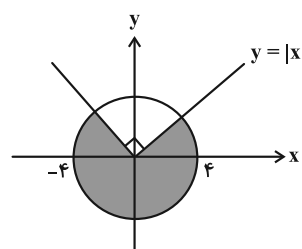
(هنر سه -۳ بردارها؛ صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

۴۰- گزینه «۲»

(هومن عقیلی)

ناحیه T را رسم می‌کنیم:

$$x^2 + y^2 = 16 \Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز دایره: } O(0, 0) \\ \text{شعاع دایره: } R = 4 \end{cases}$$



$$S = \frac{3}{4} \pi R^2 = \frac{3}{4} \pi \times 16 = 12\pi$$

(هنر سه -۳ بردارها؛ صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

هندسه ۳- پیشروی سریع

۴۱- گزینه «۳»

(امیررضا فلاح)

ابتدا قرینه A را نسبت به محور y ها می‌یابیم:

$$A(m, n, 4)$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y} A'(-m, n, -4)$$

طبق فرض، نقطه A' روی هر دو صفحه x=4 و y=-1 قرار دارد. پس:

$$A'(-m, n, -4) \in d : \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A'(-4, -1, -4) \Rightarrow A(-4, -1, 4)$$

از آنجا که مختصات همه نقاط روی صفحه P: x=3 به

فرم (3, y, z) می‌باشد پس تصویر قائم نقطه A روی این صفحه به

مختصات (3, -1, 4) است. فاصله نقطه A تا تصویرش روی

صفحه x=3 معادل فاصله A تا صفحه P می‌باشد.

$$P \text{ فاصله } A \text{ تا صفحه } = \sqrt{(3+4)^2 + (-1+1)^2 + (4-4)^2} = 7$$

(هنر سه -۳ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

۴۲- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌فان)

چون عرض هر سه نقطه برابر ۲ است پس صفحه گذرنده از سه نقطه همان y=2 است، که با هر صفحه به معادله y=k موازی بوده و بر هر صفحه به معادله z=l یا x=m عمود می‌باشد.

(هنر سه -۳ مشابه تمرین ۱ صفحه ۷۶)

۴۳- گزینه «۴»

(پواد ترکمن)

صفحات مورد نظر عبارتند از:

$$\begin{cases} x^2 = 4 \xrightarrow{\text{جذر}} x = 2, x = -2 \\ y^2 = 8 \xrightarrow{\text{جذر}} y = 2\sqrt{2}, y = -2\sqrt{2} \\ z^2 = 1 \xrightarrow{\text{جذر}} z = 1, z = -1 \end{cases}$$

بنابراین ناحیه مورد نظر، نقاط درون و روی مکعب مستطیل به ابعاد 4 = 2 - (-2)، 4√2 = 2√2 - (-2√2) و 2 = 1 - (-1) است و دورترین فاصله نقاط این ناحیه از یکدیگر، همان اندازه قطر مکعب مستطیل است که برابر می‌شود با:

(هنر سه -۳ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

۴۴- گزینه «۲»

(سیرمهرضا حسینی‌فر)

مختصات هر نقطه روی این خط به صورت (+, +, -) یا (+, -, -) است پس از نواحی ۵ و ۸ می‌گذرد.

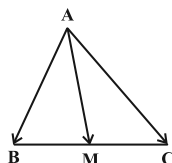
(هنر سه -۳ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

۴۵- گزینه «۲»

(سرر یقین‌آریان تبریزی)

مطابق فرض و شکل داریم:

$$\frac{|\overline{BM}|}{|\overline{MC}|} = \frac{x}{y} \Rightarrow y\overline{BM} + x\overline{CM} = 0 \quad (*)$$



اگر $\overline{AM}$ را به دو صورت زیر نوشته و یکی را در X و دیگری را در Y ضرب کرده و با یکدیگر جمع کنیم، آن‌گاه خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \overline{AM} = \overline{AB} + \overline{BM} \Rightarrow y\overline{AM} = y\overline{AB} + y\overline{BM} \\ \overline{AM} = \overline{AC} + \overline{CM} \Rightarrow x\overline{AM} = x\overline{AC} + x\overline{CM} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{*} (x+y)\overline{AM} = y\overline{AB} + x\overline{AC}$$

$$\Rightarrow \overline{AM} = \frac{y}{x+y}\overline{AB} + \frac{x}{x+y}\overline{AC}$$

(هنر سه -۳ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)



۴۶- گزینه «۱»

(سیرمهر رضا حسینی فرد)

طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} \vec{a} + 2\vec{b} = 4\vec{i} + 5\vec{j} = (4, 5, 0) \\ 2\vec{a} - \vec{b} = (3, 0, -5) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{a} + 2\vec{b} = (4, 5, 0) \\ 4\vec{a} - 2\vec{b} = (6, 0, -10) \end{cases} \Rightarrow 5\vec{a} = (10, 5, -10)$$

$$\Rightarrow \vec{a} = (2, 1, -2) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{4+1+4} = 3$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۴۷- گزینه «۱»

(علی ایمانی)

$$A(-2, -2, 1) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x} A'(-2, 2, -1)$$

$$\xrightarrow{x=0} A''(2, 2, -1)$$

با توجه به علامت مؤلفه‌ها، نقطه $A''(2, 2, -1)$ در ناحیه پنجم قرار دارد.

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

۴۸- گزینه «۳»

(کیون داری)

$$2A - 7B + 4C = \vec{O} \Rightarrow 3A - 3B = 4B - 4C$$

$$\Rightarrow 3\vec{BA} = 4\vec{CB} \Rightarrow \vec{BC} = \frac{3}{4}\vec{AB}$$

$$\Rightarrow |\vec{BC}| = \frac{3}{4}|\vec{AB}| = \frac{3}{4} \times 20 = 15$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

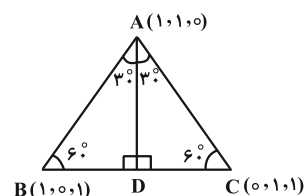
۴۹- گزینه «۲»

(هومن عقیلی)

$$AB = AC = BC = \sqrt{2}$$

داریم:

پس مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است.

مطابق شکل، ارتفاع و نیمساز داخلی $\hat{A}$ بر هم منطبق‌اند، پس:

$$AD = \frac{\sqrt{3}}{2} AC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

۵۰- گزینه «۳»

(نیما مهندس)

بردارهای $2\vec{a} + \vec{b}$ و $2\vec{a} - \vec{b}$ قطره‌های مستطیل بنا شده بر روی دو بردار

عمود بر هم $2\vec{a}$ و $\vec{b}$ هستند. می‌دانیم طول قطره‌های مستطیل با هم برابر است، پس:

$$\sqrt{16m^2 + 0 + 4} = \sqrt{0 + 10m + 10} \Rightarrow 16m^2 - 10m - 6 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{جمع ضرایب، صفر}} \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{6}{16} \end{cases}$$

به دلیل وجود $\sqrt{10m}$ ، باید $m > 0$ باشد، پس $m = 1$ قابل قبول است. اگر

بخواهیم بردارهای $\vec{a} + k\vec{b}$ و $\vec{a} - k\vec{b}$ بر هم عمود باشند، باید مستطیل بنا شده

روی بردارهای $\vec{a}$ و $k\vec{b}$ ، تبدیل به مربع شود، یعنی $|\vec{a}| = k|\vec{b}|$. داریم:

$$\begin{cases} 2\vec{a} + \vec{b} = (4, 0, 2) \\ 2\vec{a} - \vec{b} = (0, \sqrt{10}, \sqrt{10}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{a} = \frac{1}{4}(4, \sqrt{10}, 2 + \sqrt{10}) \\ \vec{b} = \frac{1}{4}(4, -\sqrt{10}, 2 - \sqrt{10}) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{|\vec{a}|^2 = k^2 |\vec{b}|^2} \frac{1}{16} (16 + 10 + (14 + 4\sqrt{10}))$$

$$= \frac{k^2}{4} (16 + 10 + (14 - 4\sqrt{10})) \Rightarrow 10 + \sqrt{10} = k^2 (40 - 4\sqrt{10})$$

$$\Rightarrow k^2 = \frac{1}{4} \times \frac{10 + \sqrt{10}}{10 - \sqrt{10}} \times \frac{10 + \sqrt{10}}{10 + \sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow k^2 = \frac{(10 + \sqrt{10})^2}{4 \times 90} = \frac{1}{36} \times \left(\frac{10 + \sqrt{10}}{\sqrt{10}} \right)^2$$

$$\xrightarrow{k > 0} k = \frac{\sqrt{10} + 1}{6}$$

(هنر سه ۳- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۵)



آمار و احتمال

۵۱- گزینه «۲»

(اسمدرضا فلاح)

مطابق فرض داریم:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 4 \\ CV &= \frac{1}{2} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \\ \Rightarrow \sigma &= \frac{1}{2} \times 4 = 2 \Rightarrow \sigma^2 = 4 \end{aligned}$$

$$\text{واریانس داده‌های اولیه} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = 4 \Rightarrow \sum (x_i - \bar{x})^2 = 4n$$

حال اگر سه داده ۴ (برابر میانگین داده‌های قبلی)، به این داده‌ها اضافه کنیم میانگین داده‌های جدید تغییر نکرده و مجموع مجذورهای انحراف از میانگین داده‌ها نیز تغییری نخواهد کرد.

داده‌های جدید: $x_1, x_2, \dots, x_n, 4, 4, 4$

$$\begin{aligned} \bar{x}' &= 4 \\ (CV)' &= \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sigma'}{4} \Rightarrow \sigma' = \sqrt{3} \Rightarrow \sigma'^2 = 3 \end{aligned}$$

$$\sigma'^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}')^2}{n'} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n+3} = 3$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{4n}{n+3} \Rightarrow 3n+9 = 4n \Rightarrow n = 9$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

۵۲- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومصوب)

اگر فراوانی نمرات ۱ تا ۵ را با $f_1, \dots, f_5$ و فراوانی نسبی آن‌ها را با $F_1, \dots, F_5$ نمایش دهیم، آن‌گاه طبق رابطه میانگین وزنی داده‌ها داریم: (N تعداد کل داده‌ها است).

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_n x_n}{N} = \frac{f_1}{N} x_1 + \frac{f_2}{N} x_2 + \dots + \frac{f_n}{N} x_n \\ &= F_1 x_1 + F_2 x_2 + \dots + F_n x_n \end{aligned}$$

از طرفی فراوانی نسبی هر داده در نمودار دایره‌ای برابر نسبت زاویه متناظر با آن داده به 360° است، پس داریم:

$$F_1 = \frac{90^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{4}, \quad F_2 = \frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{6}, \quad F_3 = \frac{75^\circ}{360^\circ} = \frac{5}{24}$$

$$\frac{1}{4} \times 1 + \frac{1}{6} \times 2 + \frac{5}{24} \times 3 + F_4 \times 4 + F_5 \times 5 = \frac{17}{6}$$

$$\Rightarrow 4F_4 + 5F_5 = \frac{17}{6} - \frac{29}{24} = \frac{39}{24} = \frac{13}{8}$$

از طرفی مجموع فراوانی‌های نسبی برابر ۱ است، بنابراین داریم:

$$F_4 + F_5 = 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{5}{24} \right) = 1 - \frac{15}{24} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

$$\begin{cases} F_4 + F_5 = \frac{3}{8} \\ 4F_4 + 5F_5 = \frac{13}{8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_4 = \frac{2}{8} \\ F_5 = \frac{1}{8} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_5}{F_4} = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۷۲، ۷۳ و ۸۱)

۵۳- گزینه «۳»

(سیرمحمدرضا حسینی فر)

اعضای دنباله حسابی با قدرنسبت ۴ را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:

$$a, a+4, a+8, a+12, a+16, a+20$$

اگر جمله‌های مشخص شده را از هم کم کنیم، اعضای دنباله دوم برابر ۴، ۸، ۱۶ است و داریم:

$$\begin{cases} \bar{x}_1 = a+10 : \text{میانگین دنباله اول} \\ \bar{x}_2 = \frac{28}{3} : \text{میانگین دنباله دوم} \end{cases} \Rightarrow \frac{28}{3} = a+10 - \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = 6$$

پس $a+b = 8$ به دست می‌آید.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

۵۴- گزینه «۳»

(علیرضا شریف‌نظیری)

برای حل سریع سؤال، همه داده‌ها را منهای عددی دلخواه مانند ۱۳ (که بیشترین فراوانی را دارد) می‌کنیم.

$x_i - 13$	-6	-1	0	4	6
f_i	12	18	25	10	25

در نتیجه میانگین داده‌ها به صورت زیر می‌شود:

$$\bar{x} = \frac{-72 - 18 + 0 + 40 + 150}{12 + 18 + 25 + 10 + 25} + 13 = 1 + 13 = 14$$

داده‌ای که بیشترین فراوانی را دارد مد نام دارد، پس: $\text{مد} = 13$

۱۰۰ داده داریم که میانگین دو داده وسط، برابر میانه داده‌ها است، پس:

$$13 = \text{میانگین داده‌های پنجاهم و پنجاه و یکم} = \text{میانه}$$

$$40 = 13 + 13 + 14 = \text{میانه} + \text{مد} + \text{میانگین}$$

در نتیجه:

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۵۵- گزینه «۳»

(کیوان دارابی)

فرض می‌کنیم تعداد داده‌های اولیه n و واریانس آن‌ها σ^2 می‌باشد، طبق فرض:

$$\begin{cases} \frac{n}{n+3} \sigma^2 = 27 \\ \frac{n}{n-3} \sigma^2 = 45 \end{cases} \Rightarrow \frac{n-3}{n+3} = \frac{27}{45} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow 5n - 15 = 3n + 9 \Rightarrow 2n = 24 \Rightarrow n = 12$$



بنابراین:

$$\frac{12}{12+3}\sigma^2 = 27 \Rightarrow \sigma^2 = 27 \times \frac{15}{12} = 27 \times \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{135}{4} = 33.75$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

۵۶- گزینه «۱»

(نیلوفر مهدوی)

ابتدا داده‌ها را بدون در نظر گرفتن داده k مرتب می‌کنیم:

۸, ۸, ۸, ۱۳, ۲۱, ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۲۷

واضح است که مقدار k هر چه باشد، مد داده‌ها تغییری نمی‌کند و برابر ۸ است. از طرفی حاصل ضرب میانه و مد برابر ۱۳۶ است پس مقدار میانه برابر

$$\frac{136}{8} = 17$$

می‌شود با:

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$1) k = 10: 8, 8, 8, 10, 13, 21, 22, 23, 24, 27$$

$$Q_2 = \frac{13+21}{2} = 17$$

$$2) k = 23: 8, 8, 8, 13, 21, 22, 23, 23, 24, 27$$

$$Q_2 = \frac{21+22}{2} = 21.5$$

$$3) k = 17: 8, 8, 8, 13, 17, 21, 22, 23, 24, 27$$

$$Q_2 = \frac{17+21}{2} = 19$$

$$4) k = 14: 8, 8, 8, 13, 14, 21, 22, 23, 24, 27$$

$$Q_2 = \frac{14+21}{2} = 17.5$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۸۲ تا ۸۵)

۵۷- گزینه «۲»

(شبنم غلامی)

می‌دانیم اگر انحراف معیار و واریانس داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ به ترتیب برابر σ و σ^2 باشد، آنگاه انحراف معیار و واریانسداده‌های $ax_1 + b, ax_2 + b, \dots, ax_n + b$ به ترتیب برابر $|a|\sigma$ و $a^2\sigma^2$ است. با توجه به این موضوع، انحراف معیار داده‌های x, y, z نصف انحراف معیار داده‌های $2x+3, 2y+3, 2z+3$ یعنی برابر ۴ وانحراف معیار داده‌های $\frac{x}{2}-1, \frac{y}{2}-1, \frac{z}{2}-1$ نصف انحراف معیارداده‌های x, y, z یعنی برابر ۲ است و در نتیجه واریانس این دسته از

داده‌ها برابر ۴ خواهد بود.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۸۷ تا ۸۹)

۵۸- گزینه «۱»

(شبنم غلامی)

می‌دانیم برای هر سری داده‌های آماری، مجموع انحراف از میانگین داده‌ها برابر صفر است، یعنی مجموع تفاضل میانگین از داده‌ها (یا برعکس، مجموع تفاضل داده‌ها از میانگین) همواره برابر صفر می‌شود، پس میانگین داده‌های اولیه برابر ۶ است. از طرفی با ۲ برابر شدن داده‌ها، واریانس آن‌ها ۴ برابر

می‌شود، پس واریانس داده‌های اولیه برابر ۴ = $\frac{16}{4}$ و انحراف معیار آن‌ها

برابر ۲ است. در نتیجه ضریب تغییرات این داده‌ها برابر است با:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

۵۹- گزینه «۲»

(امیرحسین ایوب‌میرزایی)

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کرده و میانه و چارک‌های اول و سوم آن‌ها را مشخص می‌کنیم.

$$10, 12, 14, 15, 16, 18, 19, 23, 25, 27, 31, 32, 34, 41, 42$$

 Q_1 Q_2 Q_3

بنابراین داده‌های داخل و روی جعبه عبارتند از:

$$15, 16, 18, 19, 23, 25, 27, 31, 32$$

 Q'_1 Q'_2 Q'_3

چارک‌های اول و سوم داده‌های این دسته را محاسبه می‌کنیم:

$$Q'_1 = \frac{16+18}{2} = 17$$

$$Q'_3 = \frac{27+31}{2} = 29$$

در نتیجه دامنه میان چارکی داده‌های داخل و روی جعبه برابر است با:

$$IQR = Q'_3 - Q'_1 = 29 - 17 = 12$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

۶۰- گزینه «۴»

(امیرحسین ایوب‌میرزایی)

ابتدا به کمک میانگین نمرات اولیه، مقدار a یعنی فراوانی نمره ۱۴ را محاسبه می‌کنیم. طبق رابطه میانگین وزنی داده‌ها داریم:

$$12/5 = \frac{2 \times 8 + 5 \times 10 + 5 \times 12 + a \times 14 + 3 \times 16}{2 + 5 + 5 + a + 3}$$

$$\Rightarrow 12/5 = \frac{14a + 174}{a + 15} \Rightarrow 12/5a + 187/5 = 14a + 174$$

$$\Rightarrow 1/5a = 13/5 \Rightarrow a = 13$$

با حذف نمرات ۸ و ۱۰، میانگین جدید داده‌ها برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{5 \times 12 + 9 \times 14 + 3 \times 16}{5 + 9 + 3} = \frac{234}{17} = 13.76$$

توجه: میانگین نمرات کلاس (یا همان معدل کلاس)، تا دو رقم اعشار بیان می‌شود.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)



آمار و احتمال

گزینه «۳» - ۶۱

(امیرمسین ابومضوب)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) هیچ مقداری برای x پیدا نمی‌شود، بنابراین گزارهٔ سوری نادرست است. دقت کنید که به ازای $x = 1$ ، نامساوی در صورت انتخاب $y = 1$ برقرار نیست.

(۲) به ازای $x = 5$ ، هیچ مقداری برای y پیدا نمی‌شود، پس گزارهٔ سوری نادرست است.

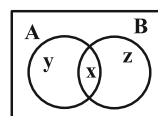
(۳) در صورتی که $x = 3$ انتخاب شود، آن‌گاه $x^2 - y^2 = -1$ است که این مقدار به ازای هر y عضو مجموعهٔ A از عبارت $y - 1$ کوچک‌تر است، پس این گزارهٔ سوری درست است.

(۴) در صورت انتخاب $x = 5$ ، هیچ مقداری برای y در مجموعهٔ A یافت نمی‌شود، به‌طوری که $y = x + 1$ باشد. پس این گزارهٔ سوری نادرست است. (آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

گزینه «۳» - ۶۲

(مهرادر ملودی)

مطابق نمودار ون، فرض می‌کنیم که x عضو بین دو مجموعهٔ A و B مشترک باشند، در این صورت داریم:



$$\begin{cases} n(A) = 7 \Rightarrow y + x = 7 \\ n(B) = 8 \Rightarrow z + x = 8 \end{cases} \Rightarrow z = y + 1$$

اختلاف تعداد اعضای $A \times B$ و $(A \cup B) \times (A \cap B)$ به صورت زیر می‌شود:

$$\begin{cases} n(A \times B) = n(A) \times n(B) = (y + x)(z + x) \\ n((A \cup B) \times (A \cap B)) = n(A \cup B) \times n(A \cap B) = (x + y + z)x \end{cases}$$

$$\text{اختلاف} \rightarrow (yz + xy + xz + x^2) - (x^2 + xy + xz) = yz$$

از آنجا که $z = y + 1$ ، پس اختلاف مورد نظر به صورت $y(y + 1)$ خواهد بود که حاصل ضرب دو عدد حسابی متوالی است. در بین گزینه‌ها تنها عدد ۲۱ را نمی‌توان به صورت ضرب دو عدد حسابی متوالی نوشت.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

گزینه «۱» - ۶۳

(امیررضا فلاح)

راه‌حل اول: طبق فرض، هر دو گزارهٔ $\sim q \vee \sim r$ و $\sim p \vee r$ درست هستند، پس:

$$\begin{aligned} (\sim p \vee r) \wedge (\sim q \vee \sim r) &\equiv T \\ \Rightarrow [(\sim p \vee r) \wedge \sim q] \vee [(\sim p \vee r) \wedge \sim r] &\equiv T \end{aligned}$$

$$\Rightarrow [(\sim p \wedge \sim q) \vee (r \wedge \sim q)] \vee [(\sim p \wedge \sim r) \vee (r \wedge \sim r)] \equiv T$$

$$\xrightarrow{\text{شرکت پذیری}} [(\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge \sim r)] \vee (r \wedge \sim q) \equiv T$$

$$\Rightarrow [\sim p \wedge (\sim q \vee \sim r)] \vee (r \wedge \sim q) \equiv T$$

$$\Rightarrow \sim p \vee (\sim q \wedge \sim r) \equiv T \Rightarrow (\sim p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee \sim r) \equiv T$$

$$\Rightarrow (\sim p \vee \sim q) \equiv T$$

راه‌حل دوم: توجه کنید اگر هر دو گزارهٔ $\sim p$ و $\sim q$ همزمان نادرست باشند، آن‌گاه از آنجا که r و $\sim r$ ارزش‌های متفاوت با هم دارند، نتیجه می‌شود که یکی از دو گزارهٔ $\sim p \vee r$ و $\sim q \vee \sim r$ نادرست است که مخالف فرض سؤال خواهد بود، پس ارزش حداقل یکی از دو گزارهٔ $\sim p$ و $\sim q$ درست بوده و لذا ارزش گزارهٔ $\sim p \vee \sim q$ نیز درست خواهد بود. (آمار و احتمال - صفحه‌های ۵ تا ۷ و ۱۱)

گزینه «۲» - ۶۴

(امیررضا فلاح)

از آنجا که $a, \{a\}, b, \{b\}, \{a, b\}$ ، عضوهای مجموعهٔ A هستند، پس $\{a, b\}, \{b\}, \{a\}$ تنها عضوهای مشترک A و $P(A)$ هستند، بنابراین:

$$|P(A) - A| = |P(A)| - |P(A) \cap A| = 2^5 - 3 = 29$$

نکته: مجموعهٔ همهٔ زیرمجموعه‌های A را مجموعهٔ توانی A نامیده و با $P(A)$ نمایش می‌دهیم که تعداد اعضای آن برابر است با «۲» به توان تعداد اعضای A .

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

گزینه «۱» - ۶۵

(افشین فاضله‌فان)

اگر تعداد اعضای این مجموعه را n در نظر بگیریم، آن‌گاه تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی آن برابر $\binom{n}{2}$ می‌شود و طبق فرض داریم:

$$\binom{n}{2} - \binom{n-1}{2} = 8 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} - \frac{(n-1)(n-2)}{2} = 8$$

$$\Rightarrow \left(\frac{n-1}{2}\right)(n - n + 2) = 8 \Rightarrow n - 1 = 8 \Rightarrow n = 9$$

چون تعداد زیرمجموعه‌های سرهٔ مجموعهٔ حاصل بعد از حذف یک عضو، مطلوب سؤال است، لذا ۱ واحد از تعداد اعضای مجموعه توانی کم می‌کنیم که برابر می‌شود با:

(آمار و احتمال - صفحهٔ ۱۷)

$$2^{9-1} - 1 = 255$$



گزینه ۲ - ۶۶

(سیرمهر/شا سینی/فر)

مطابق جدول ارزش زیر، در حالتی که ارزش گزاره p نادرست باشد دو گزاره $p \Rightarrow \sim q$ و $(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p$ ارزش یکسان ندارند.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow \sim q$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p$
T	T	F	F	F	T	F
T	F	F	T	T	F	T
F	T	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	F	F

در این صورت داریم:

$$(\sim q \Rightarrow \sim p) \vee (p \wedge \sim q)$$

$$\equiv \underbrace{(\sim q \Rightarrow T)}_T \vee \underbrace{(F \wedge \sim q)}_F \equiv T$$

$$p \wedge ((p \vee q) \Leftrightarrow q) \equiv F \wedge ((F \vee q) \Leftrightarrow q) \equiv F$$

بنابراین گزاره $(\sim q \Rightarrow \sim p) \vee (p \wedge \sim q)$ ارزش درست و گزاره $p \wedge ((p \vee q) \Leftrightarrow q)$ ارزش نادرست دارد.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

گزینه ۴ - ۶۷

(کیوان/داری)

درستی گزینه‌های ۱ تا ۳ را نشان می‌دهیم:

$$۱) \begin{cases} A - B \subseteq B \\ B \subseteq B \end{cases} \Rightarrow \underbrace{(A - B) \cup B}_{A \cup B} \subseteq B$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A \cup B \subseteq B \\ B \subseteq A \cup B \end{cases} \Rightarrow A \cup B = B \Rightarrow A \subseteq B$$

$$۲) \begin{cases} A \subseteq B - A \\ A \subseteq A \end{cases} \Rightarrow A \subseteq \underbrace{(B - A) \cap A}_{\emptyset} \Rightarrow A = \emptyset$$

$$۳) \begin{cases} A \subseteq B \\ A \subseteq B' \end{cases} \Rightarrow A \subseteq \underbrace{B \cap B'}_{\emptyset} \Rightarrow A = \emptyset$$

در گزینه ۴، اگر $A - B \subseteq B - A$ ، آن‌گاه $A - B = \emptyset$ ، ولی مجموعه A لزوماً برابر تهی نیست.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۹)

گزینه ۲ - ۶۸

(مصطفی/یداری)

زیرمجموعه مورد نظر را A می‌نامیم و دو حالت در نظر می‌گیریم:

الف) $۱ \in A$ ؛ در این صورت A ۵ و ۶ ولی $۲ \in A$ ، پس اعداد ۱ و ۲ حتماً عضو زیرمجموعه بوده و کافی است سه عدد دیگر از بین اعداد

۳، ۴، ۶، ۷، ۸، ۹ به $\binom{۶}{۳}$ حالت انتخاب کنیم.

ب) $۱ \notin A$ ؛ در این صورت اعداد ۵ و ۶ می‌توانند عضو زیرمجموعه باشند یا

نباشند. پس کافی است ۵ عدد از اعداد ۲ تا ۹ را به $\binom{۸}{۵}$ روش انتخاب

کنیم. در نتیجه:

$$\text{تعداد کل زیرمجموعه‌ها} = \binom{۶}{۳} + \binom{۸}{۵} = \frac{۶ \times ۵ \times ۴}{۶} + \frac{۸ \times ۷ \times ۶}{۶}$$

$$= ۲۰ + ۵۶ = ۷۶$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

گزینه ۴ - ۶۹

(سوگند/روشنی)

عبارت مورد نظر را ساده می‌کنیم، داریم:

$$(A - B) \cup (A \cup B)' = (A \cap B') \cup (A' \cap B')$$

$$= B' \cap \underbrace{(A \cup A')}_U = B'$$

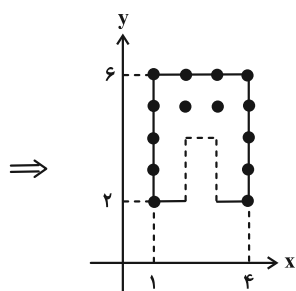
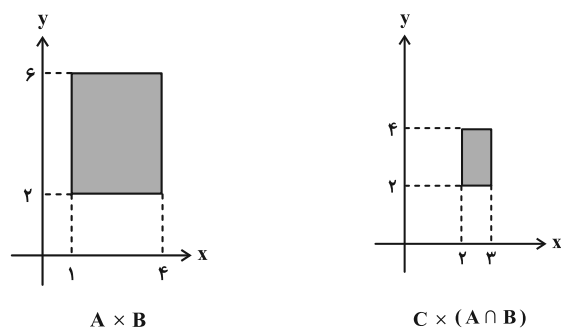
$$\Rightarrow \text{عبارت } (A \cup B')' \cap B = (A' \cap B) \cap B = A' \cap B = B - A$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۹)

گزینه ۱ - ۷۰

(سوگند/روشنی)

داریم $A \cap B = [۲, ۴]$ ؛ ناحیه مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:



مطابق شکل، در ناحیه مورد نظر ۱۴ نقطه با مختصات طبیعی وجود دارد.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)



ریاضیات گسسته

۷۱- گزینه «۲»

(شبنم غلامی)

دو رقم ابتدای سمت چپ این عدد از نظر زوج یا فرد بودن ۴ حالت متفاوت دارد. تمام ارقام بعدی به طور منحصر به فرد از نظر زوج یا فرد بودن مشخص می شود. با توجه به این که ۲ رقم زوج و ۲ رقم فرد در اختیار داریم، تعداد اعداد ده رقمی در حالت های مختلف به صورت زیر است:

$$\text{حالت اول: } \boxed{ز} \boxed{ز} \quad \begin{array}{ccccccc} 2 & \times & 2 & \times & 2 & \times & \dots \\ 2 & & 2 & & 2 & & 2 \end{array} \quad \times 2 = 2^{10}$$

$$\text{حالت دوم: } \boxed{ز} \boxed{ف} \quad \begin{array}{ccccccc} 2 & \times & 2 & \times & 2 & \times & \dots \\ 2 & & 2 & & 2 & & 2 \end{array} \quad \times 2 = 2^{10}$$

$$\text{حالت سوم: } \boxed{ف} \boxed{ز} \quad \begin{array}{ccccccc} 2 & \times & 2 & \times & 2 & \times & \dots \\ 2 & & 2 & & 2 & & 2 \end{array} \quad \times 2 = 2^{10}$$

$$\text{حالت چهارم: } \boxed{ف} \boxed{ف} \quad \begin{array}{ccccccc} 2 & \times & 2 & \times & 2 & \times & \dots \\ 2 & & 2 & & 2 & & 2 \end{array} \quad \times 2 = 2^{10}$$

بنابراین تعداد کل اعداد مورد نظر برابر است با:

$$4 \times 2^{10} = 2^2 \times 2^{10} = 2^{12}$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۷۲- گزینه «۳»

(افشین خاضه شان)

ابتدا تعداد کل جایگشت ها را محاسبه می کنیم:

$$\frac{7!}{2!2!} = 7 \times 6 \times 5 \times 3 \times 2 = 1260$$

$$\frac{6!}{2!} = 360 \quad \text{تعداد جایگشت هایی که دو حرف (ت) کنار هم باشند؛}$$

$$\frac{6!}{2!} = 360 \quad \text{تعداد جایگشت هایی که دو حرف (ت) کنار هم نباشند؛}$$

$$1260 - 360 = 900$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه های ۵۸ و ۵۹)

۷۳- گزینه «۱»

(یواد ترکمن)

راه حل اول:

توجه: تعداد کل رمزهای هشت رقمی با ارقام داده شده، همان تعداد رمزهای نه رقمی با ارقام داده شده است. (چرا؟)

از روش متمم استفاده می کنیم، تعداد رمزهای نه رقمی با این ارقام، برابر

$$\frac{9!}{3! \times 2! \times 2!}$$

است با:

اکنون تعداد رمزهای هشت رقمی، که فاقد رقم ۴ می باشند را می یابیم:

$$\frac{8!}{3! \times 2! \times 2!}$$

تعداد رمزهای مورد نظر برابر است با:

$$\frac{9!}{3! \times 2! \times 2!} - \frac{8!}{3! \times 2! \times 2!} = \frac{8!(9-1)}{3! \times 2! \times 2!} = \frac{8!}{3} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{3}$$

$$= 112 \times 120 = 13440$$

راه حل دوم: از آنجا که تعداد رمزهای هشت رقمی شامل رقم ۴، مد نظر است، ابتدا عدد ۴ را انتخاب کرده و کنار گذاشته و تعداد جایگشت های

$$\frac{8!}{3!2!2!} = 1680 \quad \text{هفت رقمی با ۸ رقم باقی مانده را به دست می آوریم؛}$$

بین و ابتدا و انتهای این هفت رقم، ۸ جای خالی وجود دارد که می توانیم رقم ۴ را در یکی از آن ها قرار دهیم، پس تعداد رمزهای مورد نظر برابر می شود با:

$$1680 \times 8 = 13440$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه های ۵۸ و ۵۹)

۷۴- گزینه «۴»

(سوکنر روشنی)

برای محاسبه تعداد اعداد ساخته شده، بهتر است مسئله را حالت بندی کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \times 4 \times 4 \times 3 = 48 \\ \left\{ \begin{array}{l} 4 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{array} \right\} \\ 4 \times 5 \times 4 \times 3 = 240 \\ \left\{ \begin{array}{l} 4 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{array} \right\} \end{array} \right. \xrightarrow{+} 288$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۷۵- گزینه «۴»

(سیرمهرضا حسینی فردر)

پاسخ مسئله (الف) به صورت $4! \times 5!$ است.

پاسخ مسئله (ب) به صورت $4! \times 6!$ است.

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه های ۱۱۹ تا ۱۲۲)

۷۶- گزینه «۱»

(علی ایمانی)

اگر حروف را به صورت «ت، ش، ع، ش، ع، ا، ت، خ، خ» در نظر بگیریم که دو حروف «خ» همان خانه های خالی باشند، آن گاه تعداد جایگشت ها برابر است با:

$$\frac{9!}{2!2!2!2!} = \frac{9 \times 7!}{2^4}$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه های ۵۸ و ۵۹)

۷۷- گزینه «۳»

(علیرضا شریف شیطینی)

ابتدا حرف کلمه «gooshvareh» به غیر از ۲ حرف h را با شرط ذکر شده، کنار هم می چینیم:

s-g-o-o-a-r-e-v

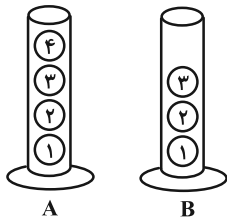
دو حرف h را باید در ۷ جایگاه بین این ۸ حرف جای گذاری کنیم؛ تعداد جایگشت های مورد نظر برابر می شود با:



(موردار ملونری)

۸۰- گزینه «۳»

طرف‌ها را A و B نام‌گذاری می‌کنیم.



دنباله ۷ عضوی زیر یکی از حالات برداشتن را نشان می‌دهد که در آن، ابتدا از ظرف A، گوی ۴ را انتخاب کرده‌ایم:

$$A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3, A_4$$

تعداد این دنباله‌های ۷ عضوی، جواب مورد نظر سؤال است. بدین منظور، از ۷ جایگاه دنباله، ۴ جایگاه را انتخاب کرده و به ترتیب (از سمت چپ به راست) A_1 تا A_4 را در آن‌ها جای‌گذاری می‌کنیم و در ۳ جایگاه باقی‌مانده نیز، B_1 تا B_3 را (با همین ترتیب) از چپ به راست قرار می‌دهیم. در نتیجه تعداد حالت برداشتن ۷ گوی برابر می‌شود با:

$$\binom{7}{4} = \frac{7!}{4!3!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{6} = 35$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

ریاضیات گسسته - پیشروی سریع

(افشین فاضله‌شان)

۸۱- گزینه «۳»

با توجه به جملات $\sqrt{x_2}$ و x_3^2 ، جواب‌های مورد نظر را به صورت زیر دسته‌بندی می‌کنیم:

$$x_1 + \sqrt{x_2} + x_3^2 + x_4 = 7$$

$$\begin{cases} x_2 = 1 \\ x_3 = 1 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_4 = 5 \Rightarrow \begin{pmatrix} 5-1 \\ 2-1 \end{pmatrix} = 4$$

$$\begin{cases} x_2 = 1 \\ x_3 = 2 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_4 = 2 \Rightarrow \begin{pmatrix} 2-1 \\ 2-1 \end{pmatrix} = 1$$

$$\begin{cases} x_2 = 4 \\ x_3 = 1 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_4 = 4 \Rightarrow \begin{pmatrix} 4-1 \\ 2-1 \end{pmatrix} = 3$$

$$\begin{cases} x_2 = 9 \\ x_3 = 1 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_4 = 3 \Rightarrow \begin{pmatrix} 3-1 \\ 2-1 \end{pmatrix} = 2$$

$$\begin{cases} x_2 = 16 \\ x_3 = 1 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_4 = 2 \Rightarrow \begin{pmatrix} 2-1 \\ 2-1 \end{pmatrix} = 1$$

$$\binom{7}{2} \times \binom{6}{2} = 21 \times 15 = 315$$

جایگشت بقیه حروف
جای‌ها

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۷۸- گزینه «۲»

(کیوان دارابی)

ابتدا دو رقم زوجی که قرار است کنار هم قرار داشته باشند را به $\binom{3}{2}$ طریق

انتخاب می‌کنیم. سپس به ۲! طریق با هم جایگشت می‌دهیم. فرض کنید در یک جواب مفروض، بلوک ۲۴ انتخاب شده باشد؛ حال باید (۲۴) و ۶ جداگانه در عدد ۷ رقمی ظاهر شوند. به این منظور ابتدا ۴ رقم فرد را

$$\bigcirc 1 \bigcirc 3 \bigcirc 5 \bigcirc 7 \bigcirc$$

می‌چینیم:

۵ ناحیه به وجود می‌آید که اگر (۲۴) و ۶ را در دو تا از این نواحی قرار دهیم، دیگر مطمئن هستیم کنار هم قرار نمی‌گیرند. بنابراین:

$$4 \times 6! = \binom{3}{2} \times 2! \times \binom{5}{2} \times 2! \times 4! = 4 \times 6!$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰)

۷۹- گزینه «۴»

(مصطفی دیراری)

ابتدا ۴ حرف از ۶ حرف «ج، ه، ا، ن، گ، ر» را به $\binom{6}{4}$ روش انتخاب می‌کنیم

تا با دو حرف «د، ی» تشکیل ۶ حرف بدهند. دقت کنید

$$\text{که } \binom{6}{4} = \binom{6}{2} = 15$$

حال پس از انتخاب ۶ حرف، توسط اصل متمم،

جایگشت‌هایی که دو حرف «د، ی» کنار هم نیستند را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \text{کل جایگشت‌ها} = 6! = 720 \\ \text{جایگشت‌های نامطلوب} = 5! \times 2! = 240 \\ \text{(دو حرف (د، ی) کنار هم)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جایگشت‌های مطلوب} = 720 - 240 = 480$$

$$\Rightarrow \text{تعداد کل جایگشت‌ها} = 15 \times 480 = 7200$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰)



اگر x_1 زوج باشد در این صورت $x_2 + x_3$ هم زوج است و نتیجه می شود که (۱) x_2 و x_3 یا هر دو زوج و یا (۲) هر دو فرد باشند و داریم:

$$(1) \quad 2k_1 + 2k_2 + 2k_3 = 30 \Rightarrow k_1 + k_2 + k_3 = 15$$

$$\xrightarrow{\text{تعداد جواب های طبیعی}} \binom{14}{2} = 91$$

$$(2) \quad 2k_1 + 2k_2 - 1 + 2k_3 - 1 = 30 \Rightarrow k_1 + k_2 + k_3 = 16$$

$$\xrightarrow{\text{تعداد جواب های طبیعی}} \binom{15}{2} = 105$$

$$\Rightarrow \text{تعداد کل جواب ها در این حالت} = 196$$

$$\frac{70}{196} = \frac{10}{28} = \frac{5}{14} \quad \text{در نتیجه نسبت مورد نظر برابر است با:}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۵۹ تا ۶۱)

۸۴ - گزینه «۱» (سیرمهر رضا حسینی فردر)

فقط گزینه «۱» را می توان به صورت زیر کامل کرد و بقیه گزینه ها مربع لاتین نیستند.

۳	۲	۱
۲	۱	۳
۱	۳	۲

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۶۲ تا ۶۴)

۸۵ - گزینه «۲» (سیرمهر رضا حسینی فردر)

برای برنامه ریزی این آزمایش ها باید از دو مربع لاتین متعامد 3×3 استفاده کنیم که سطرها و ستون های آن ها هفت و ستون های آن ها هوش مصنوعی A ، B و C باشد. در یک مربع، برنامه مهندسان و در مربع دیگر برنامه سایت ها را داریم. پس در مربع مربوط به برنامه سایت ها دو درایه ۱ معلوم است:

C	B	A
		۱
	۱	

سایت ها

C	B	A

مهندسان

تعداد حالت های کامل شدن مربع مربوط به سایت ها برابر ۲ است و در هر حالت ۶ مربع لاتین 3×3 متعامد با آن وجود دارد. پس تعداد جواب ها برابر $12 = 2 \times 6$ است.

در نتیجه، تعداد جواب های صحیح و مثبت معادله مورد نظر برابر می شود با:

$$4 + 1 + 3 + 2 + 1 = 11$$

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۵۹ تا ۶۱)

۸۲ - گزینه «۲» (پوار ترکمن)

عدد چهار رقمی مورد نظر را $\overline{abcd}$ در نظر می گیریم، به طوری که:

$$a + b + c + d = 8, \quad a \geq 1$$

$$\xrightarrow{\text{۱ شیء در جعبه } a} a' + b + c + d = 7, \quad a' \geq 0$$

$$\xrightarrow{\text{تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله}} n=7, k=4$$

$$\binom{n+k-1}{k-1} = \binom{7+4-1}{4-1} = \binom{10}{3} = 120$$

توجه کنید که $a \geq 1$ و در نتیجه $a-1 \geq 0$ و با فرض $a'-1 = a-1$.

درمی یابیم که $a = a' + 1$. اکنون تعداد حالت هایی که $a < 6$ می باشد را

می یابیم. متمم این شرط عبارت است از:

$$a \geq 6 \Rightarrow a-1 \geq 5 \Rightarrow a' \geq 5 \xrightarrow{\text{۵ شیء در جعبه } a'} a' + b + c + d = 7$$

$$a'' + b + c + d = 2, \quad a'' > 0$$

$$\xrightarrow{\text{تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله}} \binom{2+4-1}{4-1} = \binom{5}{3} = 10$$

$$120 - 10 = 110$$

پس جواب سؤال برابر است با:

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۵۹ تا ۶۱)

۸۳ - گزینه «۲» (سولکر روشنی)

اگر x_1 مضرب ۵ باشد، آن گاه:

$$5k_1 + x_2 + x_3 = 30$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k_1 = 1 \Rightarrow x_2 + x_3 = 25 \xrightarrow{\text{تعداد جواب های طبیعی}} \binom{24}{1} = 24 \\ k_1 = 2 \Rightarrow x_2 + x_3 = 20 \xrightarrow{\text{تعداد جواب های طبیعی}} 19 \\ k_1 = 3 \Rightarrow x_2 + x_3 = 15 \xrightarrow{\text{تعداد جواب های طبیعی}} 14 \\ k_1 = 4 \Rightarrow x_2 + x_3 = 10 \xrightarrow{\text{تعداد جواب های طبیعی}} 9 \\ k_1 = 5 \Rightarrow x_2 + x_3 = 5 \xrightarrow{\text{تعداد جواب های طبیعی}} 4 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \text{تعداد کل جواب ها در این حالت} = 70$$



$$(x_1 < x_2 \text{ یا } x_1 > x_2)$$

در نصف این تعداد حالات، یعنی ۳۰ حالت، تعداد سیب‌های نفر اول بیشتر از نفر دوم است.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۸۸- گزینه «۲» (سوکنر روشنی)

چون دو مربع A و B متعامدند، از ضرب درایه‌های نظیر به نظیر A و B

در هم، به اعداد زیر می‌رسیم:

۱۱	۱۲	۱۳	۲۱	۲۲	۲۳	۳۱	۳۲	۳۳
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
۱	۲	۳	۲	۴	۶	۳	۶	۹

در نتیجه میانگین درایه‌های مربع C برابر می‌شود با:

$$\bar{x} = \frac{1+2 \times 2 + 2 \times 3 + 4 + 2 \times 6 + 9}{9} = \frac{36}{9} = 4$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۸۹- گزینه «۳» (سوکنر روشنی)

تنها دو مربع لاتین به صورت‌های زیر تشکیل می‌شود.

۴	۳	۲	۱
۳	۴	۱	۲
۱	۲	۴	۳
۲	۱	۳	۴

۴	۳	۲	۱
۳	۴	۱	۲
۲	۱	۴	۳
۱	۲	۳	۴

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۹۰- گزینه «۳» (نیلوفر مهری)

مربع لاتین چرخشی از مرتبه ۶ به صورت زیر است که در آن، درایه‌هایی که شماره سطر آن‌ها مربع کامل و شماره ستون آن‌ها عددی فرد می‌باشد، نشان داده شده است:

	ستون اول	ستون سوم	ستون پنجم	
	↓	↓	↓	
سطر اول →	۱	۳	۵	۶
	۶	۲	۴	۵
	۵	۱	۲	۳
سطر چهارم →	۴	۵	۱	۲
	۳	۴	۵	۱
	۲	۳	۴	۵

مجموع درایه‌های مورد نظر برابر است با:

$$1+2+3+4+5+6 = \frac{6 \times 7}{2} = 21$$

(ریاضیات گسسته - صفحه ۶۳)

C	B	A
۳	۲	۱
۲	۱	۳
۱	۳	۲

روز ۱

روز ۲

روز ۳

سایت‌ها

C	B	A
۲	۳	۱
۳	۱	۲
۱	۲	۳

روز ۱

روز ۲

روز ۳

سایت‌ها

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

۸۶- گزینه «۴»

(علیرضا شریف‌فطیپی)

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر

$$\text{است با } \binom{n+k-1}{k-1} \text{ و تعداد جواب‌های طبیعی آن برابر است با } \binom{n-1}{k-1}.$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 11 \\ x'_1 = x_1 - k \geq 0 \Rightarrow x'_1 + x'_2 + x_3 = 11 - 2k \\ x'_2 = x_2 - k \geq 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{طبق فرض}} \text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{11-2k+3-1}{3-1} = 36$$

$$\Rightarrow \binom{13-2k}{2} = 36 \Rightarrow 13-2k = 9 \Rightarrow 2k = 4 \Rightarrow k = 2$$

در نتیجه، معادله دوم به صورت $y_1 + y_2 = 3$ خواهد بود و تعداد

$$\binom{3-1}{2-1} = 2 \text{ جواب‌های طبیعی آن برابر می‌شود با:}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۸۷- گزینه «۱»

(فرشاد صریقی‌فر)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\ x_1 > x_2 \end{cases} \text{ ابتدا معادله مربوط به سؤال را می‌نویسیم:}$$

تعداد حالاتی که تعداد سیب‌های نفر اول و دوم با هم برابر است را حساب می‌کنیم (حالت متمم):

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\ x_1 = x_2 = 0 \text{ یا } 1 \text{ یا } 2 \text{ یا } 3 \text{ یا } 4 \text{ یا } 5 \end{cases} \xrightarrow{\text{تعداد حالات}} 6 \text{ حالت}$$

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله مورد نظر نیز برابر می‌شود با:

$$\binom{10+3-1}{3-1} = \binom{12}{2} = 66$$

$$\Rightarrow \text{تعداد حالات نابرابر} : 66 - 6 = 60$$



فیزیک ۳

۹۱- گزینه «۲»

(مهری شریفی)

فقط مورد (پ) درست است.

بررسی موارد نادرست:

الف) هر چه پهنای شکاف کوچکتر باشد، پراش قوی‌تری رخ می‌دهد.

ب) پراش برای همه امواج می‌تواند رخ دهد.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

۹۲- گزینه «۲»

(مسلم نادری)

موارد (ب) و (ت) نادرست‌اند و بقیه موارد طبق متن کتاب درسی درست هستند.

علت نادرستی مورد (ب): اگر تأخیر زمانی بین دو صوت اولیه و بازتابیده

کمتر از ۱/۰ ثانیه باشد، گوش انسان نمی‌تواند پژواک را از صوت مستقیم

اولیه تمیز دهد. پس با عدد ۰/۲۵ ثانیه امکان‌پذیر است.

علت نادرستی مورد (ت): تندی امواج روی سطح آب به عمق آن بستگی دارد

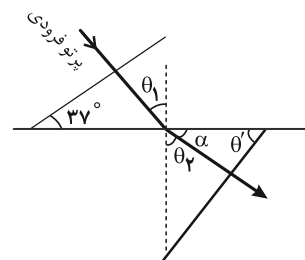
و در قسمت‌های عمیق بیشتر است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۵، ۹۸ و ۹۹)

۹۳- گزینه «۱»

(علی بزرگر)

می‌دانیم، در تغییر محیط انتشار موج، بسامد موج ثابت می‌ماند.



$$\begin{cases} \alpha + \theta' = 90^\circ \\ \alpha + \theta_2 = 90^\circ \end{cases} \xrightarrow{\theta' = 6^\circ} \begin{cases} \alpha = 3^\circ \\ \theta_2 = 6^\circ \end{cases}$$

$$\theta_1 = \theta = 37^\circ$$

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \xrightarrow{\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow f_1 = f_2} \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

$$\frac{\sin \theta_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sin \theta_1 = \frac{3}{5}} \rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{5}} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

(فیزیک ۳- صفحه ۹۶)

۹۴- گزینه «۳»

(کتور سراسری - ۱۴۰۱)

چون پرتوهای نور از هوا (محیط رقیق) وارد شیشه (محیط غلیظ) شده است،

به خط عمود نزدیک می‌شود و از طرف دیگر به دلیل تفاوت ضریب شکست

برای نورهای قرمز و آبی، انحراف نور آبی بیشتر از نور قرمز است. با این

توضیحات گزینه صحیح به صورت زیر است:



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۰)

۹۵- گزینه «۳»

(علی بزرگر)

بسامد، بسامد زاویه‌ای و دوره تناوب از ویژگی‌های چشمه موج هستند که

تغییر نمی‌کنند. همچنین تندی انتشار موج از ویژگی‌های محیط است که تغییر

نمی‌کند و با توجه به رابطه $v = \lambda f$ با ثابت ماندن تندی انتشار و بسامد

موج، طول موج نیز ثابت می‌ماند. با توجه به جذب مقداری از انرژی موج،

انرژی مکانیکی موج کاهش می‌یابد و چون انرژی موج با مجذور دامنه آن

متناسب است، لذا دامنه موج نیز کاهش می‌یابد.

پیشینه تندی نوسان هر ذره هم از رابطه $v_{\max} = A\omega$ به دست می‌آید که

با ثابت ماندن ω و کاهش A ، $v_{\max}$ کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۹۶- گزینه «۱»

(علیرضا جباری)

مطابق شکل، مسیر پرتوی موج تابیده شده به سطح (۱) و موج بازتابیده شده

از سطح (۲) را به همراه یکی از جبهه‌های موج رسم می‌کنیم.

سپس تندی انتشار نور داخل تیغه را محاسبه می‌نماییم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{v_2}{3 \times 10^8} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow v_2 = \sqrt{3} \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

چون سرعت انتشار در طول تیغه ثابت است، داریم:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow 16\sqrt{3} \times 10^{-2} = \sqrt{3} \times 10^8 \Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta t = 16 \times 10^{-10} \text{ s} = 1/6 \text{ ns}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۶ تا ۹۸)

(معمركاظم منشاری)

۹۸- گزینه «۱»

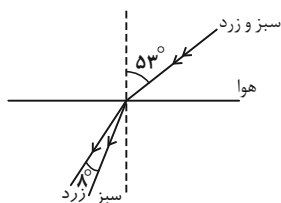
تندی موج صوتی پس از ورود به آب افزایش می‌یابد و در نتیجه از خط عمود دور می‌شود. در نتیجه با افزایش تندی انتشار و ثابت بودن بسامد موج طول موج افزایش یافته و فاصله بین جبهه‌های موج افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۳- صفحه ۹۶)

(معمركاظم منشاری)

۹۹- گزینه «۲»

انحراف نور سبز بیشتر از نور زرد است و مطابق شکل زیر داریم:



$$n_{\text{زرد}} \sin \theta_{\text{زرد}} = n'_{\text{زرد}} \sin \theta'_{\text{زرد}} \Rightarrow 1 \times 0.8 = \frac{4\sqrt{2}}{5} \times \sin \theta'_{\text{زرد}}$$

$$\Rightarrow \sin \theta'_{\text{زرد}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta'_{\text{زرد}} = 45^\circ \Rightarrow \theta'_{\text{سبز}} = 45 - 8 = 37^\circ$$

$$n_{\text{سبز}} \sin \theta_{\text{سبز}} = n'_{\text{سبز}} \sin \theta'_{\text{سبز}}$$

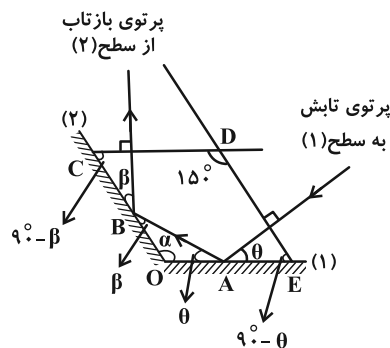
$$\Rightarrow 1 \times 0.8 = n'_{\text{سبز}} \times 0.6 \Rightarrow n'_{\text{سبز}} = \frac{4}{3}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

(مسعود قدرانی)

۱۰۰- گزینه «۳»

اگر با استفاده از قانون بازتاب عمومی، مسیر پرتوی نور را رسم کنیم، داریم:



زاویه بین پرتوی تابش با سطح (۱) را θ و زاویه بین پرتوی بازتابش با سطح

(۲) را β می‌نامیم. از آنجا که پرتو بر جبهه موج عمود است، زاویه بین

جبهه‌های موج تابش بر سطح (۱) و بازتابش از سطح (۲) را بر حسب θ و β

به دست آورده و روی شکل نشان داده‌ایم. می‌دانیم مجموع زاویه‌های داخلی

مثلث OAB برابر با 180° و مجموع زوایای داخلی چهار ضلعی OCDE

برابر با 360° است. بنابراین می‌توانیم زاویه بین دو مانع تخت (α) را

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \theta = 180^\circ \\ \alpha + (90^\circ - \beta) + 15^\circ + (90^\circ - \theta) = 360^\circ \end{cases} \Rightarrow \alpha = 105^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + (\beta + \theta) = 180^\circ \\ \alpha - (\beta + \theta) = 30^\circ \end{cases} \Rightarrow 2\alpha = 210^\circ \Rightarrow \alpha = 105^\circ$$

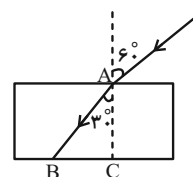
(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

(معمركاظم منشاری)

۹۷- گزینه «۲»

ابتدا زاویه پرتوی فرودی به داخل تیغه را محاسبه می‌نماییم:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i}{\sin r} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin r} \Rightarrow \sin r = \frac{1}{2} \Rightarrow r = 30^\circ$$



با استفاده از نسبت مثلثاتی طول مسیر AB را به دست می‌آوریم:

$$\cos 30^\circ = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AB = \frac{24}{\sqrt{3}} = 16\sqrt{3} \text{ cm}$$

ب) نادرست؛ با خالی شدن گالن، انگار یک لوله صوتی داریم که طول آن رفته رفته بیشتر و در نتیجه طول موج صوت حاصل بیشتر و بسامدش کمتر می شود (صدای بم تر).

پ) درست؛ مثل دو لوله صوتی یک انتها بسته که طول متفاوتی دارند.

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج؛ صفحه های ۱۰۸ تا ۱۱۰)

(عبدالرضا امینی نسب)

۱۰۴- گزینه «۲»

ابتدا به کمک رابطه $v = \sqrt{\frac{F \cdot L}{m}}$ سرعت انتشار موج در تار را محاسبه

می کنیم، دقت کنید در این رابطه m ، جرم تار و L طول تار می باشد و $F = Mg$ نیروی وزن و وزن آویخته شده (نیروی کشش تار) می باشد.

$$M = 2400g = 2/4 kg, \quad m = 4g$$

$$F = Mg = 2/4 \times 10 = 24N$$

$$v = \sqrt{\frac{F \cdot L}{m}} = \sqrt{\frac{24 \times 0/6}{4 \times 10^{-3}}} = \sqrt{3600} = 60 \frac{m}{s}$$

به کمک رابطه بسامد امواج ایستاده داریم:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_3 = \frac{3v}{2L} = \frac{3 \times 60}{2 \times 0/6} = 150 Hz$$

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج؛ صفحه ۱۰۷)

(میشی نگوئیان)

۱۰۵- گزینه «۳»

با توجه به اینکه انرژی فوتونها از انرژی لامپ تأمین می شود، داریم:

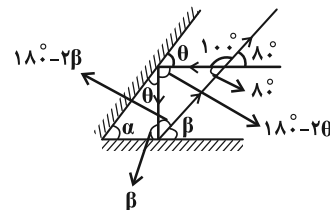
$$E = nhf = \frac{nhc}{\lambda} \Rightarrow Pt = \frac{nhc}{\lambda} \Rightarrow P = \frac{nhc}{\lambda t}$$

$$E = Pt$$

$$\begin{aligned} n &= 3/2 \times 10^{22}, \quad h = 6/6 \times 10^{-34} J.s \\ c &= 3 \times 10^8 \frac{m}{s}, \quad \lambda = 660 \times 10^{-9} m, \quad t = 24s \end{aligned} \rightarrow$$

$$P = \frac{(3/2 \times 10^{22})(6/6 \times 10^{-34})(3 \times 10^8)}{(6/6 \times 10^{-9})(24)} = 400 W$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه های ۱۱۶ تا ۱۲۰)



$$(18^\circ - 2\theta) + (18^\circ - 2\beta) + 8^\circ = 18^\circ$$

$$2\theta + 2\beta = 26^\circ \Rightarrow \theta + \beta = 13^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = 18^\circ - (\theta + \beta) = 18^\circ - 13^\circ \Rightarrow \alpha = 5^\circ$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۹۳ و ۹۴)

فیزیک ۳- پیشروی سریع

(مصطفی کیانی)

۱۰۱- گزینه «۲»

چون از سه بسامد تشدید متوالی تار، بسامد اول و آخر معلوم است، اختلاف

این دو بسامد، ۲ برابر بسامد اصلی (همانگ اول) تار می باشد. بنابراین، ابتدا

$$420 - 300 = 2f_1 \Rightarrow f_1 = 60 Hz$$

بسامد اصلی تار را می یابیم:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \xrightarrow{n=1, v=240 \frac{m}{s}} 60 = \frac{1 \times 240}{2 \times L} \Rightarrow L = 2m$$

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج؛ صفحه ۱۰۷)

(مسن سلماسی)

۱۰۲- گزینه «۳»

هر چقدر محیط غلیظ تر باشد، سرعت و طول موج کمتر و ضخامت نوارها کمتر

است. پس در محیط دوم فاصله نوارهای روشن $\frac{3}{4}$ برابر، یعنی ۳ میلی متر شده و

بنابراین ضخامت نوارها $1/5 mm$ می شود. $(\lambda \propto \frac{1}{n} \propto \text{ضخامت})$

توجه شود که فاصله بین دو نوار روشن متوالی معادل دو برابر ضخامت نوار است.

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج؛ صفحه های ۱۰۳ و ۱۰۵)

(هسام نادری)

۱۰۳- گزینه «۱»

الف) نادرست؛ هر تشدیدگر هلمهولتز بسامدهای تشدید معینی دارد نه فقط

یک بسامد.



۱۰۶- گزینه «۱»

(معدری شریفی)

با توجه به معادله فوتوالکتریک داریم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \quad \frac{K_{\max} = 1 \times 10^{-19} \text{ J}}{f = 1 \times 10^{15} \text{ Hz}}$$

$$1 \times 10^{-19} = 6 \times 10^{-34} \times 10^{15} - W_0 \Rightarrow W_0 = 5 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$\Rightarrow 22 \times 10^{-19} = \frac{6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{\lambda} - 5 \times 10^{-19}$$

$$27 \times 10^{-19} = \frac{3 \times 6 \times 10^{-34} \times 10^8}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{200}{3} \text{ nm}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۱۰۷- گزینه «۳»

(علیرضا بیاری)

با استفاده از معادله ریذبرگ، نسبت طول موج چهارمین خط طیفی رشته بالمر (λ_4)به طول موج اولین خط طیفی رشته براکت (λ_2) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \frac{n'=2}{n=n'+4=2+4=6}$$

$$\frac{1}{\lambda_1} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} \right) = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{36} \right) = R \left(\frac{8}{36} \right) = \frac{2}{9} R$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \frac{n'=4}{n=n'+1=4+1=5} \rightarrow \frac{1}{\lambda_2} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{5^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda_2} = R \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{25} \right) = R \left(\frac{9}{16 \times 25} \right) = \frac{9}{400} R$$

$$\frac{1}{\lambda_1} = \frac{2}{9} R \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{800}{81}$$

از طرفی طبق رابطه $f = \frac{c}{\lambda}$ ، بسامد با طول موج نسبت عکس دارد، بنابراین

$$\frac{(f_1 \text{ بالمر})}{(f_2 \text{ براکت})} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{800}{81}$$

می‌توان نوشت:

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۴)

۱۰۸- گزینه «۳»

(مهمر مقدم)

الکترون در حالت برانگیخته دوم است، پس در تراز سوم قرار دارد که انرژی

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_3 = -\frac{E_R}{3^2} = -\frac{E_R}{9} \quad \text{آن برابر است با:}$$

$$-\frac{E_R}{9} + \frac{5}{36} E_R = \frac{E_R}{36} \quad \text{به آن اضافه شود، داریم:}$$

که چون مقدار این انرژی مثبت است، چنین تراز انرژی وجود ندارد.

یکبار هم این انرژی را از انرژی الکترون تراز سوم کم می‌کنیم که اگر

احتمال گذار به تراز پایین‌تر وجود داشته باشد n به دست آید،

$$-\frac{E_R}{9} - \frac{5}{36} E_R = -\frac{E_R}{4} = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow n = 2$$

یعنی الکترون به تراز ۲ گذار می‌کند.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۱)

۱۰۹- گزینه «۱»

(مسین الهی)

تمام فوتون‌های گسیلی ممکن آن به صورت زیر است:

$$N_1 = 3 \Rightarrow \text{مرئی: } 3 \rightarrow 2, 4 \rightarrow 2, 5 \rightarrow 2$$

$$N_2 = 4 \Rightarrow \text{فرا بنفش: } 4 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 1, 5 \rightarrow 1$$

$$N_3 = 3 \Rightarrow \text{فروسرخ: } 4 \rightarrow 3, 5 \rightarrow 3, 5 \rightarrow 4$$

$$\Rightarrow \frac{2N_2}{N_1 + N_3} = \frac{8}{3+3} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۹)

۱۱۰- گزینه «۲»

(مسین الهی)

موارد «الف» و «د» و «ه» نادرست می‌باشد.

الف) نخستین لیزر را تتودور مایمن ساخت.

د) در گسیل خودبه‌خودی، فوتون در جهت کاتوره‌ای گسیل می‌شود و در

گسیل القایی هر فوتون ورودی باعث خروج دو فوتون می‌شود.

ه) به‌طور معمول و در دمای اتاق بیشتر الکترون‌ها در تراز انرژی پایین‌تر

قرار دارند.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۳۲ و ۱۳۳)



فیزیک ۲

۱۱۱- گزینه «۲»

(مهم‌کالکام منشادی)

تنها عبارت «ت» درست است.

بررسی عبارات نادرست:

الف) اتم‌های مواد پارامغناطیسی خاصیت مغناطیسی دارند اما دوقطبی‌های مغناطیسی وابسته به آن‌ها، به‌طور کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند و میدان مغناطیسی خالصی ایجاد نمی‌کنند.

ب) در مواد دیامغناطیسی، میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی شود.

پ) در مواد فرومغناطیس در اثر میدان مغناطیسی خارجی، حجم حوزه‌های همسو با میدان افزایش می‌یابد و حجم حوزه‌هایی که سمت‌گیری آن‌ها در راستای میدان نیست، کم می‌شود.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۰۳)

۱۱۲- گزینه «۳»

(امیر اشهر میرسعید)

با توجه به جهت جریان در حلقه A، میدان در مرکز آن درون‌سو است، پس جریان سیم راست باید رو به بالا باشد تا میدان حاصل از سیم راست در مرکز حلقه A برون‌سو شود تا برابند میدان‌ها در حلقه A، بتواند صفر شود و میدان حاصل از سیم راست در مرکز حلقه B، درون‌سو می‌شود، پس میدان حاصل از حلقه B در مرکز آن باید برون‌سو گردد تا برابند میدان‌ها در مرکز حلقه B، بتواند صفر شود و جهت جریان در حلقه B پادساعتگرد می‌شود.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

۱۱۳- گزینه «۲»

(مسین الهی)

موارد «الف» و «پ» صحیح می‌باشند.

بررسی موارد:

الف) خطوط میدان مغناطیسی در خارج از آهنربا از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند، پس D و A قطب S آهنربا هستند.

ب) اگر الکترونی در نقطه M به سمت پایین حرکت کند، نیروی مغناطیسی بر آن وارد نمی‌شود.

پ) با توجه به اینکه تراکم خطوط میدان در نزدیکی آهنربای (۲) بیشتر است، پس این آهنربا قوی‌تر است.

ت) با توجه به خروج خطوط میدان از C می‌دانیم که قطب N آهنربا می‌باشد.

ث) اگر پروتونی در نقطه N به سمت بالا حرکت کند، هیچ نیرویی بر آن وارد نمی‌شود، زیرا راستای حرکت ذره بر راستای میدان مغناطیسی منطبق است.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۹)

۱۱۴- گزینه «۴»

(مهم‌مقدم)

میدان الکتریکی به سمت راست است و چون بار ذره مثبت است، به ذره به سمت راست نیرو وارد می‌کند و برای آنکه ذره از مسیر خود منحرف نشود، باید نیروی میدان مغناطیسی به سمت چپ باشد که با استفاده از قاعده دست راست یعنی شست در جهت نیرو و انگشتان در جهت سرعت و کف دست رو به پایین، جهت میدان مغناطیسی را داریم و برای به‌دست آوردن مقدار میدان مغناطیسی داریم:

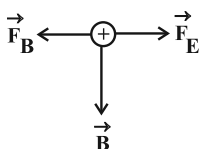
$$F_E = F_B$$

$$E |q| = |q| v B \sin \alpha$$

$$600 = 3 \times 10^{-4} \times B \sin 90^\circ$$

$$B = 2 \times 10^{-2} T$$

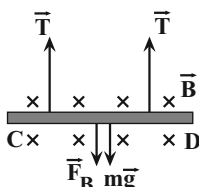
(فیزیک ۲- صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)



۱۱۵- گزینه «۱»

(زهره آقاممدری)

مطابق شکل زیر، بر میله حامل جریان نیروهای کشش طناب، نیروی وزن و نیروی مغناطیسی وارد می‌شود. بنابراین، ابتدا نیروهای وزن و $2T$ را با هم مقایسه می‌کنیم:



$$2T = 2 \times 2 / 4 = 4 / 8 N$$

$$W = mg = \frac{m = 240 \times 10^{-3} \text{ kg}}{g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} \rightarrow W = mg = 240 \times 10^{-3} \times 10 = 2 / 4 N$$

چون میله در حالت تعادل قرار دارد و $2T > mg$ است، لذا نیروی مغناطیسی وارد بر آن به طرف پایین و بزرگی آن برابر است با:

$$F_{\text{nety}} = 0 \Rightarrow 2T = mg + F_B \Rightarrow 4 / 8 = 2 / 4 + F_B$$

$$\Rightarrow F_B = 2 / 4 N$$

اکنون با داشتن اندازه F_B ، به‌صورت زیر جریان عبوری از میله را می‌یابیم:

$$F_B = I \ell B \sin \theta \xrightarrow{\theta = 90^\circ, B = 8 T, \ell = 12 \text{ cm} = 1/10 \text{ m}} 2 / 4 = I \times 1 / 10 \times 8 \Rightarrow I = 2 / 5 A$$

هم‌چنین با توجه به قاعده دست راست و جهت نیروی مغناطیسی، جهت جریان از D به C خواهد شد.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)



۱۱۶ - گزینه «۳»

(علیرضا بیاری)

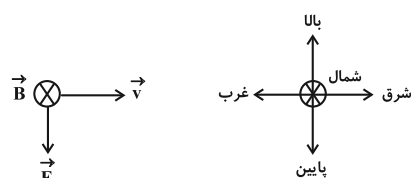
ابتدا اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون را به دست می آوریم:

$$F = |q| v B \sin \theta \quad \begin{array}{l} |q| = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}, v = 2 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ B = 0.54 \text{ G} = 5.4 \times 10^{-6} \text{ T}, \sin \theta = 1 \end{array}$$

$$F = 1.6 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^5 \times 5.4 \times 10^{-6} \times 1$$

$$= 3.2 \times 5.4 \times 10^{-20} \text{ N}$$

سپس جهت این نیرو را با استفاده از قاعده دست چپ تعیین می کنیم؛ زیرا بار الکترون منفی است. از طرفی می دانیم جهت میدان مغناطیسی زمین رو به شمال است. بنابراین مطابق شکل زیر، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون، به طرف پایین است.



در پایان، اندازه و جهت شتاب ناشی از نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون را پیدا می کنیم:

$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{3.2 \times 5.4 \times 10^{-20}}{9 \times 10^{-31}} = 1.9 \times 10^{11} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$= 1.92 \times 10^{12} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

جهت شتاب نیز مانند نیرو، به طرف پایین است.

(فیزیک ۲ - صفحه های ۸۹ و ۹۰)

۱۱۷ - گزینه «۴»

(مجتبی کلوئیان)

با استفاده از رابطه نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی داریم:

$$F = ILB_T \sin \theta \quad \begin{array}{l} F = 4 \times 10^{-3} \text{ (N)} \\ I = 8 \text{ A}, L = 2 \times 10^{-1} \text{ m}, \sin \theta = 1 \end{array}$$

$$4 \times 10^{-3} = 8(2 \times 10^{-1})B_T \quad (1)$$

$$\Rightarrow B_T = 2.5 \times 10^{-4} \text{ T} = 2.5 \text{ G}$$

با توجه به قاعده دست راست، برای اینکه جهت نیروی وارد بر سیم (۴) به طرف چپ باشد، باید میدان مغناطیسی برآیند در محل سیم (۴) به صورت برون سو باشد. از آنجایی که جهت میدان مغناطیسی برآیند دو سیم (۱) و (۲) در محل سیم (۴) به صورت درون سو است، پس جهت میدان مغناطیسی سیم (۳) در محل سیم (۴) باید به صورت برون سو باشد، بنابراین جهت جریان در سیم (۳) به طرف پایین است و اندازه میدان مغناطیسی آن در محل سیم (۴) برابر است با:

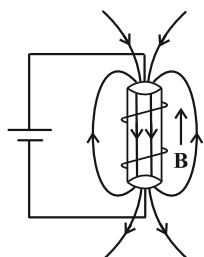
$$B_T = B_3 - B_{1,2} \Rightarrow 2.5 = B_3 - 7 \Rightarrow B_3 = 9.5 \text{ G}$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۹۱ تا ۹۶)

۱۱۸ - گزینه «۲»

(مسعود شذرانی)

جهت خطوط میدان در خارج سیملوله از قطب N به S و در داخل آن از S به N است.



(فیزیک ۲ - صفحه های ۹۹ و ۱۰۰)

۱۱۹ - گزینه «۴»

(امیراحمد میرسعید)

اگر قطر مقطع سیم را با D و تعداد دور را با N و طول سیملوله را با L

$$L = ND$$

نمایش دهیم، می توان نوشت:

و میدان مغناطیسی سیملوله برابر است با:

$$B = \mu_0 \frac{NI}{L} \Rightarrow B = \mu_0 \frac{NI}{ND} \Rightarrow B = \mu_0 \frac{I}{D}$$

از این رابطه می توان قطر مقطع سیم را محاسبه کرد.

$$B = \mu_0 \frac{I}{D} \Rightarrow 60 \times 10^{-4} = 1.2 \times 10^{-7} \times \frac{10}{D}$$

$$\Rightarrow D = 2 \times 10^{-3} \text{ m} = 2 \text{ mm}$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۹۹ و ۱۰۰)

۱۲۰ - گزینه «۴»

(محمدرکاتعم منشاری)

$$B_{\text{سیملوله}} = \mu_0 \frac{NI}{\ell}, \quad B_{\text{پیچه}} = \mu_0 \frac{N'I'}{2R}$$

$$B_{\text{سیملوله}} = 3B_{\text{پیچه}} \Rightarrow \mu_0 \frac{NI}{\ell} = 3\mu_0 \frac{N'I'}{2R}$$

$$\Rightarrow \frac{\ell}{2R} = \frac{N}{N'} \times \frac{I}{I'} \times \frac{1}{3} = 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۹۸ تا ۱۰۰)



فیزیک ۱

۱۲۱- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

کمیت دماسنجی دماسنج ترموکوپل، ولتاژ است، در نتیجه گزینه «۳» صحیح نیست. توجه شود که رابطه بین مقیاس سلسیوس و فارنهایت به

$$\text{صورت } F = \frac{9}{5}\theta + 32 \text{ می باشد. داریم:}$$

$$\theta = 40^{\circ}\text{C} \Rightarrow F = \frac{9}{5} \times 40 + 32 = 72 + 32 = 104^{\circ}\text{F} \quad (\text{درستی گزینه ۱})$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۱۲۲- گزینه «۳»

(مسین الهی)

سه عبارت (الف)، (ب) و (ت) نادرست می باشد.

دلیل نادرستی عبارات:

(الف) با توجه به این که فلزات رسانای بهتری هستند، گرمای دست ما را به سرعت انتقال می دهند و سردتر از چوب به نظر می رسند.

(ب) به انرژی ای که بر اثر اختلاف دما بین دو جسم انتقال می یابد، گرما گفته می شود.

(ت) گرمای ویژه به جرم جسم بستگی ندارد.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۹۸ و ۱۱۱ تا ۱۱۵)

۱۲۳- گزینه «۳»

(علیرضا جباری)

با توجه به متن سؤال می توان نوشت: $L_A - L_B = 30\text{ cm}$
از آنجا که اختلاف طول میله ها کاهش یافته است، نتیجه می گیریم که افزایش طول میله B بیشتر بوده و داریم:

$$\Delta L_B - \Delta L_A = 0.04\text{ mm} = 0.04\text{ cm}$$

رابطه تغییر طول برای جسم جامد ($\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta$) را برای هر یک از دو

میله فوق جای گذاری می کنیم: $L_B \alpha_B \Delta \theta - L_A \alpha_A \Delta \theta = 0.04$

$$\Rightarrow L_B \times 2 \times 10^{-5} \times 50 - L_A \times 1/2 \times 10^{-5} \times 50 = 0.04$$

$$\Rightarrow L_B \times 10^{-3} - L_A \times 0.06 \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-2}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین معادله ضرب در } 10^3} L_B - 0.06 L_A = 40$$

$$\xrightarrow{L_A = L_B + 30} L_B - 0.06(L_B + 30) = 40$$

$$\Rightarrow L_B - 0.06 L_B - 18 = 40 \Rightarrow 0.94 L_B = 58$$

$$L_B = 145\text{ cm}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۸۸ و ۸۹)

۱۲۴- گزینه «۳»

(مبینی نکوئیان)

با توجه به رابطه انبساط طولی ($\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta$)، درصد تغییرات طول را به صورت زیر به دست می آوریم:

$$\frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = \alpha \Delta \theta \times 100$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^{-1} = \alpha (60)(100) \Rightarrow \alpha = \frac{2}{3} \times 10^{-4} \frac{1}{\text{K}}$$

از طرفی برای به دست آوردن حجم مایع بیرون ریخته شده ($\Delta V'$) داریم:

$$\Delta V' = \Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}}$$

$$\frac{\Delta V = \beta V_1 \Delta \theta}{\beta_{\text{ظرف}} = 3\alpha_{\text{ظرف}}} \Rightarrow \Delta V' = V_1 (\beta_{\text{مایع}} - 3\alpha_{\text{ظرف}}) \Delta \theta$$

$$\frac{\Delta V'}{V_1} \times 100 = \text{درصد تغییرات حجم مایع بیرون ریخته شده}$$

$$= (\beta_{\text{مایع}} - 3\alpha_{\text{ظرف}}) \Delta \theta \times 100 \times \frac{\beta_{\text{مایع}} = 1/2 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}}{\alpha_{\text{ظرف}} = \frac{2}{3} \times 10^{-4} \frac{1}{\text{K}}} \Rightarrow$$

$$8 = (1/2 \times 10^{-3} - 3 \times \frac{2}{3} \times 10^{-4}) \Delta \theta \times 100 \Rightarrow \Delta \theta = 80^{\circ}\text{C}$$

و در نهایت طبق رابطه میان دما در مقیاس های سلسیوس و فارنهایت داریم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5}\Delta \theta \xrightarrow{\Delta \theta = 80^{\circ}\text{C}} \Delta F = 144^{\circ}\text{F}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۸۴ تا ۹۴)

۱۲۵- گزینه «۲»

(امیرامیر میرسعید)

ابتدا گرمای داده شده به میله در مدت زمان یک ثانیه را محاسبه می کنیم:

$$Q = P \times t = 15000 \times 1 = 15000\text{ J}$$

سپس افزایش دمای میله بر اثر گرمای داده شده به جسم را به دست می آوریم:

$$Q = mc\Delta \theta \Rightarrow 15000 = 2 \times 400 \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = \frac{150}{8}^{\circ}\text{C}$$

اکنون می توان افزایش طول میله را محاسبه کرد:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \Delta L = 2 \times 10^{-5} \times \frac{150}{8} = 37.5 \times 10^{-5}\text{ m}$$

$$\Rightarrow \Delta L = 375 \times 10^{-3}\text{ nm}$$

یعنی در هر ثانیه، میله 375×10^{-3} نانومتر افزایش طول دارد.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۸۸، ۸۹ و ۹۸)



۱۲۶- گزینه «۲»

(علی برزگر)

$$Q_A + Q_B = 0 \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A + m_B c_B \Delta\theta_B = 0$$

$$\xrightarrow{m=\rho V} (\rho_A V_A) c_A (\theta_e - \theta_A) + (\rho_B V_B) c_B (\theta_e - \theta_B) = 0$$

$$\Rightarrow [(\rho V)(\tau c)(\tau\theta - \theta)] + [(\tau\rho V')(\delta c)(\tau\theta - \tau\theta)] = 0$$

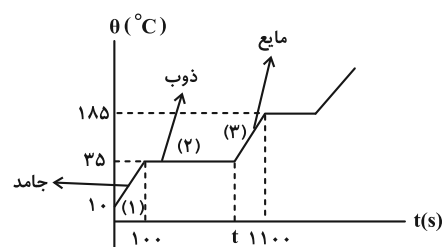
$$+ \tau\rho V c \theta - \tau\rho V' c \theta = 0 \Rightarrow \tau\rho V' c \theta = \tau\rho V c \theta$$

$$\Rightarrow \tau\rho V' = \tau\rho V \Rightarrow 15V' = V \Rightarrow \frac{V'}{V} = \frac{1}{15}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۰۱)

۱۲۷- گزینه «۴»

(سین الهی)

بخش (۱) نمودار: $P \times t = mc_{\text{جامد}} \Delta\theta$

$$\Rightarrow 1200 \times 100 = 20 \times c \times 25 \Rightarrow c_{\text{جامد}} = 240 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

بخش (۲) نمودار: $P \times t = mL_F$

$$\Rightarrow 1200(t - 100) = 20 \times 18000 \Rightarrow t = 400 \text{ s}$$

بخش (۳) نمودار: $P \times t = mc_{\text{مایع}} \Delta\theta$

$$\Rightarrow 1200 \times (1100 - 400) = 20 \times c_{\text{مایع}} \times 150$$

$$\Rightarrow c_{\text{مایع}} = 280 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

تفاوت ظرفیت گرمایی در دو حالت: $mc_{\text{مایع}} - mc_{\text{جامد}}$

$$= 20(280 - 240) = 800 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۶)

۱۲۸- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

آب 5°C باید به آب 0°C تبدیل شود یخ -1°C نیز باید به آب صفر درجه سلسیوس تبدیل شود، داریم:

$$\text{یخ } -10^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_2} 0^\circ\text{C} \xleftarrow{Q_1} 0^\circ\text{C} \xleftarrow{Q_3} 5^\circ\text{C} \text{ آب}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow (m_1 c_1 \Delta\theta)_{\text{آب}} + (m_2 c_2 \Delta\theta)_{\text{یخ}} + (m_3 L_F) = 0$$

$$\Rightarrow 0 / 185 \times 4200 \times (-50) + m_2 \times 2100 \times 10 + m_3 \times 336000 = 0$$

$$\Rightarrow 357000 m_2 = 178500 \Rightarrow m_2 = 0 / 5 \text{ kg} = 500 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۲ و ۱۰۶)

۱۲۹- گزینه «۱»

(عبدالرضا امینی نسب)

گرمایی که از کتری برقی به آب می‌رسد، صرف به جوش آوردن و تبخیر آب درون کتری می‌شود. بنابراین داریم:

$$\text{بخار آب } 100^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_2} 100^\circ\text{C} \text{ آب} \xrightarrow{Q_1} 50^\circ\text{C}$$

$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 \Rightarrow \frac{6}{100} (P \cdot t) = Q_1 + Q_2$$

در محاسبه گرمای Q_2 ، دقت کنید که فقط 300 g از آب به بخار تبدیل شده و $m_2 = 300 \text{ g}$ باید در رابطه جای گذاری شود. داریم:

$$\frac{3}{5} \times 2000 \times t = (m_1 c_{\text{آب}} \Delta\theta) + m_2 L_v$$

$$1200t = 0 / 4 \times 4200 \times 50 + 0 / 3 \times 2240000$$

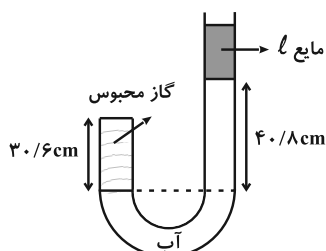
$$1200t = 840000 + 672000 = 1512000 \Rightarrow t = 630 \text{ s}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۱۱)

۱۳۰- گزینه «۲»

(ممدکرامت منشاری)

آب در سمت چپ به اندازه $20 / 4 \text{ cm}$ $20 / 6 - 10 / 2 = 20 / 4 \text{ cm}$ پایین آمده و در نتیجه به اندازه $20 / 4 \text{ cm}$ در سمت راست بالا می‌رود. بنابراین اختلاف ارتفاع سطوح آب در دو طرف برابر $40 / 8 \text{ cm}$ می‌باشد:



$$\begin{cases} P_1 = P_\ell + P_g = P_\ell + 76 \text{ cmHg} \\ T_1 = 77 + 273 = 350 \text{ K} \\ V_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_2 = P_g + P_\ell + P_{\text{آب}} = 76 \text{ cmHg} + P_\ell + P_{\text{آب}} \\ T_2 = 350 \text{ K} + 270 \text{ K} = 620 \text{ K} \\ V_2 = 3V_1 \end{cases}$$

$$\rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h \Rightarrow 1 \times 40 / 8 = 13 / 6 \times h$$

$$\Rightarrow h = 3 \text{ cm} \Rightarrow P_{\text{آب}} = 3 \text{ cmHg} \Rightarrow P_2 = P_\ell + 79 \text{ cmHg}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{V_1}{V_2}$$

$$\Rightarrow \frac{P_\ell + 76}{P_\ell + 79} = \frac{350}{620} \times \frac{1}{3} = \frac{36}{35} \Rightarrow P_\ell = 29 \text{ cmHg}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)



$$\frac{P_1 V_{n,1}}{T_1} = \frac{P_2 V_{n,2}}{T_2} \Rightarrow \frac{1 \times 22 / 4}{273} = \frac{2 \times V_{n,2}}{273 + 546}$$

$$\Rightarrow V_{n,2} = 33 / 6 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\Rightarrow 33 / 6 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} : \text{حجم مولی در شرایط گفته شده}$$

در ادامه شمار مول‌های کربن دی‌اکسید و آب تولید شده بر اثر سوختن کامل ترکیب آلی را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ mol CO}_2 = 16 / 44 \text{ CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{33 / 6 \text{ L CO}_2} = 0.5 \text{ mol CO}_2$$

$$? \text{ mol H}_2\text{O} = 7 / 18 \text{ H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} = \frac{5}{12} \text{ mol H}_2\text{O}$$

در نمونه اولیه از ترکیب آلی اکسیژن دار، ۵ / ۰ مول اتم کربن و ۲ / ۵

یا ۵ / ۶ مول اتم هیدروژن وجود دارد، در نتیجه نسبت مورد نظر برابر است با:

$$\frac{\text{شمار اتم‌های هیدروژن}}{\text{شمار اتم‌های کربن}} = \frac{(\frac{5}{6})}{0.5} = \frac{5}{3}$$

(شیمی ۲- ترکیبی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲ و III)

(هاری مهری زاده)

۱۳۴- گزینه «۴»

موارد اول، دوم و پنجم درست‌اند.

بررسی موارد نادرست:

مورد سوم: با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی در کربوکسیلیک اسیدها، قطبیت مولکول همانند انحلال‌پذیری آن‌ها در آب کاهش و انحلال‌پذیری در حلال ناقطبی افزایش می‌یابد.

مورد چهارم: فورمیک اسید (متانوئیک اسید) نخستین عضو خانواده اسیدهای یک عاملی است که بر اثر گزش مورچه وارد بدن می‌شود، بنابراین در طبیعت نیز یافت می‌شود.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های III تا III۳)

(امیرمسعود حسینی)

۱۳۵- گزینه «۲»

بررسی موارد:

الف) درست؛ در ساختار مولکول ویتامین C، دو پیوند دوگانه و در مولکول استیرن چهار پیوند دوگانه دیده می‌شود.

استیرن: $\text{CH}_2 = \text{CH}$



ب) درست

C: فرمول مولکولی ویتامین C: $\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6$

$$\text{H درصد جرمی} = \frac{8(1)}{6(12) + 8(1) + 6(16)} \times 100 \approx 4.55\%$$

ب) نادرست؛ مصرف بیش از اندازه ویتامین C مشکلی برای بدن ایجاد نمی‌کند؛ زیرا ویتامین C به خوبی در آب حل می‌شود و مقادیر زیاد آن در آب بدن حل شده و دفع می‌شود.

شیمی ۳

۱۳۱- گزینه «۳»

بررسی موارد:

الف) درست

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نفتالن: } \text{C}_{10}\text{H}_8 = 128 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \\ \text{تفاوت جرم مولی: } 44 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \Rightarrow \text{سیکلوگزان: } \text{C}_6\text{H}_{12} = 84 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \end{array} \right.$$

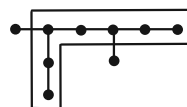
$$\text{جرم مولی پروپان } \text{C}_3\text{H}_8 = 44 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

ب) درست؛ نخستین آلکان دارای یک شاخه فرعی اتیل، ایزومری از هپتان است.



پ) درست؛ گاز مورد استفاده در فندک، بوتان (C_4H_{10}) می‌باشد.

ت) نادرست؛ نام درست آلکان مورد نظر ۳، ۵- دی متیل هپتان است.



ث) نادرست؛ شمار پیوندهای C-C در آلکن‌ها برابر شمار اتم‌های کربن منهای ۲ می‌باشد. بنابراین آلکن مورد نظر C_8H_{16} می‌باشد. فرمول

$$\frac{16}{12} = \frac{4}{3} \neq 2/5$$

مولکولی پنتان C_5H_{12} است.

(شیمی ۲- قدر هدرایی زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۳)

۱۳۲- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

از گاز اتن که اولین عضو خانواده آلکن‌ها است، به عنوان عمل‌آورنده در کشاورزی استفاده می‌شود.

تشریح گزینه «۲»: اگر شمار اتم‌های کربن را m در نظر بگیریم، فرمول عمومی آلکان‌ها به صورت $\text{C}_m\text{H}_{2m+2}$ خواهد بود. حالا اگر شمار اتم‌های هیدروژن را n در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$2m + 2 = n \Rightarrow m = \frac{n-2}{2} \xrightarrow{\text{شمار اتم‌های کربن}} \text{فرمول عمومی: } \text{C}_{\frac{n-2}{2}}\text{H}_n$$

از طرفی شمار پیوندهای کووالانسی در یک آلکان با m اتم کربن، از رابطه $3m + 1$ به دست می‌آید. بنابراین شمار پیوندهای کووالانسی بر حسب n برابر خواهد بود با:

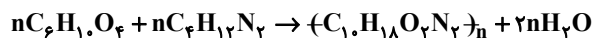
$$3\left(\frac{n-2}{2}\right) + 1 = \frac{3n-6}{2} + \frac{2}{2} = \frac{1}{2}n - 2$$

(شیمی ۲- ترکیبی؛ صفحه‌های ۳۰، ۳۴ و ۱۰۵)

۱۳۳- گزینه «۳»

(یاسر راش)

ابتدا حجم مولی گازها را در شرایط واکنش به دست می‌آوریم: V_n همان حجم مولی است.



? پلی آمید $113\text{g} (\text{C}_{12}\text{H}_{10}\text{O}_2\text{N}_2)_n$

$$\begin{aligned} & \times \frac{1\text{mol} (\text{C}_{12}\text{H}_{10}\text{O}_2\text{N}_2)_n}{226\text{ng} (\text{C}_{12}\text{H}_{10}\text{O}_2\text{N}_2)_n} \times \frac{1\text{mol} \text{C}_6\text{H}_5\text{O}_4}{1\text{mol} (\text{C}_{12}\text{H}_{10}\text{O}_2\text{N}_2)_n} \\ & \times \frac{1\text{mol} (\text{C}_{12}\text{H}_{10}\text{O}_2\text{N}_2)_n}{1\text{mol} \text{C}_6\text{H}_5\text{O}_4} \times \frac{198\text{ng} (\text{C}_{12}\text{H}_{10}\text{O}_2\text{N}_2)_n}{1\text{mol} (\text{C}_{12}\text{H}_{10}\text{O}_2\text{N}_2)_n} \\ & = 99\text{g} (\text{C}_{12}\text{H}_{10}\text{O}_2\text{N}_2)_n \end{aligned}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر: صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۷)

۱۳۸- گزینه «۴»

(سعید تیزرو)

فرمول مولکولی ساختار $\text{C}_{22}\text{H}_{22}\text{O}_7$ است.

H : عدد اکسایش هر

O : عدد اکسایش هر

C : مجموع عدد اکسایش اتم‌های C : $x + 32(+1) + 2(-2) = 0$

$$\Rightarrow x = -28$$

عامل بو و طعم آناناس: اتیل بوتانوات $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_2$ (۲۰ اتم)

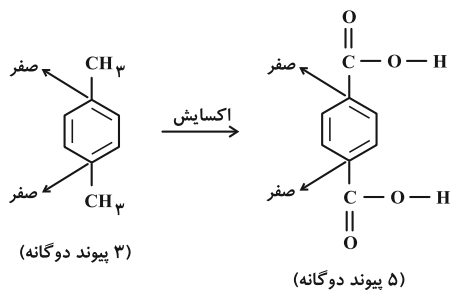
عامل بو و طعم میخک: ۲- هپتانون $\text{C}_7\text{H}_{14}\text{O}$ (۲۲ اتم)

(شیمی ۲- ترکیبی: صفحه‌های ۷۱، ۷۰ و ۷۳)

۱۳۹- گزینه «۳»

(مهمر عظیمیان/زواره)

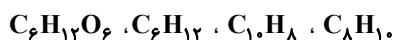
در تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید شمار پیوندهای دوگانه افزایش می‌یابد.



بررسی گزینه‌ها:

(۱) جرم مولی اتیل اتانوات $(\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2)$ و جرم مولی CO_2 به ترتیب برابر ۸۸ و ۴۴ گرم بر مول می‌باشد.

(۲) با توجه به فرمول مولکولی آن‌ها این مجموع برابر ۱۸ می‌باشد.

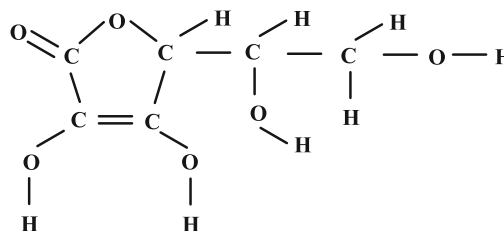


(۴) با توجه به فرمول مولکولی اتیلن گلیکول $(\text{C}_2\text{H}_6\text{O}_2)$ و ترفتالیک اسید $(\text{C}_8\text{H}_6\text{O}_4)$ ، در فرمول مولکولی هر کدام ۶ اتم H وجود دارد و هر کدام دارای دو پیوند $\text{O}-\text{H}$ می‌باشند.

(شیمی ۲- ترکیبی: صفحه‌های ۴۳، ۴۴، ۴۵ و ۴۶)

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه ۱۱۶)

ت) نادرست



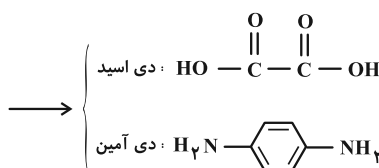
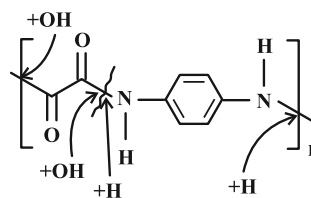
$20 =$ مجموع شمار اتم‌های مولکول ویتامین C

$22 =$ مجموع شمار پیوندهای اشتراکی در مولکول ویتامین C

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر: صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

۱۳۶- گزینه «۳»

(هاری معری/زاده)



در ساختار لوویس دی اسید سازنده آن ۴ اتم اکسیژن وجود دارد که هر اتم اکسیژن دارای ۲ جفت الکترون ناپیوندی است، بنابراین این مولکول دارای ۸ جفت الکترون ناپیوندی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) فرمول مولکولی دی اسید سازنده آن، $\text{C}_6\text{H}_4\text{O}_4$ می‌باشد که مجموعاً دارای ۸ اتم بوده و شمار اتم‌های آن با شمار اتم‌های هیدروژن در نفتالن برابر است.

(۲) در ساختار لوویس هر مولکول از مونومرهای سازنده پلی آمید داده شده، در مجموع ۵ پیوند دوگانه وجود دارد.

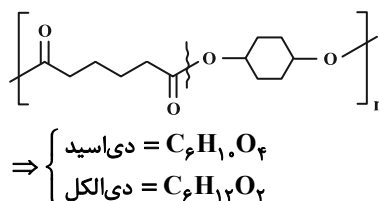
(۴) در ساختار پلی آمید داده شده حلقه بنزن وجود دارد، بنابراین پلی آمیدی آروماتیک است و فرمول مولکولی دی اسید سازنده آن $\text{C}_6\text{H}_4\text{O}_4$ می‌باشد.

(شیمی ۲- ترکیبی: صفحه‌های ۴۳، ۴۴ و ۴۵)

۱۳۷- گزینه «۱»

(هاری معری/زاده)

دی اسید و دی الکل سازنده پلی استر داده شده به صورت زیر است:





با اضافه کردن ۱ مول A، تغییرات به صورت زیر است:

	$2A \rightleftharpoons B + C$		
تبادل اولیه	A	B	C
	۱	۵	۵
تغییرات	$1-2x$	$+x$	$+x$
تبادل ثانویه	$2-2x$	$5+x$	$5+x$

$$25 = \frac{(5+x)^2}{(2-2x)^2} \Rightarrow 5 = \frac{5+x}{2-2x} \Rightarrow 10-10x = 5+x$$

$$\Rightarrow 5 = 11x \Rightarrow x = 0.45$$

$$[C] = 5 + 0.45 = 5.45 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۶)

۱۴۳- گزینه «۳»

(امیرحسین مسلمی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: با توجه به اینکه ضریب استوکیومتری آمونیاک، دو برابر ضریب استوکیومتری نیتروژن است، این عبارت صحیح می‌باشد.

گزینه «۲»: با جابه‌جایی واکنش در جهت رفت، غلظت آمونیاک افزایش می‌یابد. همچنین چون تعادل نمی‌تواند اثر افزایش غلظت هیدروژن را به‌طور کامل جبران کند، غلظت تعادلی گاز هیدروژن نیز افزایش می‌یابد.

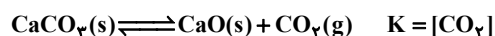
گزینه «۳»: با افزایش حجم سامانه، واکنش در جهت برگشت جابه‌جا خواهد شد. گزینه «۴»: در دمای ثابت، مقدار ثابت تعادل تغییری نمی‌کند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۱۴۴- گزینه «۳»

(یاسر راش)

ثابت تعادل به شکل زیر است:



$$1/2 = \frac{\text{mol } CO_2}{1L} \Rightarrow \text{mol } CO_2 = 1/2 \text{ mol}$$

۲۶/۴ گرم گاز CO_2 برابر ۰/۶ مول CO_2 است، با افزودن ۰/۶ مول CO_2 ، مول CO_2 ، CO_2 ، برابر ۱/۵ (۱/۵ = ۱/۵) می‌شود. برای این که جرم مواد جامد تغییر نکند، حجم نیز باید ۱/۵ برابر شود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۱۴۵- گزینه «۴»

(متین هوشیار)

با افزودن مقداری A به تعادل گزینه «۴»، غلظت تعادلی تمام گونه‌ها افزایش می‌یابد. دقت کنید که با افزودن A، مقداری از آن مصرف می‌شود؛ ولی تعادل نمی‌تواند اثر تغییر اعمال شده را به‌طور کامل جبران کند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹)

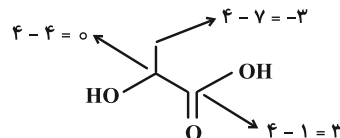
۱۴۰- گزینه «۱»

(سعید تیزرو)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه اول: نادرست؛ دارچین دارای گروه عاملی آلدهیدی است، در حالی که در ساختار A آلدهید وجود ندارد.

گزینه دوم: درست؛ این ساختار به دلیل حضور همزمان عامل اسیدی و الکی می‌تواند برای تولید پلی‌استر به کار رود.



گزینه سوم: از اکسایش پارازایلن (C_8H_{10}) برای تولید ترفتالیک اسید استفاده می‌کنند که در تهیه PET به کار می‌رود. استیرن (C_8H_8) مونومر سازنده پلی‌استیرن است که در تولید ظروف یکبار مصرف به کار می‌رود.

گزینه چهارم: درست؛ ساختار D تنها دارای گروه عاملی آمیدی بوده و دارای ۴ پیوند هیدروژنی است که اگر گروه‌های NH_2 آن با متیل عوض شود به استون تبدیل می‌شود.

(شیمی ۲- ترکیبی: صفحه‌های ۷۱، ۸۴، ۱۰۶ و ۱۱۵)

(شیمی ۳- ترکیبی: صفحه‌های ۵۲ و ۱۱۶)

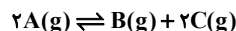
شیمی ۳- پیشروی سریع

۱۴۱- گزینه «۳»

(یاسر راش)

چون تعادل پس از مصرف ۸۰٪ از گاز A برقرار شده است، داریم:

$$\text{مقدار مول A} \begin{cases} \text{مصرفی} = \frac{80}{100} \times 0.16 \text{ mol} \\ \text{باقی‌مانده} = 0.16 - 0.128 = 0.032 \text{ mol} \end{cases}$$



مول اولیه	۰/۸	۰	۰
تغییر مول	$-2x$	$+x$	$+2x$
مول تعادلی	۰/۱۶	۰/۳۲	۰/۶۴

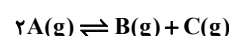
$$K = \frac{0.32 \times (0.64)^2}{(0.16)^2} \Rightarrow K = 2.56 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۰۳ و ۱۰۴)

۱۴۲- گزینه «۴»

(امیرحسین مسلمی)

ابتدا غلظت اولیه A را به دست می‌آوریم:



$$K = \frac{[B][C]}{[A]^2} \Rightarrow 25 = \frac{5 \times 5}{[A]^2} \Rightarrow [A] = 1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$



۱۴۶ - گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)



مول اولیه	a	۰	۰
تغییرات مول	-x	+x	+x
مول لحظه تعادل	a-x	x	x

$$x = \text{mol Cl}_2 = \frac{71}{71} = 1 \text{ mol}$$

$$K = \frac{[\text{PCl}_3][\text{Cl}_2]}{[\text{PCl}_5]} \Rightarrow 1 = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}}{\frac{a-1}{4}} \Rightarrow \frac{a-1}{4} = \frac{1}{16} \Rightarrow a = \frac{5}{4} = 1.25 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow a = \frac{5}{4} = 1.25 \text{ mol}$$

با افزایش فشار (کاهش حجم)، تعادل به سمت مول گازی کمتر جابه‌جا می‌شود. یعنی در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۱۴۷ - گزینه «۳»

(ممیر زبئی)

همه عبارت‌ها درست‌اند؛

عبارت اول: درست. اگر واکنش برگشت‌پذیر در یک سامانه بسته انجام شود و واکنش‌های رفت و برگشت هم‌زمان رخ بدهد، واکنش تعادلی خواهد بود.

عبارت دوم: درست.

$$K = \frac{[C]^r}{[A] \times [B]} = \frac{\left(\frac{n_C}{V}\right)^r}{\frac{n_A}{V} \times \frac{n_B}{V}} = \frac{n_C^r}{n_A \times n_B}$$

عبارت سوم: درست.

عبارت چهارم: درست. با کاهش حجم ظرف واکنش، غلظت همه مواد افزایش می‌یابد و تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹)

۱۴۸ - گزینه «۲»

(محمدرضا پورجاوید)

با افزایش دما، در واکنش گفته شده واکنش در جهت مصرف گرما پیش می‌رود. بنابراین در جهت راست جابه‌جا خواهد شد. از طرفی افزایش دما باعث افزایش سرعت واکنش در هر دو جهت رفت و برگشت خواهد شد.

با افزایش دما و پیشرفت واکنش در جهت رفت، مقدار ثابت تعادل افزایش می‌یابد. از طرفی هرچند مقدار COCl_2 کاهش می‌یابد، اما مقدار گازهای CO و Cl_2 افزایش یافته و در مجموع مقدار گازهای موجود در ظرف افزایش پیدا می‌کند.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۰۹)

۱۴۹ - گزینه «۲»

(محمدرضا پورجاوید)

واکنش تولید آمونیاک ($\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NH}_3(\text{g})$) یک فرایند گرماده (و نه گرماگیر) است که با تغییر غلظت، فشار و دما می‌توان جهت پیشرفت آن را تغییر داد.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۰۶، ۱۰۷، ۱۰۹ و ۱۱۰)

۱۵۰ - گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

عبارت‌های «ب» و «پ» و «ت» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست، چون با کاهش دما از 637°C تا 437°C ، ثابت تعادل افزایش یافته است، لذا واکنش گرماده بوده است؛



واکنش فرضی

کاهش دما $\leftarrow$ پیشرفت تعادل در جهت تولید $\text{Q} \leftarrow$ در جهت رفت $\leftarrow$ افزایش K
ب) نادرست، در فرایند هابر در شرایط بهینه، ۲۸ درصد مولی از مخلوط تعادلی را آمونیاک تشکیل می‌دهد.

پ) نادرست، با کاهش حجم ظرف تعادل به سمت مول گازی کمتر جابه‌جا شده که در جهت برگشت می‌باشد.

ت) نادرست، چون با افزایش دما تعادل به سمت راست جابه‌جا شده (رفت) پس واکنش گرماگیر می‌باشد؛ زیرا با افزایش دما تعادل در جهت مصرف Q جابه‌جا می‌شود و با کاهش فشار (افزایش حجم) تعادل به سمت مول

گازی بیشتر جابه‌جا می‌شود. یعنی $a < b$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۰)



شیمی ۲

۱۵۱- گزینه «۴»

(مفسر مبنوی)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: مطابق متن کتاب درسی محیط سرد، خشک و تاریک مناسب‌تر از محیط گرم، مرطوب و روشن است.

گزینه «۲»: نیتروژن واکنش‌پذیری کمی دارد و سبب فساد مواد غذایی نمی‌شود.

گزینه «۳»: با پودر شدن مواد غذایی سطح تماس آن‌ها با اکسیژن هوا زیاد می‌شود و زودتر فاسد می‌شوند.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

۱۵۲- گزینه «۴»

(مفسر عظیمیان زواره)

(آ درست)

(ب درست)

(پ) نادرست- در انفجار مقدار کمی ماده منفجر شونده به حالت جامد یا مایع، حجم زیادی از گازهای داغ را تولید می‌کند.

(ت) نادرست- الیاف آهن داغ و سرخ شده در هوا نمی‌سوزد، در حالی که همان مقدار الیاف آهن داغ و سرخ شده در یک ارلن پر از اکسیژن می‌سوزد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۹، ۸۰ و ۸۳)

۱۵۳- گزینه «۱»

(امیرمسعود حسینی)

تنها در مورد (پ) به دلیل افزایش دما، سرعت واکنش افزایش می‌یابد.

بررسی موارد نادرست:

(آ) به دلیل کاهش غلظت نهایی محلول هیدروکلریک اسید، سرعت واکنش کاهش می‌یابد.

$$M_{\text{نهایی}} = \frac{M_1 V_1 + M_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

$$\Rightarrow M_{\text{نهایی}} = \frac{1 \times 0.03 + 0.5 \times 0.02}{0.03 + 0.02} = 0.8 M$$

(ب) به دلیل آنکه غلظت اسید ثابت و همچنان برابر ۱ مولار است، سرعت واکنش تغییر نمی‌کند.

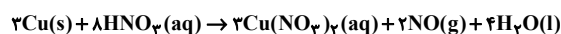
(ت) ایزوتوپ‌ها خواص شیمیایی مشابهی دارند؛ بنابراین تغییر ایزوتوپ تأثیری بر سرعت واکنش ندارد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۲ و ۸۳)

۱۵۴- گزینه «۴»

(پیمان فواوی مجر)

معادله واکنش پس از موازنه به صورت زیر درمی‌آید:



$$12\text{g} = 20.5 - 21.7 = 12\text{g}$$

$$12\text{g NO} \times \frac{1\text{mol NO}}{30\text{g NO}} \times \frac{8\text{mol HNO}_3}{2\text{mol NO}} = 1.6\text{mol HNO}_3$$

$$\bar{R}(\text{HNO}_3) = \frac{1.6\text{mol}}{\left(\frac{15}{60}\right)\text{min}} = 0.64\text{mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰)

۱۵۵- گزینه «۲»

(محمدرضا پوریاویر)

تعداد مول اولیه N_2O_5 و مجموع تعداد مول‌های کل مواد موجود در ظرف پس از گذشت ۵۰ ثانیه عبارتند از:

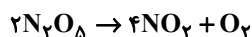
$$\text{N}_2\text{O}_5 \text{ مولکول } 48 / 16 \times 10^{22} = \text{مول } \text{N}_2\text{O}_5 \text{ اولیه}$$

$$\times \frac{1\text{mol N}_2\text{O}_5}{6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ مولکول N}_2\text{O}_5} = 0.8\text{mol N}_2\text{O}_5$$

$$\times \frac{1\text{mol}}{6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ مولکول}} = 0.22\text{mol} \times 10^{22} / 22 \times 66 = \text{مول مخلوط نهایی}$$

$$= 1 / 1\text{mol}$$

با توجه به معادله موازنه شده این واکنش می‌توان گفت:



$$\text{مول اولیه} : 0 / 8 \quad 0 \quad 0$$

$$\text{تغییرمول} : -2x \quad +4x \quad +x$$

$$\text{مول نهایی} : 0 / 8 - 2x \quad 4x \quad x$$

از آنجا که تعداد مول نهایی گازها پس از ۵۰ ثانیه برابر با ۱/۱ مول بوده است، خواهیم داشت:

$$\text{تعداد مول نهایی} = (0 / 8 - 2x) + 4x + x = 1 / 1$$

$$\Rightarrow 3x = 0 / 3 \Rightarrow x = 0 / 1\text{mol}$$



$$= \frac{3}{28} \text{ mol POCl}_3$$

$$\frac{\frac{3}{28} \text{ mol POCl}_3}{\frac{15}{60} \text{ min}} = \frac{3}{7} \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۳)

(سعید تیزرو)

گزینه «۴» ۱۵۹-

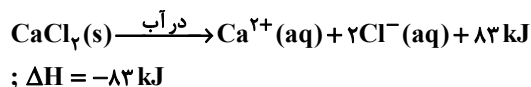
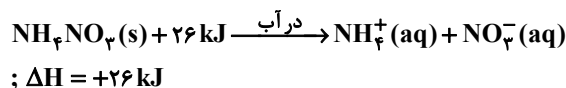
مطابق متن کتاب درسی، سهم تولید گاز CO_2 در ردپای غذا به مراتب بیشتر از سوختن سوخت‌ها در خودروها، کارخانه‌ها و ... است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۹۳ و ۹۵)

(یاسر راش)

گزینه «۴» ۱۶۰-

با توجه به تمرین‌های دوره‌ای پایان فصل ۲ کتاب درسی، معادله‌های ترموشیمیایی را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:



حالا حساب می‌کنیم که به ازای انحلال نمک‌ها، چه مقدار گرما و چگونه مبادله می‌شود:

$$\frac{8/88 \text{ g NH}_4\text{NO}_3}{1 \times 80 \text{ g NH}_4\text{NO}_3} = \frac{q_1 \text{ kJ}}{+26} \Rightarrow q_1 = +2/886 \text{ kJ} > 0$$

$$\frac{8/88 \text{ g CaCl}_2}{1 \times 111 \text{ g CaCl}_2} = \frac{q_2 \text{ kJ}}{-83} \Rightarrow q_2 = -6/64 \text{ kJ} < 0$$

بنابراین از آن جایی که $|q_2| > |q_1|$ ، میزان گرمایی که آزاد می‌شود، بیشتر از میزان گرمایی است که جذب می‌شود، در نتیجه به طور کلی دمای آب «افزایش» می‌یابد.

مقدار گرمایی که موجب افزایش دمای آب می‌شود، برابر است با:

$$\Delta H_T = q_1 + q_2 = 2/886 - 6/64 = -3/754 \text{ kJ}$$

از طرفی جرم محلول پس از انحلال نمک‌ها در آن برابر خواهد بود با:

$$m_T = 100 + m_1 + m_2 = 100 + 8/88 + 8/88 = 117/76 \text{ g}$$

در نهایت با استفاده از رابطه: $Q = mc\Delta\theta$ می‌توان نوشت:

$$3/754 \times 10^3 = 117/76 \times 4 \times \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{3754}{117/76 \times 4} = \frac{2800}{120 \times 4} = \frac{190}{24}$$

$$\approx 7/91^\circ \text{C} \xrightarrow{\text{گزینه‌ها}} \text{A} \quad \boxed{\text{X}} / \boxed{\text{B}} / \boxed{\text{C}} / \boxed{\text{D}}$$

(شیمی ۲- صفحه ۹۶)

به این ترتیب ۵۰ ثانیه پس از آغاز واکنش، ۰/۱ مول گاز O_2 تولید شده است و سرعت تولید آن برحسب $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ عبارت است از:

$$\bar{R}_{\text{O}_2} = \frac{\Delta[\text{O}_2]}{\Delta t} = \frac{\frac{\Delta x(\text{O}_2)}{V}}{\Delta t} = \frac{0/1 \text{ mol}}{\frac{50}{60} \text{ min}} = 0/02 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

(محمدرضا یمشیری)

گزینه «۳» ۱۵۶-

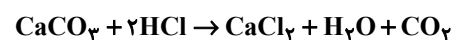
بررسی گزینه نادرست:

رادیکال‌ها گونه‌هایی فعال و ناپایدار هستند.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۸ تا ۹۲)

(رسول عابدینی زواره)

گزینه «۴» ۱۵۷-



نمودار مربوط به تغییرات حجم گاز CO_2 است.

$$\bar{R}(\text{CO}_2) = \frac{784 \text{ mL CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{22400 \text{ mL CO}_2}}{50 \text{ s}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 0/042 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\frac{\bar{R}(\text{HCl})}{2} = \frac{\bar{R}(\text{CO}_2)}{1} \Rightarrow \frac{\bar{R}(\text{HCl})}{2} = \frac{0/042 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}}{1}$$

$$\Rightarrow \bar{R}(\text{HCl}) = 0/084 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$? \text{ g CaCO}_3 = 784 \text{ mL CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{22400 \text{ mL CO}_2} \times$$

$$\frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{100 \text{ g CaCO}_3}{1 \text{ mol CaCO}_3} = 3/5 \text{ g CaCO}_3$$

$$\text{جرم ماده خالص} = \frac{\text{جرم ماده ناخالص}}{x} \times 100 \Rightarrow 70 = \frac{3/5}{x} \times 100$$

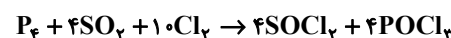
$$\Rightarrow x = 5 \text{ g ناخالص}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۸ تا ۹۲)

(امیرعلی بیات)

گزینه «۴» ۱۵۸-

موازنه واکنش به روش وارسی:



$$8/4 \text{ L}(\text{SO}_2, \text{Cl}_2) \times \frac{1 \text{ mol gas}}{22/4 \text{ L gas}} \times \frac{4 \text{ mol POCl}_3}{14 \text{ mol gas}}$$



شیمی ۱

۱۶۱- گزینه «۴»

(یاسر راش)

با ۲ برابر شدن حجم ظرف، فشار سامانه نصف شده و با دو برابر کردن دمای سامانه در مقیاس درجه کلوین، فشار سامانه مجدد به فشار اولیه (قبل از اعمال تغییرات) باز می‌گردد.

$$\begin{cases} \frac{V_2}{V_1} = 2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 0.5 \\ \frac{T_2(K)}{T_1(K)} = 2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 2 \end{cases} \Rightarrow 2 \times 0.5 = 1 \Rightarrow \text{فشار ثابت باقی می‌ماند.}$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۱۶۲- گزینه «۲»

(امیرمهر کلکمرانی)

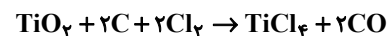
$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \xrightarrow{\text{فشار ثابت}} \frac{V_1}{n_1 \times 318/5} = \frac{1/5 V_1}{n_2 \times 364}$$

$$\Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{\frac{1}{5} \times 273 \times 1/5}{\frac{4}{3} \times 273} = \frac{21}{16} = \frac{16}{16} + \frac{5}{16} \Rightarrow \frac{5}{16}$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۱۶۳- گزینه «۲»

(رسول عابرینی زواره)



در واکنش فوق TiO_2 در واکنش‌دهنده‌ها یک ترکیب است و در بین فراورده‌ها، مولکول CO از نوع قطبی می‌باشد.

$$? \text{ mLCO} = 7/5 \text{ gTiO}_2 \times \frac{1 \text{ mol TiO}_2}{80 \text{ g TiO}_2} \times \frac{2 \text{ mol CO}}{1 \text{ mol TiO}_2}$$

$$\times \frac{22400 \text{ mLCO}}{1 \text{ molCO}} = 4200 \text{ mLCO}$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

۱۶۴- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

N_2 و H_2 حتی در حضور جرقه هم واکنش نشان نمی‌دهند، برای انجام این واکنش دمای 450°C و فشار 200 atm و کاتالیزور آهن نیاز است. H_2 و O_2 در حضور جرقه و یا کاتالیزور پلاتین، آب تولید می‌کنند. N_2 و O_2 در موتور خودروها و یا رعد و برق که دما خیلی بالاست، واکنش می‌دهند. NO_2 و O_2 در حضور نور خورشید واکنش داده و NO و O_3 تروپوسفری را تولید می‌کنند.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۵، ۸۱ و ۸۲)

۱۶۵- گزینه «۲»

(امیرعلی بیات)

$$151/2 \text{ g } (\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7 \times \frac{1 \text{ mol } (\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7}{252 \text{ g } (\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7} \times \frac{2 \text{ mol NH}_4^+}{1 \text{ mol } (\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7} \times \frac{18 \text{ g NH}_4^+}{1 \text{ mol NH}_4^+} = 21/6 \text{ g NH}_4^+$$

با توجه به چگالی می‌دانیم جرم محلول تقریباً همان جرم حلال و برابر با ۴۰۰۰g است:

$$\text{ppm} \approx \frac{21/6 \text{ g NH}_4^+}{4000 \text{ g محلول}} \times 10^6 = 5400$$

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی؛ صفحه‌های ۸۹ تا ۹۵)

۱۶۶- گزینه «۱»

(مهمر عظیمیان زواره)

(آ درست

(ب) نادرست - ضد یخ محلول اتیلن گلیکول در آب است!

(پ) نادرست - در هر ۱۰۰ گرم از آب دریای مرده حدود ۲۷ گرم انواع

نمک‌ها وجود دارد.



ت) درست

ث) درست

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۱۶۷- گزینه «۱»

(مفهم عظیمیان زواره)

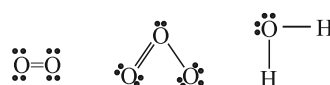
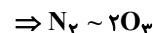
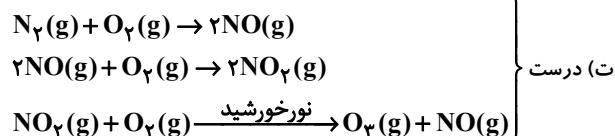
آ) درست- سوخت سبز سوختی است که در ساختار خود افزون بر کربن و

هیدروژن (نخستین عنصر جدول دوره‌ای) اکسیژن (نخستین عنصر گروه ۱۶)

را نیز دارد.

ب) درست

پ) درست



ث) درست

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳ و ۷۵)

۱۶۸- گزینه «۲»

(امیرمسعود فسینی)

اگر دمای مخلوطی از اوزون و اکسیژن مایع را افزایش دهیم، ابتدا

مولکول‌های اکسیژن از مخلوط جدا می‌شوند، زیرا اکسیژن نسبت به اوزون

نقطه جوش پایین‌تری دارد. (O_۲ نسبت به O_۳ واکنش‌پذیری کمتری

دارد.)

بررسی عبارات نادرست:

گزینه «۱»: مولکول‌های اوزون به صورت خمیده (V شکل) هستند.

گزینه «۳»: اکسیژن مایع آبی کم‌رنگ و اوزون مایع، آبی تیره است. اگر

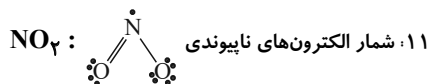
واکنش $3\text{O}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{O}_3(\text{g})$ تنها در جهت برگشت (تشکیل O_۳)

انجام شود، فاجعه‌ای که رخ می‌داد این بود که پس از مدتی تمام O_۲

موجود در هواکره از بین می‌رفت.

گزینه «۴»: از آنجا که گاز NO_۲ به رنگ قهوه‌ای است، هوای آلوده

کلان‌شهرها به رنگ قهوه‌ای روشن دیده می‌شود.



(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۶۹- گزینه «۴»

(مفهم رضا پورفاویر)

در ابتدا لازم است که جرم منیزیم نیترات موجود در محلول اولیه را محاسبه

کنیم:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 500 = \frac{\text{جرم } \text{Mg}(\text{NO}_3)_2}{2\text{kg}} \times 10^6$$

$$\Rightarrow \text{جرم } \text{Mg}(\text{NO}_3)_2 = \frac{500 \times 2}{10^6} = 10^{-3} \text{ kg}$$

حال فرض کنیم با افزودن x کیلوگرم آب به این محلول، جرم محلول نهایی

برابر با x + ۲ کیلوگرم شده است. به این ترتیب با توجه به محلول نهایی

می‌توان نوشت:

$$400 = \frac{10^{-3}}{2+x} \times 10^6 \Rightarrow 800 + 400x = 1000 \Rightarrow x = 0.5 \text{ kg}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

۱۷۰- گزینه «۳»

(سعید تیزرو)

$$\text{درصد جرمی قند در نوشابه} = \frac{30 \times 4}{1500 + 30 \times 4} = 1500 \text{ گرمی}$$

$$= \frac{10 \times 4}{320 + x + 10 \times 4} \Rightarrow x = 180 \text{ g}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۶ تا ۹۷)



دفترچه پاسخ فرهنگیان

(تعلیم و تربیت اسلامی و هوش و استعداد)

۱۰ اسفند ماه ۱۴۰۳

ریاضی و فیزیک، علوم تجربی و فنی و حرفه‌ای / کار دانش

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳



تعلیم و تربیت اسلامی

۲۵۱- گزینه ۱

(عباس سیرشبستری)

نوشیدن شراب، چه کم و چه زیاد حرام است و در زمرة بزرگ‌ترین گناهان شمرده شده است.

(دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۲۷)

۲۵۲- گزینه ۴

(محمدرضایی بقا)

امام صادق (ع)، شرط پذیرفته‌شدن نماز را دوری از گناه معرفی می‌نماید و می‌فرماید: «هر کس می‌خواهد بداند آیا نمازش پذیرفته شده یا نه، باید ببیند که نماز، او را از گناه و زشتی بازداشته است یا نه ...» موضوع دوری از گناه در عبارت قرآنی «تنهی عن الفحشاء والمنکر» به آن اشاره شده است.

(دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۱۲۴ و ۱۲۵)

۲۵۳- گزینه ۴

(یاسین ساعری)

توجه به حضور خدا در زندگی و نظارت او بر اعمال، موجب می‌شود تا انسان دست به هر کاری نزند و از گناهان دوری کند.

(دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه‌های ۱۲۴ و ۱۲۵)

۲۵۴- گزینه ۲

(عباس سیرشبستری)

برخی از نجاسات عبارت‌اند از: مردار انسان و هر حیوانی که خون جهنده دارد (پس اگر خون جهنده نداشته باشد، نجس نیست)، خون انسان و هر حیوانی که خون جهنده دارد و سگ و خوک، زنده و مرده آن‌ها نجس است.

(دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۱۲۶)

۲۵۵- گزینه ۱

(محمدرضایی بقا)

انسان باتقوا، می‌کوشد روزه‌روز بر توانمندی خود بیفزاید تا اگر در شرایط گناه و معصیت قرار گرفت، آن قوت و نیرو او را حفظ کند و از آلودگی نکه دارد.

(دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۱۲۳)

۲۵۶- گزینه ۳

(عباس سیرشبستری)

آیه واجب‌شدن روزه: «یا ایها الذین آمنوا کتب علیکم الصیام کما کتب علی الذین من قبلکم لعلکم تتقون».

آیه واجب‌شدن نماز: «و اقم الصلوة إن الصلوة تنهی عن الفحشاء والمنکر و لذكر الله اکبر و الله یعلم ما تصنعون»

(دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه‌های ۱۲۴ و ۱۲۹)

۲۵۷- گزینه ۱

(یاسین ساعری)

با تکرار درست آن‌چه در نماز می‌گوییم و انجام می‌دهیم، به‌تدریج چنان تسلطی بر خود می‌یابیم که می‌توانیم در برابر منکرات بایستیم و از انجامشان خودداری کنیم.

(دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۱۲۵)

۲۵۸- گزینه ۴

(عباس سیرشبستری)

پیامبر (ص) می‌فرماید: «برای دختران و پسران خود، امکان ازدواج فراهم کنید تا خداوند اخلاقشان را نیکو کند و در رزق و روزی آن‌ها توسعه دهد و عفاف و غیرت آن‌ها را زیاد گرداند».

(دین و زندگی، پیونر مقرر، صفحه ۱۵۶)

۲۵۹- گزینه ۲

(محمدرضایی بقا)

تفاوت‌های میان زن و مرد به جهت وظایف مختلفی است که خالق حکیم بر عهده هر یک از زن و شوهر نهاده است تا هر کدام از آن‌ها بتوانند در زندگی مشترک و خانوادگی، نقش‌های خاصی را بر عهده بگیرند و یک خانواده متعادل را پدید آورند. به طور مثال توانمندی عاطفی بالای زنان و قدرت جسمی بیشتر مردان برای آن است که زن با محبت مادری، فرزندان را رشد دهد و مرد با کارکردن نان‌آور خانواده باشد.

(دین و زندگی، پیونر مقرر، صفحه ۱۵۱)

۲۶۰- گزینه ۳

(عباس سیرشبستری)

از نظر قرآن کریم، مهم‌ترین معیار همسر شایسته، باایمان‌بودن اوست. رشد و پرورش فرزندان از اهداف ازدواج است؛ خانواده بستر رشد و بالندگی فرزندان است. خداوند، احترام و اطاعت از والدین را هم‌ردیف طاعت و عبودیت خود قرار داده است.

(دین و زندگی، پیونر مقرر، صفحه‌های ۱۵۳ و ۱۵۴)



۲۶۱- گزینه «۱»

(مفسر رضایی‌نقا)

طبق آیه شریفه «و من آیاته ان خلق لکم من انفسکم ازواجاً لتسکنوا الیها و جعل بینکم مودة و رحمة...» ویژگی‌های لازم برای آرامش در خانواده، مودت و رحمت است.

(دین و زندگی ۲، پیوتر مقرر، صفحه ۱۴۹)

۲۶۲- گزینه «۳»

(عباس سیرشستر)

در هدف رشد و پرورش فرزندان، خانواده بستر رشد و بالندگی فرزندان دانسته شده و هیچ نهادی نمی‌تواند جایگزین آن شود. رشد اخلاقی و معنوی: پسر و دختر جوان با تشکیل خانواده، از همان ابتدا زمینه‌های فساد را از خود دور می‌کنند.

(دین و زندگی ۲، پیوتر مقرر، صفحه ۱۵۳)

۲۶۳- گزینه «۳»

(یاسین ساعری)

تشریح گزینه نادرست:

آمادگی برای ازدواج، نیازمند دو بلوغ است؛ یکی بلوغ جنسی و دیگری بلوغ عقلی و فکری که مدتی پس از بلوغ جنسی فرامی‌رسد.

(دین و زندگی ۲، پیوتر مقرر، صفحه‌های ۱۵۵ و ۱۵۶)

۲۶۴- گزینه «۲»

(مرتضی مفسنی‌کبیر)

عده‌ای که تن به کار نمی‌دهند، زیر بار مسئولیت نمی‌روند و پیشرفت‌های کشور خود را نمی‌بینند، اما فقط زبان به مدح کشورهای غربی می‌گشایند و کشور پیشرفته‌ای را بدون کار و وجدان کاری انتظار می‌کشند، خیال‌گرا هستند. (واقع‌گرا بودن معلم)

در هیچ زمانی این قدر حقوق‌دان زیاد نبوده و دانشکده‌های حقوق توسعه نداشته؛ اما در هیچ زمانی مثل الآن، حقوق بشر تا این اندازه ضایع نشده است؛ این بدان خاطر است که علم حقوق، وجود دارد، ولی وجدان و بصیرت و شهامت وجود ندارد.

(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۲۶۵- گزینه «۳»

(مرتضی مفسنی‌کبیر)

موارد «الف» و «د» صحیح هستند.

مورد «ب»: در قرآن می‌خوانیم که حضرت ابراهیم (ع) از خدا نام نیک خواست: «و اجعل لی لسان صدق فی الآخرين»

مورد «ج»: در صورتی که معلم و استاد شناخته‌شده باشند، کمتر مورد انکار قرار می‌گیرند. «ام لم یعرفوا رسولهم فهم له منکرون: یا این که پیامبرشان را شناختند او از سوابق او آگاه نیستند». پس برای همین او را انکار می‌کنند.

(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحه ۵۶)

۲۶۶- گزینه «۱»

(یاسین ساعری)

پیامبر اکرم (ص) اسوه اخلاق بودند؛ تا جایی که خداوند متعال در میان صفات و ویژگی‌های آن حضرت بر خلق ایشان تأکید کرده و آن را عظیم خوانده است. «وَ إِنَّكَ لَعَلَىٰ خُلُقٍ عَظِيمٍ: و حقا که تو بر اخلاق بزرگی استواری.»

شرط قبول عبادات در اسلام، طهارت است.

(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۲۶۷- گزینه «۳»

(مرتضی مفسنی‌کبیر)

خدای تعالی در قرآن با تندترین کلمات از عموی پیامبر (ص) یاد کرده است: «تَبَّتْ یَدَا اَبی لَهَبٍ وَ تَبَّ: بریده باد دو دست ابولهب و نابود باد.»
استادی موفق است که مخاطبین، او را عادل بدانند و ضوابط را فدای روابط و دوستی‌ها نکند.

(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

۲۶۸- گزینه «۲»

(مرتضی مفسنی‌کبیر)

فرد باید به پست و مقام وابسته نباشد. این نحو از مدیریت، از اصول منحصربه‌فرد اسلام است که هر کس، حتی انبیا (ع)، آمادگی تفویض مسئولیت را به دیگری داشته باشند و از همان روز نصب، عزل خود را پیش‌بینی کنند.

(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحه ۵۷)

۲۶۹- گزینه «۴»

(یاسین ساعری)

امام باقر (ع) فرمودند: «کسی که از عدالت سخن بگوید ولی عادل نباشد، سخت‌ترین حسرت را در قیامت خواهد داشت.»

(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحه ۵۲)

۲۷۰- گزینه «۲»

(مرتضی مفسنی‌کبیر)

داشتن عزم در سه آیه از قرآن کریم، کلید موفقیت معرفی شده و در هر سه آیه، صبر، نشانه عزم دانسته شده است.

(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحه ۶۶)

استعداد تحلیلی

۲۷۱- گزینه ۲»

(ممدیر اصفهانی)

«ترازی» همخوانده‌ی «رضایت» است، متن از معامله‌هایی صحبت می‌کند که توافقی در آن‌ها نیست.

(هوش کلامی)

۲۷۲- گزینه ۳»

(ممدیر اصفهانی)

متن از معیارهای سنجش صحت و سلامت عقل موصی و الزامات احراز نادرستی بیان سخنی نگفته است.

(هوش کلامی)

۲۷۳- گزینه ۲»

(ممدیر اصفهانی)

بخش نخست از لزوم رفع نادرستی بیان صحبت می‌کند و بخش دوم از نتیجه‌ی آن.

(هوش کلامی)

۲۷۴- گزینه ۳»

(ممدیر اصفهانی)

متن به وضوح از بطلان معامله‌ای که با اشتباه اراده و تراضی رخ داده است صحبت می‌کند.

(هوش کلامی)

۲۷۵- گزینه ۳»

(کتاب آبی استعداد تحلیلی هوش کلامی)

طبق متن صورت سؤال، «فیلو» به معنای «دوست‌داری» و «سوفیا» به معنای «دانایی» است. پس واژه «فلسفه» یا همان «فیلسوفیا» به معنای «دوست‌داری دانایی»، به معنای «علم‌دوستی» است.

(هوش کلامی)

۲۷۶- گزینه ۴»

(کتاب آبی استعداد تحلیلی هوش کلامی)

از عبارت «امروزه فلسفه در همه علوم دیده می‌شود» نمی‌توان نتیجه گرفت «استادان فلسفه، به همه علوم روز دیگر تسلط کامل دارند.» به دیگر موارد در متن صورت سؤال اشاره شده است.

(هوش کلامی)

۲۷۷- گزینه ۱»

(کتاب آبی استعداد تحلیلی هوش کلامی)

نویسنده متن، فلسفه را علمی «همیشگی» می‌داند، بر این اساس که در هر عصری بر اساس پیشرفت علوم مختلف، پاسخ‌های گوناگونی به پرسش‌های مربوط به آن علوم داده می‌شود، یعنی پاسخ آن به پرسش‌هایش، همواره در حال تغییر است.

(هوش کلامی)

۲۷۸- گزینه ۱»

(ممدیر وکیل خراهرانی)

داده‌های سؤال را در جدول نمایش می‌دهیم.

مریم	زهره	فاطمه	حدیث
کت	آبی	سفید	
دامن		سفید	سیاه
شال	سفید	قرمز	
کفش	قرمز	آبی	سفید

حال داده‌ها را بررسی و جدول را کامل تر می‌کنیم.

چون هر شخص از هر چهار رنگ پوششی دارد، کت فاطمه قطعاً سیاه است. یا همین گزاره کت و شال حدیث هم آبی و قرمز است. ولی می‌دانیم کت آبی نیست، پس شال او آبی و کت او قرمز است. دامن مریم هم رنگ کت حدیث است، پس آن هم قرمز است و کفش او باید سیاه باشد. ولی دامن و شال زهره ممکن است آبی یا سیاه باشند. بر این اساس شال حدیث و کت مریم هر دو آبی است.

مریم	زهره	فاطمه	حدیث
کت	آبی	سیاه	قرمز
دامن	قرمز	سفید	سیاه
شال	سفید	قرمز	آبی
کفش	سیاه	قرمز	سفید

(منطقی و ریاضی)

۲۷۹- گزینه ۳»

(ممدیر وکیل خراهرانی)

طبق پاسخ قبلی، دامن مریم و شال فاطمه هر دو قرمز است.

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۸۰- گزینه ۲»

(ممدیر وکیل خراهرانی)

طبق پاسخ‌های قبلی، رنگ دامن و شال زهره ممکن است آبی یا سیاه باشد.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۱- گزینه ۴»

(ممدیر وکیل خراهرانی)

طبق پاسخ‌های قبلی کت فاطمه سیاه و کت حدیث قرمز است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۲- گزینه ۴»

(فاطمه راسخ)

از هر ده مهره، چهار مهره هم‌رنگ خواهد بود، پس حتی اگر شش مهره دیگر هر کدام رنگ جداگانه دیگری داشته باشند، حداکثر مجموعاً هفت رنگ در مهره‌ها وجود خواهد داشت.

(هوش منطقی ریاضی)



گزینه «۳» - ۲۸۳

(فاطمه راسخ)

$$\frac{90}{100} \times \text{الف} = \frac{120}{100} \times \text{ب}$$

$$\text{ب} = 25\% \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{اختلاف} = \frac{3}{4} \Rightarrow \text{الف} = \frac{3}{4}$$

(هوش منطقی ریاضی)

گزینه «۴» - ۲۸۴

(فاطمه راسخ)

مریم در هر یک ساعت $\frac{1}{16}$ از دیوار را رنگ می‌کند و زهرا در یک ساعت

$\frac{1}{24}$. اگر فرض کنیم فاطمه در یک ساعت $\frac{1}{x}$ از دیوار را رنگ کند، با

دانستن این که هر سه نفر با هم در هر ساعت $\frac{1}{8}$ دیوار را رنگ می‌کنند،

داریم:

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{24} + \frac{1}{x} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{48} + \frac{2}{48} + \frac{1}{x} = \frac{6}{48}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{6}{48} - \frac{5}{48} = \frac{1}{48} \Rightarrow x = 48$$

(هوش منطقی ریاضی)

گزینه «۱» - ۲۸۵

(غرزاد شیرمهمبر)

در الگوی صورت سؤال، بزرگترین شمارنده مشترک چهار عدد دو بیضی در فضای مشترک آن‌ها نوشته شده است.

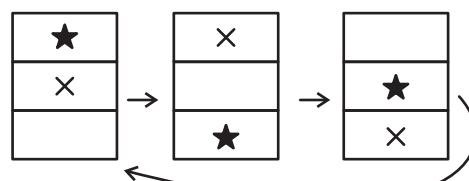
در شکل پایانی نیز اعداد ۸۵، ۱۳۶، ۱۵۳ و ۲۲۱ همگی بر ۱۷ بخشپذیرند. پس به جای علامت سؤال باید عدد ۱۷ قرار گیرد.

(هوش منطقی ریاضی)

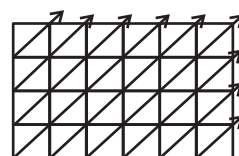
گزینه «۴» - ۲۸۶

(فاطمه راسخ)

طرح‌های زیر در الگوی صورت سؤال در ستون‌ها در حرکتند:



دیگر طرح‌ها، پیوستگی قطری دارند و البته تغییر رنگ می‌دهند:



(هوش غیرکلامی)

گزینه «۴» - ۲۸۷

(هاری زمانیان)

در مربع بزرگ الگوی صورت سؤال، شانزده مربع کوچکتر هست و هر مربع از شانزده مربع کوچکتر تشکیل شده است که یکی از آن‌ها در مربع‌های شماره‌گذاری شده، با ترتیب زیر جابه‌جا می‌شود:

۱	۲	۳	۴
۱۲	۱۳	۱۴	۵
۱۱	۱۶	۱۵	۶
۱۰	۹	۸	۷

۱۰	۱۱	۱۲	۱
۹	۱۶	۱۳	۲
۸	۱۵	۱۴	۳
۷	۶	۵	۴

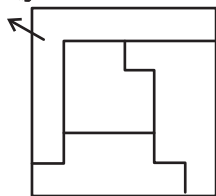
(هوش غیرکلامی)

گزینه «۲» - ۲۸۸

(فاطمه راسخ)

شکل مدنظر:

گزینه «۲»



(هوش غیرکلامی)

گزینه «۴» - ۲۸۹

(کتاب آبی استعدادتعلیمی هوش غیرکلامی)

مراحل تا:

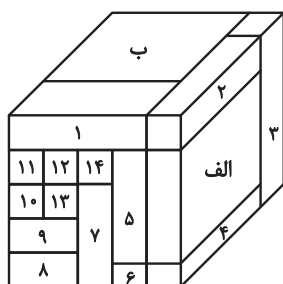


(هوش غیرکلامی)

گزینه «۳» - ۲۹۰

(هومن رفائیان)

با شمارش مکعب مستطیل‌های معلوم در تصویر، متوجه می‌شویم تمام ۱۶ مکعب مستطیل قابل رویت هستند.



مکعب مستطیل «الف» با مکعب مستطیل‌های «ب»، «۴»، «۵»، «۳» و «۲» در تماس است.

مکعب مستطیل «ب» نیز با همه مکعب مستطیل‌های دیگر در تماس است.

(هوش غیرکلامی)